(9) ARMA モデルによる圧密沈下予測の適用事例について

堺谷　常廣[1]・田口博文[2]

[1]正会員　東亜建設工業株式会社（〒163-1031 東京都新宿区西新宿 3-7-1 新宿パークタワー31 階）
E-mail: t_sakaiya@toa-const. co. jp

[2]正会員　東亜建設工業株式会社（〒163-1031 東京都新宿区西新宿 3-7-1 新宿パークタワー31 階）
E-mail: h_taguchi@toa-const. co. jp

動態観測から得られた圧密沈下データから沈下予測を行う手法である ARMA モデル（自己回帰移動平均モデル）を用いた圧密沈下予測について大規模盛土の適用例について述べる．圧密沈下データから将来の沈下を予測する手法として，双曲線法，浅岡法等などの状態方程式を用いるのが一般的である．これらの予測沈下手法は，盛土完了後，荷重が変わらない状態で放置を行い，その間の沈下量を観測して将来の最終沈下量を予測するものである．本文で報告する ARMA モデルは，圧密沈下データと荷重データから将来予測を行うため，盛土高が増加しても将来沈下量を求める事が出来る．短所として，データの離散化，状態方程式のパラメータをカルマンフィルター等で求める必要が事がある．本文では，大規模な盛土の事例として平成 22 年に供用した羽田空港 D 滑走路の動態観測データを用いて，適用性を確認した．

Key Words: *consolidation settlement，Subsidence prediction，embankment，ARMA model*

1. はじめに

一般的に軟弱地盤上に盛土を行う場合，事前の沈下計算と併せて，動態観測による沈下データから最終沈下量を予測を行う事が多い．観測された沈下データから沈下予測を行う手法としては，双曲線法，浅岡法，門田法等の観測方程式があり，沈下量の経時変化から最終沈下量を予測するものである．一般的にこれらの観測方程式は，盛土完了後の荷重が一定となった場合や，放置期間を取った場合に用いられる．盛土の施工中の様に，載荷荷重が増加している段階では，例えば，試験盛土を行うなど工期や施工リソースに余裕がある場合などを除き用いられることがほぼないものと考えられる．

本文では，ARMA モデル[1]（自己回帰移動平均モデル）を用いて，荷重項を考慮した沈下予測について，大規模な圧密沈下の動態観測結果から適用性を考察してみた．ARMA モデルは，以降に記すように三笠の一次圧密方程式と等価[2]であることが示されており，沈下量及び荷重項を含み，動態観測の結果から ARMA モデル荷重の増を考慮して，将来の沈下予測が可能である．動態観測の沈下データは離散化したデータが必要であるため，欠損したデータは前後のデータから線形的に求めている．ARMA モデルの係数の同定はカルマンフィルターを用いて行った．

2. ARMA モデルと離散系状態方程式の誘導

ARMA モデルの誘導は，脇田らの論文[2]を参照した．三笠の一次元圧密方程式は，式(1)と等価であることが Asaoka により示されている．

$$\rho + c_1\dot{\rho} + c_2\ddot{\rho} + \cdots c_n\rho^{(n)} + \cdots = u(t) \qquad (1)$$

ここで，ρ は時刻 t における沈下量，$u(t)$は荷重項になる．c_1，c_2…は係数である．式(1)で，係数 c_i は i が大きくなると急速に小さくため，式(1)は下式で近似される．

$$\rho + c_1\dot{\rho} + c_2\ddot{\rho} + \cdots c_n\rho^{(n)} = u(t) \qquad (2)$$

ここで，状態変数ベクトル $x_m(t)$を次式で定義する．
これから，

$$x_m(t) = \left[\rho(t)\dot{\rho}(t)\cdots\rho^{(n-1)}(t)\right]^T \qquad (3)$$

となり，式(2)，式(3)，式(4)から次の式が得られる．

$$\dot{x}_m(t) = \left[\dot{\rho}(t)\ddot{\rho}(t)\cdots\rho^{(n)}(t)\right]^T \quad (4)$$

$$\dot{x}_m(t) = A_m x_m(t) + B_m u(t) \quad (5)$$

式(6)から施工中の盛土の沈下データからパラメータを同定する．同定のために，式(6)と等価な離散化を行う．沈下量や盛土荷重は本来連続的に変化する量である．しかし，その観測データを一定間隔時間 Δt で行うと離散時間状態量が得られる．その時 j 番目の沈下量の観測値 q(j -1)をそれより以前の(j -1)，(j -2)…番目の観測値を用いて，ARMA モデル（自己回帰移動平均モデル）で表すと以下の式[3]となる．

$$q(j) = \sum_{i=1}^{k}\{a(i)q(j-1) + b(i)r(j-1)\} \quad (6)$$

ここに k は次数，q(j −1)，q(j −2)…は j 番目より以前の沈下観測値であり，r(j −1)，r(j −2)…は j 番目より以前の盛土荷重値である．

式(7)の係数の同定は，カルマンフィルター[4]により求めて同定する．そこで，式(5)のパラメーターの状態変数ベクトルを式（6）として，変換マトリックスを式(7)の様に設定する．

$$\hat{\boldsymbol{X}}_j = \left[a_1 \ldots a_{k,}\ b_1 \cdots b_k\right]^T \quad (7)$$

$$\boldsymbol{M}_j = \left[\hat{Y}_{j-1}\ldots\hat{Y}_{j-k}\ u_{j-1}\cdots u_{j-k}\right]^T \quad (8)$$

これらを用いて式(5)は次の様に表すことができる．

$$\hat{Y}_J = \boldsymbol{M}_J\hat{\boldsymbol{X}}_J \quad (9)$$

また，カルマンゲインは次のとおりとなる．

$$L_i = \boldsymbol{P}_J\boldsymbol{M}_J^T\left[\boldsymbol{M}_J\boldsymbol{P}_J\boldsymbol{M}_J^T + R\right]^{-1} \quad (10)$$

観測値とその推定値との差 e_iは次式で表す．

$$e_j = Y_j - \hat{Y}_j = Y_j - \boldsymbol{M}_j\hat{\boldsymbol{X}}_{J-1} \quad (11)$$

これらのLj，ejを用いてパラメーターの同定値は次式で与えられる．

$$\hat{\boldsymbol{X}}_j = \hat{\boldsymbol{X}}_{j-1} + \boldsymbol{L}_j e_j \quad (12)$$

次ステップ用の誤差共分散マトリックスは次式で求められる．

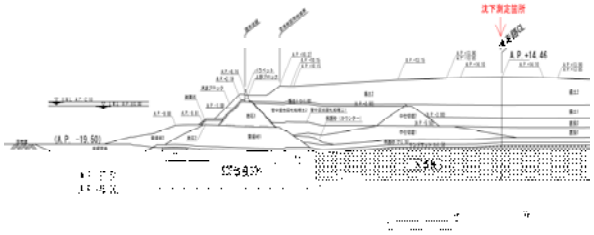
$$\boldsymbol{P}_{j+1} = \left(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{L}_j\boldsymbol{M}_j\right)\boldsymbol{P}_j\left(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{L}_j\boldsymbol{M}_j\right)^T + \boldsymbol{L}_j R\boldsymbol{L}_j^T \quad (13)$$

なお，逆解析の開始時点で観測誤差分散R及び誤差共分散行列の初期値 P_0について計算当初は不適当な値であるため，良い同定値が求められないが計算ステップを続けていくと定常的な値を示すものに至る．

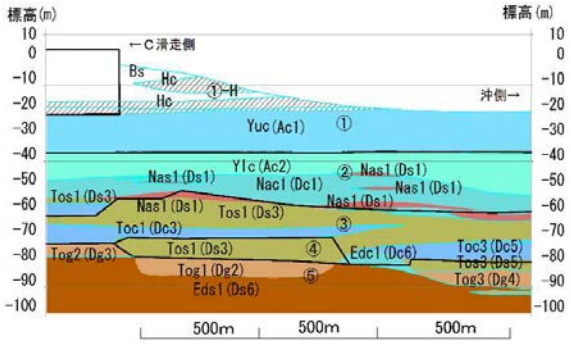
3. 圧密沈下予測の適用について

ARMA モデルによる圧密沈下予測として，実施工で観測されたデータを使用して適用性について検証を行ってみる．対象とした沈下データは，東京国際空港羽田 D 滑走路外工事 [5]で観測したものである．当該工事は，平成 19 年から工事を開始して，平成 22 年に供用開始を行った．その後 10 年程度観測を行っている．この沈下データと施工中の載荷履歴を使用して検証を行った．

対象地盤の土層図と断面図を図−1，図−2 地層区分を図−3[5]に示す．対象とした工事は，厚く堆積した軟弱地盤上に高盛土を行うものであり，載荷荷重は降伏応力を超えている．沈下量は 7m を超えるものとなっている．



図−1 標準断面図



図−2 地層断面図



図−3 土層区分と地盤情報

今回の動態観測の解析に用いるのは，**図-4** の平面図に記載している E-17 及び SK-N の 2 か所である．それぞれ，滑走路直下の沈下量を観測していた．**図-5** は，盛土開始から 2,500 日までの載荷履歴と沈下曲線 [6]を現したものである．同図の中には，盛土前の沈下予測値と 2,500 日後の沈下量から求めた双曲線法による沈下予測結果を記載している．双曲線法は路床完了後から計算を行っている．沈下量と層厚から，式(6)をカルマンフィルターを用いて同定する事で，係数 a1，a2，b1，b2 を求めるものである．将来予測は各係数を用いて層厚を変えて計算を行う．係数が将来予測が可能なものとなるには，一定値に収束し，将来値との乖離が所定の範囲内に収まる事が必要となる．**図-6** は，係数と経過日数を現したグラフであるが，水中での埋立時（0～22.4m）から気中での盛土（22.4m～36.5m）で移り変わり，気中の盛土時には係数が増減するような動きをして一定値に収束している．将来予測はこの係数用いて算出を行った．計算条件として経過日数 609 日に層厚 22.35m で水中への投入から陸上盛土に移行する．この際の係数を使用して将来予測を行ったのが**図-7** である．係数を求めるために，水中での埋立時の沈下量，層厚から算出した（a1=0.62，a2=0.35，b1=0.03，b2 = 0.03）．このケースでは，気中から水中に移行する際に係数が大きく変わっている．これは値の変動幅の違いはあるが，新たに盛土を行う際に係数が振れる傾向が見られた．後に記載する E-17 では，気中と水中に移行する際係数の変動幅が大きくなかった．そのため，最終沈下量に大きく乖離が見られていない．ARMA モデルでは，層厚など荷重項を考慮した将来予測ができるため精度の高い沈下予測が可能と考えられるが，盛土高が増える際には，係数が変動するために留意が必要である．1,061 日で層厚 36.5m 舗装完了となる（**図-9**）．陸上盛土の中間での計算として 909 日での係数を用いて将来計算を行った（**図-8**）．盛土の中間時では，係数が収束傾向にあり最終沈下量は 3%程度の乖離が見られた．以降，**図-10～14** に E-17 の結果について記載する，E-17 も同様の傾向となった．SK-N と比較して係数の変動が小さいため早期の予測精度は高い．

4. おわりに

ARMA モデルの有効性を大規模事例を用いて

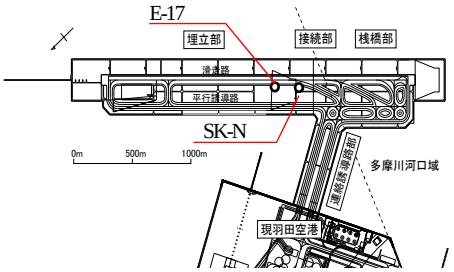


図-4　沈下予測位置平面図

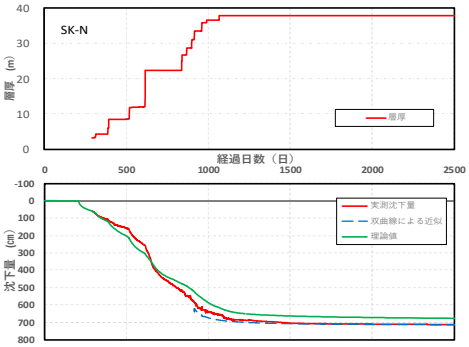


図-5　沈下量・載荷履歴(SK-N)

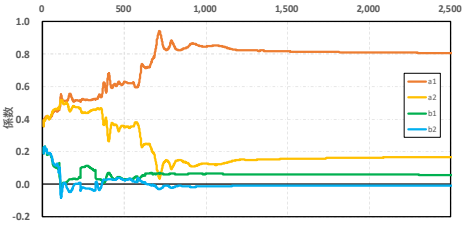


図-6　経過日数と係数変化(SK-N)

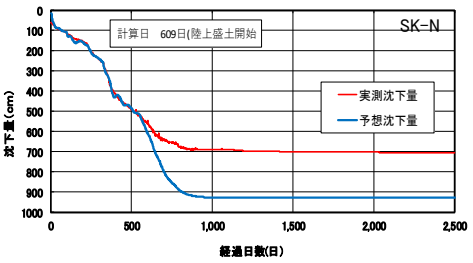


図-7　最終沈下予測（陸上盛土開始時）(SK-N)

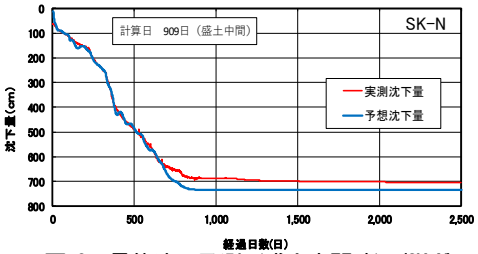


図-8　最終沈下予測（盛土中間時）(SK-N)

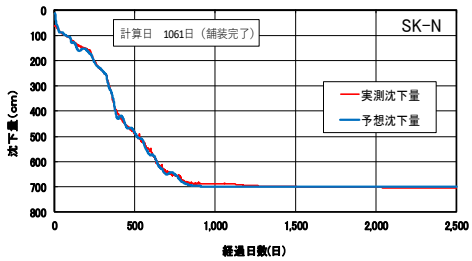


図-9　最終沈下予測（舗装完了時）(SK-N)

確認を行った．予測に有効であることが確認きたが，短所として計算過程が双曲線法等と比べて計算手順が複雑であることは短所であった．

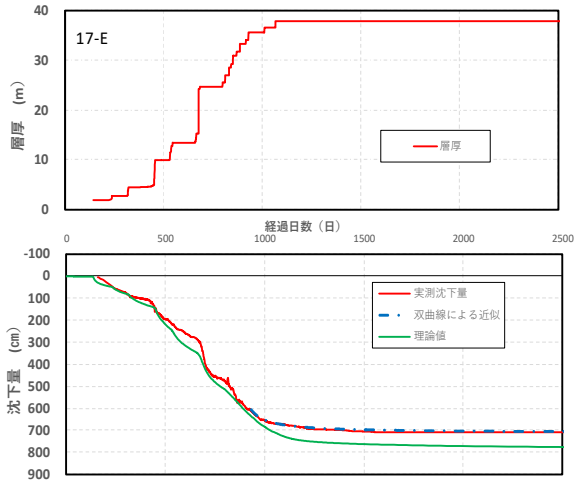


図-10　沈下量・載荷履歴(E-17)

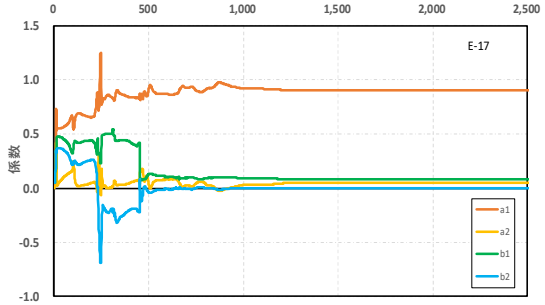


図-11　経過日数と係数変化（E-17）

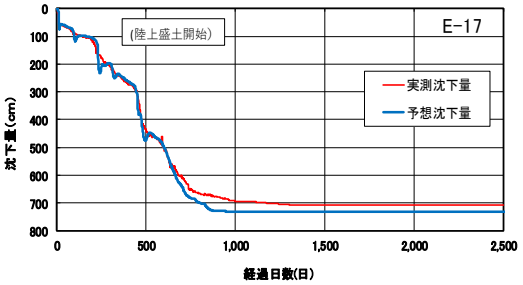


図-12　最終沈下予測（陸上盛土開始時 E-17）

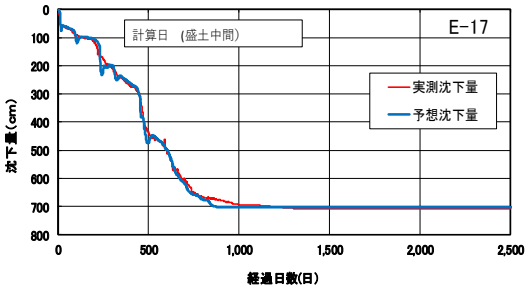


図-13　最終沈下予測（盛土中間時 E-17）

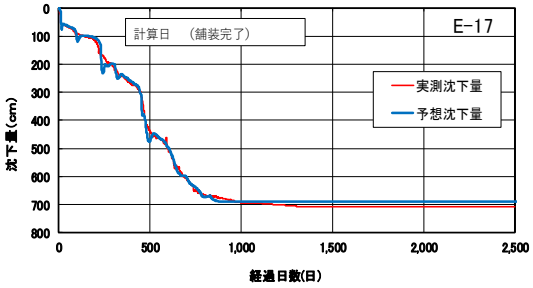


図-14　最終沈下予測（舗装完了時 E-17）

参考文献

1) 脇田英治:逆改正の理論と応用，pp. 35-38，技報堂出版，2000.
2) 脇田英治:観測データによる圧密沈下予測と設計へのフィードバック法，土木学会論文集，No.457/Ⅲ-21，pp.117-126，1992.
3) 脇田英治:逆改正の理論と応用，pp. 50-52，技報堂出版，2000.
4) 野口孝俊，渡部要一，鈴木弘之他: 羽田空港 D 滑走路埋立部の施工と維持管理，土木学会論文集 C（地圏工学），Vol. 68，No. 2，pp.305-320，2012.
5) 野口孝俊，田中政典，渡部要一他：東京国際空港 D 滑走路建設における地盤の三次元地層推定結果の検証，地盤工学ジャーナル，Vol. 6，No.1，pp.69-79，2011.
6) 新原 雄二，平佐 健一，吉原 知佳他: 羽田空港D滑走路に設置された伸縮装置の 供用後 10 年間の挙動と維持管理，土木学会論文集 B3（海洋開発），Vol. 76，No. 2，pp.I_582-I_587，2020.