

## II-25 FEM 解析における要素高速自動分割法

## A study on Fast Automatic mesh generation method regarding FEM Analysis.

杉田尚男<sup>1</sup>市ノ渡剛<sup>2</sup>鳥居邦夫<sup>3</sup>

Hisao SUGITA

Tuyoshi ICHINOWATARI

Kunio TORII

【妙録】有限要素法解析において、要素分割の結果は、有限要素の解の信頼性や解の収束性に大きな役割を持っている。そのために従来から、幾何学的に特色のある性質をもつ Voronoi 分割法などが提案されている。本研究では、Voronoi 分割法を用いた簡潔で容易なデータ入力法と任意形状体の要素高速モデリング法を組み合わせた高速要素分割法を提案する。

【キーワード】ポロノイ、メッシュ、有限要素法

## 1. 緒言

従来の分割手法<sup>(1, 2, 3, 4)</sup>では、その形状や効率の面において必ずしも最適化されたとは言い難い。特に凹部あるいは、対象領域内部に位置する円孔などの内側といった分割不要な部分にも要素を生成するといった問題が生じる場合が考えられる。これらに対処する為には、簡潔で容易なデータ入力法と、効果的で高速な要素分割法の開発が不可欠である。本論文では、これらの問題に対処すべく任意形状体の要素高速モデリング法を提案する。その手法は、解析対象領域のサーフェスモデルを個々に作成し、メッシュ空間の生成後に Voronoi 分割を行い、合成演算処理することで幾何学的に複雑な系の扱いが容易となり複合構造物等の要素分割が高速に行えることが期待できる。

## 2. Voronoi 理論

Voronoi 理論<sup>(6, 7, 8)</sup>の概略を説明する。

$N$  次元 Euclid 空間において、 $n$  個の点  $P_1(x_1), P_2(x_2), \dots, P_n(x_n)$  が存在するとき、点  $P_i(x_i)$  に対して最も近い点の集合  $V_i$  は式 (1) で与えることができる。

$$V_i = \bigcap_{j \neq i} \{x \in R^N \mid \|x - x_i\| < \|x - x_j\|\} \quad (1)$$

$$(i = 0, \dots, n, j = 1, \dots, i-1, i+1, \dots, n)$$

$x$ : ある位置ベクトル  $x_i$ : 母点  $i$  の位置ベクトル

$\|\cdot\|$ : Euclid 距離

$V_i$  は点  $P_i(x_i)$  の Voronoi 領域と呼ばれ、連続的に点の数だけその領域を確保する。一領域を分割した図を

Voronoi 図 (図1参照)、Voronoi 領域を生成している点を母点、その領域多角形の各頂点を Voronoi 点と呼ぶ。

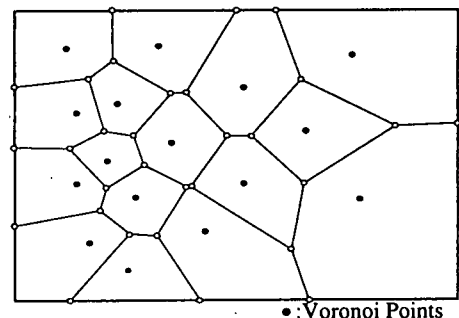


図-1 Voronoi 図

2 次元で分割された各 Voronoi 多角形の間には (1)Voronoi 多角形は母点間で等領域分割されるので凸多角形となる、(2)Voronoi 点は、その周りの3個の母点を頂点とする三角形の外心である、という幾何学的特徴が見られる (図2参照)。応力解析には、この凸多角

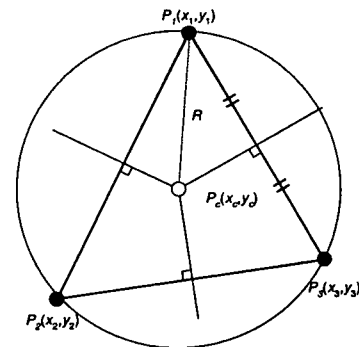


図-2 Voronoi 分割の幾何学的特徴

形の各頂点 (これ以後この凸多面体の各頂点を Voronoi

<sup>1</sup> 八戸工業高等専門学校 建設環境工学科 (〒039-1192 青森県八戸市田面木上野平 16-1 TEL:0178-27-7313)

<sup>2</sup> (株) 横河技術情報 情報開発部 (〒273-0026 千葉県船橋市山野町 27)

<sup>3</sup> 長岡技術科学大学 建設系 (〒940-2137 新潟県長岡市上富岡町 1603-1)

節点とする) と、母点  $P_i$  とを結ぶことにより三角形要素を形成しそれを用いる。

### 3. 初期モデル作成

#### 3.1 データ入力

三次元体を対象とした場合、形状の複雑さから解析者が、直接入力で節点座標、要素と節点関係等の要素分割データを作成することは困難であり、入力が終了するまでモデル形状を確認できないことは、作成作業において不利である。初期モデル作成では、解析モデルの輪郭部をマウスオペレーションのみで作成する。これは以降の処理に対する基本形となり、本手法における唯一のデータ入力作業となる。図3に、モデルの例を示す。

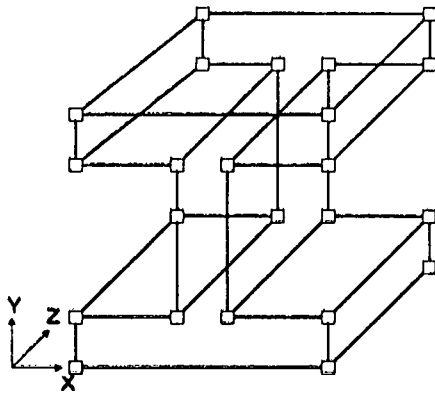


図-3 入力モデル

#### 3.2 データ形式

輪郭部データより対象領域を構成する面、面を構成する辺、頂点とその座標の認識を行うためにモデリングソフトを独自に開発した。凹部がある多面体への適用を考慮した場合、外向法線を内外判定の要素とするソリッドモデルでは、多大な記憶容量等の不都合が生じるため、判定の容易さとデータ削減のために図4に示すようにサーフェスモデルを適用する。また、入力ミスが生じた場合にもフォーマット形式上のリソースヘッダ部を書き換えることによりすみやかに修正を行える利点がある。

### 4. メッシュ空間生成

#### 4.1 母点、節点配置

Voronoi 領域を生成するにあたり、X,Y,Z の各軸方向に均等に母点を配置する。母点間隔は輪郭モデルの最短辺長以下とし、配置空間は、輪郭モデルを包括する大き

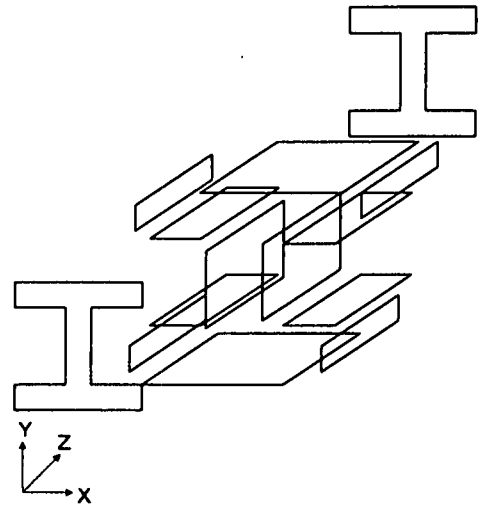
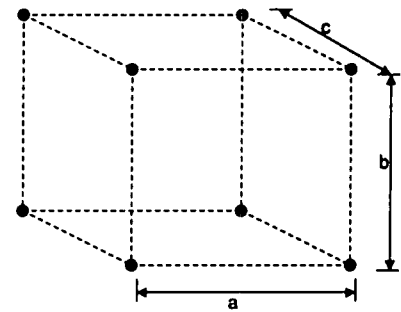


図-4 サーフェスモデル

さとしなければならない。これは、以降の合成処理において、不都合を回避する為の処置である。この配置規則によって、以後、節点を生成するが、各節点の出現位置により、二種類の属性を生じさせる必要がある。この属性は、メッシュの接続線生成において、非常に重要である。図5に示すように、母点8個がメッシュ空間の最小構成だとすると、節点の生成位置は、その表面部及び内部である。図6に示すように、この表層部を通常節点、内部をコア節点と命名し、以後の接続線生成時の属性とする。



a,b,c,は、輪郭モデルの最小辺長

図-5 母点配置図

#### 4.2 要素生成

母点、通常節点、コア節点の三属性が決定した後、各点を接続する事によって、メッシュ空間が生成できる。

### 5. 合成処理

#### 5.1 内外判定

サーフェスモデルをメッシュ空間と合成する事により、最終的な解析モデルを生成する。これにより生成される

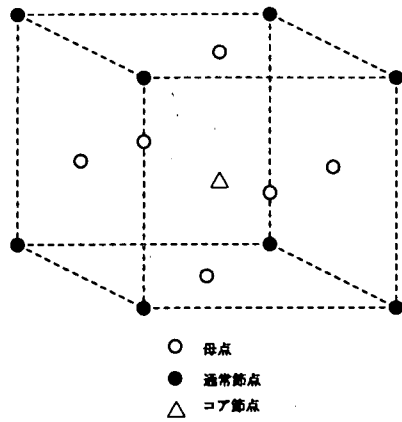


図-6 節点配置図

モデルは、便宜上サーフェス2モデルとする。図7に示すように内外判定メッシュ空間の全節点につき、サーフェス1モデルに対して、内部配置、外部配置、表面接触となる点を選別する。各節点を基準とし、任意方向に線分を伸ばし、各平面に交差する回数を測定する方法によって内外判定を実行する。この時、交差回数が偶数ならば外部配置、奇数ならば内部配置とする。この方法を用いる事により、凹多面体に対する内外判定も、容易に行なう事が出来る。三次元空間における交差判定は、面と線との交点を求める事になる。この場合、面は無限平面として定義されてしまう為、三次元交差判定後、交点が面内に収まるかどうかの判定も行なう必要がある。

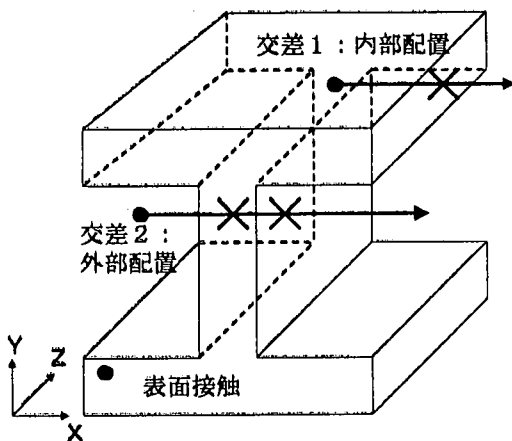


図-7 内外判定例

要が無くなり、結果的にアルゴリズムの簡略化に繋がる。交差点と面との内外判定は、面を構成する各辺を一次直線と見なす。

### 5.2 頂点移動

サーフェスモデルの各頂点（ターゲット点）に相当する座標に、メッシュ空間の節点を移動する。この場合、各頂点の最短距離の位置に存在する、可動点を採用する。図8に二次元イメージを示す。

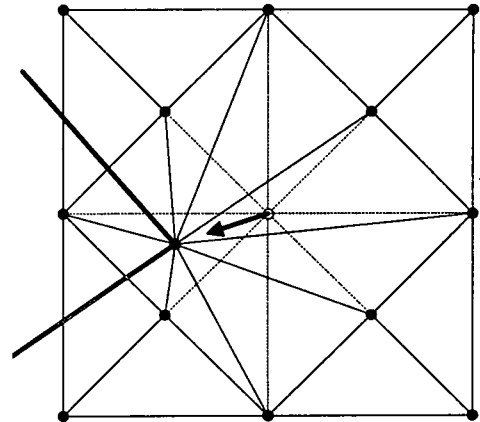


図-8 頂点移動例

### 5.3 不要点消去

全ての移動処理が完了後、不要点消去処理を行なう。この時、不要点とは、可動点のうち、最終的に動かなかった点を指して言う。全節点を探索し、この条件に適合する節点のみを消去する。これに伴い、不要点が保持していた接続線も消去する。図9に不要点消去の例を示す。

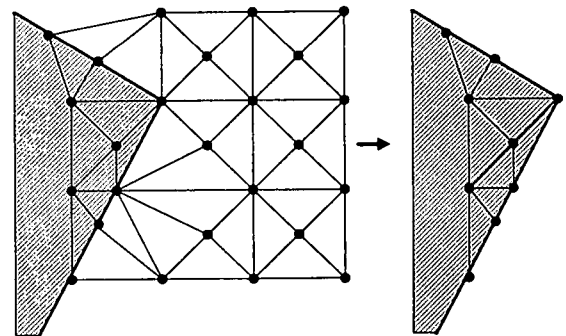


図-9 不要点消去例

## 6. 適用例

直線を伸ばす方向は、X軸の正の方向に限定する。これにより、節点座標より負の方向にある面は考慮する必

本手法を用いて、建設構造物としては代表的な形状であるI型鋼材のモデリング例を図10に示す。モデル

の節点数は 2263 個, 要素数 5760 個である. メッシュ空間生成から合成処理完了までの計測 CPU 時間は 9.971 秒であり, Voronoi メッシュによる高速モデリングが可能となった. これらのモデルの母点座標, 節点座標は対象空間を一定のサイズのボクセルで区切り各節点番号を確保するボクセルエリアリサーチ: BAS を使用することにより大規模なデータ計算でも限定区間の検索が容易となり要素生成時間を短縮することが可能となる. BAS 使用の演算時間を図 11 示す. また, 図 12 に示すように Voronoi 理論を使用することで良好な角度を持つ要素を生成することができる.

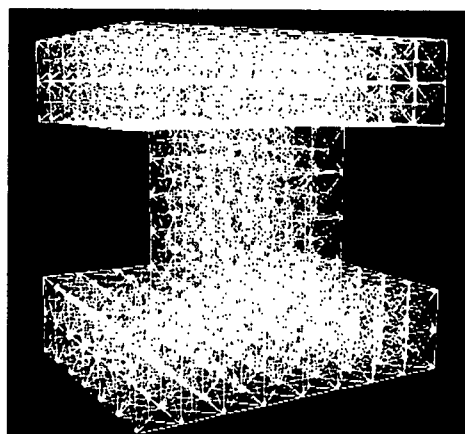


図-10 モデリング例 1

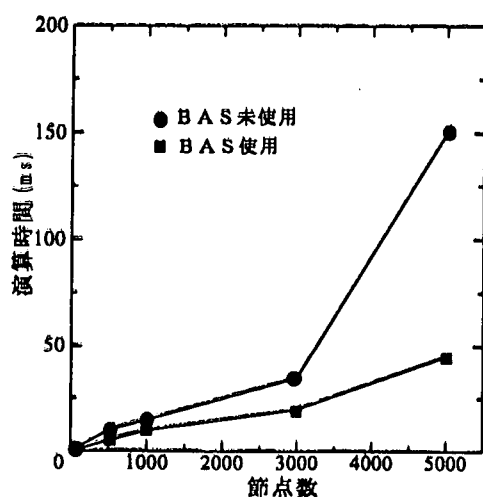


図-11 演算時間

## 7. 結論

本手法を用いることで複雑な FEM 解析モデルを正確に近似する事ができた. また, 凹多面体に対しても高速モデリングが可能となり, 従来, 有限要素自動メッシュ

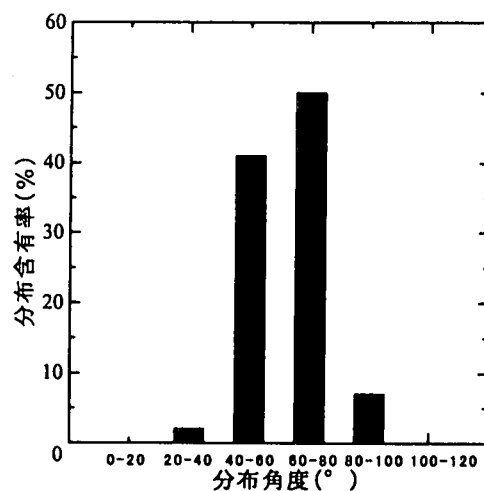


図-12 角度分布図

生成法の問題点であった形状処理や計算効率の面において最適化されたと言える.

## 参考文献

- (1) E.A.Sadek, A scheme for the automatic generation of triangular finite elements, Int. J. for numer methods, 1980. 1980,
- (2) J.C.Cavendish, Automatic of arbitrary planar domains for the finite element method", Int J. for numer methods, 1974.
- (3) 尾田十八, 山崎光悦, なわばりはこうして決まる, 有限要素自動分割法の現状とその利用法, 1985,P835.
- (4) 杉田尚男, 伊賀隆幸, 市ノ渡剛, 烏居邦夫, Voronoi 理論を用いた有限要素自動メッシュ生成法, 土木情報システム論文集, 8, 1999, pp. 97-102.
- (5) 西田正孝, 応力集中, 森北出版, 1967.
- (6) 長谷川雅美, なわばりはこうして決まる, 科学朝日 11,nov,1986,P36.
- (7) Takao Ohya, Masao Iri and Kazuo Murata, Improvements of the Incremental Method for the Voronoi Diagram with Computational Comparison of Various Algorithms, Journal of the Operations Research, Vol.27, No.4, 1984.
- (8) 杉原厚吉, ボロノイ図を通してみると, 数学セミナー, 6, 1996, pp. 72-75.