

橋梁の非線形解析における解の安定性を目的とした手法の開発

富士通エフ・アイ・ピー(株)

○牧 秀彦

中川 忠直

西田 海

【抄録】阪神大震災以降、橋梁などの構造設計において構造物に掛かる荷重が材料の降伏点を超え弾性変形領域から塑性変形領域に入することを考慮した弾塑性問題を解析する件数が増加している。このような問題を解くためにはコンピュータによる高度な構造解析システムを使用するのが一般的であり、従来より広く用いられているニュートン法に代表される収束法や荷重増分法などが上げられる。しかし、これらの手法を使いこなすためには、非線形解析の専門的なノウハウが必要となるなど数々の問題点が顕在化してきた。

本件はこのような問題点を解決するために、解の安定性を目的とした手法を非線形解析システムに取り込み従来の方法と比較し、その実用性について報告する。

【キーワード】橋梁の耐震解析システム、弾塑性問題、非線形解析、反復補正計算、収束法、荷重増分法

1. 弾塑性問題のシステム要件

1.1. 反復補正計算の現状

弾塑性問題は、専門的なノウハウを持った技術者にとっては、通常の事例について一般的な条件を与えることにより安定した解が求められている。

しかし、稀に不安定な挙動を示す解析事例が発生する。下記に不安定な挙動を示す事例を示す。これらは他部材の塑性化の相互作用により起こりえる挙動と考えられる。

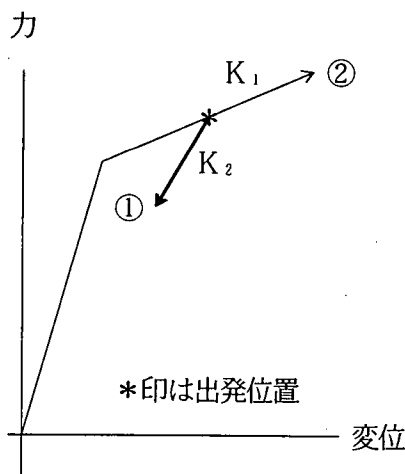


図-1. 不安定な挙動を示す事例(1)

- (1) K_1 の剛性のとき負の力が働き①の履歴をたどり
 K_2 の剛性に変化する。

- (2) K_2 の剛性のとき正の力が働き②の履歴をたどり
 再び K_1 の剛性となる。

- (1)と(2)の繰り返により収束しない。

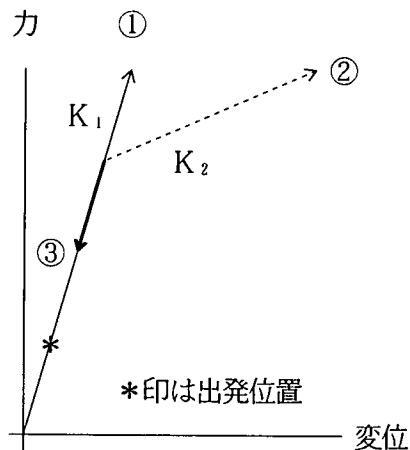


図-2. 不安定な挙動を示す事例(2)

- (1) K_1 の剛性のとき、①の履歴をたどり、 K_2 の剛性に変化する。
 (2) K_2 の剛性のとき、②の履歴をたどる予定であるが、力の向きが反対となり③の履歴をたどり、再び K_1 の剛性となる。
 (1)と(2)の繰り返により収束しない。

次に、解析条件による要因として考えられる点を下記に示す。

(1). 収束回数と不平衡力の関係

収束計算中において誤差が大きくなったり小さくなったりと繰返す挙動の場合、最終状態により後の計算結果に影響を及ぼす。（たまたま小さい誤差のときに終了すれば計算結果への影響が小さい。収束回数は、収束の過程が発散傾向にあるときは、収束回数が多いと結果への影響が大きいと考えられる）

(2). 収束誤差と不平衡力の関係

収束誤差の基準値は、収束の過程が発散傾向にあるときは、初回の計算が収束誤差の基準値に収まるかどうかによって、後の計算結果に影響を及ぼす。

(3). 時間の細分化の分割数と不平衡力の関係
積分時間間隔を細かくし収束精度を上げる方法において荷重増分量により履歴を追従できない場合がある。

1.2. 課題とシステム要件

代表的な弾塑性計算手法を用いて計算する場合においても、解のばらつきを生じたり不安定な挙動を示すことを防止し安定した挙動で解を得るためには計算条件を指定するパラメタの設定に専門的なノウハウが必要となるのが現状である。現状の課題と弾塑性解析専用ソフトとしてシステム化する場合のユーザ要件をまとめると表－１のようになる。

表－１．現状の課題とシステム要件

現状の課題	ユーザ要件
ニュートン法に代表される収束法は、計算時間も早く、誤差を消去できるが、収束条件としての繰返し計算回数、誤差（不平衡力）判定、誤差の扱いなどの設定が必要である。さらに、解析モデルや減衰などの解析条件により、計算過程において発散や無限ループ（跳躍）現象などにより解が得られないことがある。	計算過程における発散や無限ループ（跳躍）現象に悩まされたくない
荷重増分法は、必ず解は得られるが、誤差（不平衡力）を消去しないため荷重増分ピッチの大小が解に影響を及ぼす。したがって、荷重増分ピッチを細かくすることにより安定した解は得られるが計算時間が長くなる。	非線形解析の専門的なノウハウや計算条件に左右されずに安定した解を得たい。
非線形解析は、使用者の計算条件により計算結果にばらつきが生じる。また、安定した解を得るためにトライアル計算によるプロセスに時間を費やす。	トライアル計算によるプロセスを最小限にしたい。

2. 新手法の取り組み

2.1. 新手法の概要

先に述べたユーザ要件を反映するため、収束法を使用せずに下記の方法で履歴を追従する。

いま、多自由度系モデルを解析する場合、任意の積分時間間隔内に複数の梁要素やバネ要素の剛性が変化することにより、剛性変化に跳躍が起きる可能性がある。図－３に示すような剛性変化が起きた場

合、剛性が変化する時間を計算し、複数の剛性が変化する場合は、その内の最小時間でNewmark－β法により応答値、ニュートン法で不平衡力を計算する。次のステップの計算は、（積分時間間隔－剛性が変化する時間）新たな積分時間間隔として繰返し計算を行う。この方法は、積分時間間隔を細分割する荷重増分法に類似していることより本文では、改良荷重増分法と呼ぶこととする。

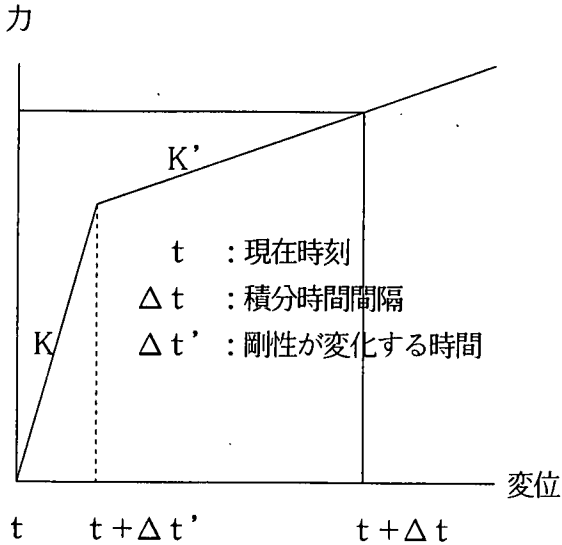


図-3. 荷重増分ステップ

2.2. 新手法の特徴

(1). 計算条件による相違

反復補正計算法による相違、不平衡力の取り扱いや誤差の範囲、積分時間間隔などの計算条件の設定が不要となり、弾塑性計算特有の計算条件による解の相違を極力防ぐことができる。

(2). 解の安定性

構造物の剛性は弾塑性挙動を追従するが、計算は線形で取り扱うため収束誤差の判定がないことにより安定した解が得られる。

(3). 計算時間

解析モデルが大きくなり複数の剛性が変化する場合その都度、剛性マトリックスを作成し方程式を解くため演算時間がかかる。しかし、積分時間間隔を仮に0.01秒から0.001秒に分割し処理する場合と比較すれば格段に早く処理できる。

(4). 静的解析問題への応用

積分時間間隔を細分化する方式のため、静的解析への応用も容易にできる。特に塑性ヒンジ点が降伏に要する荷重を算定する場合に効果を発揮する。

(5). 取り扱えないモデル

R-OやH-Dのような履歴特性モデルは取り扱うことができない。改良荷重増分法では剛性の変化点を算出し、その位置での荷重増分量を載荷するため、折れ点を持つ履歴特性にしか採用できない。

2.3. 解析事例

応答値が発散し易い解析事例として非線形動的解析時における歪みエネルギー比例型（モード減衰）の減衰モデルを採用し応答計算を行い比較検討する。以下に計算条件を示す。

(1). 解析モデル

図-4に示すように免震支承を有するRC単柱式橋脚モデルの橋脚躯体部分をM-φ系による武田モデル、免震支承部をバイリニアモデルとした。地震動は道路橋示方書耐震設計編の標準地震動より二種地盤のTAKATORI-NSで行った。

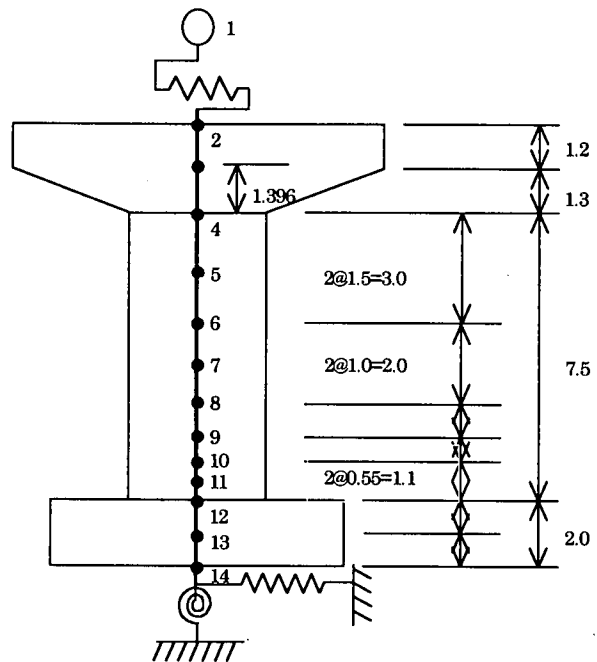


図-4. 解析モデル

(2). 比較条件

- ①計算手法：収束法（ニュートン法）、荷重増分法及び改良荷重増分法
- ②積分時間間隔：0.01秒、又は0.001秒
- ③積分方法：Newmark-β法により $\beta = 1/3$ 、又は $1/4$
- ④残差力の扱い：次ステップへ受け渡す、又は捨てる。
- ⑤減衰マトリックスの作成法：全次数、又は50 Hzまでの次数を採用する。

(3). 解析結果

改良荷重増分法の実用性は表－２に示すとおり、いずれの方法においても正常終了しており、計算結果についても表－３に示すように従来の方法で全次数及び５０Hzまでの次数を採用した結果を比較し安定した解が得られていることが確認できた。

次に従来の方法では計算条件を試行錯誤することにより結果を得ることができた。収束法（ニュートン法）では積分時間間隔を０．００１秒として収束性が悪い場合はさらに時間を細かくすることにより結果が得られた。この場合の計算時間で約７倍掛かっている。荷重増分法の場合は残差力を捨てるか、Newmark－β法を１／３にしない限り発散してしまった。このように、安定した結果が得られるために費やす労力は非常に大きくなる。

ン法）では積分時間間隔を０．００１秒として収束性が悪い場合はさらに時間を細かくすることにより結果が得られた。この場合の計算時間で約７倍掛かっている。荷重増分法の場合は残差力を捨てるか、Newmark－β法を１／３にしない限り発散してしまった。このように、安定した結果が得られるために費やす労力は非常に大きくなる。

表－２．計算手法の実用性

		結果		計算時間	
		全モード	50Hzまで	全モード	50Hzまで
ニュートン法 (0.001sec)	$\beta = 1/3$	×	×	41:05	05:51
	時間再分割	○	×	01:50	08:02
	標準値	×	×	07:49	08:48
ニュートン法 (0.01sec)	$\beta = 1/3$	—	—	—	—
	荷重増分	△	×	00:22	00:44
	標準値	—	—	—	—
荷重増分法 (0.001sec)	$\beta = 1/3$	○	×	01:40	01:43
	捨てる	○	×	03:50	03:49
	標準値	×	×	01:38	01:44
荷重増分法 (0.01sec)	$\beta = 1/3$	△	○	00:14	00:16
	捨てる	×	×	00:24	00:24
	標準値	×	×	00:13	00:14
改良荷重増分法		○	○	00:17	00:17

○：正常終了
△：加速度発散
×：全て応答が発散
—：異常終了

			入力に対する相対変位 (cm)		慣性力作用位置	橋脚基部	
			上部構造位置	橋脚天端	加速度 (cm/s ²)	曲げ (tfm)	
ニュートン法 (0.001sec)	$\beta = 1/3$	全モード	×	×	×	×	
		50Hzまで	×	×	×	×	
	時間再分割	全モード	61.64	14.03	635.7	4750.7	
		50Hzまで	×	×	×	×	
	標準値	全モード	×	×	×	×	
		50Hzまで	×	×	×	×	
ニュートン法 (0.01sec)	$\beta = 1/3$	全モード	—	—	—	—	
		50Hzまで	—	—	—	—	
	時間再分割	全モード	61.73	14.09	636.0	4753.3	
		50Hzまで	×	×	×	×	
	標準値	全モード	—	—	—	—	
		50Hzまで	—	—	—	—	
荷重増分法 (0.001sec)	$\beta = 1/3$	全モード	61.67	14.04	635.8	4765.7	
		50Hzまで	×	×	×	×	
	捨てる	全モード	62.03	14.10	636.5	4887.8	
		50Hzまで	×	×	×	×	
	標準値	全モード	×	×	×	×	
		50Hzまで	×	×	×	×	
荷重増分法 (0.01sec)	$\beta = 1/3$	全モード	61.53	13.91	635.7	5360.2	
		50Hzまで	62.68	11.90	664.9	5455.7	
	捨てる	全モード	×	×	×	×	
		50Hzまで	×	×	×	×	
	標準値	全モード	×	×	×	×	
		50Hzまで	×	×	×	×	
改良荷重増分法 (0.01sec)			全モード	61.86	14.18	637.6	4758.0
			まで	62.56	11.84	663.4	4669.4

3. 今後の課題

以上のように筆者らは、非線形解析の問題点を従来の手法を改良することにより、改良荷重増分法を橋梁の耐震解析システムに取り込んで解決した。その成果として計算条件を指定するパラメタに左右されることなく安定した解を得ることができたとともに、

ユーザが今まで解析のほとんどの時間を費やしてきたトライアルによるプロセスを大幅に短縮できたと考える。今後、さらに不安定な解析事例について検討を行い、より安定した非線形手法の改良に取り組む予定である。