

II-44 交通量予測へのカオス理論の適用について

関西大学大学院 学生員 辻 幸志 関西大学総合情報学部 正会員 古田 均
 関西大学工学部 正会員 吉川 和広 (株) 東洋情報システム 正会員 三雲 是宏

1. はじめに

都市高速道路における自然渋滞を緩和し、車両の円滑な走行を実現するためには、車両の流入制御が効果的であり、ランプ流入口での迅速な交通量の予測が重要な情報となる。この場合、1～2日後の予測ではなく、短時間先の予測が期待される。

一般に交通挙動はカオスの振る舞いを見せるといわれている¹⁾。そこで本研究では、近年注目されているカオス理論¹⁾²⁾を交通量の予測に適用することを試みた。

本論文では、まず本研究で用いる時系列データがカオスの振る舞いを見せていることが前提となるため、データのカオス性について検討を行う。次に、カオス理論を適用した予測手法を述べる。そして最後に予測シミュレーションで得られた結果と実測値とを比較、分析し、考察と今後の課題について論じることとする。

2. 交通量データのカオス性

2.1 再構成状態空間への埋め込み

データのカオス性について検討する前に、まず観測された時系列データをタケノスの理論³⁾に基づき、 n 次元再構成状態空間への埋め込みを行う必要がある。具体的には時系列データ $y(t)$ からデータベクトル $(y(t), y(t-\tau), y(t-2\tau), \dots, y(t-(n-1)\tau))$ をつくり (τ はタイムラグ)、 t を変化させて n 次元再構成状態空間にアトラクタを構成する。図-1 にこの操作を示す。

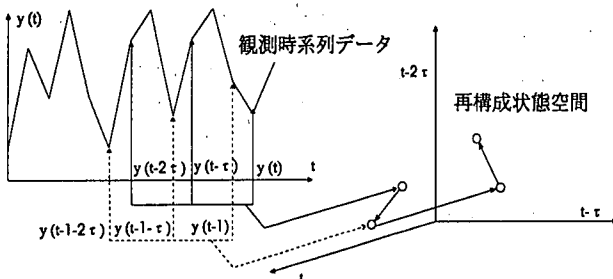


図-1 埋め込み操作

埋め込み次元 n は、元の力学系の状態空間の次元が m であるとき、

$$n \geq 2m+1 \quad (2.1)$$

であれば十分であることが証明されている³⁾。

2.2 カオス性の判断方法

カオスの特徴である初期値に対する鋭敏な依存性、およびそれにとまなう軌道不安定性を示す指標にリアプノフ指数がある。

ある系において2つのわずかに異なる初期状態 x と $x+\varepsilon$ から発展したとすると、 n 回の写像の反復後にはこれらの状態間の分離発散は近似的に次のように表される。

$$\varepsilon(n) \approx \varepsilon e^{\lambda n} \quad (2.2)$$

このときの λ がリアプノフ指数であり、軌道に広がる多くの初期状態にわたって取られた状態間の平均発散率を示す。リアプノフ指数が正であるならば近接していた軌道は離れ、時間的发展は初期状態に敏感となり、従ってその系はカオス的である。本研究ではこの性質を利用し時系列データのカオス性について判断することとした。

2.3 リアプノフ指数の算出方法

本研究では観測された時系列データを用い、佐野、佐藤⁴⁾によるアルゴリズムに基づき、次のようにリアプノフ指数を算出する⁵⁾⁶⁾。

まず、前述したように等間隔で観測された時系列データを再構成状態空間へ埋め込み、アトラクタを構成する。次に、アトラクタ上の点の集合の中で距離の近い2点 x_i, y_i のペアをつくり、この2点の時間変化を追いながら S ステップ先の距離の比を次式を用いて算出する。

$$\Lambda_i(t, s) = \frac{|x_i(t+s) - y_i(t+s)|}{|x_i(t) - y_i(t)|} \quad (2.3)$$

これを多くのペア i について行い、次式のように平均をとる。

$$\langle \log \Lambda(t, s) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \log \Lambda_i(t, s) \quad (2.4)$$

ただし、 N は x_i, y_i のペアの数である。

そして最後に次式により時間間隔 S のリアプノフ指数を求める。

$$\lambda(t, s) = \frac{1}{s} \langle \log \Lambda(t, s) \rangle \quad (2.5)$$

2.4 算出結果

観測時系列データを遅れ時間 1 (5 分) で m 次元再構成状態空間へ埋め込みを行いリアプノフ指数を算出した。時間間隔 S は 1 ステップ先 (5 分後) である。その結果を図-2 に示す。

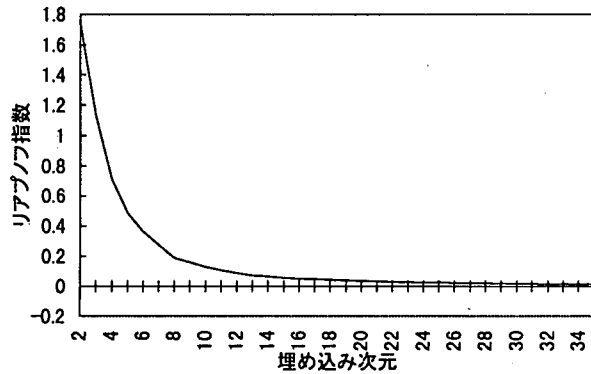


図-2 リアプノフ指数

埋め込み次元数があがっていくにつれ、リアプノフ指数が正值に収束していることが認められる。この指標により、本研究で用いる交通量の時系列データはカオス性を有するといえる。

3. 予測手法

3.1 局所再構成法

埋め込みにより得られた再構成状態空間上のアトラクタの軌道をもとに、局所再構成法³⁾により予測を行う。

この手法は、最新データを含むデータベクトル $Z(T) = \{y(T), y(T-\tau), \dots, y(T-(n-1)\tau)\}$ とその近傍のデータベクトル $X(i)$ の S ステップ後のデータベクトル $X(i+s)$ への軌道を用いて、 $Z(T)$ の近未来の軌道を推定し、 S ステップ先のデータベクトルを求めるものである。

局所再構成法には、グラムシュミット直交化法、

テセレーション法、ヤコビヤン法、局所ファジィ再構成法などが提案されている。本研究では、理解しやすくシステム化しやすいグラムシュミット直交化法を用いてシミュレーションを行う。さらに、一般に用いられ精度の高い結果が得られているテセレーション法を用いて考察を加える。

3.2 グラムシュミット直交化法

先述したように、最新データベクトル $Z(T)$ の近傍データベクトル $X(i)$ を用いる。ただし、 $i \geq n$ である。まず、以下の式により近傍データの重心 R と偏差ベクトル ξ_i を求める。

$$R \equiv \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k X(i) \quad (k: \text{近傍点数}) \quad (3.1)$$

$$\xi_i = X(i) - R, \quad \xi_z = Z(T) - R \quad (3.2)$$

次に、グラムシュミット直交化法により ξ_i から正規直交系 V_i を求める。

$i=1$ のとき

$$V_i = \frac{\xi_i}{|\xi_i|} \quad (3.3)$$

$i \geq 2$ のとき

$$V_i = \frac{f_i}{|f_i|} \quad (3.4)$$

$$f_i = \xi_i - (\xi_i, V_{k-1})V_{k-1} - \dots - (\xi_i, V_1)V_1$$

..... (3.5)

そして、 ξ_z の V_i に対する成分 C_i を次式を用いて算出する。

$$C_i = (\xi_z, V_i) \quad (3.6)$$

$Z(T)$ の S ステップ後を予測する際には、 $X(i)$ の S ステップ後のデータベクトル $X(i+s)$ を用いて上式と同様にして重心 R_s 、偏差ベクトル ξ_{i+s} 、正規直交系 V_{i+s} を求める。ここで $Z(T)$ の S ステップ後の予測値を $\hat{Z}(T+s)$ とし、 R_i との偏差ベクトルを $\hat{\xi}_{z+s}$ とすると、次式により算出することができる。

$$\hat{\xi}_{z+s} = \sum_{i=1}^k C_i V_{i+s} \quad (3.7)$$

$$\hat{Z}(T+s) = R_s + \hat{\xi}_{z+s} \quad (3.8)$$

3.3 テセレーション法

まず、 $Z(T)$ の近傍データ $X(i)$ を母点とするボロノイ分割を行い、分割された領域を $V_X(i)$ とする。つぎに $Z(T)$ を含めて再度分割を行う。このとき $Z(T)$ を母点とする領域を $V_Z(T)$ とする。 $V_Z(T)$ と最初に分割された $V_X(i)$ とが重なる部分を $V_{ZX}(i)$ としたとき、 $Z(T)$ の1ステップ先の予測値は次式で与えられる。

$$\hat{Z}(T+1) = \sum \{\lambda(i) \cdot X(i+1)\} \quad (3.9)$$

$$\lambda(i) = \frac{\mu_n(V_{ZX}(i))}{\mu_n(V_Z(T))} \quad (3.10)$$

($\hat{Z}(T+1)$: 予測値, μ_n : R^n 上のルベグ測度)

この操作を図-3に示す。Sステップ先の予測値を求めるにはこの過程をS回繰り返す。

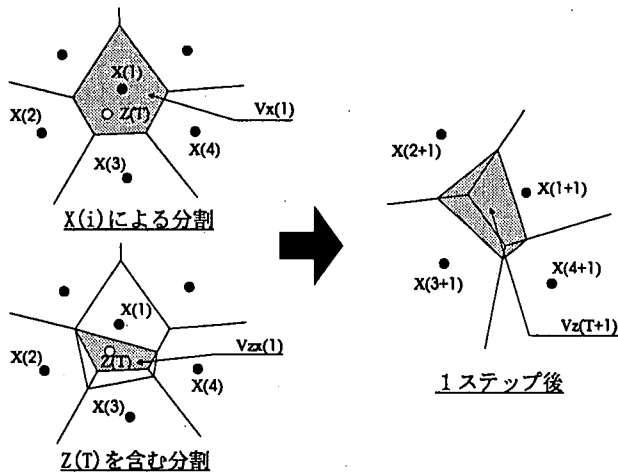


図-3 テセレーション法

4. 予測結果

4.1 適用データ

本研究で用いたデータを図-4に示す。計測期間は平成7年9月4日午前7時から9日午前7時まで、サンプリング間隔は5分である（データ数：1440）。

このデータから遅れ時間を5分と設定して再構成状態空間にデータベクトルを全て作成し、過去のものから数えて1,000点目までを既存のデータとする。埋め込み次元は式(2.1)により3次元とした。そして、逐次1点ずつデータベクトルを追加し、1観測周期先（5分後）の予測をデータがなくなるまで行った。これにより得られた予測値と実測値との比較を行った。

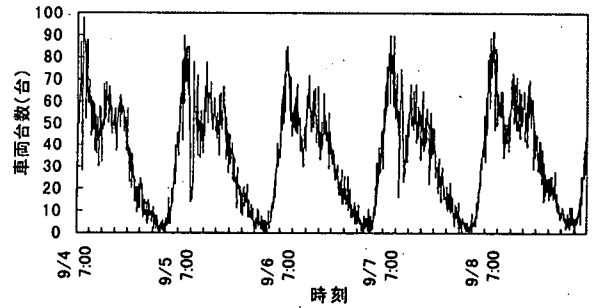


図-4 観測データ

(阪神高速道路13号東大阪線高井田入口)

4.2 予測値算出結果

予測結果を図-5, 6に示す。

グラムシュミット直交化法による予測において、車両台数の少なくなる時間帯における予測値の波形は実測値とほぼ一致していることがわかるが、明らかに結果の異なる時間帯も数点認められる。相関図からも、車両台数の多いところでのばらつきが大きいことが確認できる。相関係数は0.9050となった。

一方、テセレーション法による予測において、予測値の波形は実測値とほぼ一致していることがわかる。また、相関も認められ、相関係数0.9409と高い精度で結果を得ることができた。

以上のことから、本研究ではグラムシュミット直交化法よりもテセレーション法の方が良い結果を得ることができたといえる。しかし図-7に示すように、両手法ともに予測値と実測値との間の誤差が大きくなる時間帯もあり、十分な予測手法とは言い難い。そこで次に、それぞれの手法での問題点を挙げる。

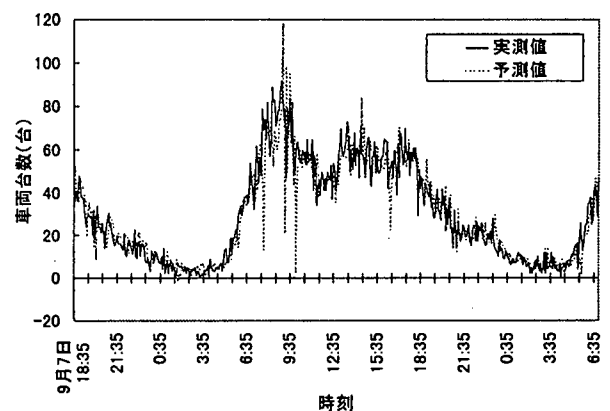


図-5 (a). グラムシュミット直交化法での予測結果

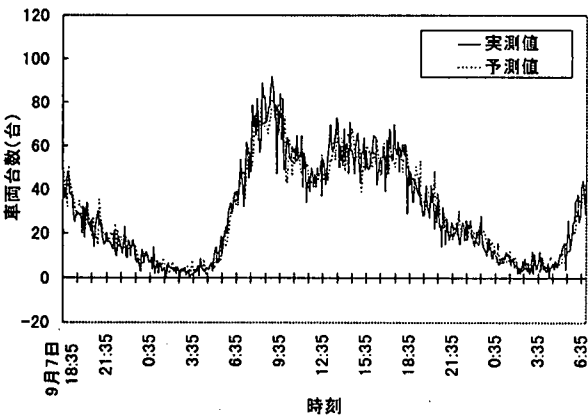


図-5 (b). テセレーション法での予測結果

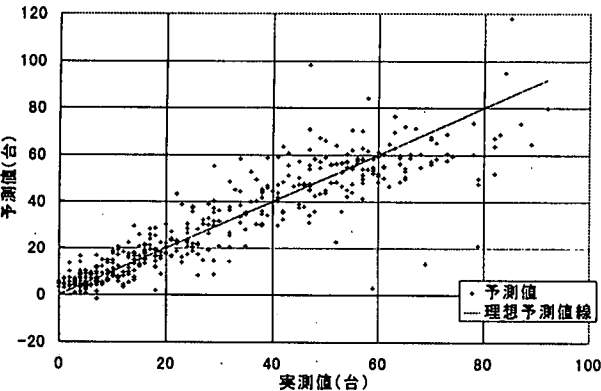


図-6(a). グラムシュミット直交化法での予測結果 (相関)

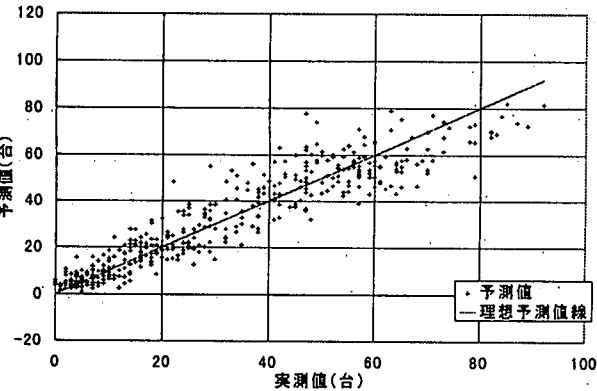


図-6 (b). テセレーション法での予測結果 (相関)

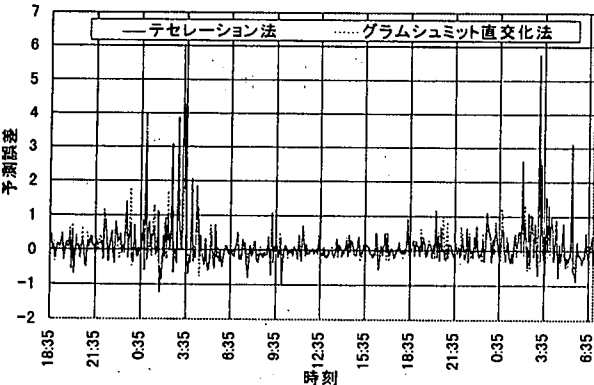


図-7 予測誤差

4. 3 各手法の問題点

グラムシュミット直交化法では、既存のデータベクトルから正規直交系を構成し、その直交系に最新データベクトルを射影している。射影は直交系の延長上にされるので、既存のデータの最大値および最小値よりも大きくあるいは小さくなる場合もあり、負数にもなりうる。また、この手法では最新データベクトルに最短のデータベクトルから直交系の主軸を構成している。これはSステップ後の予測において、偏りがでる原因のひとつであると考えられる。

一方、テセレーション法では、時系列データを再構成状態空間に埋め込んだときのデータベクトルを母点とする領域の割合から予測値を算出する。その際、最新点を既存の点によって内包して予測を行うので、予測値は既存のデータの最大値よりも大きく、あるいは最小値よりも小さくならないという問題点がある。

5. おわりに

本研究では、カオス理論を適用してランプ流入口における交通量予測を試みた。その結果、時系列データのカオス性を確認することができた。また2つの手法を用いてシミュレーションを行い、それぞれ予測値と実測値の間に相関の認められる結果を得ることができた。これらのことより、カオス理論を適用し交通量を予測することは可能であると考えられる。しかし一方で、両手法ともに問題点が明らかになった。今後はこれら問題点の解決策について検討を行い、精度が高く、システム化しやすい予測シミュレーションを行う予定である。

<参考文献>

- 1)五百旗頭正：カオスと予測，日本ファジィ学会誌 Vol.7, No.3, pp.486-494, 1995-6.
- 2)合原一幸：カオスー応用をめざしてー，数理科学, No.348, pp.5-10,1992-6.
- 3) F.Takens：In Dynamical Systemand Turbulence, Springer, Berlin, pp.366-381, 1981.
- 4) M.Sano, Y.Sawada：Mesurement of the Lyapunov spectrum from a chaotic time serise, Physical Review Letters, 55(10), pp.1082-1085, 1985.
- 5)長島弘幸,馬場良和：カオス入門, 培風館, 1992.
- 6)日本ファジィ学会：カオス応用システム, 朝倉書店, 1995.