II－36　新しいスケジューリングモデルの開発 －ＣＰＭ手法とは異なる理論としてのモデル化：速報－

立命館大学　正　員　春名　攻
立命館大学大学院　学生員　滑川　達
立命館大学大学院　学生員　○櫻井　義夫

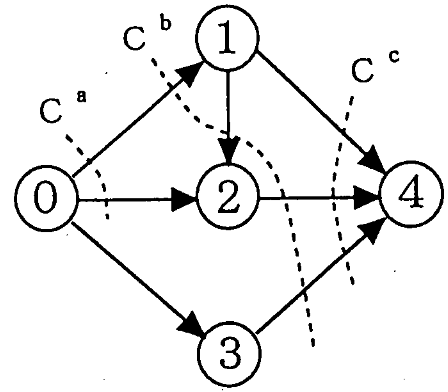
１．はじめに

大規模建設プロジェクトの工程計画において，計画者の希望する工期λに対して最小のプロジェクト費用を求めようとするには，これまでのところＣＰＭ手法を用いるのが最も有効な方法とされている．しかし従来のＣＰＭ手法では，各作業における時間と費用の関係を表わす費用曲線に線形性が仮定されていることが必要である．

これに対し，本論文においては，より一般的な費用曲線のもと，工期λでの最小工事費用を与える実行可能な工程計画案を求めることのできるスケジューリングモデル理論の開発を目指した．すなわち，本研究では，従来のＣＰＭ手法とは異なった理論的ベースで考察を展開するとともに，費用曲線が非線形・離散型である作業を含んだ一般的な場合にも適用できるアプローチの方法を開発した．さらに，例題ネットワークに対してここで開発したスケジューリングモデルを適用することにより，本理論の最適性を立証することができたので，速報として発表することとした．

２．問題の定形化に関する検討

一般の工程ネットワークには，日程の短縮計画において，ＣＰＭ手法適用の対象とはなり得ない作業を含む場合が多い．本研究においては，まず工期短縮に必要な日数である値，すなわち算出された標準工期λ’から指定工期λを減じた値αを用いて，最終終了時刻を(λ’－α)と置き換えたときに各作業のトータルフロートがマイナスとなる作業のパス(リミットパス)を短縮の検討対象作業として取出す方法を採用した（以下においては，これらの作業より構成されるネットワークをリミットパスネットワークとよぶ）．

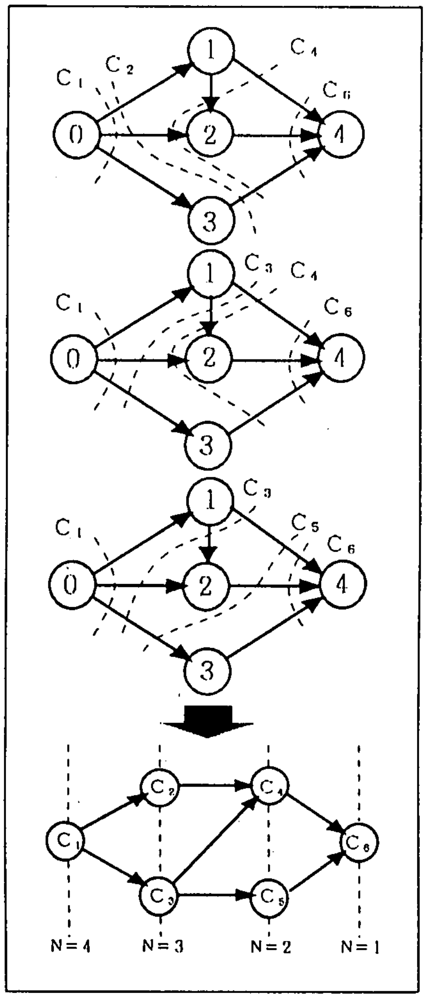


C^a：始点から終点までの全経路を切断していない…×
C^b：０→１→２→４の経路で３回の切断をしている…×
C^c：始点から終点までの全経路を１回切断している…○

図－１　カットの定義

さて，ここで求められるリミットパスネットワークでは全ての経路で短縮が必要となるため，この問題を本稿では複数経路の同時短縮問題として捉えることとした．この問題の検討にあたっては，カット概念を用いることが効果的であることがわかっている．特に，ここで用いるカットは，リミットパスネットワークを形成する全ての経路を同時並列的に検討し得る形でカットを求めることが要求される．そして，このようなカットは「ネットワークの始点から終点までの全経路をたかだか１回切断する」全てのカットに相当する．すなわち，上述の必要条件を満足していないようなカット，例えば図－１に示すカットc^aや，逆向き作業を含むc^bのようなカットはここでは取扱わず，本議論ではc^cのようなカットのみを取扱うこととなる．

しかし，単一のカット断面のみでは，経路の部分的な状態しか検討することはできない．すべての経路を全体的に検討していくためには，複数のカット間の構造関係にもとづく段階的な検討が必要である．カットをあくまでも同時作業が可能な作業の集合として求めなければならないが，このような全てのカ



図－2　カットネットワーク

ット集合の間には，「作業の持つ順序関係が写像したカット間の順序関係」が保存されていることがわかる．

すなわち，上述のカットの定義に着目すれば，任意の単一カットに含まれる作業間には順序関係は存在していない．そして，「隣接するカット間にはただ１つの結合点が存在しており，その結合点に連結している作業間の順序関係がカットの直接的な順序関係として写像される」こととなる．このようなカット間の順序関係を工程の流れに沿って構造化すれば次のような特徴があることがわかる．すなわち，対象となるネットワークに含まれるすべての作業を網羅するカットを，カット間に交差のないカットをその順序関係にしてネットワークとして求めると，**図－2**に示したような検討対象ネットワークを求めることができる．すなわち，対象ネットワークは，もとの工程ネットワークの作業間順序関係構造がトポロジカルに変換されて求められていることが理解される（なお，このネットワークをカットネットワークとよぶこととする）．ここでは，カットネットワークには順序行列を用いた既存の構造化手法を適用して，各カットのレベル設定をおこなっておくこととする．

このようなカットネットワークを求めることができれば，各作業の短縮状態はこのネットワークの始点と終点を結ぶ１つのルートによって表現できることになり，最小費用を与えるスケジュールは，カットネットワークにおける短縮状態の配分とルート選択の問題として表わすことができる．

3．問題の定式化に関する検討

以下においては，先に定形化して示した作業日程短縮型の工程計画問題を多段決定過程の動的計画問題(ＤＰ)として捉え，カットネットワークにおける配分時間問題として定式化していくこととする．

いま，状態変数をリミットパスネットワークにもとづく各経路の短縮状況，すなわち，

$$R_e = (r_e^1,\ r_e^2,\ \cdots,\ r_e^k,\ \cdots,\ r_e^m)$$

r_e^k；任意のレベルｅにおける経路ｋの短縮日数
ｍ；リミットパスネットワークに存在する経路の総数

のようなｍ次元ベクトルとおく．ただし，

$$R_e \in PR_e$$

PR_e；レベルｅにおいて実行可能な短縮状況パターンの集合

つづいて，決定関数を各段の短縮費用として設定する．いま任意のレベルｅにおける状態変数R_eのもとで必要となる短縮費用を

$$g_e(R_e) = g_e(r_e^1,\ r_e^2,\ \cdots,\ r_e^m)$$

と表わせば，この$g_e(R_e)$の値は

$$g_e(R_e) = g_e(r_e^1,\ r_e^2,\ \cdots,\ r_e^k,\ \cdots,\ r_e^m)$$

$$= \sum_{(i,j)\in Pc} \left(\frac{\sum_{k=1}^{m} a_{k,(i,j)} \cdot C_{(i,j)}(r_e^k)}{\sum_{k=1}^{m} a_{k,(i,j)}} \right)$$

$(i,\ j)$；作業
P_e；レベル e に設定されたカット c に含まれる作業の集合
$a_{k,(i,j)}$；リミットパスネットワークより作成した経路行列の構成要素
$C_{(i,j)}(r^k_e)$；作業$(i,\ j)$を r^k_e 短縮したときに要する費用

として求めることができる．

ここで，すべてのレベル(1，2，…，n)をとおしての各経路の総短縮状況パターン $WR_{(n)}$ を

$$WR_{(n)}=(r^1,\ r^2,\ \cdots,\ r^k,\ \cdots,\ r^m)$$

n；カットネットワークに設定されたレベルの総数
r^k；経路 k の総短縮日数

と表わせば，計画全体としての総短縮費用 $f_n(WR_{(n)})$は，各レベルの決定関数値，つまり短縮費用の総和として求められる．すなわち，

$$f_n(WR_{(n)})=f_n(r^1,\ r^2,\ \cdots,\ r^m)=\sum_{e=1}^{n} g_e(r^1_e,\ r^2_e,\ \cdots,\ r^m_e)$$

と表わすことができ，問題はこれを最小にすることである．また，このときの条件は，

$$r^k_1,\ r^k_2,\cdots,\ r^k_n \geqq 0,\quad \sum_{e=1}^{n} r^k_e=r^k \quad (k=1,\ 2,\ \cdots,\ m)$$

となる．ただし

$$WR_{(n)} \in PWR_{(n)}$$

$PWR_{(n)}$；n個の全レベルをとおして実行可能な総短縮状況パターンの集合

いま，この問題を

$$f_n(r^1,\ r^2,\ \cdots,\ r^m)=\min_{\sum_{e=1}^{n} r^k_e=r^k\ (k=1,2,\cdots,m)} \left\{\sum_{e=1}^{n} g_e(r^1_e,\ r^2_e,\cdots,\ r^m_e)\right\}$$

とおけば，上式の 1 から n までの各レベルは，フィードバックのないシステムとして捉えることができるカットネットワークより設定されているので，DPの基本原理である最適性の原理により，

$$f_1(r^1,\ r^2,\ \cdots,\ r^m)=g_1(r^1,\ r^2,\ \cdots,\ r^m)$$

$$f_n(r^1,\ r^2,\ \cdots,\ r^m)=\min_{0\leq r^k_n\leq r^k\ (k=1,2,\cdots,m)}\{g_n(r^1_n,\ r^2_n,\cdots,\ r^m_n)+f_{n-1}(r^1-r^1_n,\ r^2-r^2_n,\ \cdots,\ r^m-r^m_n)\}$$

のような繰返しの関数方程式として定式化することができる．

以上が定式化の概要であるが，次に例題を用いてこの解法の有効性を検証していくこととする．

4．例題ネットワークを用いた適用計算

ここでは，費用曲線が非線形・離散型で与えられているような作業を含む例題ネットワークに対して，モデル理論の最適性を検証する．すなわち，**図－3**のような例題ネットワークを用いて，4日，5日，6日短縮のための本スケジューリングモデルの適用計算を実施することとした．その演算結果については以下のとおりである．

・50日→46日（4日短縮の場合）

$$f_5(1,4,2,3)=g_1(1,1,0,3)+g_2(0,1,0,0)+g_3(0,0,0,0)+g_4(0,2,2,0)+g_5(0,0,0,0)=265\text{（万円）}$$

・50日→45日（5日短縮の場合）

$$f_5(2,5,3,4)=g_1(0,0,0,0)+g_2(0,0,1,1)+g_3(0,3,2,0)+g_4(0,0,0,1)+g_5(2,2,0,2)=385\text{（万円）}$$

・50日→44日（6日短縮の場合）

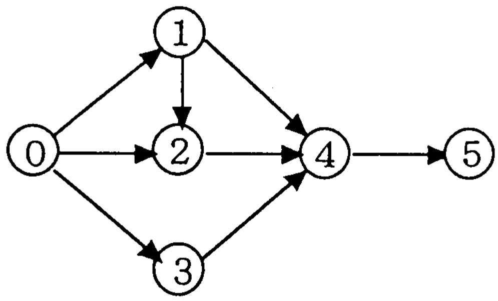
$$f_5(3,6,4,5)=g_1(1,1,1,1)+g_2(0,3,3,1)+g_3(0,0,0,1)+g_4(0,0,0,1)+g_5(2,2,0,1)=545\text{（万円）}$$

なお，**図－4**には上記3ケース短縮におけるすべての実行可能解の探索結果を示しておいた．

これらの結果より，各作業の費用曲線が一般形で与えられているような場合に関する本スケジューリングモデルの最適性が実証されたといえよう．

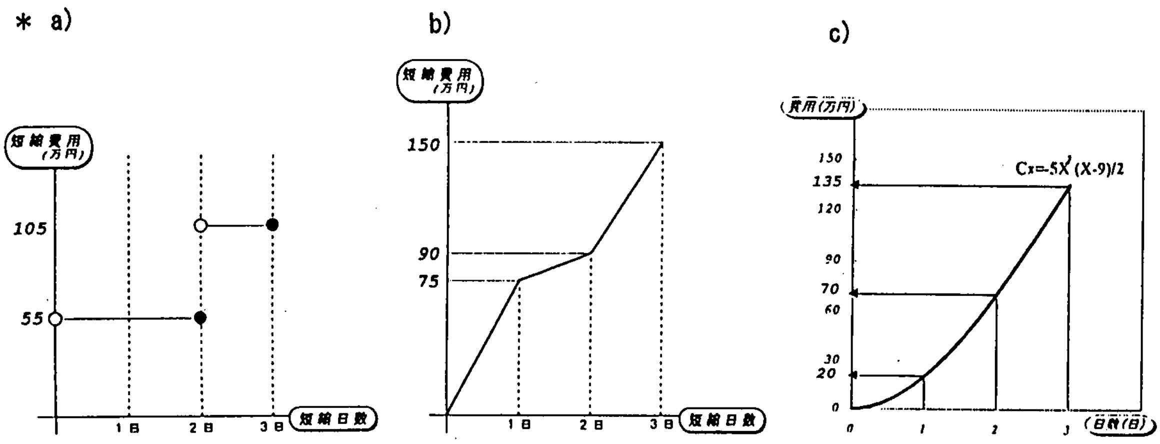
5．おわりに

以上のように，本研究において新たに開発した最



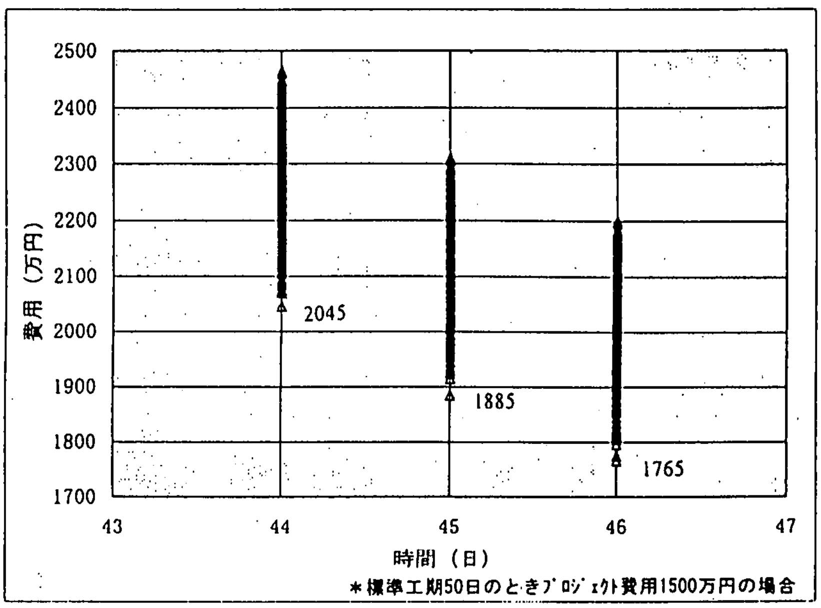
i	j	D_{ij} (日)	d_{ij} (日)	c_{ij} (万円/日)
0	1	11	8	a)*
	2	22	17	60.0
	3	10	7	b)*
1	2	13	10	40.0
	4	20	17	50.0
2	4	10	7	c)*
3	4	23	19	60.0
4	5	16	13	160.0

D_{ij}：標準所要時間
d_{ij}：特急所要時間
c_{ij}：費用勾配



図－3　例題ネットワーク

適ネットワークスケジューリングモデルは，ネットワークトポロジーの考え方を有効に活用し，またDPによる計算をおこなうことによって，従来のCPM手法では困難であった非線形・離散型の費用関数が与えられる場合でも適応できるものとなっている．また，アルゴリズムが複雑であるというCPM理論の大きな問題点をもこのスケジューリングモデルは克服しているとともに，その演算形態は繰り返し計算を得意とするコンピュータの能力を有効に発揮させることができるものであるといえる．



図－4　実行可能領域の探索結果

今後は，今回開発したネットワークスケジューリングモデルをさらに大規模な実際レベルでの工程ネットワークにおける実証的検討を実施していきたいと考えている．また，このネットワークトポロジーの考えにもとづくスケジューリングモデル理論は，近似解法しか手法化されていない資源配分問題にも応用が可能であると考えている．したがって，今後は資源配分問題の最適解法の開発研究を進めていきたいと考える．

【参考文献】

1)春名攻，原田満，荒川和久；ネットワークトポロジー理論を用いた工程計画のための日程短縮モデルに関する研究，土木学会土木計画学・研究論文集，1992, 11.