Ⅱ－10　応力も出力可能なモード解析の計算時間

The Calculation Time of Modal AnalysisThat Can Output Stress

畠　進
Susumu Hatake

【抄録】低次の固有ベクトルだけを用いる普通のモード解析では、元々解こうとした荷重分布とは異なる分布に対する応答が得られる。そのため、外力の周波数成分だけからモード数を決めると、応力の計算精度が保証されない。この問題点を解決する方法として高次モードの応答を静的に補正する方法がある。本報告では、静的に補正する方法を追加して、常に信頼性の高い応力の計算値を出力できるようにした構造振動解析プログラムS01を用いて、その計算時間が精度の悪い従来法とほとんど同じであることを確認した。

【Abstract】The conventional modal analysis which employs lower modes gives solution for the load distribution which is different from original load distribution. Then the calculation accuracy for dynamic stress is not guaranteed when number of modes is determined by frequency only. This fault is deleted by the method in which the responce of higher modes is corrected statically. In this report, it is verified that the calculation time of presented method is almost equal to that of conventional method. This work is performed by the dynamic response analysis program S01 which is software product for sale.

【キーワード】モード解析、静的補正、準静的補正、動的応力、構造振動解析、モード重ね合わせ法、Zベクトル、モーダルアナリシス、計算時間

【Keywords】Modal method, Static correction, Quasi-static correction, Dynamic stress, Structural dynamics, Mode superposition method, Z vectors, Modal analysis, Calculation time

1．緒言

線形動的応答解析で広く利用されている、低次モードを用いたモード解析による計算結果は、元の荷重とは別の荷重分布に対する厳密解（全部の固有モードを用いた時と同じ解という意味）である。そして、別の荷重分布にどのように近似されるかは、構造物の形などに依存し、構造物によってはとても受け入れられないものとなる時がある。これを補正するための方法[(1)(4)]が既に提案されていて，著者自身は有効な方法と考えるが実際に、どの程度利用されているか、不明である。

本報告では、特にその計算時間について検討し、3次元はり構造物の例について、構造振動解析プログラムS01[(5)]を用いて調査した。そして、計算時間は従来法とほとんど同じであることを示す。ここでの結果はパソコンによる調査結果であるが、スカラの大型計算機には、そのまま適用される。

2．現行のモード解析による解

本章では、現在広く利用されている普通のモード解析が何を計算しているかを、片持はりを例にして

〒300 茨城県土浦市神立町663-26、（有）クラツキ、0298-31-9618
jh2s-htk@asahi-net.or.jp

説明し、その改善の余地あるいは問題点について説明する。緒言では「別の荷重分布に対する厳密解」と述べたが、面内の片持はりの応答について２次モードまで用いて，図１(a)の荷重分布に対する応答を計算すると、図１(b)の荷重分布に対する応答が計算される。すなわち、上の別の荷重分布というのは図１(b)である。その理由を以下に説明する。

まず，１次の固有振動モードは図２(a)の形である。固有振動モードは形だけが意味があり、大きさそのものは、全体を何倍しようが任意である。この形は静的にある荷重分布と吊り合うが、その分布は図２(b)である。非減衰の動的運動方程式は

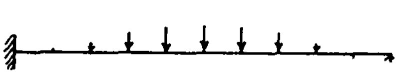
$$[M]\{\ddot{x}\}+[K]\{x\}=\{f\} \qquad (1)$$

である。$\{x\}$が１次の固有振動モードであれば左辺の第１項と第２項は図２(b)を定数倍したものになる。したがって、右辺も同じ形であってはじめて式(1)が成立する。それゆえ，１次モードのみを考慮した時は動的運動方程式(1)は図２(b)の外力分布に対してだけ成立する。２次モードだけを考慮した時についても同様に考えればよい。次に１次モードと２次モードを考慮した時は、変形モードは１次モードと２次モードの重ね合わせであるから，図２(b)と２次モードによる同様の図の一次結合に対してしか、式(1)は成立しない。図１の外力分布の場合は、(a)の外力分布に対する応答を計算しようとすると，(b)の分布に対する応答が計算される。

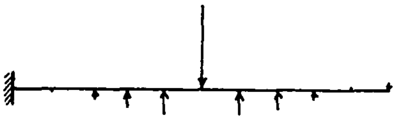
具体的に、図１(a) の荷重が時間的に図３のように変化した時のt=Tでのせん断力の分布を表示すると図４(a) のような分布となる。この時刻での応答は静的応答であり、この応答だけを知りたいのであれば静解析で十分である。しかし、線形が非線形の特別な場合であるのと同様に、静的応答は動的応答の特別な場合である。したがって、静的応答を正しく解けない動的計算方法は、ある種の欠陥を有していると言え、そのような方法を利用するにあたっては、その欠陥を正しく理解し必要に応じ回避しなければいけない。材料力学によれば静的なせん断力分布は図４(b)のようになり、(a)とは明らかに異なる。この違いを許すかどうかは、計算の目的などを勘案して判断されなければいけない。

従来法の利用の可否について、この計算例だけから、最大値が同程度であるから従来法でも構わないなどと安易に判断し今までと同様に従来法を使い続けてはいけない。従来法を使うのであれば、一つ一つの計算結果についてそれを利用してよいのかどうかを正しく判断しなければいけない。その判断は極

(a) これに対する応答を計算したい

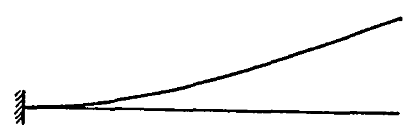


(b) これに対する応答が計算される

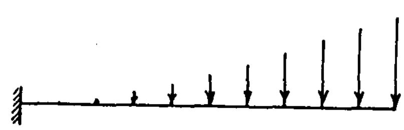


(c) これに対する応答を補正要

図１　モード解析の荷重分布（片持はり）



(a)　固有振動モード



(b)　荷重分布

図２　１次モードと荷重分布

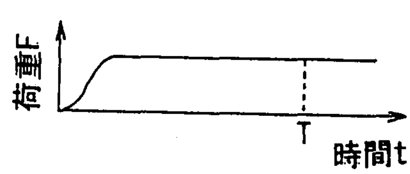
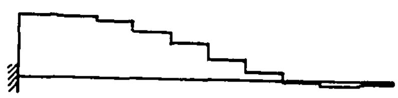


図３　荷重の時間的変化



(a)　従来のモード解析

(b)　材料力学

図４　せん断力分布

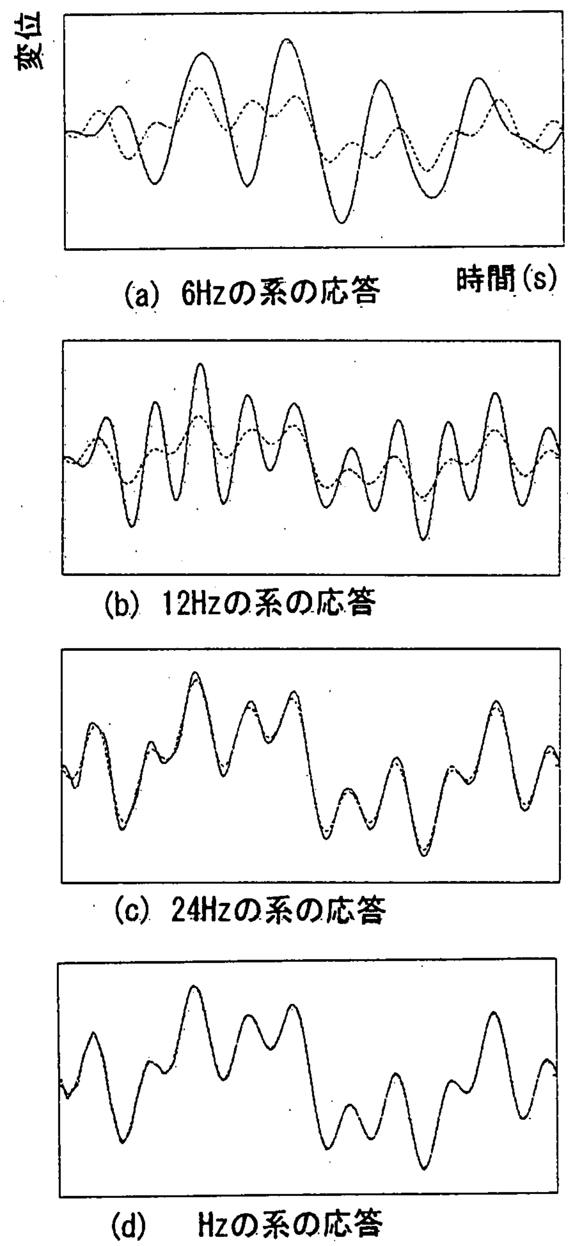


図5　慣性項の有無の比較

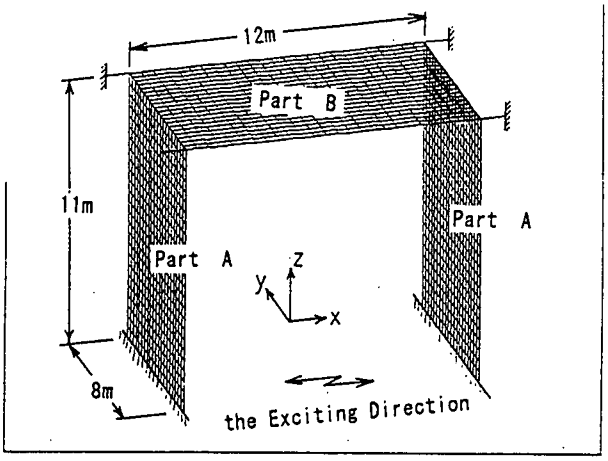
めて困難であり、特に計算結果を利用できる時と利用できない時の中間のどこで境界線を引くかは至難の技であり従来法のプログラムだけですべてをカバーすることは不可能である。また、その欠陥を計算機のパワーで補おうなどというのは馬鹿げている。しかし、従来法の欠点を補償できる方法(1)(3)が既に提案されていて、計算時間もほとんど同じである。その方法について次章に説明する。

3．応力出力が許されるモード解析

前章に述べたように、従来のモード解析には改善すべき問題点が残っている。その問題点を解決できる方法の一つとしてHansteen(1)の方法を紹介する。

従来法のモード解析によるプログラムでは、応力または要素荷重について利用してはいけない数値と構わない数値が区別されずに出力される。その意味では応力値は警告付きで出力すべき値であるかもしれない。従来法によるモード解析を利用する時、川島(2)が言うように,①外力の周波数成分より十分高い固有振動数のモードまで計算してあること、②外力分布が計算してある低次のモードの慣性力の分布の重ね合わせで精度良く近似できること、の二つの条件を同時に満たしている必要がある。①の条件が無視されることは少ないと思うが、②の条件は必ず考慮されているかどうかについては、いくつかの著作物の文面からは、一般の認識が不十分のようにも思える。地震応答計算に関して言えば、20Hzまたは30Hz以下の固有振動モードを用いて計算するだけで、②の条件を考慮していない時、応力値として正しい値が出力されている保証はない。本章で紹介する方法では外力分布を二つの分布に分離する。図1(a)、(b)の差をプロットしたのが(c)である。(a)は(b)と(c)の和である。その時、線形の系においては、(a)に対する応答が、(b)に対する応答と、(c)に対する応答の和である、というのは動的応答も静的応答も同じである。前章で説明したように,(b)に対する応答は、従来のモード解析によってその厳密解が得られる。したがって,残りは(c)に対する応答を計算して(b)に対する応答と足し合わせればよい。ところで、(c)の荷重分布は(a)から低次モードを励起する成分を抜き取ったものであるので、低次モードの刺激係数は零である。(逆に、(b)に対する高次モードの刺激係数は零である) 高次の固有ベクトルは計算したくないので(c) に対する応答をモード空間で解くことはできない。この計算方法の場合、外力の周波数成分に対して高次の固有振動数は十分高いとする。すなわち、外力の周波数成分に対し十分高い振動数のモードまで固有振動数モードを計算する。

例えば、1自由度系を1Hz, 2Hz, 5Hz, 10Hzの正弦波を合成した入力波形で加振した時の応答を計算すると図5のようになる。(a)～(d)は固有振動数が6Hz, 12hz, 24Hz, 48Hzの系の応答である。破線は慣性項を省略した静的な応答、実線は慣性項を考慮して正しく時間積分した結果である。ここに見られるように6Hzや12Hzの系では慣性項を省略することは許



k=2×10⁹N/m

	Part A	Part B
E	213.2GPa	206GPa
ρ	9360kg/m³	7800kg/m³
A	48cm²	170cm²
I	1160cm⁴	42350cm⁴

the Number of Elements = 3624
Nodal Points= 2125
Equations =12474
Eigen Vectors= 24
Half Babdwidth= 132

図6　計算モデル

されないが、24Hzや48Hzの系では慣性項を省略してもそれほど大きな誤差は生じない。図５の結果は、この例についてだけ成立することではなく、外力の周波数成分に対して、固有振動数が十分高ければ常に成立することである。このことから,図１(c)の外力分布に対しては、モード空間では慣性項を省略しても構わない。そして、モード空間で省略することと物理空間で省略することは等価であるので、物理空間において慣性項を省略してよい。以上の方法によって、固有ベクトルを計算しないで図１(c)に対する応答の精度のよい近似値を計算できる。

以上のHansteenによる方法では静的に補正するが、著者による方法[4]（外力項を考慮した一般化座標と呼んでいたが今後はＺベクトルと呼ぶ）では準静的に補正する。

４．計算時間

本章では、本手法を用いても従来法と比較し計算時間がほとんど増えないことを示す。その時の前提は、固有振動モードの個数は同じ、固有値解法としてサブスペース法を用いる、ということである。

前章で述べたように、信頼性の点で本手法は従来法に比較し優れている。また、固有値解法としてサブスペース法より遅い手法、例えば原点移動付き逆反復法を用いた時には従来法を基準にして計算時間の増加割合は小さい。しかし、いずれにしても、増加割合に比べ信頼性の向上の利点は大きく、モード解析は本手法またはそれと同等な手法にすべて置き換えられるべきであると考える。

表１　計算時間

	M1	M2	M3
要素マトリックス	17	10	10
全体マトリックス	7	7	7
三角分解	62	61	61
方程式を解く	1470	1464	1367
イタレーション	1767	1775	1652
最終ファイル出力と高次モード	4	38	131
エラーチェック	91	90	99
固有値解析	1944	1969	1956
時刻歴応答解析	16	17	17
合計	1985	2004	1991

M1:従来法, M2:Hansteenの方法, M3:Zベクトル

表１に方程式数12474のモデル(図６)について24個の固有ベクトルを用いた計算を３種類の方法で計算した時の計算時間を示す。全体の計算時間は３つの方法で大きな差はなく、この例については全体の1%以下の差しかない。他のモデルについても同様であり、高次モードについて静的(Hansteenの方法)あるいは準静的（Ｚベクトル）補正をしても計算時間はほとんど増加しない。

５．結言

高次モードの応答を静的に補正する方法の計算時間について検討した結果、次の結論を得た。

固有振動モードが同じという条件の下で、三次元はりモデルを用いて固有振動モードの個数24個として調査した結果、計算時間の増加は1%以下である。そして、他の場合も高次モードの補正を、計算時間をそれ程かけないで実行できる。

参考文献

(1) Hansteen, O.E. and Bell, K., Earthq. Eng. Struct. Dyn., (1979-10), p405
(2) 河島、動的応答解析、（昭47）、p33、培風館
(3) 畠・重田, 機論, 50-449, C (1984), p11
(4) 畠, 機論, 51-468, C (1985), P1897
(5) http://www.asahi-net.or.jp/~jh2s-htk/
ただし ~は(shift)+(¥の左)