

檜山和男（中央大学）

○樋口 誠（中央大学）

岡田 毅（日本電子計算）

1. はじめに

水面波動解析を迅速にかつ精度良く行うためには、波長（または水深）の変化に応じた適切な格子や要素分割データを自動的に作成し、用いることが要求される。これまで、格子あるいは要素分割の妥当性を表す指標としては、一般に“要素幅波長比”が用いられており、その値が1/10以下が望ましいとされている^[1]。しかし、複雑な境界形状を有する解析領域内に対して、この要求を満たす分割を自動的に行うことは容易ではない。したがって、波長（または水深）の変化に応じて、自動的に格子や要素の分割を行う方法を構築することは、海岸・海洋構造物の計画及び設計上重要であると考えられる。

著者らはこれまで、複雑な境界形状を有する領域内の水面波動解析を高精度に行うための自動要素分割法を提案してきた^{[2], [3]}。その方法の特徴は、解析領域全体でクーラン数がほぼ一定となるように分割を行うものであり、これにより波長の変化に適応した分割を行うことが可能となり、計算の安定性のみならず精度の向上も図れることが確認された。しかし、節点総数が多い場合には、計算時間が多大になるという問題点が残されていた。本報告は、この問題点を解決することを目的として、要素分割の方法としてデラウニー法^[4]を用いることの検討を行うものである。

2. 自動要素分割法の概要

本手法は、解析領域全体でクーラン数がほぼ一定となるように要素分割を行う。すなわち、

$$c = u \cdot \Delta t / \Delta x = \text{constant} \quad (1)$$

ここに、 c はクーラン数、 u は代表的速度、 Δt は微小時間増分量、 Δx は代表的要素サイズである。代表的速度としては、次の長波の波速を用いる。

$$u = \sqrt{gh} \quad (2)$$

ここに、 g は重力加速度、 h は水深である。なお、 $L = uT$ （ L ：波長、 T ：周期）の関係から、(1)式は次式と等価な関係が得られ、(1)式の条件を用いることにより波長の変化に応じた要素分割が実現されることが分る。

$$L / \Delta x = \text{constant} \quad (3)$$

本手法は、ランダム分布法^[5]の一種と定義することができる。すなわち、解析領域の境界を定義した後、解析領域内に節点を発生させて要素分割を行う方法である。本手法のアルゴリズムは次のようである。

ステップ1：解析領域の境界上に節点を設定（座標位置、水深）する。このとき外部境界（解析領域を示す境界）は反時計回りに、内部境界（島、構造物等）は時計回りに節点番号が連続になるように設定する。

また、水深の既知点に節点を設定する。その他の入力データは、クーラン数の計算に必要な微小時間増分量 Δt 、節点の発生間隔 δ である。

ステップ2：ステップ1で設定した節点を用いて、解析領域全体を三角形要素で分割する。この要素を仮要素と定義する。要素分割の方法として、今回新たにデラウニー法を用いる。

ステップ3：要素サイズ関数を定義しクーラン数が一定となるように、解析領域の境界上に新節点を発生させる。

ステップ4：ステップ3と同様に、クーラン数が一定となるように、解析領域の内部に新節点を発生させる。

ステップ5：ステップ1で設定した節点とステップ3、4で発生した節点を用いて、解析領域全体をデラウ

ニー法により三角形要素に分割する。この要素を本要素と定義する。

ステップ6：ステップ3、4で発生した新節点の水深を求める。これは、新節点が仮要素のどの要素内に含まれるかを判定した後、仮要素の節点の水深値を用いて線形補間により求める。

ステップ7：各要素のクーラン数を計算し、その値がほぼ解析領域全体で一様になるまで節点の移動を行う。節点の移動後は、再びステップ6に戻り水深を求める。

3. デラウニー法^[4]の適用

デラウニー法は、“局所的最小角最大原理”に基づき、任意に設定された節点群を最も正3角形に近い形で分割する方法である。ただし、デラウニー法は、境界という概念がないため、対象領域が凸な場合には領域内を完全に3角形要素で分割することができるが、領域が凹な場合には凹部の内部にも要素分割を行ってしまう。したがって、デラウニー法を水面波動解析の要素分割に適用する場合には、設定した解析領域の境界形状を壊さないように、凹部の内部には要素分割を行わないように工夫する必要がある。本報告では、デラウニー法により要素分割を行った後、境界形状に適合するように要素分割の修正を行うことを考える。アルゴリズムは、以下に示すとうりである。

ステップ1：与えられた節点を用いて、デラウニー法^[4]により要素分割を行う。

ステップ2：各境界辺について横切る要素を抽出し、境界辺を忠実に再現するように関係する節点を用いて要素の再分割を行う（図-1参照）。この操作は以下の手順により行う。

- ①境界辺を横切る要素を抽出し（図-1(a)参照）、消去する。
- ②境界辺を横切る領域を、境界辺を境にして2つの小領域に分割する（図-1(b)参照）。
- ③各小領域においてデラウニー法を適用して、要素の再分割を行う（図-1(c)参照）。

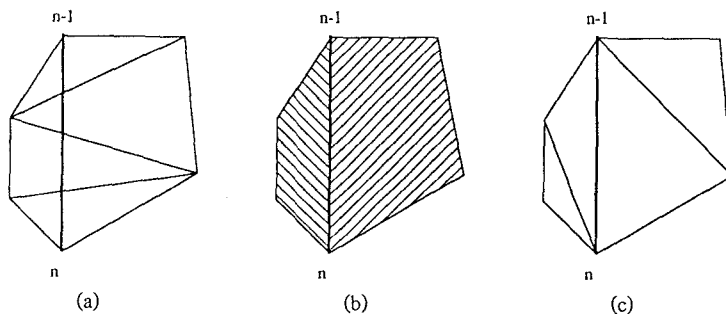


図-1 境界の再現法

ステップ3：分割された要素が領域の内部にあるか外部にあるかの判定を行い、外部にある要素を取り除く。

前処理として、境界辺をもつ要素の節点の並び順を小さいものから並び替える。すると、要素が外部領域にある場合には節点の並び順が時計回りになり（図-2参照）、その要素の面積が負となる。この判定法により、外部領域にある要素を

抽出でき取り除くことができる。この方法は、谷口、太田^[6]の方法にならっている。

以上述べた方法により、凹な領域に対しても境界を忠実に再現し要素分割を行うことが可能となる。

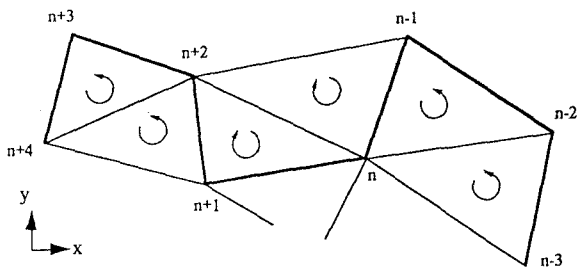


図-2 領域内・外要素の判定

4. 要素分割例

要素分割例として、本手法を境界形状及び水深形状が複雑な伊豆七島の新島周辺海域の要素分割に適用した例を示す。

本例では入力された節点総数は300、微小時間増分量 Δt は15秒、節点の発生間隔 δ は150mと仮定して要素分割を行った。図-3に仮要素分割図を示す。図より、境界形状を忠実に再現して要素分割が行われていることが分る。図-4に、最終的に得られた要素分割図を示す。節点総数は2568、要素総数は4762である。そして、図-5に水深図を示す。図より、水深変化に適應した要素分割が実現されていることが分る。なお、計算時間は、61秒(FACOM VP-30)であった。

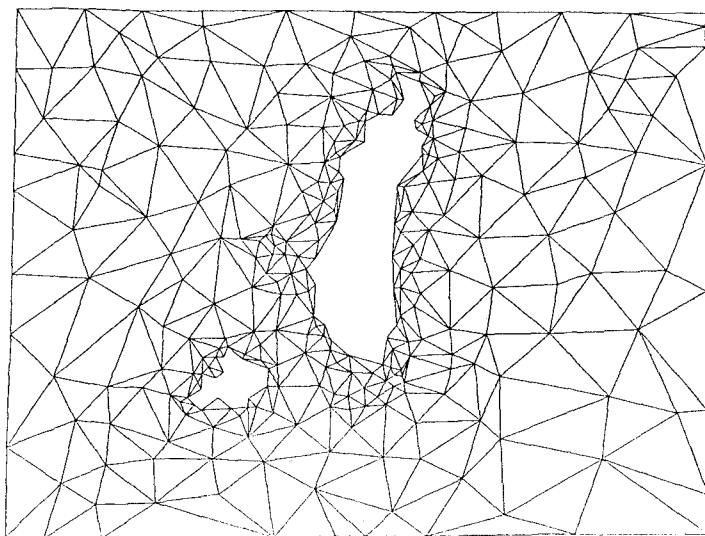


図-3 新島周辺の仮要素分割図

0 5km

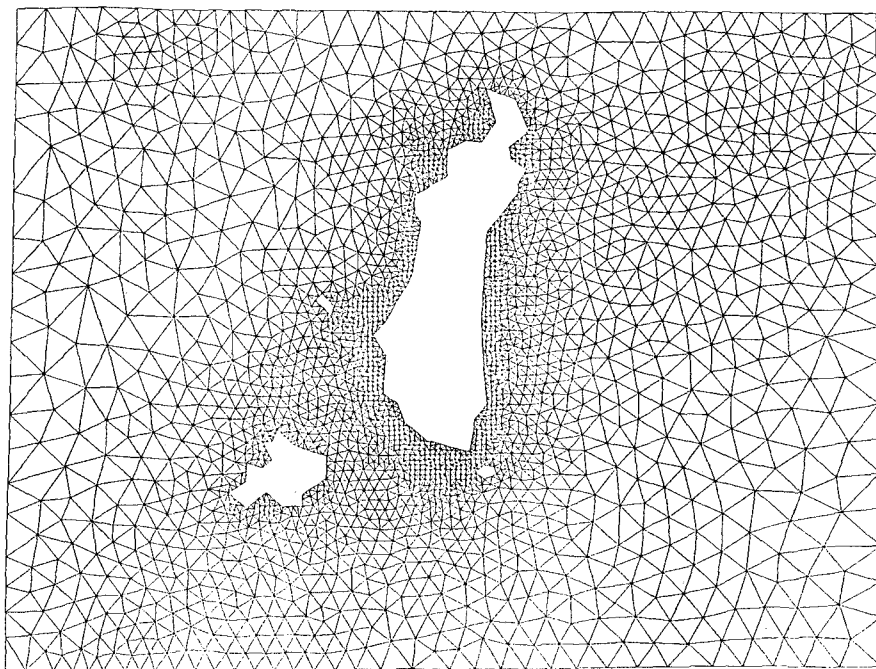


図-4 新島周辺の本要素分割図

次に、本手法を有明海の要素分割に適用した。図-6に、著者らの従来の方と、デラウニー法を適用し

た本手法との計算時間の比較を行った結果を示す。図より、本手法の計算時間は、節点数の増加と共にほぼ線形に増加する傾向を示し、高速化が図られていることが分る。

なお、本手法は入力データの微小時間増分量 Δt と節点の発生間隔 δ の値により、節点総数と要素総数をある程度調節することが可能である。

5. おわりに

本報告において、従来著者が提案している水面波動解析のための自動要素分割法の高速化を行うために、要素分割の方法として、デラウニー法を適用することの検討を行った。その結果、計算時間の大幅な短縮を図ることができた。今後は、データの高精度化とより計算時間の高速化を図るために、節点の発生方法および水深の補間方法について検討を行う予定である。

なお、本報告では、微小時間増分量を入力して、クーラン数が一定となるように要素分割を行ったが、プログラム上では、入射波の周期と1波長あたりの分割数を入力して、その分割数を一定とするように要素分割を行うことも可能となっている。

参考文献

- [1] C.C.Mei, "The Applied Dynamics of Ocean Surface Waves", 740p., Jhon Wiley & Sons, New York (1983).
- [2] Kashiyaama, K and Okada, T, "Automatic mesh generation for shallow water flow", Proc. 3rd Int. Symp. on Comput. Fluid Dynamics, Nagoya, pp.875-881 (1990)
- [3] 櫻山和男、岡田毅, "浅水長波有限要素解析のための適応型自動要素分割法"、第4回数値流体力学シンポジウム講演論文集、pp.299-302 (1990)
- [4] Sloan, S.W., "A fast algorithm for computing Delaunay triangulations in the plane", Advances in Eng., Vol.9, No.1, pp.34-55 (1987)
- [5] Lo, S.H., "A new mesh generation scheme for arbitrary planner domains", Int.J.Numer.Methods Eng., Vol.21, pp.1403-1426 (1985)
- [6] 谷口健男、太田親, "直線辺で構成される任意二次元領域へのデラウニー三角分割の適用"、土木学会論文集 No.432, pp.69-77 (1991)

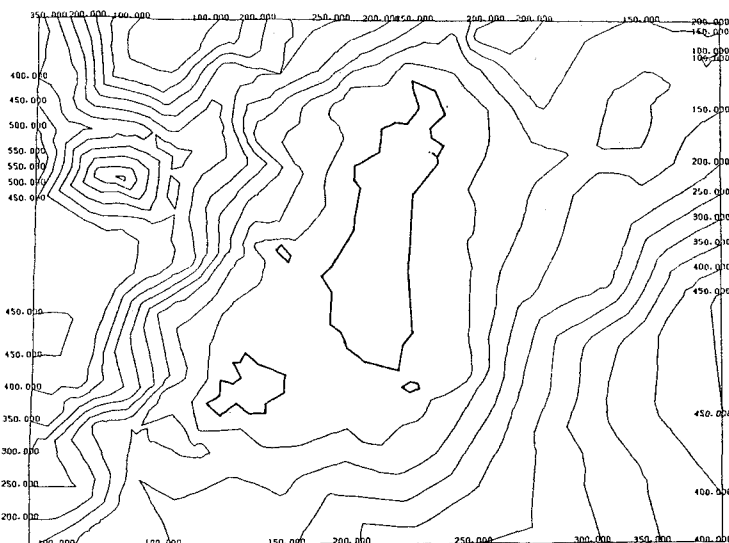


図-5 新島周辺の水深図

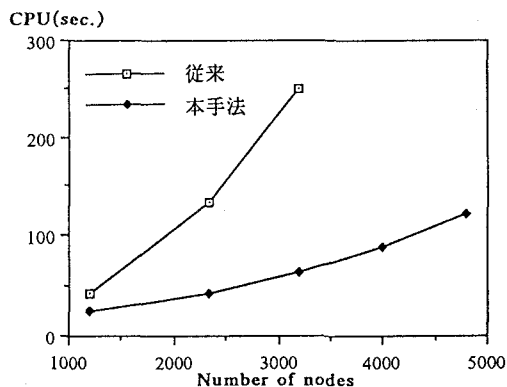


図-6 計算時間の比較