

# 比較手法を用いた教育用有限要素法システムに関する研究

愛知県庁

○ 伊藤寿彦

川内職業訓練短期大学校

二宮公紀

名古屋大学

加藤雅史

## 1. はじめに

パソコンやワークステーションなどの価格低下とそれらの機能の向上という相互作用により、計算機は身近な存在として認識され、教育の分野に応用されるようになってきた。大学はもとより高等学校や中学校、さらには小学校や幼稚園においてもこれらを用いた教育についての研究活動が盛んに行われている。たとえば中学・高校では、数学の基礎解析の授業・理科の実験<sup>1)</sup>、古典の授業における助動詞の活用の学習に使われている。大学・短大クラスになると、栄養学の実習でカロリー計算実習システムに使われている例や、工学の分野で計算機を用いた有限要素法実習教育の事例もいくつか報告されている<sup>2)~6)</sup>。

一方コンピュータ先進国であるアメリカでは、小学校において新しい文化の享受と新しい教育の方法を探求するためにコンピュータを使って単語教育やタイプ学習などをさせたりする例<sup>7)</sup>から、コーネル大学が政府から援助をもらって“SOCRATES”という教育用構造解析システム(システムが膨大となったためワークステーションレベル以上が対象)を開発し、アメリカの工学系大学に配布し構造解析の教育に活用している例<sup>8)</sup>もある。

コンピュータを使った実習教育はコンピュータの発展・普及とともにますます増えてゆくことであろう。そこで著者らは、構造力学の副教材としても活用できるような、比較手法を導入した教育用有限要素法システムの開発を行った。開発に際して計算機は普及率の高いパソコンを用い、プログラム言語には最近注目を浴びている構造化BASIC(Quick BASIC)を用いて開発を行った。

有限要素法の開発・研究は、コンピュータの発達とともに格段の進歩を見せており、数値解析手法の中でも重要な位置を占めている。有限要素法を用いての解析は、“使い易さ”を求められるようになってプリ・ポストプロセッサの開発が着手されてから久しい。これらのプロセッサにより、有限要素法の原理・プログラムの内部構造などを理解することなくブラックボックス的に使用することができるようになった。これは有限要素法の1つの利点であると考えることもできるが、信頼度の高い解析結果を得るために、また有限要素法システムの応用や拡張を図るために、理論から実用にわたる理解が不可欠である。大学の学部卒業生が今後実務において有限要素法を用いる機会がいっそう増すものと予想される現在、大学在学中に有限要素法を理解、体験しておくことは重要なことと言えるだろう。

本論文では、2~4章において開発した教育用有限要素法システムの内容を説明する。5章では、実際に工学系の学生に使用してもらい、開発したシステムで狙った教育効果の達成度を調査した結果を述べ、6章でシステムに対する考察を加える。

## 2. 教育用有限要素法システムの構成

ここで作成した教育用有限要素法システムは、これから有限要素法を学ぶ者、有限要素解析を行おうとする者が少しでも有限要素法に慣れ親しみ、データを入力すれば答えがでてくるという“ブラックボックス”的な有限要素解析を少しでも“クリアボックス”に変えてゆくということを目的として作られている。

プログラムでは、有限要素解析において要素の違いによって結果がどれほど変わるのが、分割の仕方の違いがどれほど結果に影響するのかなど、全部で6つのテーマが比較効果を有効に利用する工夫を施して用意されている。ユーザは、自分自身で作成したデータと各テーマモジュールにおいて予め用意されているデータや理論解<sup>9)</sup>と比較してゆくことによって有限要素解析によって得られた解の誤差、精度、信頼性などを知

することができるようになっている。

この有限要素法システムは、図2.1に示すように起動用のメインプログラムと5つのテーマモジュール、8つの補助モジュールの計14個のモジュールより成り立っている。これらはすべて独立したモジュールという形式をとっている。また、ユーザによるプログラム操作はマウスの使用を前提としたが、機能の選択においてはファンクションキーでも使用できる形式とした。

ユーザ自身がシステムを取扱う過程(データの作成過程も含めて)は、有限要素解析を行ったという貴重な実体験となり、有限要素法の仕組みを学ぶ者にとっては、その理解を高めることになるであろう。さらに、有限要素解析をこれから行おうとする者には、要素選択・分割の仕方など解析にあたって注意していかなければならないことを、体験の上で知ってもらうことができることと思われる。

- テーマ1：用いる要素による結果の違いについて
- テーマ2：分割の違いによる解の精度について
- テーマ3：バンド幅の大小による計算時間の差と解の精度について
- テーマ4：分割の個数の違いによる解の精度について
- テーマ5：最適な補強はどこか

## テーマモジュール 構成

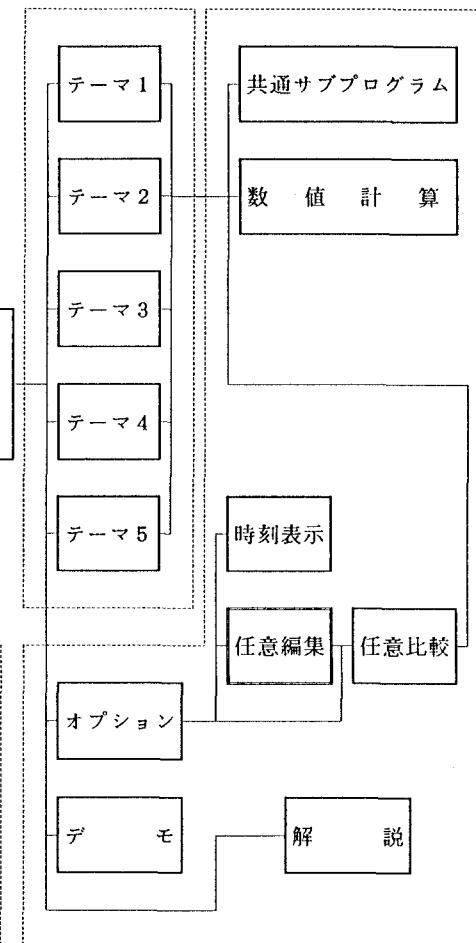


図2.1 教育用有限要素法システムの構成

### 3. メインプログラム、テーマモジュールの目的とその内容

#### 3.1 メインプログラム

このプログラムは、教育用有限要素法システム全体をコントロールする。起動と同時に全体を通しての目的が画面に表示され、ついで各テーマモジュールなどへの初期選択画面が表示される(図3.1)。ユーザによってテーマが選択されると、各モジュールの機能へ制御が移行される。テーマごとの作業が終了すると再びこのプログラム

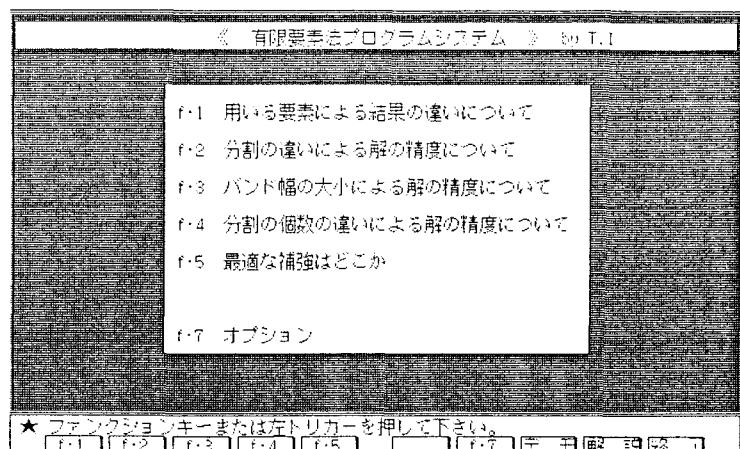


図3.1 起動時の初期選択画面

に戻ってくることになる。

### 3.2 テーマモジュール

#### 用いる要素による結果の違いについて(テーマ1)

テーマ1の目的は、使用要素の違いによる結果の違いと、同一要素での分割の仕方の違いによる結果の違いをユーザに認識してもらうことである。テーマ1は、モジュール内で更に3つのパートに分かれるという構成をとっている。テーマ1の内容を表3.1、写真3.1に示す。

#### 分割の違いによる解の精度について(テーマ2)

テーマ2では、四分円の円弧の形状を直線境界を持つ要素、曲線境界を持つ要素でメッシュ分割し、それらの解の精度について検討させることを目的としている。用いられる要素は三角形平面要素、4節点アイソパラメトリック平面要素、8節点アイソパラメトリック平面要素である。ユーザは、このテーマを通して曲線形状を直線で近似するためにはどうしたら良いのかということを認識するとともに、8節点アイソパラメトリック要素を使った分割を経験できるようになっている。テーマ2の内容を表3.2、写真3.2に示す。

#### バンド幅の大小による計算時間の差と解の精度について(テーマ3)

テーマ3の目的は、節点番号の付け方(バンド幅の変化)が計算時間と結果に及ぼす影響を示すことである。ユーザはこの結果を認識することによって、有限要素解析における節点番号の付け方の持っている意味を知ることになり、今後の有限要素解析に生かしてゆくことができる。テーマ3の内容を表3.3、写真3.3に示す。

#### 分割の個数の違いによる解の精度について(テーマ4)

テーマ4においては、三角形平面要素、はり要素などを用いて分割の個数の違いが、解析結果にどのような影響を及ぼすかをユーザに知ってもらうことに主眼がある。このテーマによって、有限要素解析を行う際に、どんな要素を使ったときに分割数をどれほどにすればどれくらいの精度を持った解析結果が得られるか、ということをユーザは認識でき、有限要素解析に生かしてゆくことができるであろう。テーマ4の内容を表3.4、写真3.4に示す。

#### 最適な補強はどこか(テーマ5)

テーマ5では、トラスやラーメンなど基本的な構造形式の補強をするために新しく節点を設けて新しい要素を作ったり材料定数を変えたりする作業を通じてデータの作成など簡単な有限要素解析を体験してもらい、有限要素法に対する興味を引き出すことを目的としている。テーマ5の内容を表3.5、写真3.5に示す。

### 4. 想助モジュールの役割と機能

#### 共通サブプログラム・モジュール

このモジュールには他のモジュールで頻繁に使用されるサブプログラムを集めてある。サブプログラムとしては、基本画面を作るサブプログラム、解析対象図を描かせるためのサブプログラム、データの読み込みを行うサブプログラムなどがある。このモジュールを実行中のモジュールに常駐させておけばそのモジュールから必要なときに“CALL”するだけで使用することができる。

#### 数値計算・モジュール

これも共通サブプログラム・モジュールと同じように他のモジュールをサポートするモジュールであるが、特に計算のためのサブプログラムが専用に入っている。使用法もユーザが作ったデータなどを計算させるモジュールに常駐させておき、“CALL”で呼出す。計算結果を自動的にファイルへ書き込むという作業も含せ行う。

表3.1 用いる要素の違いによる結果の違いについての目的と機能

目的	はり要素と棒要素の違いを示す
機能	☆濃淡8色による軸力表示 ☆3パターン変位図表示 ☆正負で色分けされたせん断力図・モーメント図表示
目的	すべて剛結と想定した各種トラス形式に部分的にヒンジを入れたときの挙動を示す
機能	☆ユーザの自由なヒンジ化設定 ☆ユーザ作成パターンと既存パターンの比較
目的	三角形平面、長方形平面、4節点・8節点アイバラトリック平面、はり要素の違いを示す 三角形平面要素での分割の仕方の違いによる結果の違いを示す
機能	☆ユーザが選んだ2パターンと理論解の比較 ☆骨組要素と平面要素の比較 ☆三角形平面要素の分割パターンを4種類の中から選択比較

表3.2 分割の違いによる解の精度についての目的と機能

目的	4分円の円弧の形状を直線で作ることによる誤差について、各種要素を用いてその解の精度を示す
機能	☆ユーザが8節点アイバラトリック平面要素を用いて4分円の分割を体験 ☆ユーザ作成パターン、三角形平面要素、4節点アイバラトリック平面要素、8節点アイバラトリック平面要素の中から2つを選択し比較

表3.3 バンド幅の大小による計算時間の差と解の精度についての目的と機能

目的	節点番号の付け方によるバンド幅の変化が計算時間と解析結果に及ぼす影響を示す
機能	☆ユーザによる節点番号の変更 ☆既存パターンとユーザ作成パターンの比較 ☆解析結果の表示、計算時間、バンド幅の表示

表3.4 分割の個数の違いによる解の精度についての目的と機能

目的	各種要素において分割の個数の違いが解析結果の精度に及ぼす影響を示す
機能	☆解析結果の表示に加えて理論解に対する割合の表示 ☆グラフ表示と数値表示の両方で解析解の理論解への収束状況を表示

表3.5 最適な補強はどこかの目的と機能

目的	有限要素法に慣れ親しむ
機能	☆補強前と補強後の力と変位の比較 ☆具体的データ形式の表示 ☆節点あるいは要素を加えたり、材料定数を変えるなど全く任意の補強

#### オプション・モジュール

このモジュールには3つの機能が用意されている。それらは、ユーザがまったく任意に2つのデータを比較できる任意比較機能、ユーザが任意のデータを作成できる任意編集機能、時刻表示機能の3つである。任意比較機能が選択されたときには、図2.1から分るように共通サブプログラム・数値計算モジュールも利用することになる。任意編集機能が選択された場合は、有限要素法のデータ作成のために開発したプログラムに制御が移り、そこでデータ作成作業を行なった後、任意比較モジュールに戻って来ることになる。

#### 任意編集・モジュール

有限要素法用のグラフィックデータエディタである。データ作成作業に当っては、その手順に充分な柔軟

性を持たせるとともに、入力エラーをチェックするための種々のルーチンが組込まれている。このモジュールで作成できる要素には、棒要素、1端ヒンジのはり要素、はり要素、定ひずみ3角形平面要素、定ひずみ長方形平面要素、4節点アイソパラメトリック平面要素、8節点アイソパラメトリック平面要素がある。データ入力作業中の模様を写真4.1に示す。

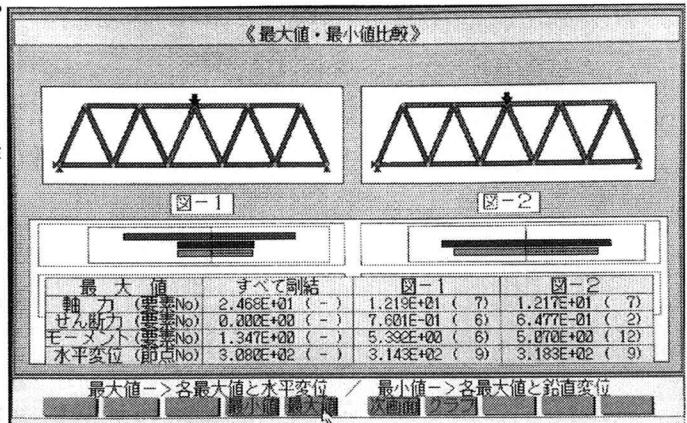


写真3.1 テーマ1の剛結とヒンジの比較画面

#### 任意比較・モジュール

このモジュールでは、ユーザがオプションの任意編集機能でデータを作成した後、編集したデータを計算させ、比較させることができる。このモジュールが起動するとまず始めに、別のディスクからデータの読み込みを行うかを聞いてくるようになっている。他のディスクからのデータはユーザ用に設けられたサブディレクトリに納められ、読み込み作業の後で自動的にそのサブディレクトリに格納されている全てのファイル名を画面に表示するようになっている。ユーザはデータ名をキーボードから打ち込む必要なくマウスでできるようになっている。データが2つ選ばれると直ちに計算を行い、終了の後、変位、力(応力)、計算時間などの比較を行うシステムとなっている。

#### 解説・モジュール

このモジュールでは、テーマモジュールの目的を簡単に解説している。

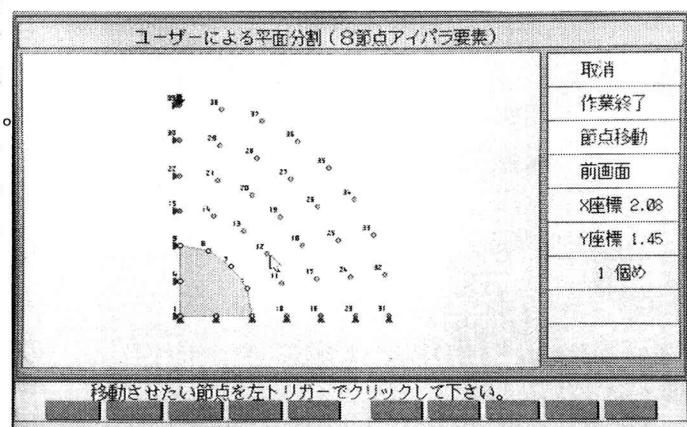


写真3.2 テーマ2のデータ編集画面

#### デモ・モジュール

このモジュールは、教育用有限要素法システムのテーマモジュールのデモンストレーションを行うためのものである。ユーザは1テーマごとにデモンストレーションを行う方法を選択することもできるし、5テーマをランダムにつぎつぎと見せてゆくデモンストレーションを選択することもできる。

#### 5. 教育用有限要素法システムの使用調査結果

有限要素法システムを土木工学科の4

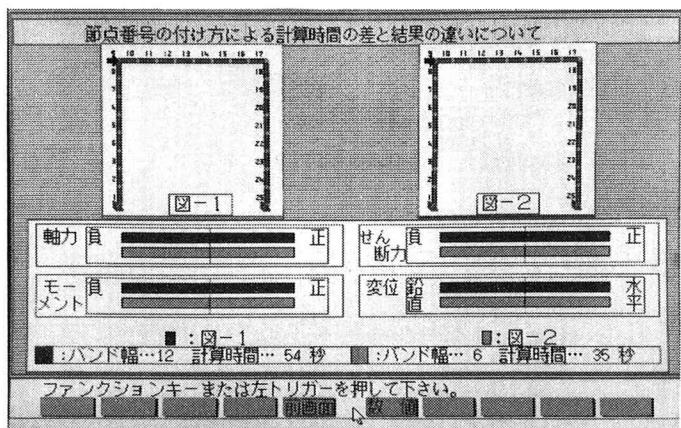


写真3.3 テーマ3のデータ選択画面

年生（4人）、大学院2年生（2人）、建築工学科の3年生（5人）に使ってもらい、目的の達成状況についていくつか質問をしてコメントを受けた。その結果をまとめると以下の通りである。また、テーマごとの代表的な写真も合せて示す。

### 5.1 テーマ1について

棒要素とはり要素の違いに関しては、

① 棒要素は研究上都合良くて実務

上あまりよくないな

② そうなのか

というコメントが返ってきた。大半は②のコメントで印象の程度は大きくなかったようである。

三角形や長方形平面要素など平面要素間の違いについては、

① なるほどね

② 要素の種類による分割数の割合はどのようにして決めたのか

③ 単純に比較してよいのか

というコメントを得た。①のコメントが多く、良い手ごたえを感じたが、②、③のコメントがあったことも記憶しておかねばならない。

三角形平面要素を用いたときの分割の違いが解へ及ぼす影響については、

① 何でも同じかと思っていた

② 分割数を増やせば精度は上がると思っていたが、分割方法を考えることも必要だと実感した

というコメントであった。どんな切り方でもあまり変わらないと思っていた人が多かったようで、教育的効果がうまく現れたパートであったようだ。

部材すべてにはり要素を用いた各種トラス形式に部分的にヒンジを入れたときの影響については、

① 興味深いものがある

② シミュレーションとしては良い

というコメントに代表されるように、ユーザの多くは興味を示してくれた。

### 5.2 テーマ2について

比較の画面で理論解が示されていなか

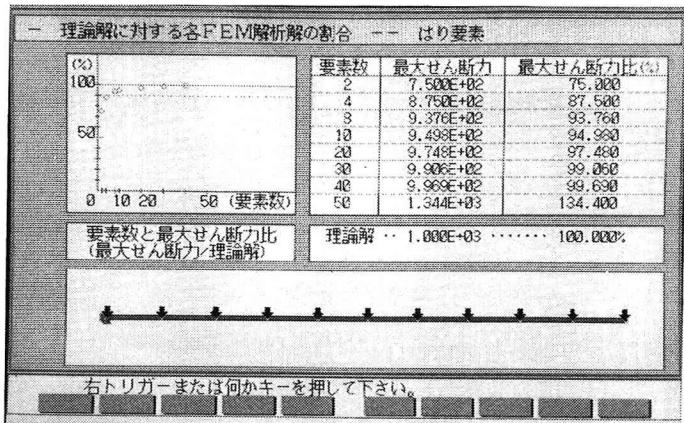


写真3.4 テーマ4の比較画面

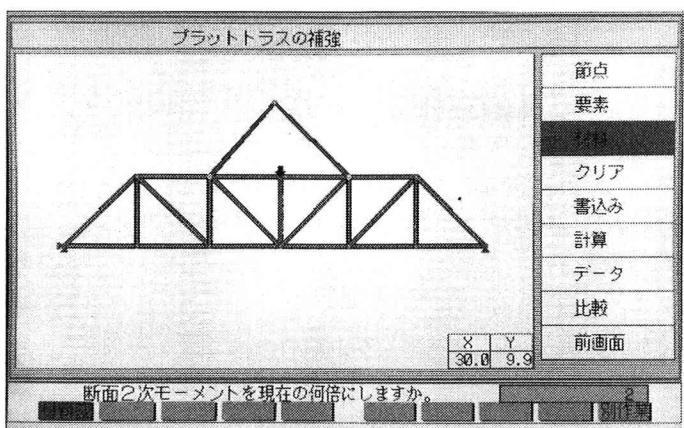


写真3.5 テーマ5の補強編集画面

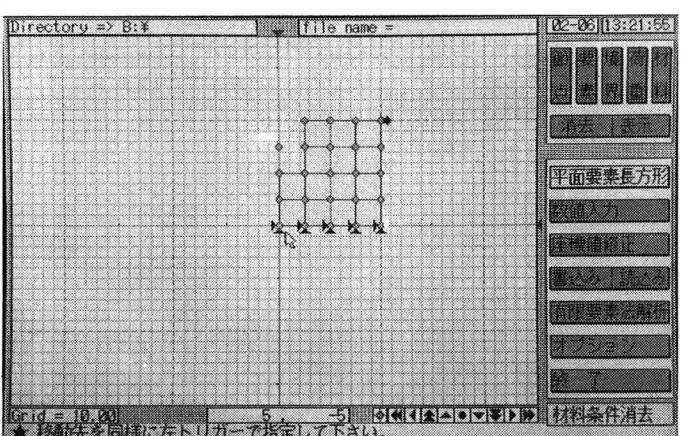


写真4.1 任意編集画面

ったため、

- ① 教育用という立場上、理論的なものにどうしたら近づくのかの実証性が欲しい
- ② 要素によって違いがあるのはわかるけど、どちらが精度が高いのか分からぬ  
という今後の改良を求めるコメントが出された。

ユーザによる節点を結んで4分円を分割させる作業に対しては、

- ① 非常に難しい、② 分割することの難しさが分かった  
という意見が多かった。また、教育用という立場上
  - (a) 分割の仕方に点数をつけるなどすれば良いのでは
  - (b) 説明が見にくいで検討したら

という建設的意見を出してくれたユーザもいた。

### 5.3 テーマ3について

節点番号の付け方の違いによる計算時間の違いについては、

- ① 特に分かりやすかった
- ② 少しのことですいぶん計算時間が違うんだな
- ③ バンド幅が大きいと計算に時間がかかる事を実感でき、再認識できた  
という意見が多く、好評を得たようである。

節点番号を並べかえさせる作業については、

- ① 簡単でよい、② わかりやすい  
という意見が大半だった。

### 5.4 テーマ4について

分割の個数による解の精度については、

- ① 分かりやすく良い
- ② グラフによる表現によって結果が見やすくて良い
- ③ 理論解に対して何%以内の違いだったら解析解としてOKとみなすか。またそのときの分割個数はどの程度かといったことを解析例から示してみてはどうか  
という意見も出された。

### 5.5 テーマ5について

最適な補強箇所を調べる機能については、

- ① たいへん良い機能だと思う、② 楽しむことができた
- ③ どれが一番丈夫か、というようなクイズ形式にしたらもっと楽しめる  
というコメントを得た。特に、①、②が多く、興味を持ってもらえたようである。

### 5.6 全体について

全体としては、本有限要素法システムが目的としていた項目の中で、

- ・有限要素法に慣れ親しむ。
- ・有限要素解析をするに当たって注意していかねばならないことを知る。
- ・解析解の誤差、精度、信頼性を知る。
- ・構造力学の副教材として活用する。

という点において高い評価が集まった。

特に、構造力学の副教材として活用するという点で高い評価を得ることができた。しかし、有限要素法の仕組みを知るという点では、それほど高い評価は得られなかった。

## 6. 結論

平面要素の分割の仕方による結果の違いについてユーザに示してゆくところで、「要素の種類による分割数の違いはどのような根拠で設定したのか」という意見があったが、このシステムではユーザがさらに自己学習することによってその点を学べるように作成したつもりである。しかしへユーザが解析結果を見るにあたって、理論解などを参照するなどしてデータの決め方についてシステムの方で何等かの結論を持っておく必要性もあると思われる。

また、一度に大量に見せるのではなくて、ちょっとずつ小出しに見せてゆくというテクニックを使っていかないとユーザが読むのに飽きてしまう可能性も考えられる。教育用としては、重要なことであると思われる。

システム全体については、有限要素法に対する関心・認識を大いに与えることができ、構造解析に対する興味をかなり引き出すことができたと思われる。その点で本システムの比較手法を用いて教育するという目的の大半は達成されたと思える。

目的の大半は達成されたと先述した。なぜ全てが達成されたと言うことができないのかというと、有限要素法の仕組みを知るという点でそれほど高い評価を得ることができなかつたからである。この点に関しては、ユーザが有限要素法の仕組みを理解できるほどのシステム構成ではなかったからで、今後その点に関してもっと充実させることを考えねばならない。

今回の比較手法を取り入れた教育用有限要素法システムは、これから有限要素法を学んでゆこうとする人や構造力学を学んでいる人々に対して極めて有効なシステムであると言える。特に、今回ユーザからのコメントでもかなり高い評価を得た構造力学での副教材としての活用に関しては、構造解析に対する興味を引き出す道具として十分使用してゆくことができると思われる。

## 参考文献

- 1) New教育とマイコン、学研、No. 6, 1989
- 2) 酒井信介：F E M教育用 C A I システム、機械の研究、第41巻、No. 1, 1989
- 3) 酒井信介、久田俊明、中島尚正、及川和広、常盤祐司：計算機援用有限要素法教育システムの開発、日本機械学会論文集、No. 510A, 1989, pp. 348-355
- 4) 尾崎哲明、二宮公紀、梶田建夫、島田静雄：パーソナルコンピュータを利用した有限要素法の教育用プリ・ポストプロセッサーについて、第11回電算機利用に関するシンポジウム、1986, pp. 47-50
- 5) Ninomiya, K., Kajita, T. and Baba, S.: Educational System of Finite Element Method using Personal Computer, Proc. of 2nd. Int. Cof. on EPMESC, Guangzhou, 1987, pp. 58-61
- 6) 二宮公紀、梶田建夫、馬場俊介：トレーニングモードを含んだ有限要素法システム“S E S N A”、構造工学における数値解析法シンポジウム論文集、第11巻、1987, pp. 281-286
- 7) New教育とマイコン、学研、No. 1, 1990
- 8) Project SCRATES: Cornell University
- 9) C. T. ワン著、猪瀬寧雄訳：応用弹性学、森北出版、1971