

有限要素法システムにおける3次元解析データの処理について

大阪府庁 ○ 浅野俊光
名古屋大学 二宮公紀
名古屋大学 梶田建夫

1. はじめに

有限要素解析システムに常備されるプレ・ポストプロセッサでは、それぞれが果している機能を視覚的にわかりやすく表示することが重要なポイントである。ポストプロセッサにおいて3次元解析の結果の表示を行なう場合、その表示方法として2次元解析等で採用される方法の他に、立体を平面化状態で処理できるような何等かの工夫をこらす必要がある。Contour line (以後CLと略す)は通常よく使用される表示法であるが、3次元解析ではCLを任意の断面で表示できるようにすることも要求される場合がある。CLをいかに正確に、速く、見やすく、簡単に描くかについて多くの研究がなされているが、パソコンを用いてCL処理を行なう場合はその早さについて特に気をつけねばならない。

本報告では、パソコンを用いた有限要素法の教育システムのポストプロセッサに、このCL表示を導入し、3次元解析を行なった場合のCL表示の利用法について検討を行なった。

2. システムにおけるCL表示

著者らは、パソコンを使用して教育部を持つ有限要素法の汎用システム作りを行なってきた。このシステムでは、大容量のデータを持つ解析は大型計算機にて行ない、その他は全てパソコンでも行なうことができる方式を採用している¹⁾。このシステムの教育部は有限要素法についての初心者が使用することを前提として作られており、そこではパソコンによる視覚的效果を利用した計算を行なうことができるし、有限要素法の教科書としての基礎的な知識を得ることができるようになっている。

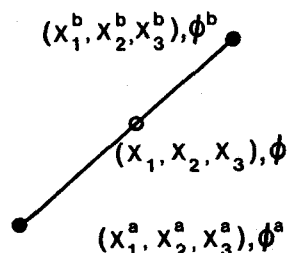
教育部に含まれるポストプロセッサでは、主応力・相当応力(以後 ϕ で示す)などのCLによる処理と要素ごとにその値の大きさを表示する処理とを自由に使い分けられる。ここでは以下に主として要素として六面体要素を用いた3次元データのCL処理について触れていくことにする。

2.1 CL処理と補間

CL表示法では1つの要素を1単位として考え、要素内の値を与えられたデータで推定することになるが、推定に使用される補間法として以下のような方法がある。

- (1) 要素内を細分割し滑らかに連絡するまで線形補間を繰り返す方法²⁾
- (2) 要素の辺上の点だけを線形補間して求め、その点列データによりスプライン関数等の滑らかに曲線を描く補間関数を用いる方法³⁾
- (3) 1次式、2次式で仮定された方程式を、要素内の n 等分した点の値で解いて点列を求める方法⁴⁾

ここでは、(1)~(3)の方法で使用される三角形、四角形メッシュを六面体要素に拡張して適用し、3次元解析に利用できるCL表示について検討を行なった。また、教育的効果を一層発揮するために解析対象体の表面のみのCL表示だけでなく、内部を任意の面で切った切断面のCL処理についても取扱えるようにすることを考えた。



2.2 要素辺上の ϕ の位置の推定

要素辺上の ϕ の座標は、図-2.1のようにその端点の座標と ϕ^a 、 ϕ^b より、

図-2.1 要素辺上の ϕ の決定

式(2.1)の簡単な比例式で求めることができる。ただし r は $0 \leq r \leq 1$ の範囲になければならない。また、 $x_1=x$, $x_2=y$, $x_3=z$ の関係がある。

$$x_i = x_i^a + r \cdot (x_i^b - x_i^a) \quad (i=1, 2, 3) \quad (2.1)$$

$$r = (\phi - \phi^a) / (\phi^b - \phi^a) \quad (2.2)$$

2.3 要素内の ϕ の位置の推定

図-2.2のように局所座標(r, s)を考えると、節点 $a \sim d$ の座標値と $\phi^a \sim \phi^d$ は既知であるから、要素内の ϕ の位置は式(2.3)で決定できる。

$$x_i = (1-r)(1-s) \cdot x_i^a + r(1-s) \cdot x_i^b + r \cdot s \cdot x_i^c + (1-r) \cdot s \cdot x_i^d$$

$$(i=1, 2, 3)$$

(2.3) 図-2.2 線形補間の局所座標系

ただし ϕ は式(2.4)で定義されている。

$$\phi(r, s) = (1-r)(1-s) \cdot \phi^a + r(1-s) \cdot \phi^b + r \cdot s \cdot \phi^c + (1-r) \cdot s \cdot \phi^d \quad (2.4)$$

ここで、 r を $0 \leq r \leq 1$ の範囲で任意とすると、その時の s 座標は式(2.4)よりつぎの式で求められる。

$$s = \{\phi - (1-r) \cdot \phi^a - r \cdot \phi^b\} / \{(1-r) \cdot \phi^a - r \cdot \phi^b + r \cdot \phi^c + (1-r) \cdot \phi^d\} \quad (2.5)$$

r を与えて式(2.5)より求まった s が $0 \leq s \leq 1$ の範囲にあれば、この r, s の値を式(2.3)に代入することによって ϕ の位置が求まることになる。

また、図-2.3のように節点の座標が8個与えられている場合、 ϕ の位置は局所座標(r, s)を使用して式(2.6)で決定できる。

$$x_i = C_0 + C_1 \cdot r + C_2 \cdot s + C_3 \cdot r \cdot s + C_4 \cdot r^2 \cdot s + C_5 \cdot r \cdot s^2 + C_6 \cdot r^2 + C_7 \cdot s^2 \quad (i=1, 2, 3) \quad (2.6)$$

$$C_0 = 0.5 \cdot (x_i^a + x_i^f + x_i^g + x_i^h) - 0.25 \cdot (x_i^a + x_i^b + x_i^c + x_i^d)$$

$$C_1 = 0.5 \cdot (x_i^b - x_i^f)$$

$$C_2 = 0.5 \cdot (x_i^c - x_i^g)$$

$$C_3 = 0.25 \cdot \{x_i^a + x_i^c - (x_i^b + x_i^d)\}$$

$$C_4 = 0.25 \cdot \{x_i^a + x_i^b - (x_i^c + x_i^d) + 2 \cdot (x_i^c - x_i^f)\}$$

$$C_5 = 0.25 \cdot \{x_i^d + x_i^a - (x_i^c + x_i^b) + 2 \cdot (x_i^f - x_i^h)\}$$

$$C_6 = 0.25 \cdot \{x_i^c + x_i^d + x_i^a + x_i^b - 2 \cdot (x_i^g + x_i^f)\}$$

$$C_7 = 0.25 \cdot \{x_i^c + x_i^d + x_i^a + x_i^b - 2 \cdot (x_i^h + x_i^f)\}$$

r と s は式(2.4)のように式(2.6)の x_i を ϕ に入替えた ϕ に関する式から決定される。式(2.3)の位置決定の方法は、六面体要素の表面の CL 表示に利用され、式(2.6)は六面体要素の任意切断面における CL 表示の際に利用される。

2.4 3次元データの CL 処理

切断面を持った3次元データの表示には次の規則が用いられている。

- 切断面は3点の座標を右回りに指定することにより決定される。
- 法線ベクトルが3点座標に対して右ネジの法則に従って作られる。
- 切断面に立てられた法線ベクトルの正の方向にある物体を、切断面に垂直な方向から描く。

従って、切断面は常に表示されることになる。六面体要素上の切断面が確定されると、表示する CL のデータをディスプレイ上の座標系に

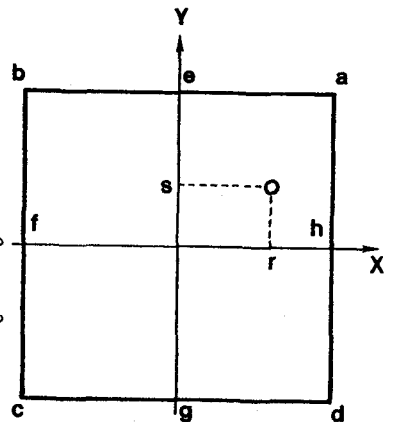
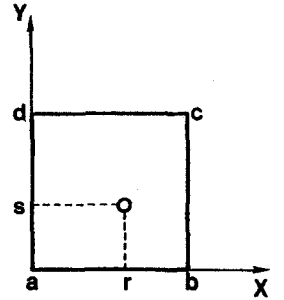


図-2.3 2次補間の局所座標系

変換すれば、六面体要素内の切断面上のCLが描かれることになる。また解析対象体の表面のCL表示では、見られる方向により影となる面が生じるので隠面処理も施されている。

2.4.1 表面上のCL処理

解析対象体の表面上のCLは視線方向の角度を指定することにより、CLのデータが処理され、ディスプレイ上の座標に変換され描き出されることになる。表面上の値のみを問題とするCL表示では2次元データにも適用できる処理の他に以下の様な処理が施される。この場合各六面体要素において、全体の表面となる面を捜して処理する必要がある。これは以下のようにして行なわれる。

- (a) 六面体要素を形成する6つの四辺形平面要素を抜き出す。
- (b) 各々の面が他の六面体要素の1平面と重なるかどうか調べる。
- (c) 重ならない場合についてのみ、CL表示の処理を行なう。

ここで、ある切断面と表面の交線においてCLを連結させるためには、表面上は式(2.3)の線形補間による方法によって、切断面上は式(2.6)の2次補間によって ϕ の位置を計算することが必要である。

2.4.2 切断面上のCL処理

切断面のCL表示には以下の方法が採られている。

- (a) 個々の六面体要素の各辺について各々が切断面と交わるか調べる。
- (b) 交点があれば、六面体要素内での切断面の形状を調べる(三角形～六角形の可能性がある)。
- (c) 三角形、五角形、六角形の場合は、四角形として処理できるように変換する。
- (d) 交点と交点間の midpoint の座標と $\phi^a \sim \phi^r$ を計算する。
- (e) 式(2.6)を用いてCL処理を行ない、スクリーン座標系に変換し、CL表示をする。

2.5 適用例

このシステムにおいては、利用者が与えた問題を解くことも出来るが、システム自体に練習用の種々の問題が蓄積されているので、これらより問題を選択させてこのシステムの利用を教育することができるようになっている。写真-2.1はその例の一部である。

写真-2.2は、直方体の温度分布の解析の結果を示したものである。解析は底面に1℃、その他の面に0℃を与えて、全体の1/4を対象としている。同写真は直方体のある断面で切断してCLを表示している。

つぎに直方体の中心に直方体の穴を持ち、その穴の表面を1℃、外側の表面を0℃とした問題を解析した。実際の解析では対象条件から、全体の1/8の部分解析している。その結果は写真-2.3、2.4、2.5に示される。写真-2.4と2.5は任意面で切断し、解析対象体の中の温度分布を示している。これらの3次元データの

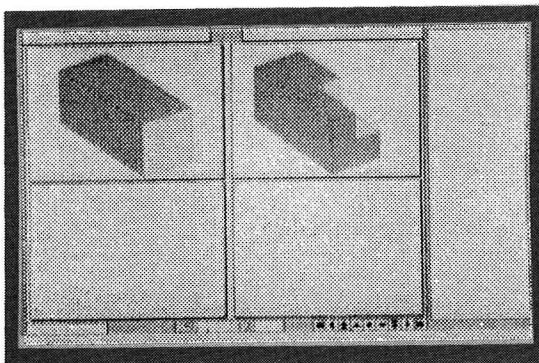


写真-2.1 用意されている問題の例

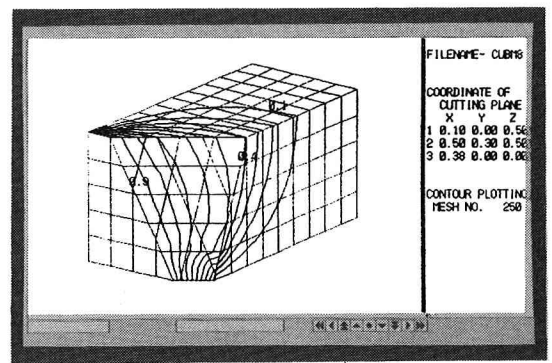


写真-2.2 直方体の温度分布

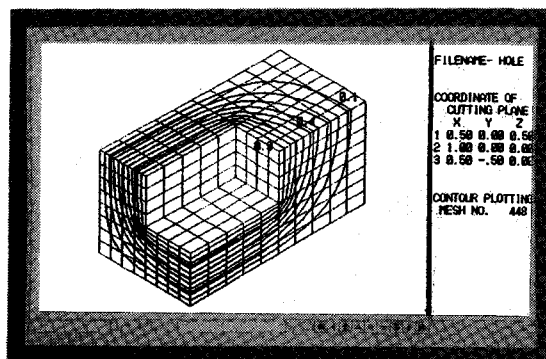


写真-2.3 空洞を持つ直方体の温度分布(その1)

表示では、隠面処理が行なわれており、CLが明確となっている。

任意の切断面でのCL表示が容易に可能であるため、解析対象体の内部の ϕ の分布を抽象的に想像するのではなく、より具象化された状態で理解することができる。このことは3次元の有限要素解析を行なうユーザーに、解析に対する興味を抱かせるだけでなく、解析の妥当性に対する考察にも役に立ち、しいては工学的なセンスを培う道具としても使用できると思われ、有限要素法の教育を目的とした本システムの教育部の有用な道具となると思われる。

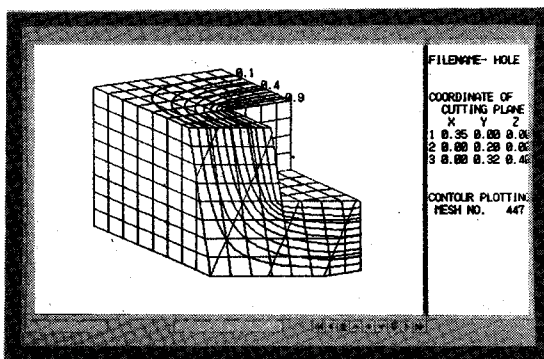


写真-2.4 空洞を持つ直方体の温度分布(その2)

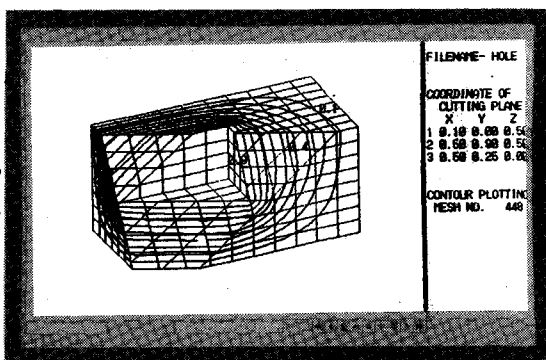


写真-2.5 空洞を持つ直方体の温度分布(その3)

3. まとめ

CLを表示するに当たって問題となることは、そのなだらかさや処理スピードである。このため、2.1節で述べた(1)～(3)の方法について検討を加えた。その結果、六面体要素を使用した3次元データについては、(3)の方法を用いた場合、CLが最もスムーズに連結されて表示できることがわかった。2次元データの場合は、3つの方法とも有効に利用できた。

任意の断面における諸量を表示できるポストプロセッサができたことにより、パソコンによる有限要素法に有効に利用できると思われる。また、これは複雑な問題の結果を容易に説明できる道具となると思われる。

参考文献

- [1] 尾崎哲明, 二宮公紀, 梶田建夫, 島田静雄: パーソナル・コンピュータを利用した有限要素法の教育用プリ・ポストプロセッサについて, 電算機利用に関するシンポジウム, vol.11, pp.47-50, 1986.
- [2] Babu, B.S. and Shevare, G.R. : Contour Plotting Using Parametric Bilinear Patches, Proc. Int. Conf. Finite Elements in Computational Mechanics, pp.993-1000, 1985.
- [3] Shao Min and Su Mingdg : A Simple and Effective Method for Contour Plotting, Proc. of 2nd Int. Conf. on EPMESC, in Guangzhou, pp.280-282, 1987.
- [4] Stelzer, J.F. and Welzel, R. : Plotting of Contours in a Natural Way, Int. J. for Nume. Method in Engng., vol.24, pp.1757-1769, 1987.