地盤物性値のばらつきを考慮した逆T字型基礎の最適設計

東電設計株式会社　正員　○松島　学
東京電機大学理工学部　正員　松井　邦人

1．はじめに

構造物の最適設計に関する研究[1),2),3)]は、我が国よりも欧米諸国において勢力的に行なわれている。しかし、この分野の研究は、最適アルゴリズムの開発に重点がおかれており、その結果、特に土木分野の実務面への応用とはあまりにも遊離したものとなっている。

本研究は、最適化手法の土木構造物へ応用する立場から比較的簡単な構造物である逆T字型基礎を選択して、その概略設計を試みた。基礎は二層地盤に構築され、圧縮力、引揚力及び水平力の各外力を受けるとし、圧縮耐力や引揚耐力などに耐えるような最適構造形状を決定するものである。最適化のアプローチは、マイクロコンピューター（PC－9801）のグラフィック機能を利用して、応答形式で行っており、最適性の尺度を選択すると、最も良い解を見つけることや、最も良い解から順に複数の解を求めることが可能である。このようなアプローチは設計者が工学的判断を加え設計形状を決定することが可能であり、有効な方法である。最適設計での設計領域を求めるアプローチでは、本研究において、確定論的手法と確率論的手法を試みた。前者は、今までの設計法を援用したものであり、後者は、地盤の強度定数の不確実性を考慮した設計手法であり新しい設計手法である。

ここでの最適設計のシステムは、熟練した技術者には自分の構造物の特性を学習できうる有効な手段である。

2．逆T字型基礎の設計変数

図1に逆T字型基礎の概略形状を示す。ただし、床版形状は正方形とする。一般に、逆T字型基礎は浅型基礎を対象としているので、地盤モデルは二層地盤もしくは、一層地盤を考えれば十分である。図1で示された構造物の寸法がすべて設計変数となり得るが、経験に基づき工学的判断を加え、下に示すように設計に大きな影響を与える変数（支配変数）とさほど影響しない変数（従属変数）とに分離した。

1）．支配変数（設計変数）
　i．根入れ深さ　D_f
　ii．床版幅　B

2）．従属変数（支配変数により一義的に決定される値）
　i．柱体部下部寸法　$b = \max(a + 0.15h,\ B/4)$
　ii．床版厚　$t = B/5$
　iii．柱体高さ　$h = D_f - t + f$

3）．設計条件（入力条件として一義的に与えられる値）
　i．荷重　C，T，Q
　ii．一部形状寸法　a，f
　iii．地盤条件　c_1，ϕ_1，E_1，γ_1，l_1，c_2，ϕ_2，E_2，γ_2

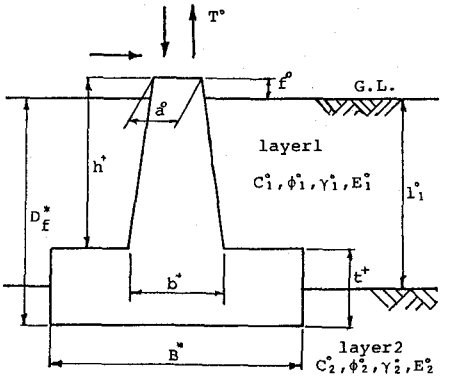


Fig.1 Spread Foundation

ここで、c_i，ϕ_i，E_i，γ_i（i＝1，2）は、i層の粘着力、内部摩擦角、変形係数、単位体積重量である。l_1は、一層の層厚である。荷重C，T，Qは、図1に見られるように、圧縮力、引揚力、および水平力である。同図には、最適解の設計変数には＊印を、その値に従属するパラメーターには＋印を、入力条

件として与えられる値には○印を各記号の肩につけた。よって、最適解を求めるための決定すべき値は、D_fとBの2つの変数となる。

3．確定論的手法による最適設計

対象としている基礎は、圧縮力、引揚力及び水平力を受けるため、その荷重に対して安全であり最も経済的なものが最適案として採択される。ここでの安全に対する照査は圧縮支持力、引揚支持力および許容水平変位とする。

圧縮支持力に対する制約

極限圧縮支持力はテルツアギーの式を利用して、次式のように表わせる。

$$q_u = (\alpha N_c + \beta \gamma_2 B N_r + \gamma_1 D_f N_q) \quad (1)$$

ここで、矩形の場合は$\alpha = 1.3$, $\beta = 0.4$ である。N_c, N_r, N_q は内部摩擦角によって決まる定数である。γ_2は、基礎底面の単位体積重量であり、γ_1は床付面までの平均単位体積重量である。

底面に生ずる接地圧は、圧縮力と水平力の合成力により次のように表わされる。

$$\sigma_{max} = \mu P' / B^2 \quad (2)$$

ここで、$P' = C + W_c + W_s$

$\mu = 1 + 6e/B$　　（$e \leqq B/6$の場合）

$\mu = 2/3\ (1/2 - e/B)$　　（$e > B/6$の場合）

$e = Q\ (H + t)\ / P'$

W_sは基礎体上部の土塊重量、W_cは基礎体重量である。よって、圧縮支持力の制限式は次のように表わされる。

$$g_1(D_f, B) = q_u / F_c - \sigma_{max} \geqq 0 \quad (3)$$

F_cは安全率である。

引揚支持力に対する制約

引揚支持力の算定式は、床版直上に鉛直にすべり面が生じると考えたせん断法を利用する。よって、引揚支持力は次式で表わせる。

$$P'_u = 4 B D_f \tau_u \quad (4)$$

ここで、$\tau_u = c + 0.5 K_o \gamma_1 \cdot \tan\phi$

$K_o = 0.5$, 土圧係数

基礎体に引揚力と水平力の合成力が生じた場合の引揚支持力は、次式のように減じられる。

$$P_u = K P'_u \quad (5)$$

ここで、Kは水平力による低減係数であり、JEC－127[6]では次式のように表わされる。

$$K = \frac{1}{\frac{6eB}{B^2 + b^2} + 1} \quad (6)$$

ここで、$e = \dfrac{Q\ (h + t)}{T - W_c - W_s}$

よって、引揚支持力の制約式は次式のように表わされる。

$$g_2(D_f, B) = P_u / F_c - (T - W_c - W_s) \geqq 0 \quad (7)$$

水平変位の制約

基礎体の水平変位は、基礎体床版の回転と水平移動によって決まる。ここでは、道路橋下部構造示方書・

同解説[7]による設計方法を利用した。

回転による水平変位は、次式で表わされる。

$$\delta_\theta = (h+t)\ \theta \qquad (8)$$

ここで、$\theta = M_B / (I_x\ k_v)$　　（$e \geqq B/6$ の場合）

$\theta = M_B / (I\ \ k_v)$　　（$e < B/6$ の場合）

$M_B = Q\ (h+t)$，$I = B^4/12$，$I_x = \frac{(3B-2x)x^2}{B^3} I$，

$k_v = \frac{E}{30}\left(\frac{B_H}{30}\right)^{-\frac{3}{4}}$，$B_H = \sqrt{Bx}$，

$x = 3\ (\frac{B}{2} - e)$，$x \geqq B$ の場合は、$x = B$。

k_vは、床版底面の鉛直地盤反力係数である。

$$\delta_h = Q / (k_s \cdot x \cdot B) \qquad (9)$$

k_sは、床版側面の水平地盤反力係数で、$k_s = k_v / 3$ で表わされる。結局、基礎体の全変位は次式で表わされる。

$$\delta_T = \delta_\theta + \delta_h \qquad (10)$$

変位の制約式は次式のように表わされる。

$$g_3\ (D_f\ ,\ B) = \delta_{cr} - \delta_{max} \geqq 0 \qquad (11)$$

変位の制約式は、圧縮力と水平力の合成力が生じた場合、引揚力と水平力の合成力が生じた場合の両方で計算される。(11)式では、2つの変位の大きい方の値が採用される。

以上のように各制約式ともに、すべてD_f，Bのパラメーターになっており、各制約式を満足するD_f，Bが設計条件となり、その中で最適案を決定すればよい。最適案を決定するための目的関数は、①コンクリート量、②掘削量、③支保工量を最小にすることを目的として、次式で表わされる。

$$f_o\ (D_f\ ,\ B) = \{B^2 t + (a^2 + ab + b^2)\ h/3\}\ c_1 + \{B D_f\}\ c_2 + \{4 B D_f\}\ c_3 \qquad (12)$$

ここで、c_1，c_2，c_3 はコンクリート、掘削、支保工の各工程の単価であり、これらの単価で全建設費を評価できるものとした。よって、目的関数も同様にD_f，Bで表わすことができる。図2に、本解析のプログラムのフローチャートを示す。フローチャートに見られるように、$g_1 \geqq 0$，$g_2 \geqq 0$，$g_3 \geqq 0$ の条件を満足し、目的関数f_oを最小にする形状が最適設計の解である。

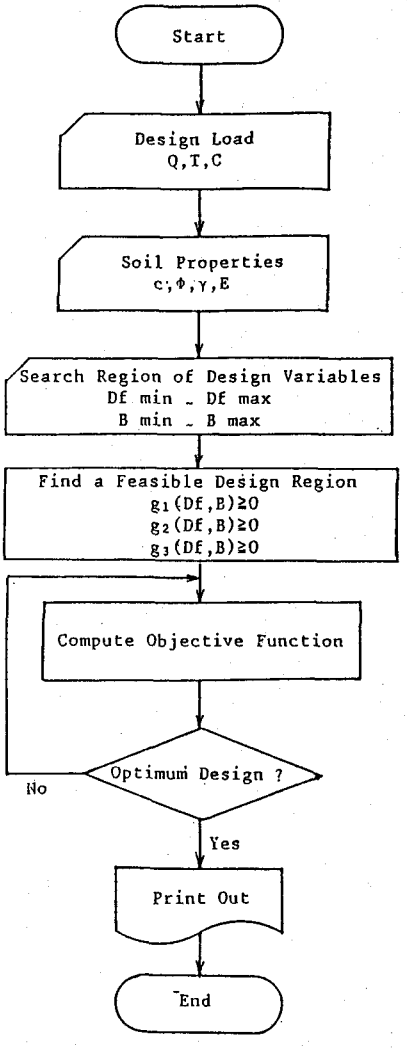


Fig.2
Flow Chart for Deterministic Approach

試算例

図2のフローチャートに従って逆T字型基礎の概略設計試算を行なった。地盤は、2層地盤に区分できる地盤で、比較的浅い位置に床付面が表われる直接基礎に適した地盤である。図3に、その地盤の概要を示す。また試算に用いた荷重の組み合わせは4ケースであり、表1に示す通りである。なお、安全率は$F_c = 3.0$，許容変位は$\delta_{cr} = 1.0$ cmとした。それぞれの荷重につき、許容設計領域をディスプレイ上に描いた。その結果は図4に示されている。比較的荷重が

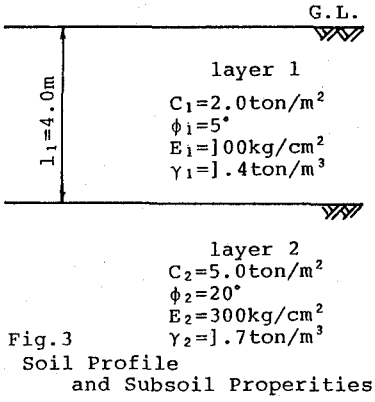
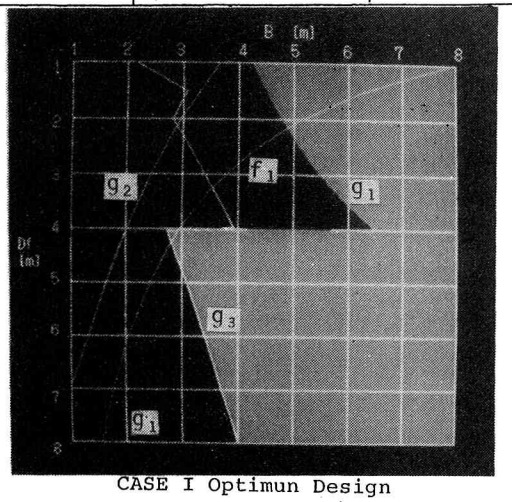


Fig.3
Soil Profile
and Subsoil Properities

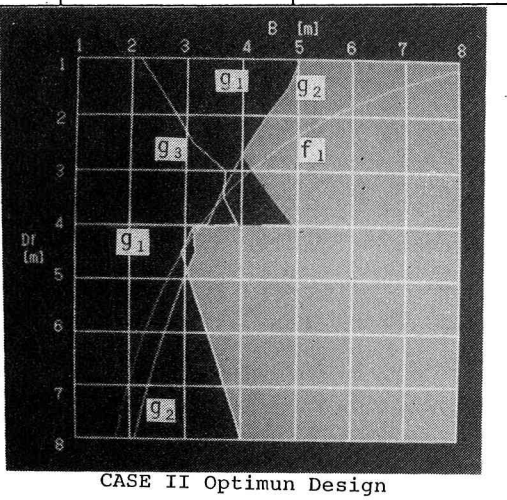
小さい場合には、上層地盤に床付けするのが最適解であるが、さほど費用が増加しないなら、設計者は安心感から下層地盤に床付けすることを選択するかも知れない。この判断は設計者に委ねられる。荷重が大きくなった場合には、明らかに下層地盤への床付けが行なわれる。なお、建設費の単価は、コンクリートを10万円／m³，掘削費を20万円／m³，支保工を20万円／m²とした。

Tab.1　Design Loads for Example Problems

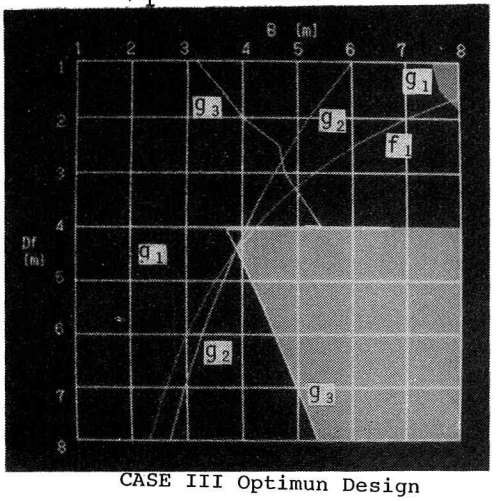
	Case I	Case II	Case III	Case IV
Compressive Force C	70 ton	30 ton	200 ton	100 ton
Uplift T	30 ton	70 ton	100 ton	150 ton
Horizontal Force Q	4 ton	4 ton	10 ton	10 ton
Remarks	light load C>T	light load T>C	heavy load C>T	heavy load T>C



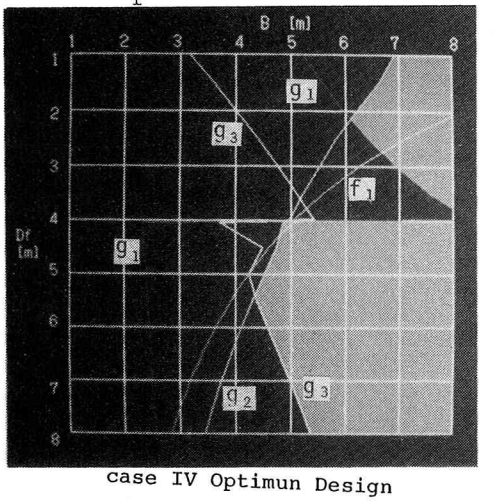
CASE I Optimun Design
(D_f=2.9m,B=4.1m)



CASE II Optimun Design
(D_f=3.2m,B=4.1m)



CASE III Optimun Design
(D_f=4.2m,B=4.1m)



case IV Optimun Design
(D_f=5.0m,B=4.1m)

Fig.4 Design Region and Optimum Solutions (Deterministic Approach)

4．確率論的手法による最適設計

一般的に、設計では構造物の不確実性に対処するために、前述した安全率法が利用されている。この手法は、設計での不確実性をすべて、安全率 F_s で補っている手法である。その安全率の値は、過去の経験的に決定された値であり、構造物ごとに決定されたもので安全性の定量的な尺度ではない。例えば、斜面安定の問題では、安全率は $F_s=1.5$ を取り、圧縮支持力の問題では、$F_s=3.0$ を取る。事実、地盤強度定数のばらつきは大きく、基礎体の圧縮支持力、引揚支持力や水平変位は、限られた情報の中で地盤強度定数の値を決定しなくてはならず、不確実性の中での意志決定問題となる。つまり、設計でのシステムの中にある不確実性を各要因ごとに統計的に処理し、破壊確率 P_f という定量的な尺度で構造物の安全度を表わす信頼設計法を利用することにある。次に具体的に逆T字型基礎の信頼性設計について述べる。ここでの設計の問題では、確率変数としては、粘着力 c，内部摩擦角 ϕ，変形係数Eとして、設計荷重や単位体積重量等は確定値とした。一般に、自然界では、荷重は確率変量と考えられるが、設計基準では荷重の変動を考慮した特性値として与えられるとして確定値と考えた。それに対して、地盤強度定数は、その地点毎にそのばらつき等も異なるため確率変量と考えるのが合理的である。

信頼性設計での表示方法により、制約式(3)(7)(11)式は、性能関数として次式のように表わされる。

$$Z_i = g_i(D_f,\ B,\ \phi,\ c,\ E)$$

Z_iは、図5に示してあるような確率変量の関数として表わされる。Z_iの平均値、その標準偏差は、次のようになる。

$$\left.\begin{aligned} \bar{Z}_i &= g_i(D_f,\ B,\ \bar{\phi},\ \bar{c},\ \bar{E}) \\ \sigma_{z_i} &= \sqrt{\left(\frac{\partial g_i}{\partial \phi}\right)^2\sigma_\phi^2 + \left(\frac{\partial g_i}{\partial c}\right)^2\sigma_c^2 + \left(\frac{\partial g_i}{\partial E}\right)^2\sigma_E^2} \end{aligned}\right\} \quad (i=1,\ 2,\ 3)$$

ここで、ϕ，c，Eは独立した確率変量として取り扱っており、$\bar{\phi}$，$\bar{c}$，$\bar{E}$は平均値を意味し、σ_ϕ，σ_c，σ_E はその標準偏差の値を意味する。その時の、安全性指標 β_iは次式で表わされる。

$$\beta_i = \frac{\bar{Z}_i}{\sigma_{z_i}}$$

破壊確率は、非常に小さな値であり、設計変数に鋭敏であり、ここでは破壊確率のかわりに安全性指標 β を利用する。安全性指標 β_iによる制約式は次式のように書きかえられる。

$$\beta_i - \beta_i^{cr} \geqq 0 \qquad (i=1,\ 2,\ 3) \qquad (13)$$

図6にみられるように、c，ϕは正規分布として仮定でき、Eは対数正規分布として仮定できる。図7に、本解析のフローチャートを示す。

試算例

比較のため、確定論的手法の試算例と同様な値を利用した。そのため、荷重条件は、表1の値を利用した。地盤強度定数は、図8に示すように平均値は、確定論的手法の試算例と同じ値を利用し、変動係数として 0.3 を取った。安全性指標 β は、一般に土構造物の破壊確率 $P_f=10^{-3}\sim10^{-4}$ と言われており、それに対応した β の値は3.0前後の値となるため、$\beta_i^{cr}=3.0$ とした。図9に、計算された許容設計領域を示す。なお、(13)式中の β_iは一次ガウス近似法に基づき計

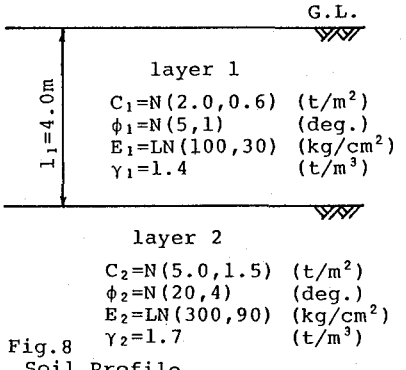


Fig.8 Soil Profile and Subsoil Properities

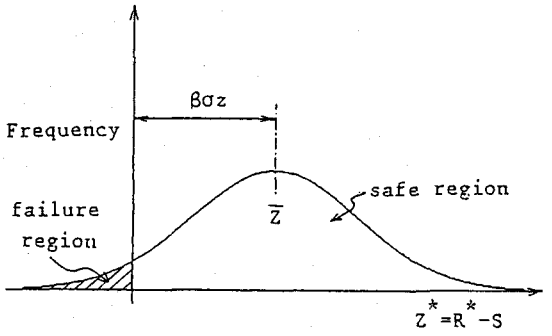


Fig.5 Distribution of Performance Function

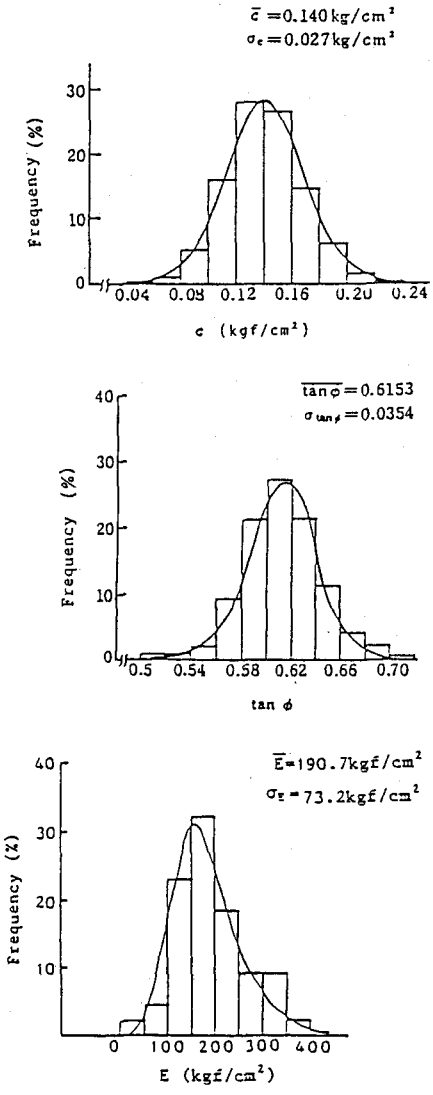


Fig.6 Examples of Subsoil Property Distributions[5]

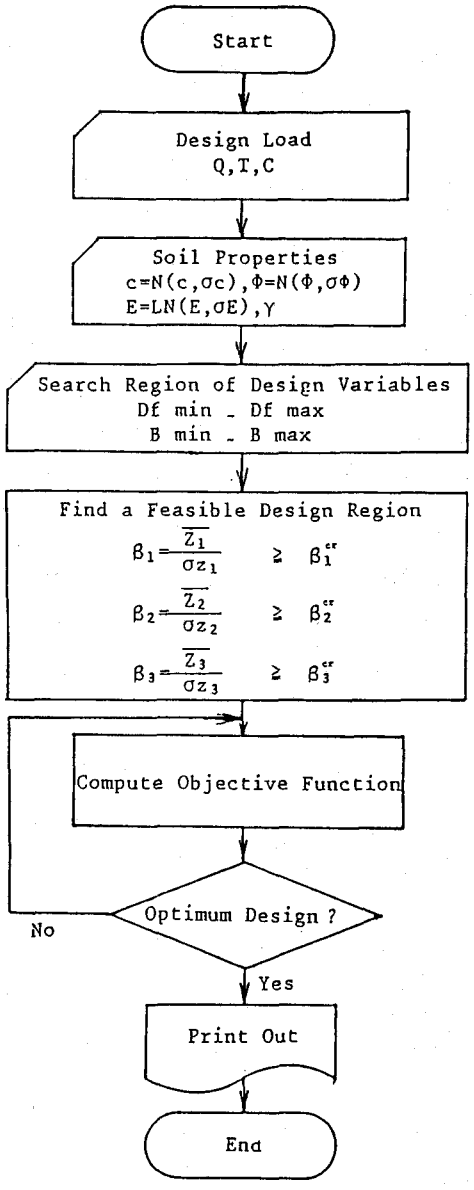
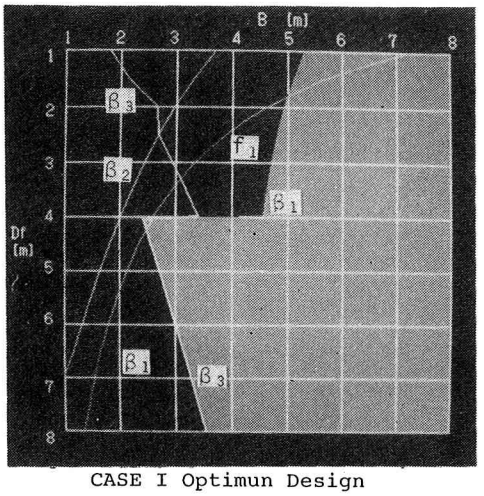
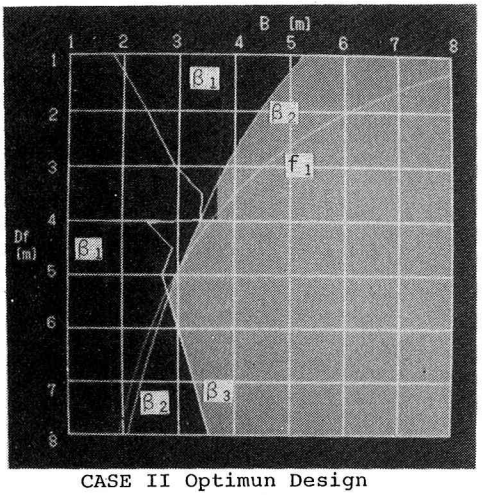


Fig.7 Flow Chart for Stochastic Approach

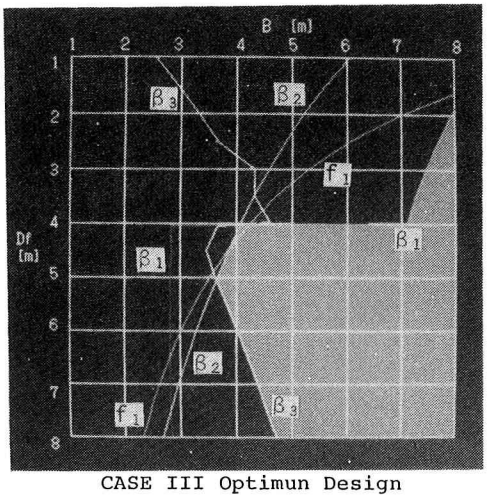
算した。



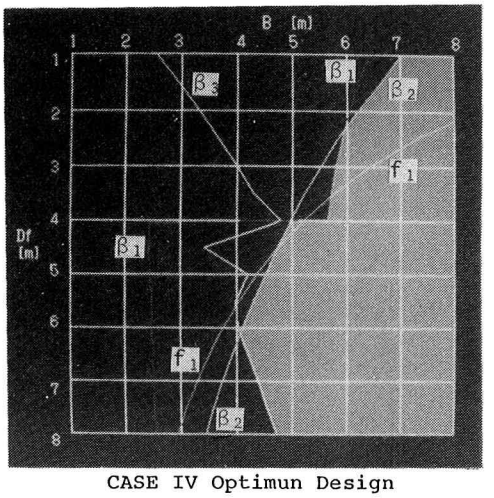
CASE I Optimun Design
(D_f=4.6m,B=4.1m)



CASE II Optimun Design
(D_f=3.5m,B=4.1m)



CASE III Optimun Design
(D_f=4.2m,B=4.1m)



CASE IV Optimun Design
(D_f=5.1m,B=4.1m)

Fig.9 Design Region and Optimum Solutions
(Stochastic Approach)

5．あとがき

確定論的手法及び確率論的手法に基づき、簡単な基礎構造物の最適設計を行なう方法について述べた。複雑な最適化のアルゴリズムを用いることなく、その考え方のみを利用し、最適解を求めているのが特徴の1つである。土木構造物には比較的簡単な形状をしたものが多く、特に鉄搭基礎のように、形状が類似した多くの構造物を設計する場合には有用であるように思われる。

また、許容設計領域を図示することにより、外力、地盤定数また地盤定数の変動が設計にどのように影響するのか容易に把握することができる。更に、未熟な技術者も熟練した技術者とほぼ同じ設計を効率的に行なうことが可能となるであろう。

謝辞

本論文は、東京電機大学建設工学科５９年度卒論生高久利明氏、田村雅彦氏、６０年度卒論生柏谷博史氏の卒業論文を取りまとめたものである。又、同校小林利雄助手に色々と御援助を得た事に対し、ここに謝意を表します。

引用文献

1) Lev,O.V.de,STRUCTURAL OPTIMIZATION-RECENTS DEVELOPMENTS AND APPLICATIONS,American Society of Civil Engneering,New York,1981.

2) Haug,E.J and Arora,J,S.,APPLIED OPTIMAL DESIGNS,John Wiley and Sons,New York,1979.

3) Kirsch,U.,OPTINUM STRUCTURAL DESIGN:CONCEPTS,METHODS AND APPLICATIONS,McGraw Hill, New York,1981.

4) Ang,A,H-S.and Tang W.H.,PROBABILITY IN ENGINEERING,PLANNING AND DESIGN,John Willey and Sons, New York,1975.

5) 松尾　稔、地盤工学、技報堂出版、１９８４年.

6) 送電用支持物設計標準（ＪＥＣ－１２７－１９７９），電気学会、１９７９年.

7) 道路橋示方書・同解説、日本道路協会、昭和５５年５月.