

最適化手法(山登り法)を用いた3因子実験プログラム

清水建設(株) 正 井畔 瑞人, 正 中沢 亨
正 林 博一, 正 池上 盛容

1. はじめに

本報告は、「複合計画による山登り法を用いた最適化計算プログラム(以下Downhillプログラムと呼ぶ)の概要とその利用について述べたものである。

本プログラムは、下記の問題を対象としている。

『 (1) $(t_{11}, t_{21}, \dots, t_{m1}, \bar{y}_1), (t_{12}, t_{22}, \dots, t_{m2}, \bar{y}_2) \dots (t_{1n}, t_{2n}, \dots, t_{mn}, \bar{y}_n)$ が与えられている。

(2) $t_{1i}, t_{2i}, \dots, t_{mi}, A, B, C$ が決まれば、 y_i が1つ定義できる。(fの関数形が未知でもよい)

$$y_i = f(t_{1i}, t_{2i}, \dots, t_{mi}, A, B, C)$$

ここに、 y_i : 従属変数 ($i=1 \sim n$: データ数)

t_{ji} : 独立変数 ($j=1 \sim m$: 独立変数の個数)

f : t_{ji} の関数

A, B, C : 関数 f の未定係数

(3) A, B, C は未知。

ただし、 $A_{lower} \leq A \leq A_{upper}$

$B_{lower} \leq B \leq B_{upper}$

$C_{lower} \leq C \leq C_{upper}$

これらの条件において、 $\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_n$ を最も良く表現できる未定係数 A, B, C を最小2乗法により求める。(つまり、目的関数 $Z = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2}$ が最小、あるいは基準値 Z_0 以下になる A, B, C を求める。

』

この種の問題は、たとえば関数形 f が既知の場合や、多項式で近似する場合においては、重回帰を行なうことにより、未定係数 A, B , および C が求められる。しかし、上記に示すように、問題をより一般化して関数形 f が陽の形であらわせない場合、あるいは不明な場合には、実験計画法を用いることになる。

関数形が不明の場合の問題として次のようなものが考えられる。

・土留工事における施工計測

y_i : i 点の計測値 (応力計による応力、-----等)

t_{ji} : 掘削深さ、 i 点の深さ、-----等

f : たとえば弾塑性モデルで、土留構造をモデル化したとしても f の関数形は不明。(計算結果として得られる y_i は、弾塑性支承上の梁の4階の微分方程式を数値積分して求められるものである。)

A, B, C : たとえば、土圧係数、土留壁の剛性、受働側の地盤反力係数。(これらの値は、工学的にある範囲にあることが指摘できるものである。従って、上限値、下限値を設定できる。)

これらの条件において y_i を計測し、それを最もよく表現できる A, B, C を求めることになる。

2. Downhillプログラムの概要

(1) 最適化手法

最適値探索法は種々あるが、実験回数が比較的少なくて済む Box-Willson の山登り法を採用した。

因子の数は、 A, B, C の3つであるが、実験回数をなるべく少なくする目的で、第1ステップである1次計

画は、Cを許容範囲の中心値 C_m に固定し、A、Bの2因子で1次計画を行なうことにした。

第2ステップは、1次計画で与えられる1次式の最急傾斜方向を下る。

第3ステップは、第2ステップで得られた最小値の回りで1次計画を行ない、1次式のあてはめの妥当性をチェックし、1次式のあてはめが妥当であれば第2ステップへもどる。あてはめが不当であれば第4ステップへ進む。

第4ステップは、第3因子Cも含めた3因子2次計画を行なう。これにより、2次式のあてはめ、およびその極値を求め、収束の判定を行なう。収束条件を満たさない場合はステップ1へもどる。(なおこの場合、第2ステップで目的関数Z値が改善されなければ計算を打ち切る。)

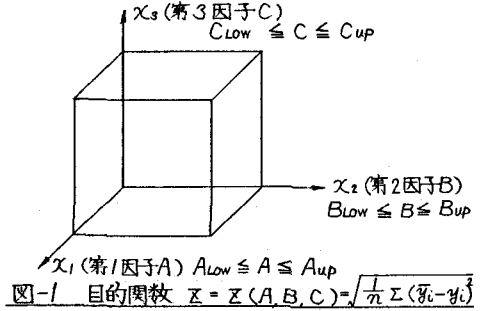


図-1 目的関数 $Z = Z(A, B, C) = \frac{1}{n} \sum (y_i - y_0)$

(2) 2因子1次計画

$$Z = (X_1, X_2) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2$$

$$\text{ここに、} X_i = \frac{x_i - \bar{x}_i}{(\Delta x_i / 2)}$$

$\bar{x}_i$: 図-3の P_0 点の座標

$$\beta_0 = (Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4) / 4$$

$$\beta_1 = (Z_1 + Z_2 - Z_3 - Z_4) / 4$$

$$\beta_2 = (Z_1 - Z_2 + Z_3 - Z_4) / 4$$

$$\beta_{12} = (Z_1 - Z_2 - Z_3 + Z_4) / 4$$

Z_i : 図-3の P_i 点の目的関数Zの値

・1次式のあてはめのチェックは次式とした。

$$(|\beta_1| + |\beta_2|) / 2 \geq |\beta_{12}|$$

(3) 最大傾斜方向の探索

$$\Delta X_i = \frac{\beta_i}{\sqrt{\beta_1^2 + \beta_2^2}} \cdot d$$

d : 山登りヒッチのパラメータ

(4) 3因子2次計画

2因子1次計画の実験点5点を図-4の●印で示すように中心1点と星4点として用い、新たに10点を追加実験し、計15点(2³計画+星計画+中心1点)で2次式のあてはめを行なう。

$$Z(X'_1, X'_2, X'_3) = \beta_0 + \beta_1 X'_1 + \beta_2 X'_2 + \beta_3 X'_3$$

$$+ \beta_{11} X'^2_1 + \beta_{22} X'^2_2 + \beta_{33} X'^2_3$$

$$+ \beta_{12} X'_1 X'_2 + \beta_{23} X'_2 X'_3 + \beta_{13} X'_1 X'_3$$

ここに、 X'_1, X'_2 : $X_1 \sim X_2$ 平面において45°座標変換したもの

$$X'_3 : \frac{x_3 - \bar{x}_3}{(\Delta x_3 / 2)}$$

$\bar{x}_3$: たとえば図-4の Q_4 点の座標

β_{ij} : 正規方程式を解いて以下のように得られる。

$$\beta_0 = 0.988362(0Z) - 0.337448Z(iiZ)$$

$$\beta_i = 0.073224(iZ)$$

$$\beta_{ii} = 0.0625(iiZ) + 0.102712Z(iiZ) - 0.337448(0Z)$$

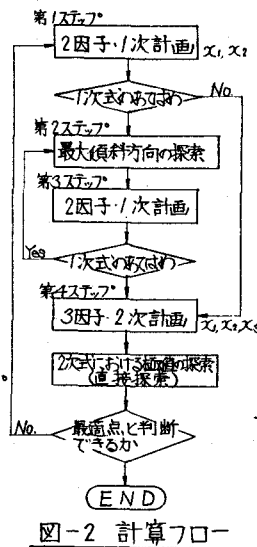


図-2 計算フロー

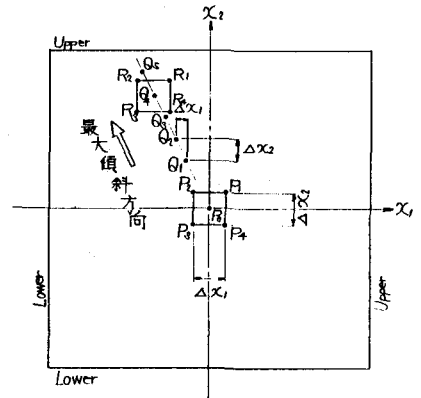


図-3 2因子1次計画および最大傾斜方向の探索

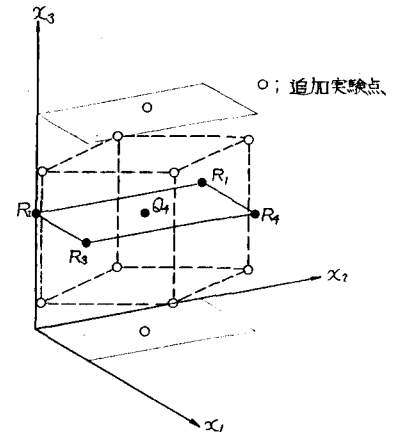


図-4 3因子2次計画
(直交中心複合計画)

$$A_{ij} = 0.125 (ijZ)$$

* (0Z), (ijZ)等は、X表における{Z}とBの添字に対する積和。

(5) プログラムの構成

Downhillプログラムの利用者は、「 $x_1, x_2, \dots, x_m, A, B$ およびCに値を入力すれば y を出力するもの」を Subroutine Blockとして作成し、Downhill に結合し、runさせるものとした。

No.	Z	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	β_8	β_9
1	Z ₁	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1
2	Z ₂	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1
3	Z ₃	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	1
4	Z ₄	1	1	1	-1	1	1	1	1	-1	-1
5	Z ₅	1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1
6	Z ₆	1	1	-1	1	1	1	1	-1	1	-1
7	Z ₇	1	-1	1	1	1	1	1	-1	1	-1
8	Z ₈	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
9	Z ₉	1	-1	0	0	α^1	0	0	0	0	0
10	Z ₁₀	1	α	0	0	α^2	0	0	0	0	0
11	Z ₁₁	1	0	-1	0	0	α^3	0	0	0	0
12	Z ₁₂	1	0	α	-1	0	α^4	0	0	0	0
13	Z ₁₃	1	0	0	α	0	0	α^5	0	0	0
14	Z ₁₄	1	0	0	0	0	0	α^6	0	0	0
15	Z ₁₅	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$$* \alpha = 1.682$$

図-5の☆部は用途によって変わるが、以下のようなものが考えられる。

表-1 X表(データ表) 2nd計画+星計画+中心1点

①施工時計測結果による逆解析(あるいは

は次期予測)の場合

- ・弾塑性支承上の梁解析プログラム } y_i として応力, 変位etc.
- ・骨組構造解析プログラム etc. }

②一般のデータ解析

- ・データに対する理論式が存在する場合その式をセットする。
- ・任意形の実験式であてはわれないときその式をセットする。

3. 利用例

(LNG地下タンクの掘削システムに利用した例)

連続地中壁を土留めとして側壁を逆巻工法で構築していく場合に、現場の計測データを即時に処理し、そのデータを用いて設計定数を修正し、土留め応力の予測計算を行なった例を図-6, 7, 8に示す。

山留応力の計算値 σ_{sc} を $\sigma_{sc} = f(K_a, K_s, E_c)$ でモデル化し、 K_a, K_s, E_c を3因子として当プログラムを利用し、実測応力 σ_{so} に最も良く合う $K_{aopt}, K_{sopt}, E_{sopt}$ を算出し、その定数を用いて次期応力を予測した。

予測の精度の様子を図-9に示すが、従来の目見当による方法に比べて予測の精度が向上しているのがわかる。

さらに、当システムにより予測作業がすべて自動化されたため、予想値の個人差がなく

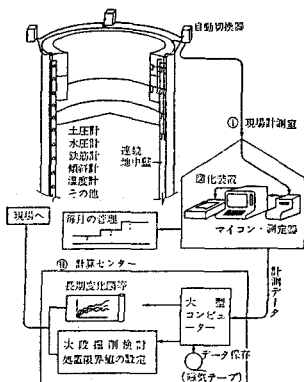


図-6 システム概念図

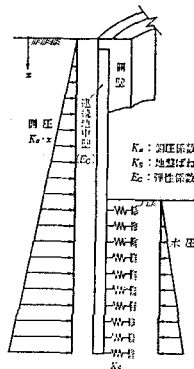
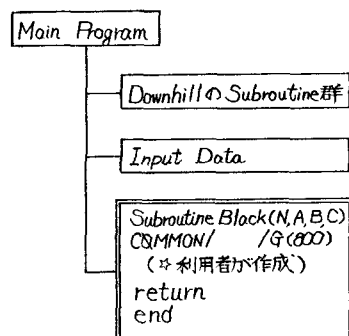


図-7 土留め計算のモデル (バネ付円筒シェル)



(* A,B,C : y_i の数
N : 未定係数
G : y_i の計算結果を定義する)

図-5 Downhillプログラムの構成

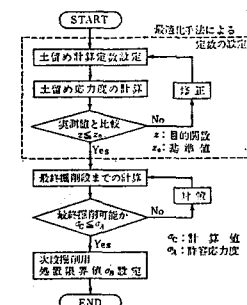


図-8 次期応力予測フロー

なり、かつ1回の予測計算が1日で可能となった。

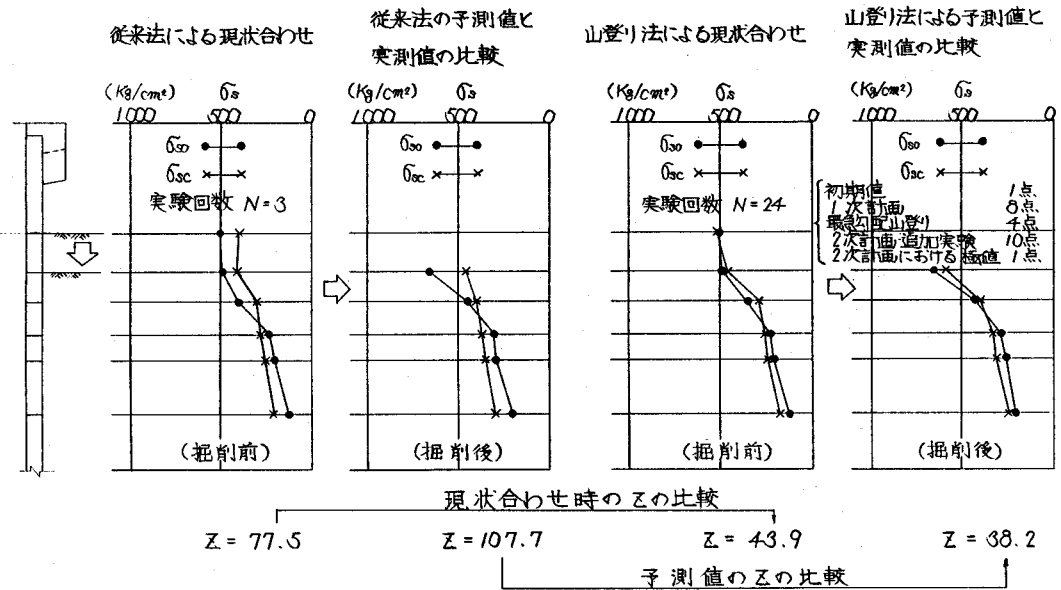


図-9 実測値と計算値の比較例
(従来法と山登り法の比較)

4. あとがき

当プログラムを利用することによって、各種のデータ解析がより客観的に行はえるようになった。しかし、得られる結果は、①用いるデータの質、②計算モデルの妥当性の程度により、誤った判断を与える可能性もある。この点には、十分気をつける必要があると考えている。

得られた結果と経験的に予想された結果とに差がある場合には、その差の原因分析を行ない、データの質および計算モデルの改善に役だてたいと考えている。

【参考文献】

- (1) 「品質管理便覧」(日本規格協会) P.464~P.469
- (2) 「最新実験計画法」(朝尾正, 安藤貞一, 楠正, 中村恒夫著: 日科技連)
- (3) 「測定技術・運用の現状と私たちの期待」(武川恵之助: 土木学会誌 1983年11月号)