

1. まえがき

最近マイコンの普及はめざましく、かつその簡便さから構造解析にも用いられている。マイコンを利用して構造物の多元連立方程式を解くに当り最も多用される方法ととりあげ、その優劣を検討する。

マイコンでこの連立方程式を解く場合、中、大型計算機を利用する場合と異なりメモリーと演算速度についての配慮が必要である。すなわち目下のところ中、大型計算機にくらべメモリーが少いこと、演算速度が遅いことがマイコンの泣きどころである。構造解析にあらわゆる多元連立方程式は左辺係数は構造物の性状係数であり、右辺ベクトルは荷重項である場合が多く、かつ左辺係数の要素はその殆んどが対角線項に對称型でありゼロ要素が多い。著者はこの左辺係数の特性を利用してメモリーの節約と演算速度のスピードアップをこころみ、

2. 左辺係数の処理と解算法、使用機種

著者が作製したプログラムは左辺係数の対称性を利用し、

1 対角線項から上、または下半分の1次元配列法(図-1)

2 左辺係数はゼロ要素が多いので非ゼロ要素だけをとり出した2次元配列のバンドマトリックス法(図-

2)を用い、解法は一般によく使用されるガウス消去法、

ガウス掃き出し法、コレスキー法、逆マトリックス法、共役こう配法、ガウス・ザイデル法を採用した。

方程式がN元の場合、1の1次元配列の要素数は

$N(N+1)/2$ 2次元配列にくらべ $N(N-1)/2$

のメモリーの節約となり、2のバンドマトリックスの

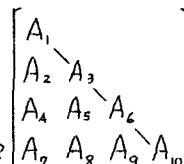


図-1

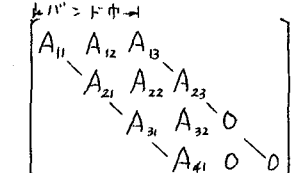


図-2

場合は要素総数は $N \cdot B$ 、また要素番号註記のための要素数 $N \cdot B$ を加えると $N^2 - 2N \cdot B$ の節約となる。

また、左辺係数と右辺ベクトルの演算を同時に行う左右非分離型と図-3に示すようにまず左辺係数の処理をし、次に右辺ベクトル種の場合の解を求める左右分離型のプログラムにした。

なお参考のため普通の2次元配列を用いる場合の演算結果と併記し

て報告する。元数が多い場合は左辺係数はファイル処理するため

左右非分離型にしている。プログラムの大きさは何本の解法も

100行内外である。使用機種は8ビット、16ビット、16ビ

ットの改良型とし、その代表としてPC-8800(4M)、PC-

9800(5M)、PC-9800F(8M)を用いた結果を報告する。他の機種でも大体同様の結果を得る。

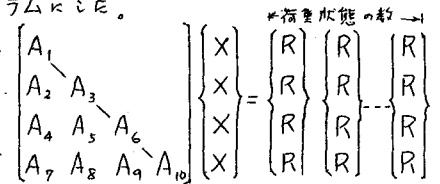


図-3

3. 演算時間と結果

著者は50数編のプログラムで、10元、20元、40元、50元など種々の場合を計算した、こゝでは20元と50元の場合について報告する。

表-1(要素数)

計算に用いた左辺係数の関係は20元の場合は図-4、50元の場合は図-5になる。

1次元配列を用いた場合の非ゼロ、ゼロ要素の数は表-1のとおりである

	20元	50元
非0	58	147
0	152	1128
計	210	1275

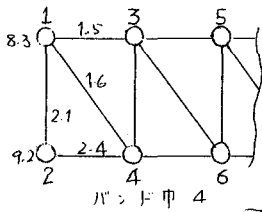


図-4

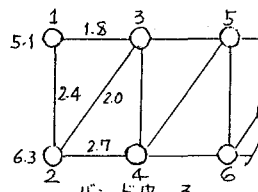
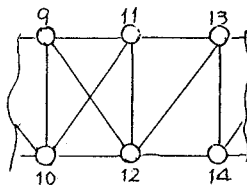


図-5

表-2 20元の場合の演算時間

1次元配列 左右分離	PC-8800			PC-9800			PC-9800F		
	0要素			0要素			0要素		
	計算なし	計算		計算なし	計算		計算なし	計算	
ガウス消去法	26	1 18		8	24		6	18	
ガウス掃出法	1 01	2 24		19	46		16	34	
コレスキー法	58	1 05		17	18		13	14	
逆マトリックス	2 45	4 16		1 18	1 46		54	1 15	
逆マトリックス法	3 05	4 35		59	1 26		44	1 04	
共役こう配法	4 37	4 36		1 28	1 24		1 05	1 02	
ガウス-ザイデル法	3 58	4 44		1 12	1 21		55	1 21	
1次元配列 左右分離**									
ガウス消去法	31	1 24		9	25		6	19	
ガウス掃出法	29	1 22		8	25		6	19	
コレスキー法	56	1 17		18	23		13	17	
逆マトリックス法	3 08	4 40		58	1 26		44	1 04	
ガウス-ザイデル法	3 58	4 44		1 13	1 21		55	1 02	
2次元配列 左右分離**									
ガウス消去法	37	1 40		10	28		9	21	
ガウス掃出法	1 41	2 16		20	39		18	29	
コレスキー法	44	50		15	15		12	13	
逆マトリックス法	2 49	3 38		49	1 02		41	46	
共役こう配法	2 42	3 06		50	55		37	41	
ガウス-ザイデル法	2 30	2 47		47	49		42	44	
バンドマトリ ツクス法	左 辺	右 辺	計	左 辺	右 辺	計	左 辺	右 辺	計
ガウス消去法	13	9	24	4	3	7	3	2	5
コレスキー法	1 41	34	2 15	37	11	48	28	8	36
共役こう配法			6 18			2 00			1 30
ガウス-ザイデル法	2	5 13	5 15	1	1 39	1 40	0	1 14	1 14

* 逆マトリックス演算ととの出力

** 1次元配列の左右分離型の演算時間は左、右の合計時間

表 - 3 50元の場合の演算時間

1次元配列	PC - 8800		PC - 9800		PC - 9800F	
	0要素		0要素		0要素	
	計算なし	計算	計算なし	計算	計算なし	計算
ガウス消去法	1 51	17 08	39	5 02	27	3 45
ガウス掃出法	5 49	35 37	1 48	10 42	1 20	7 59
コレスキー法	8 20	15 43	2 34	4 30	1 55	3 21
逆マトリックス法	34 07	55 51	10 20	20 05	7 42	15 01
共役こう配法	39 24	50 04	12 45	15 45	9 31	11 45
ガウス・ザイデル法	53 22	1 08 59	15 49	19 19	11 49	14 26
バンドマトリックス						
ガウス消去法	1 45		35		27	
コレスキー法	17 26		7 06		5 24	
共役こう配法	56 49		19 33		14 39	
ガウス・ザイデル法	55 05		18 46		14 06	

表-2, 表-3の演算時間はデータ入力後から結果をプリンタへの出力までである。上記諸表をみくらするときに

- 1 各算法とも8ビットより16ビット, さらに改良16ビットのように上位機種になる程演算時間は顕著的に短くなる。
- 2 各算法とも0要素を計算しない場合が0要素を計算する場合にくらべはるかに演算時間が短くて済む。
- 3 0要素を処理するプログラムは, プログラム中にその判断と分岐する文を記入しなければならぬが, 一般にはこの文をソースプログラムに記入せず実行する段階で挿入するといふ。
- 4 表-2 の20元の場合をみくらするに, 1次元配列と一般の2次元配列による演算時間は1次元配列の場合が短い。メモリー節約の利点と併せてプログラムは1次元配列がよいとわかる。
- 5 0要素を計算しない1次元配列の場合とバンドマトリックスによる演算時間はあまりかわらない。

4. 算法の検討

上記諸表の演算時間と検討して各算法の優劣を以下のように判断できると思う

- 1 ガウス消去法 最も簡単で手軽にプログラミングでき演算時間も短いので実用的である。
- 2 ガウス掃き出法 算法はうまくできているが, 消去法にくらべて掃き出しに演算時間もかかる短がある。
- 3 コレスキー法 平方根演算が入りプログラムとしてとりかた難い欠点があるが, 演算時間はガウス掃出法についで短い。元数が少ない場合に用いて有利である。元数が多くなるとしじむ分解に時間もとらる。
- 4 逆マトリックス法 左右分離型の典型的なプログラムであるが演算時間がながいのが欠点であり, かつ精度もあまりよくない。逆マトリックスそのものが壮健係数であるので, この

マトリックスを必要とするときはかならずこの算法によらねばならないが、その必要がないときは採用にないがよい。

5 共役こう配法

逐次近似法の1つで左右非対称型であり、理論は整然とまといつた算法であるが逐次近似に時間と小長い演算時間を必要とする。理論的には N 元の方程式は N 回の逐次近似で収束する筈であるが実際には丸めの誤差がスッス収束しない。プログラムでは $2N$ 回ぐらいのループのプログラミングにする。

6 ガウス・ガイデル法

共役こう配法同様逐次近似法であるが収束に長い時間が必要で、左辺係数によって発散する（対角線理の係数がその行の他の係数の2倍以上が望ましい）ことがあるので注意を要する。

7 バンドマトリックス法

バンドマトリックス法もガウス消去法による場合が他の算法にくらべて演算時間が短く有利である。演算時間は1次元配列の0要素を計算しない場合と大体同じである。

一般にマイコンでは共役こう配法やガウス・ガイデル法などの逐次近似法は不向きと思われろ。

5. 使用メモリー

プログラムに必要なメモリーは使用する配列寸法と大体見当がつき、使用機種のRAMによって連立方程式の最大元数を推定することができる。参考のため表-3の50元の名節法プログラムのPC-9800Fの使用メモリーを表-4に示す。1次元配列、バンドマトリックスともガウス消去法が他の算法より使用メモリーが少い。

表-4 50元の場合の使用メモリー
(バイト)

1次元配列	変数		配列
	変数	配列	
ガウス消去法	2324	5312	
ガウス掃出法	2296	5312	
コレスケー法	3261	5520	
逆マトリックス法	3030	5520	
共役こう配法	2610	5936	
ガウス・ガイデル法	2664	5416	
バンドマトリックス			
ガウス消去法	2185	1840	
コレスケー法	3367	2048	
共役こう配法	2714	2464	
ガウス・ガイデル法	2408	2048	

6. まとめ

構造物の多元連立方程式をマイコンを利用して解く場合、その左辺係数の対称性を利用して、1次元配列型、またはバンドマトリックスを利用してプログラミングするとメモリーの節約ばかりでなく、2次元配列を利用した場合よりむしろ演算時間を短縮できる。またそのプログラミングも本文ではふふわわだったが左程困難はない。算法としてはガウス消去法がマイコン向きと思われる。

また、マイコンで構造物の多元連立方程式のプログラミングと学部生に講義するは演習させる場合は、ガウス消去法、逆マトリックス程度でよいのではないだろうか。

参考文献 戸川岸人著 数値計算およびマイコン関係の諸著書
FORTRAN数値計算ハンドブック オーム社
その他 数値計算の諸著書