

誤差評価に基づく簡単な構造モデルを使用したマイコンによる構造計算

早稲田大学大学院 学生員 ○川滝 弘之

早稲田大学大学院 学生員 藤元 仁志

早稲田大学理工学部 正会員 依田 照彦

1. まえがき

電子計算機の進歩に伴い、いろいろな形状、機能を持つ構造物の設計への対応が可能となり、構造計算も複雑になってきている。このため、インプット時のヒューマンエラーのチェックやアウトプット時の構造計算のチェックなど、力学的判断を必要とする問題が著しく増加している。すなわち、計算結果を照査する照査力学が必要とされている。しかしながら、力学的照査のために必要な構造モデルに関する議論は必ずしも煮つまっているとは言えない。

本報告では、照査力学としての役割の一部をマイコンによる構造計算にもたせることを意図し、比較的簡単な構造モデルを用いて全体の構造計算を行うことの妥当性を検討した。具体的には、部材の製作誤差に基づく構造細部の誤差が、構造物全体の誤差にどのように影響するかを調べ、全体の構造計算に必要とされる誤差を評価したうえで、その誤差を構造モデル化の際の精度のひとつの指標として位置づけることを考えた。この結果、簡単な構造モデルを使用して構造計算をおこなっても照査力学的に信頼できる計算結果が得られること、さらに、誤差評価の手法を用いて妥当な構造モデルの作成が可能であることがわかった。

2. 構造モデルの精度の考え方

構造物の部材は、その製作段階において生ずる寸法的な誤差をもつ。土木学会、JIS、道路橋示方書、水門鉄管技術基準等では、鋼材や部材の質、形状ごとに寸法誤差の許容値を示している。よって、最大この許容値までは誤差があると考えられ、その誤差が全体の構造計算に影響するということになる。

ところで誤差の伝播は、和及び積の伝播則、式(1)、式(2)により知ることができる。

$$Y = X_1 + X_2 + \dots \quad \text{の時}$$

$$m_y = \pm \sqrt{m_{x1}^2 + m_{x2}^2 + \dots} \quad (1)$$

$$Y = X_1 \cdot X_2 \cdot \dots \quad \text{の時}$$

$$m_y = \pm \sqrt{(\partial Y / \partial X_1)^2 m_{x1}^2 + (\partial Y / \partial X_2)^2 m_{x2}^2 + \dots} \quad (2)$$

ここに、 $X_1, X_2, \dots$ は独立変数、 $m_y, m_{x1}, m_{x2}, \dots$ は $Y, X_1, X_2, \dots$ の誤差である。部材寸法誤差をうけるもののうち、今回は応力に着目する。応力は、

$$\sigma = N/A + (M/I)y + \dots \quad (3)$$

と表すことができる。ここに、 $N, M, A, I,$ はそれぞれ軸力、曲げモーメント、断面積、断面二次モーメント、 y は中立軸からの距離である。式(1)、(2)、(3)を用いて、部材の寸法誤差による応力の誤差 $\Delta\sigma$ を計算することができ、全体誤差 γ を次式で定義する。

$$\gamma = (\Delta\sigma / \sigma) \times 100 (\%) \quad (4)$$

構造モデルの精度は良いにこしたことはないが、前述のように全体誤差が生ずる以上、それよりもはるかに良い高精度の計算は時間、手間を考えると無駄であるといえる。一方、全体誤差に比して余りに大きい誤差をもつ構造モデルは、その信頼性が低く、妥当なものであるとは言えない。即ち、計算された全体誤差は構造モデルの精度を決めるための指標になり得る。

次に本手法を具体的に示す。

3. 構造モデルの検証

トラス構造物の構造モデルは、格点をすべてヒンジとして扱い計算している。しかし、実際には、格点はすべて剛接されており、このため軸方向力による直応力のほかに曲げモーメントによる二次応力が発生している。実際の設計では、二次応力減少のために種々の補正及び構造上の制限をもうけているので問題が生じないが、構造モデルとして見た場合照査力学的に妥当であるかどうかを本手法により検証

してみた。

(1) モデルの設定

構造モデルの具体例として図-1に示す支間50mの一等橋に相当するワーレントラスをあげる。荷重は活荷重のみとし、モデルとしては線荷重と等分布荷重を考えた。大きさは道路橋示方書によった。

部材断面の大きさは、簡単のため図-2に示すような箱断面溶接構造とした。

(2) 品質要求

該当する許容寸法誤差値は、JIS、土木学会、道路橋示方書に見られる。三者の各値が本例の場合ほとんど等しいということもあるので、今回は道路橋示方書より引用する。断面形状より必要なのは幅B、高さH及び厚さtの各許容寸法誤差 ΔB 、 ΔH 、 Δt である。即ち、

$$\Delta B \cdots \pm 2\text{mm} \quad (B \leq 500\text{mm} \text{時より})$$

$$\Delta H \cdots \pm 2\text{mm} \quad (H \leq 500\text{mm} \text{時より})$$

$$\Delta t \cdots \pm 0.70\text{mm} \quad (B < 1000\text{mm}, \\ 16 < t < 24\text{mm} \text{時より})$$

(3) 全体誤差の計算

断面積Aは

$$A = 2Bt + 2t(H - 2t) \quad (5)$$

と表わせるので、B、H、tの誤差を式(1)、(2)を用いて伝播させることができる。結果を式(6)に示す。

$$\Delta A = \pm \sqrt{(2B+2H-8t)^2 \Delta t^2 + (2t)^2 \Delta B^2 + (2t)^2 \Delta H^2} \quad (6)$$

断面二次モーメントも式(7)で表わせるので、B、H、tの誤差を伝播させて、式(8)を得る。

$$I = \frac{1}{12} \{BH^3 - (B-2t)(H-2t)^3\} \quad (7)$$

$$\Delta I = \pm \sqrt{\frac{1}{96} \{ (H-2t)^3 + 3(B-2t)(H-2t)^2 \}^2 \Delta t^2 \\ + \frac{1}{144} \{ H^3 - (H-2t)^3 \}^2 \Delta B^2 + \frac{1}{16} \{ BH^2 \\ - (B-2t) \times (H-2t)^2 \}^2 \Delta H^2} \quad (8)$$

ここに、応力を縁における、軸力及び曲げモーメントの応力の和と考えると、応力 σ の誤差 $\Delta\sigma$ は式(9)となる。

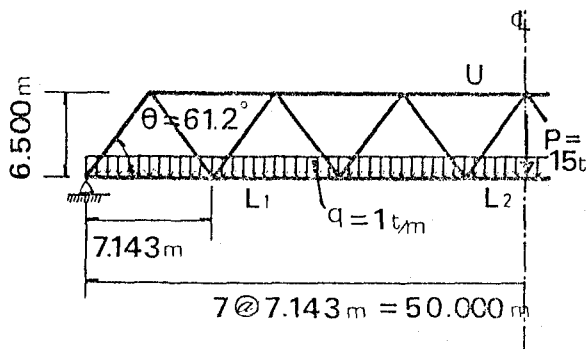


図-1 トラス主構図

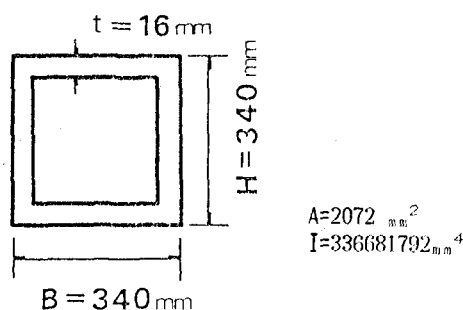


図-2 上弦材及び下弦材断面図

$$\Delta\sigma = \pm \sqrt{\frac{(N^2/A^4) \Delta A^2 + (M^2/4) \cdot \{ (H^2/I^4) \Delta I^2 \\ + (1/I^2) \Delta H^2 \}}{}} \quad (9)$$

諸値を代入すると式(6)～(9)より次式を得る。単位は、mm-kgである。

$$\Delta\sigma = \pm \sqrt{4.064 \times 10^{-12} N^2 + 1.445 \times 10^{-13} M^2} \quad (10)$$

軸力N、曲げモーメントMの理論解を式(10)に代入することにより、式(4)からこの構造物の全体誤差 γ を計算できる。

(4) モデルの精度の検証

各部材の応力の理論解、モデル解及びモデル精度の計算結果を表-1に示す。あわせて各部材の全体誤差も示す。

ここに、応力は縁での応力とし、

理論解：格点をすべて剛接として計算した解

モデル解：格点をすべてヒンジとして計算した解

モデル精度：|モデル解-理論解|/理論解
×100

である。

この結果より、このトラスのモデルの精度は、ほぼ全体誤差 γ と同じ大きさであることがわかる。即ち、この構造モデルは照査力学的価値をもっているということが明確となった。

4. 妥当な構造モデルの作成

次に、本手法を使用した妥当な構造モデルの作成を例をあげて示す。

(1) 対象構造物及び品質要求

対象とした構造物を、概要が図-3のようなアーチ水管橋とした。両端固定の円弧アーチで、支間35m、ライズ4.6mである。荷重は、単純でありかつ理論解の計算も容易である中央点への集中荷重とした。水道管の断面は呼び径500Aとし、断面積、断面二次モーメントと共に図-4に示す。

全体誤差は前章と同様に断面の縁応力を用いて計算する。そのために必要な管の厚さ t と管の半径 R の許容寸法誤差値 Δt 、 ΔR はJIS、土木学会及び水門鉄管技術基準に見られるが、今回は、最も基準が厳しい水門鉄管技術基準の値を採用した。それらを以下に示す。なお半径の許容誤差値は溶接による外周の変形の許容誤差値より算出した。

$\Delta t \quad \dots \quad \pm 0.25 \text{ mm}$ (幅にかかわらず一定のマイナス側の値より)

$\Delta R \quad \dots \quad \pm 0.635 \text{ mm}$ ($\pm 0.25\%$ の規定より)

(2) 全体誤差の計算

応力は軸力と曲げモーメントにより発生すると考える。断面積 A 、断面二次モーメント I は図-4を参考に

$$A = \pi(2Rt - t^2) \quad (11)$$

$$I = (\pi/4) \{R^4 - (R-t)^4\} \quad (12)$$

となることがわかる。 R 、 t の誤差 ΔR 、 Δt が伝播して A 、 I の誤差 ΔA 、 ΔI が計算される。式(1)、(2)を使って

$$\Delta A = \pm \sqrt{(2\pi R - 2t\pi)^2 \Delta t^2 + (2\pi t)^2 \Delta R^2} \quad (13)$$

$$\Delta I = \pm \sqrt{\left\{ \left(\frac{\pi}{4} \right) \{4R^3 - 4(R-t)^3\} \right\}^2 \Delta R^2 + \left\{ \pi(t-R)^3 \right\}^2 \Delta t^2} \quad (14)$$

表-1 構造モデル解と理論解の比較

	理論解(kg/mm ²)	モデル解(kg/mm ²)	モデル精度(%)	全体誤差(%)
U	3.73	3.16	7.0	3.9
L ₁	2.15	2.11	1.9	1.1
L ₂	3.66	3.16	5.6	4.0

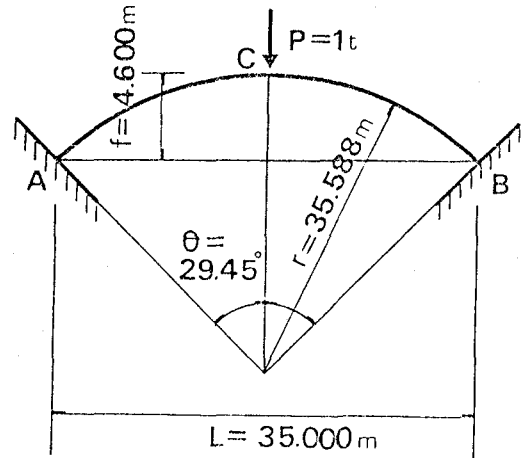
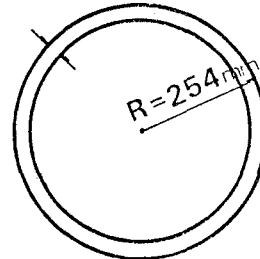


図-3 アーチ水管橋概要図

$t = 7.9 \text{ mm}$



$A = 12412 \text{ mm}^2$
 $I = 38381989 \text{ mm}^4$

図-4 水道管断面図

となる。 $\Delta \sigma$ は式(9)と同様に表わせるから、これらの式に諸値を代入すると式(15)が得られる。

$$\Delta \sigma = \pm \sqrt{6.363 \times 10^{-12} N^2 + 4.1716 \times 10^{-16} M^2} \quad (15)$$

単位はmm-kgである。

よって、曲げモーメント M 及び軸力 N がわかれば式(4)、(15)により全体誤差 γ を求めることができる。

一方、このアーチの断面力の理論解は次式により求めることができる。

中央点C

$$N_c = H_c = \frac{\theta_0 \sin^2 \theta_0 + 2 \sin \theta_0 (\cos \theta_0 - 1)}{4 \{ (\theta_0 - \sin \theta_0)^2 - \theta_0 \mu \}} \quad (16)$$

$$= -1.7459 \times 10^3 (\text{kg})$$

$$V_C = P/2 \quad (17)$$

$$= 5.000 \times 10^2 (\text{kg})$$

$$M_C = \frac{RH_C(\theta_0 - \sin \theta_0) - (PR/2)(1 - \cos \theta_0)}{\theta_0} \quad (18)$$

$$= 1.7526 \times 10^5 (\text{kgmm})$$

端点A

$$M_A = M_C - V_C(L/2) + H_C f - PL/2 \quad (19)$$

$$= -1.0338 \times 10^6 (\text{kgmm})$$

$$N_A = -(V_C + P) \sin \theta - H_C \cos \theta$$

$$= -1.7620 \times 10^3 (\text{kg}) \quad (20)$$

A点及びC点の縁応力の最大値は

$$\sigma_A = -0.8187 (\text{kg/mm}^2)$$

$$\sigma_C = -1.2878 (\text{kg/mm}^2)$$

よって式(15)と上記の値より、A、C点の全体誤差 γ を求めることができる。即ち、

$$\gamma_A = 2.64 \%$$

$$\gamma_C = 2.80 \%$$

構造モデルの精度は、各点の全体誤差と同程度の値をとることが望ましい。即ち、A、C点ともに3%程度の精度のモデルがこの例の場合妥当だといえよう。

(3)モデルの作成

対象としているアーチの構造モデルとして、直線ばりによる折れ線近似モデルを使用する。近似は、4分割、6分割、…と要素の長さが等しいように分割を増やしていく。図-5に4分割の折れ線による構造モデルを示す。各構造モデルの端点A及び中央点Cの応力の計算結果及びその時の理論解と比べた精度を表-2、表-3に示した。分割数を多くすると精度は徐々によくなるが、全体誤差 γ とほぼ等しくなるのは、8分割程度の構造モデルの時である。即ち、このアーチ水管橋を、直線ばりを使った構造モデルにより構造計算の照査をするには、8分割程度の構造モデルを使用することにより十分信頼できる結果が得られ、かつ合理的であるといえる。

5. あとがき

本報告では、部材の製作時における寸法誤差による応力への影響を考え、その誤差をもって構造物の照査に使用する構造モデルの精度とする手法につい

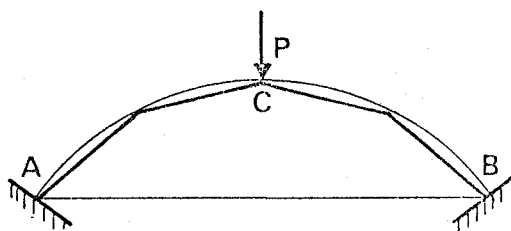


図-5 構造モデル図(4分割)

表-2 構造モデル解(固定点A) (一)

	$\sigma_N (\text{kg/mm}^2)$	$\sigma_M (\text{kg/mm}^2)$	$\sigma_N + \sigma_M (\text{kg/mm}^2)$	モデル精度(%)
4分割	0.147	0.481	0.628	2.3, 4
6分割	0.145	0.600	0.745	8.93
8分割	0.145	0.643	0.788	3.74
10分割	0.144	0.670	0.814	0.61
理論解	0.142	0.677	0.819	—

表-3 構造モデル解(中央点C) (一)

	$\sigma_N (\text{kg/mm}^2)$	$\sigma_M (\text{kg/mm}^2)$	$\sigma_N + \sigma_M (\text{kg/mm}^2)$	モデル精度(%)
4分割	0.146	0.917	1.063	17.5
6分割	0.144	1.052	1.196	7.15
8分割	0.143	1.097	1.240	3.67
10分割	0.142	1.126	1.268	1.55
理論解	0.141	1.147	1.288	—

て述べた。特に、部材製作誤差として示方書等に規定されている寸法誤差の許容値を使ったこと、その誤差の伝播に誤差伝播則を使ったことに特色があると考え。又、報告の前半部分では、広く使用されているトラスモデルを本手法により改めて妥当なものであるかどうか確認してみた。その結果、トラスモデルは十分照査力学的価値をもっていることを再確認できた。報告の後半部分では、本手法により妥当な構造モデルの精度を算出し、それに見合う構造モデルの作成へのプロセスを示した。それと同時に、本手法によって定められた構造モデルは、力学的照査に利用しても十分信頼できる結果が得られることが明確にできた。

今回は、構造物や荷重条件など比較的簡易なものを選び、本手法のプロセスを述べることに主眼をおいたが、さらに多くの例をもって本手法の適用範囲、応用性を調べ、構造モデルの精度を決定できる一般的な手法をまとめたいと考えている。

参考文献

- (1)橋 善雄：橋梁工学、共立出版、1981
- (2)戸川 隼人：マイコンによる有限要素法入門、培風館、1982
- (3)日本水道協会：水道橋設計基準、1982
- (4)堀川 浩甫：溶接学会誌、NO. 53、1984、1
- (5)材料強度タスクグループ：JSSC、NO. 179、1981、2