

従来から広く一般に用いられている構造物、地盤等の動特性（固有円振動数、減衰等）の推定法は、観測データを周波数領域に変換するスペクトル解析法である。この方法は、すべての観測データを取り込んでから計算を行うバッチ処理である。しかしながらこの方法では、スペクトル曲線の傾向から動特性の推定を行うため、特に減衰や、高次の固有円振動数に対する推定が、非常に困難であると言って良い。本研究に用いた推定法は、観測波形を周波数領域に変換せず、直接時域領域での解析法である。ここでは、この時域領域の解析法として、ツェンツェルに「順次観測データを取り込み、順次修正を行いながら動特性を推定する制御理論の拡張カルマンフィルタ」を用いた。この拡張カルマンフィルタの基本式は、確率微分方程式の状態方程式と、観測データが確率量であるとした観測方程式から構成されている。このことは、観測により得られるデータには、当然ノイズが含まれるので、現行の解析法と比べより最適な方法であると考えられる。本文中では、筆者らが提案した拡張カルマンフィルタに重み付きグローバルなくり返し法を併用したEK-WGI法を用いた。そしてこの方法により、各種振動系に対して、より効率的に精度良く動特性値（パラメータ）の推定が可能であることを数値的に明らかにした。なお用いた観測波形は、推定精度の検討のため、あらかじめ与えられた動特性値から数値シミュレーションにより求めた。

2.1 拡張カルマンフィルタ；拡張カルマンフィルタは、非線形連続型状態方程式(1)と非線形離散型観測方程式(2)に対する漸化的なアルゴリズム(図-1)である。

$$Y_{t_k} = h(X_{t_k}, t_k) + v_k \dots (2)$$

ここで、 x_{t_0} ; 平均値 $\hat{x}_{t_0}$ 、分散値 P_{t_0} のガウス分布、 V_{t_0} ; ガウス白色雑音 $E[V_{t_0} V_{t_0}^T] = \mathbb{R}(t) \delta_{t_0} (\delta_{t_0 t_0})$; クロネッカーデルタ関数)、 $\hat{x}_{t_0|t_0}$; y_{t_0} が与えられた時の t_0 時間における状態推定ベクトル (最適推定値)、 $P_{t_0|t_0}$; $\hat{x}_{t_0|t_0}$ と真の値 x_{t_0} との差の共分散、 y_{t_0} ; t_0 時間での観測ベクトル、 $\{x_{t_0}, x_{t_1}, \dots, x_{t_{t_0}}\}$ 。として初期の最適推定値 $\hat{x}_{t_0|t_0}$ と初期の推定誤差の共分散 $P_{t_0|t_0}$ が与えられれば、漸化的に最適推定値 $\hat{x}_{t_0|t_0}$ を求めることができる。

2.2 WGI法^{*)}; 拡張カルマンフィルタアルゴリズムの直接応用では、動特性の推定結果に対する安定性が明確でない。このため初期条件の与え方により不安定な推定結果を生じ、精度良い結果が得られない場合がある。重み付きグローバルなくり返し法(WGI法)は、推定結果が初期条件の影響を受けなければ安

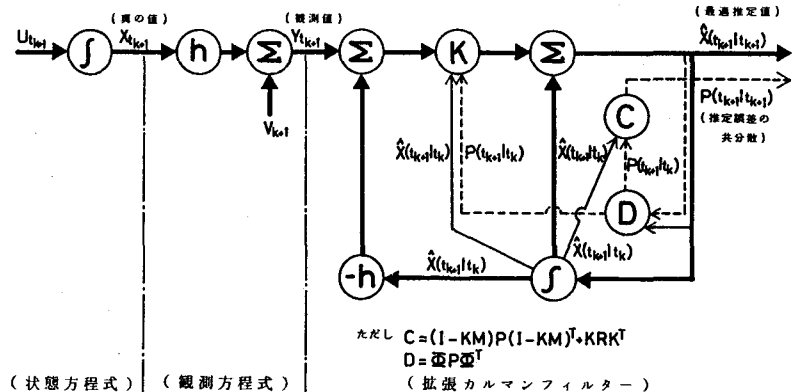


図-1 拡張カルマンフィルタ-アルゴリズム

ニでは、まず最も単純な1自由度系モデルに対して、入力及び出力波形(観測波形)から動特性の推定を行った。モデルの動特性 ω (固有円振動数)、 β (減衰定数)、 γ (刺激係数)はそれぞれ7.07 rad/sec, 0.1, 1.0とした。また観測波形は、①加振度、原度又は変位のいずれかを観測波形と表一 綜

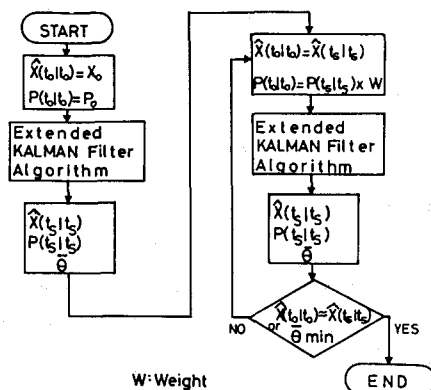


图-2 EK-WGI法

表-1 線形1自由度系の動特性の推定結果

ノイズ ノイズ	T.d. O.V.	10 sec.			5 sec			1 sec		
		Disp.	Vel.	Acc.	Disp.	Vel.	Acc.	Disp.	Vel.	Acc.
		Disp.	Vel.	Acc.	Disp.	Vel.	Acc.	Disp.	Vel.	Acc.
0.02	B	0.10006	0.10006	0.10005	0.10007	0.10007	0.10006	0.10005	0.10012	0.10006
	W	7.0713	7.0714	7.0713	7.0713	7.0714	7.0713	7.0715	7.0718	7.0714
	P	1.0003	1.0002	0.99996	1.0001	1.0003	0.99998	1.0006	1.0005	0.99998
	Y ₁	2.0x10 ⁻⁸	3.4x10 ⁻⁷	2.6x10 ⁻⁷	6.4x10 ⁻⁷	1.4x10 ⁻⁷	3.7x10 ⁻⁷	1.7x10 ⁻⁷	1.1x10 ⁻⁷	3.9x10 ⁻⁷
5.02	B	0.10003	0.10006	0.10022	0.10015	0.10004	0.10013	0.090694	0.091511	0.10529
	W	7.0709	7.0708	7.0713	7.0713	7.0707	7.0665	7.1121	7.1364	7.0074
	P	1.0002	0.99984	1.0003	1.0007	1.0018	0.99874	0.99874	0.97364	1.0061
	Y ₁	4.70	4.71	4.70	5.41	5.41	4.82	17.7	12.6	6.86
10.02	B	0.10008	0.10006	0.10032	0.10019	0.10003	0.10023	-0.02835	0.09071	0.12234
	W	7.0707	7.0706	7.0712	7.0713	7.0705	7.0648	6.5375	7.1403	6.9216
	P	1.0002	0.99971	1.0005	0.99976	1.0008	1.0025	0.5888	0.97302	1.0122
	Y ₁	8.79	8.99	8.99	10.4	10.3	9.18	32.2	22.1	12.8

T.d. ; Time duration , O.w. ; Observation wave, ω ; rad/sec, γ_i ; per cent
E.p. ; Estimated parameters.

を持つホワイトノイズとした。表-1に各種観

観測波形の条件による動特性の推定結果を示した。観測波形にノイズを含んでいない場合には、1secの継続時間でも非常に良い精度で動特性の推定ができることがわかる。このことは、周波数領域による解析よりも、時間領域での解析がすぐれた特徴を有することを示すものである。変位、速度、加速度のどの波形を観測波形として用いても同様な結果が得られる。また観測波形にノイズが5%, 10%と含まれても5secの継続時間があれば十分良い精度の動特性の推定が可能であることがわかる。ここで表中のねは、安定性評価基準百の計算途中で得られる式(4)の値である。観測波形が1波である場合には、百は常に0であり、ねからその安定性を評価することになるが、ねは式(3)からも明らかなる様に、観測波形とそれに対応する最適推定値との差が何%程度であることを示す量で、観測波形に付加したノイズ0%, 5%, 10%と良い対応がつく。

4. バイリニア系の動特性の推定^{*4)}

ここでは、バイリニア系の動特性 ω , X_e , α (図-3)の推定を行った。モデルは、 α のみを変化させたB9, B7.5, B5の3ケースを用いた。これらの動特性値は、表-2に示した。入力波形特性は、最大加速度 100 cm/sec^2 、周波数 1.13 sec^{-1} の正弦波で、継続時間 15 sec 、時刻割み 0.01 sec とした。バイリニア系の動特性の推定問題の特徴としては、 X_e の初期条件の与え方にある。 X_e の値を応答変位波形の最大値を越えた値として与えると、 α 及び X_e の推定結果は、任意に選んだ初期値と等しい値となって

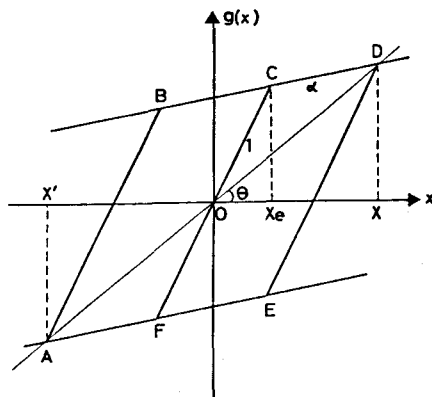


図-3 バイリニア系の復元力特性

しまう。そしてこの時推定される ω は、バイリニア系を線形系のモデルで置き換えたことを意味した等価な固有円振動数(5.)となる。そこで x_e を初期においてある程度推定する次の操作が必要となる。図-4は、 x_e に対応する $P(t_0/t_0)$ を0.0に固定し、 x_e をパラメトリックに変化させ推定を行ったものである。この図から、 x_e の値が応答変位波形の最大値を越えた範囲において、 ω 、 β の推定結果は、それぞれ初期値、等価な固有円振動数と等しい値となるが、 x_e の値が小さくなるに従って、意味のある値として推定されてくる。そしてこの範囲の x_e を任意に定め、初期条件とした。表-2は各モデルに対して上述の方法により、 x_e の初期値を求めてから動特性の推定を行ったものである。同表から、各動特性値とも真の値に近い値が推定されることかわかる。

表-2 バイリニア系の動特性の推定結果

models	ω	x_e	α		
B9	7.00	0.052	0.90	----	----
B7.5	7.00	0.049	----	0.77	----
B5	6.95	0.052	----	----	0.46
E.V.	7.07	0.050	0.90	0.75	0.50

Note ; E.V. = Exact Values

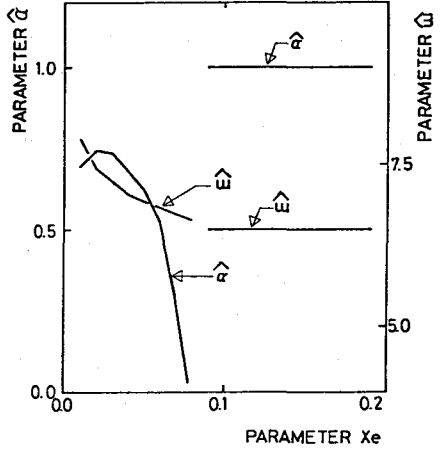


図-4 x_e をパラメトリックに変化させ ω 、 α を推定

5. 等価線形化

ここでは、非線形システムに対して、線形の状態方程式を用い動特性 ω 、 β の推定を行う。すなわち推定された ω 、 β は、 ω_{eq} 、 β_{eq} と考えられる。

はじめに、4.と同様なモデルに対して動特性 ω_{eq} 、 β_{eq} の推定を行った。*4) 入力为正弦波の場合には以下の様に図式的に ω_{eq} 、 β_{eq} を求めることができる(図-3)。

$$\omega_{eq} = \omega \tan \theta \quad \dots (5)$$

$$\beta_{eq} = \beta + \beta_{reg} \quad (\beta_{reg} = \frac{1}{2\pi} \frac{\Delta W}{\Delta O \times D}) \quad \dots (6)$$

ここで、 β ；粘性減衰、 β_{reg} ；履歴減衰、 W ；履歴曲線ABDEの面積、 ΔW ； $\Delta O \times D$ の面積。

表-3は、各モデルケースに対して両方法による ω_{eq} 、 β_{eq} を比較したもので、ほぼ良一致を示すことがわかり本方法の有効性が明らかになった。

表-3 バイリニア系の等価線形化

models		B9	B7.5	B5
parameters				
estimated	ω a	6.88	6.77	6.70
parameters	β	0.1157	0.1344	0.1539
calculated	ω_{eq} a	6.79	6.53	6.34
from Eqs.	β_{eq}	0.1160	0.1366	0.1580
5 and 6				

Note ; a rad/sec

次に、液状化を伴う地盤(非線形非定常システム)に対して本方法により等価線形化を行った。ここでは、非定常性の表現方法は、時間軸を区画(1sec)に分割し、区画内は定常であるものとした。図-5は、Managua Nicaragua地震NS成分の記録を入力とし、 F_{inn} の有効応力解析法から計算した応答変位、面隙水圧比の経時変化を示した。この入力及び応答波形を用い、本方法により推定した動特性 ω_{eq} 、 β_{eq} の経時変化は、図-6に示した。同図より、面隙水圧比の上昇に伴い、 ω_{eq} は減少し、 β_{eq} は増加する傾向を示し、液状化発生過程の軟化現象を ω_{eq} 、 β_{eq} を用いて表現できることがわかる。また面隙水圧比が60%以上になると応答変位波形は急激に長周期化するとともに、軸ずれ現象を伴う。この現象は、 ω_{eq} 、 β_{eq} の急変として表現できる。面隙水圧比が100%になると ω_{eq} 、 β_{eq} は、一定値となった。この現象は、有効応力解析法において、100%以後の応答計算における安定性を保つことと初期剛性に対して3%の剛性を残して一定にしているためである。この3%の値は、固有円振動数で5.93 rad/secとなり、推定結果と一致する。

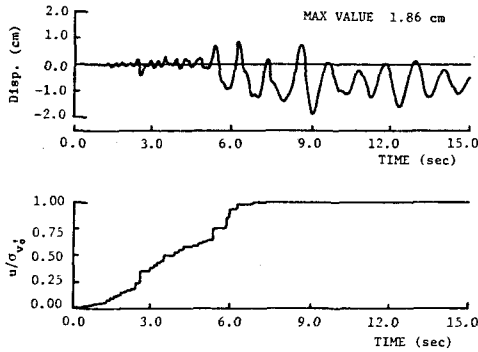


図-5 応答変位と間層水圧比の経時変化

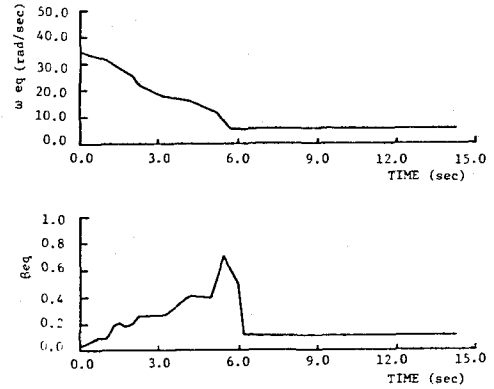


図-6 ω_{eq} と β_{eq} の経時変化

6. 線形多自由度系の動特性の推定^{*)}

多自由度系モデルは、4自由度系とした(図-7)。表-4に本モデルの動特性値を示した。入力波形は、1.と同様な特性を用いた。推定に用いた観測波形は、震度1の応答変位及び速度波形のみとした。多自由度系の動特性の推定問題では、4.と同様に初期条件の与え方が問題となる。このことは、多自由度系に拡張した状態方程式が、単純に1自由度系を直列に重ね合わせた方程式として表現されており、例えばすべて同じ初期条件を与えれば、当然すべての次数に対してそれぞれ対応した動特性値が同じ値になることから理解できよう。そこで次に示す、順次高次の動特性値を推定する手法を用いれば、初期条件の問題は解決できる。まず1自由度系の状態方程式において、任意の初期条件から、動特性を推定する(表-4、1自由度系での推定結果)。次に状態方程式等を2自由度系に拡張する。そして1次の動特性の初期条件としては、推定結果を用い、2次に対しては、任意の初期条件を用いる。これらの初期条件下で2自由度系に対して推定を行う(表-4、2自由度系での推定結果)。このような手順により順次高次の動特性値を求める。図表からも明らかにするように、自由度が高くなるに従い、低次の動特性値も同時に改良されてくることわかる(例えば、 $p^{(0)}$ 1.317→1.350)。また、4自由度系にまで状態方程式等の拡張を行えば、すべての動特性に対して非常に良い精度で推定が可能であることがわかる。そして、自由度が高くなるに従い、順次小さくなることわかる。

おわりに

各種振動系の動特性の推定例から、EK-WG工法の有効性が明らかになった。特に6.の動特性の推定方法では、耐震工学上非常に重要な動特性値を与えてくれるものと思われる。なお現在6.の推定アルゴリズムを組み込んだ計画システムを開発中である。

* 参考文献 1) Jazwinski, A. H; Stochastic Process and Filtering Theory. 2) Yun C-B and Shimozuka; Identification of —, J. Struct. Mech. 8(2) 1980. 3) Carmichael D.G.; The State Estimation Problems —, A.S.P., 3rd. Int. Conf., 1979. 2. 4) 星谷 齊藤; 拡張カルマンフィルターを用いた同定問題の各種振動系への応用, 土論集, (投稿中). 5) 星谷 齊藤, 山崎; 液状化を伴う地震の等価線形化, 17回地震工学研究発表会. 6) 星谷 齊藤; 線形多自由度系の動特性の推定, 土論集, (投稿中).

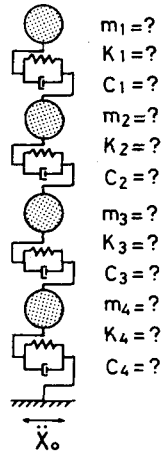


図-7 4自由度系モデル

表-4 多自由度系の動特性の推定結果

Mode and γ_1, γ_2	Exact values	One degree of freedom system	Two degree of freedom system	Three degree of freedom system	Four degree of freedom system
1 ω	4.625	4.621	4.624	4.625	4.625
1 β	0.05781	0.05624	0.05772	0.05781	0.05781
1 p	1.350	1.317	1.347	1.350	1.350
2 ω	10.78		10.76	10.78	10.78
2 β	0.1348		0.1292	0.1348	0.1348
2 p	-0.4182		-0.4036	-0.4181	-0.4182
3 ω	17.40			17.38	17.38
3 β	0.2175			0.2150	0.2173
3 p	0.07013			0.06927	0.07001
4 ω	30.57				30.81
4 β	0.3821				0.3840
4 p	-0.00159				-0.00152
γ_1		3.67×10^{-4}	1.32×10^{-4}	2.72×10^{-4}	1.25×10^{-4}
γ_2		1.89	9.34×10^{-4}	2.58×10^{-4}	1.18×10^{-4}

Note: ω = Natural circular frequency (rad/sec).
 β = Modal damping factor.
 p = Participation factor.
 γ_1, γ_2 = (percent).