

起振実験の処理システムとそのアルゴリズム

電力中央研究所 正員 花田和史
(株)オメガプラン 正員 ○安藤幸治

1. はじめに

振動測定分野においても、実験技術の著しい進歩に伴って、短時間内に大量のデータが集積される例や、生(なま)のデータから目的の物理量までの変換が膨大な作業量となる例が多くなってきた。このような実験を必要とする分野においては、データ集録およびデータ処理の過程が、試験・研究を進めるうえで大きな比重を占めている。これらの事情に鑑みて電力中央研究所では、振動計測処理装置を製作し、データ集録・処理を行なっている。本報告は、同装置の概要と得られたデータの処理手法について記したものである。

2. 装置の概要

本装置の製作にあたって、最終的なデータ処理は大型計算機により実行するという前提を採り、本装置には、データの集録、現場における一応の解析、大型計算機への入力処理、および実験装置のコントロールを行なわせる、と位置づけた。本装置の主たる性能は概ね以下のとおりである。

(1)微小振動数変化に対応する振動系の定常応答を入力とし、振中共振曲線、位相共振曲線を得る。(2)ランダム応答に対しては、常時微動、振動台による模擬地震動応答採取と標準的な時系列解析を行なう。(3)実在構造物の各種実験に対処しうるように、現場への可搬性がある。(4)オフセット調整、較正、レンジ切換をCPU制御下におく。(5)現場搬出時には現場の電源が不安定であることが多い。電源関係以外の事故をも想定し、集録データの保護を最優先で行なう。(6)振動試験は通常、工事竣工直前の貴重な時間を割いて行なわれることが多い。また再度同一の実験を行なうことが不可能なことも多い。したがって当日の実験終了後、その結果を2〜3時間で共振曲線の形に図化し、翌日の実験内容へフィードバックさせる。

本装置の構成を図1に示す。本装置には、正弦波集録プログラムを始め、共振曲線の作成図化、コード変換、修正などのための各種適用プログラムをロードしているが、とくに配慮した点は、異常処理関係である。前にも記したように、本装置は現場搬出を可能のように意図して製作されている。現場の環境は、通常、実験にとって最適とは言い難く、不時の電源断など予測し得ない状況で実験が中断されることも十分にあり得る。例えば、MTの書き込み中に電源の瞬断があればMTは暴走する。また、突然の全停によって、実験が中断し、その後の再開で、停電以前の状況に復帰し得なければ、不必要な再実験も必要となる。したがって、実験の表面的な流れの裏で、常に、実験の状況を把握し、現地桌での中断によって、最小限の逆行に必要な位置を更新しつつ、瞬断の一

瞬に表面に出てアプリケーションプログラムを管理するモニタープログラムが必要である。本装置は、極めてハードウェアに密接に関係する

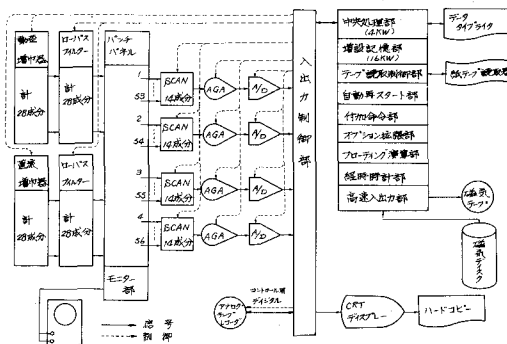


図1 装置の構成図

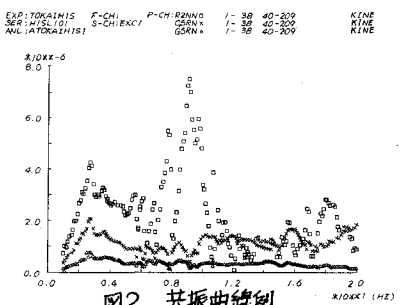


図2 共振曲線図

このモニタープログラムによる異常処理機能の他に、データのディスクとMTへの二重書き込み、および再開時の操作性を考慮したアプリケーション（適用）プログラムによる異常処理機能を持っている。しかし、この二種の処理でも完全ではなく、ディスクのアクセス時、MTの駆動時に起った、非常に生起確率の少ないタイミングで生じる断続の処理にあたっては、支援プログラムの異常終了処理プログラムをロードして復帰を回っている。

図2に、本装置で得られた共振曲線の例を示す。

3. 振動系の同定について

動的試験・観測は、構造物の動的性状を把握することを目的として実施される。試験・観測の結果から実施者が抽出する事項は、系のモード定数、物質定数、対象とする系への他系からの干渉の程度など多岐にわたる。実施の目的がこれらのいずれを解明することによって、得られたデータの処理手法は大きく異なる。しかし、試験・観測は、実施者が予め抱えている振動系のイメージを修正するためになされるものである。定性的修正を要する場合はともかく、定量的修正のみで済む場合には、その修正量の把握に力点が置かれよう。

同定手法は、まず、同定の目的とするパラメータによって、(a)モード定数-固有値、固有ベクトル、刺激係数、(b)振動方程式係数-M, C, K-に二分される。また同定の論理によって、(i)振動方程式を成立させる、(ii)観測量にシミュレーション値を一致させる、(iii)統計的に最尤値を求める、の三種に分けられる。次いで、(ii)の場合には、(1)時間領域、(2)振動数領域、のいずれかで得られたデータを扱うことによって二種に分けられる。なお非線形性が直接的に取扱われた例は稀で、ほとんどは等価線形的に見做されている。

試験・観測により得られるデータは膨大で、目的のパラメータは僅少であることから、データは *reduction* を大巾に受けているのが普通である。この際に用いられる計算手法には、(1)最小自乗法、(2)重み付き最小自乗法 (Bayesian 法を含む)、(3)最急降下法、(4)擬似逆行列法、が挙げられる。また、目的のパラメータを、(1)テラー展開、(2)乗中関数、(3)摂動法、(4)汎関数変分法、などで変形することも多い。その他、時間領域より振動数領域へ変換する際に、フーリエ変換が用いられ、目的のパラメータを多重回帰で同定する場合に *Nyquist Circle* を多重化するなど興味深い手法も多い。勿論、幾つもの手法が組合わされたり、手直しが加えられているのがほとんどであるので、計算手法による分類は困難である。

4. モード定数の同定とその例

ここでは起振実験によって得られた各測点の伝達関数を使用して振動系のモード定数の同定手法について記す。⁽²⁾⁻⁽⁴⁾
起振実験より得られる伝達関数 X は、次の N 自由度系の運動方程式を満足すると仮定する。

$$MX + C\dot{X} + KX = F e^{i\omega t} \quad (1)$$

ここに M, C, K は、それぞれ質量、減衰、剛性マトリックスであり、 F, ω は、外力の振中ベクトルおよび円振動数である。モード定数の同定とは、(1)式を満足する固有値 (λ_r)、固有ベクトル (U_r) およびモード質量を求めることである。(1)式の固有値方程式は、次のように一般固有値方程式に変形して解きうる。

$$\lambda A X + B X = 0 \quad (2)$$

ここに

$$A = \begin{bmatrix} 0 & M \\ M & C \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -M & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix}, \quad X_r = \begin{bmatrix} \lambda_r U_r \\ U_r \end{bmatrix}$$

である。

$$\left. \begin{aligned} \text{いま} \quad \{X, X\}^T &= \sum_{r=1}^N \alpha_r X_r \\ X^T A X &= \alpha_r \delta_{rr} \\ X^T B X &= b_r \delta_{rr} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

とおき、(1)式に代入して、次式をうる。

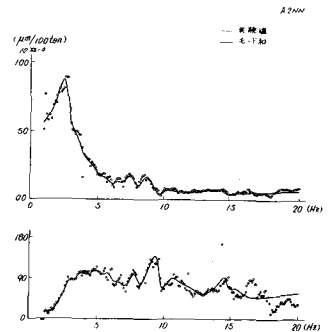


図3 同定例その1

$$X_{te} = \sum_{r=1}^N \frac{U_r^T F U_r}{i\omega \bar{a}_r + b_r} \quad (4)$$

また、固有値方程式(2)から得られる λ_r , U_r は、定常起振の場合には、共役値が存在するため、(4)式は次のようになる。

$$X_{te} = \sum_{r=1}^N \left[\frac{U_r^T F U_r}{i\omega \bar{a}_r + b_r} + \frac{\bar{U}_r^T F \bar{U}_r}{i\omega \bar{a}_r + b_r} \right] \quad (5)$$

ここで I について $1 \sim N$ までの和を以って X_{te} を表わしているが、振動形状を表現する場合には、低次のモードで充分であるので、 $N \gg R$ なる次数 R によって近似できる。したがって、決定された伝達関数 X が(5)式で表わされる

理論値 X_{te} と一致するようにモード定数を決定すれば良い。まず、初期値として λ_r を与え誤差の自乗和 $(X - X_{te})^2$ が最小となるように $U_r (= U_r^T F U_r)$ を求める。次に、この U_r を(5)式に代入し、 $\lambda_r = \lambda_{r0} + \Delta \lambda_r$ とおき λ_{r0} について一次までテーラー展開して $\Delta \lambda_r$ を線形変数と見做し誤差を考えそれが最小となるよう $\Delta \lambda_r$ を計算して、それを固有値の補正量とする。この操作を繰り返して行ない、ある収束条件を満たすまで逐次近似を行なう。

起振実験値より得られた伝達関数をもとに、本手法によりモード定数を同定し、この結果を合成して伝達関数を得た例を図3と図4に示す。分解同定されたモード定数が系の振動形状を極めて良く表現していることが明らかであろう。

5. 振動方程式係数の同定とその例

振動方程式係数 M , C , K を同定する場合には、振動方程式に則るのが自然であろう。したがって、観測値を直接扱わずに、それより同定されたモード定数を用いる。目的パラメータとしての構造物の自由度が、得られているモード数に対応している完全な場合と、モード数よりも多い実構造物のイメージをもつ不完全な場合の2種がある。前者のモデル・パラメータを同定するには、同定されたモード定数を直接に振動方程式に代入して各係数を一元的に決定する手法が妥当である⁽⁴⁾。後者の場合には、先験的に M , C , K を想定し、同定されたモード定数に合致するように、修正すべき ΔM , ΔC , ΔK を求める。すなわち、不完全モデルでは先験的なイメージで仮定したモデルの自由度に対応する実部、計測が行なわれていない場合が多く、また同定すべき自由度の方が得られているモード次数などの条件数よりも多い。したがって、この解決のために先験モデルとその修正把握という形をとるのが妥当である。ここでは、不完全モデルを扱う手法について記す。⁽⁵⁾

既知量としては、観測値にもとづくモード定数、すなわち、 λ_E , U_E , $\bar{U}_E (= U_E^T A U_E)$ が得られている。また、先験モデルについても同様のモード定数(λ_A , U_A , $\bar{U}_A$)が得られる。これらは次に記す関係式で結ばれている。

ベクトルマトリックス:

$$Y_E = Y_A + \Delta Y \quad (1)$$

ここに

$$Y = \begin{bmatrix} U \Lambda & \bar{U} \bar{\Lambda} \\ U & \bar{U} \end{bmatrix}, \quad \Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & & \lambda_R \end{bmatrix}$$

$$\text{固有値: } \Lambda_E = \Lambda_A + \Delta \Lambda \quad (2)$$

$$\text{換算質量: } U_E = U_A + \Delta U \quad (3)$$

一方、既知の量 ΔM , ΔC , ΔK に対応するベクトル、固有値、換算質量の変化分 Δy , $\Delta \lambda$, ΔU は次式により決定される。

$$\Delta y = \left[\frac{-Y_0^T (\lambda_0 \Delta A + \Delta B) Y_0}{\lambda_0 \omega_0^2 + b_0^2} \right] \quad (4)$$

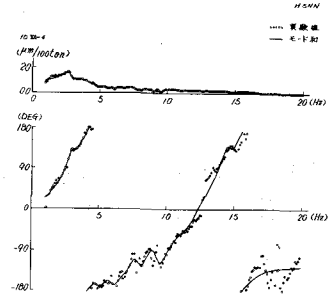


図4 同定例その2

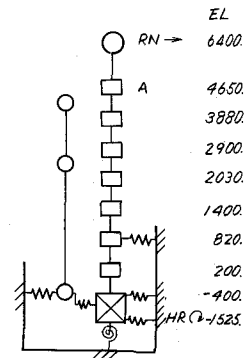


図5 同定例モデル

$$\Delta \lambda = \left[-\frac{Y_0^T (\lambda_0 \Delta A + \Delta B) Y_0}{\lambda_0 \Delta r^2 + b_r^2} \right] \quad (5)$$

$$\Delta \kappa = \left[Y_0^T \Delta A Y_0 \right] \quad (6)$$

実験値と先験値の差を意味する(1)(2)(3)式のうちの量 ΔY , $\Delta \lambda$, $\Delta \kappa$ を満足する Δy , $\Delta \lambda$, $\Delta \kappa$ は重み ω を介して次のように設定される。

$$\left. \begin{aligned} \Delta Y &= \sum_p \omega_p \cdot \Delta y \\ \Delta \lambda &= \sum_p \omega_p \cdot \Delta \lambda \\ \Delta \kappa &= \sum_p \omega_p \cdot \Delta \kappa \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

これらの重み ω_p は、 ΔM_p , ΔC_p , ΔK_p に対応しているため、新しい M , C , K は次式で求まる。

$$\left. \begin{aligned} M_{new} &= M_A + \sum_p \omega_p \cdot \Delta M_p \\ C_{new} &= C_A + \sum_p \omega_p \cdot \Delta C_p \\ K_{new} &= K_A + \sum_p \omega_p \cdot \Delta K_p \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

計算例として図5に示す20質量系モデルの場合を示す。図6, 図7に、質量Aに対し水平方向に単位力を加えた際の共振曲線を示す。いずれも極めて良い結果を得ている。

6. おわりに

モード定数の同定手法は、A.Klosterman⁽³⁾, 対馬氏⁽⁴⁾の手法を著者が修正、改造したものである。また、振動方程式係数の同定手法は、P.Ibáñez氏の手法を参考にさせて頂いた。これらの手法の開発にあたって、丸紅エレクトロニクスの奥津氏には貴重な御提言を数多く頂いている。附して謝意を表する。両手法とも、単に実験結果の同定のみならず、FEMのような多自由度計算結果の自由度縮減にも有効であろう。今後、検討を深めてゆく所存である。

参考文献

- (1) 花田和史他 振動計測記録処理装置 電力中央研究所報告 377023 1968年7月
- (2) 花田和史他 強制振動実験のデータ解析手法 電力中央研究所報告 377024 1968年7月
- (3) Klosterman, A.

On the Experimental Determination And Use of Model Representation of Dynamic Characteristics PHD. Dissertation, Univ. of Cincinnati 1971

- (4) 対馬義幸他 重回帰分析による強制振動実験データ解析に関する研究 日本建築学会大会 1977年10月

- (5) Potter, R. et al

Mass, Stiffness and Damping Matrices from Measured Modal Parameters. ISA Conf. & Exhibit. New York Oct. 1974年.

- (6) Ibáñez, P.

Identification of Dynamic Structural Models from Experimental Data UNCLA-ENG-7225. PHD Thesis for the UCLA March. 1972年.

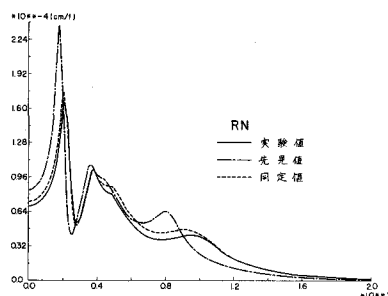


図6 同定例その1

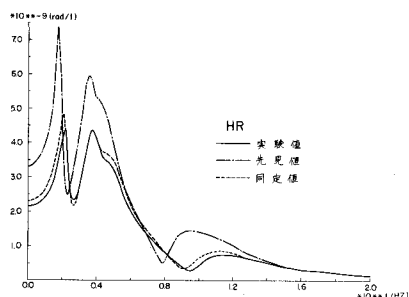


図7 同定例その2