

目標計画法による貯留関数法改良アルゴリズム

東京芝浦電気株式会社 正員 小舘英寛
同 上 荒川卓也

1. はじめに

河川流出解析法の一手法に貯留関数法⁽¹⁾があるが、その電算機プログラム化を試みた。一般に、プログラム化においては専門技術者が何気なく判定していた部分をも明確に数量化することが必要であり、このため作業がむずかしくなっている場合が多い。貯留関数法では降雨強度から流出高を算出する中間状態に貯留高を設けるもので、貯留高 S と流出高 q との関係を $S = K(q - g_i)^P$ の形で仮定し、初期流出高 g_i および降雨強度と流出高の実測値から係数 K と P を決定して、流出追跡計算に移る方法である。この場合、流出解析の目的が洪水対策であることから最高流出高という一矢ばかりでなく、流量波形が重要であると言われている。しかしながら、流量波形として何ヶ所のいかなる点を合致させるべきであるという定見が未だ存在していないので、ここでは最高流出高の他に増水持続時間⁽²⁾を考えに入れることにして、これら2種の値を合致させるような最適係数組合せ K^*, P^* を選定する改良アルゴリズムの構築を試みた。2種の単位の量を取扱った目的関数の最適化問題に対しては多目的関数最適化手法を適用することが望ましいので、その手法の一つである目標計画法を適用することにした。まず、2係数 K と P の目的関数に対する感度解析を行ない、探索中心格子点を見出す。その中心格子点の近傍に細かに探索格子点を構成して、この中から目的関数を最小とする係数の最適組合せ K^*, P^* を探索するアルゴリズムを付加したものである。具体的適用例として、神流川のデータ⁽³⁾について試算した結果を示し、その有効性を明示した。

2. 貯留関数法概要⁽¹⁾

本法は水流の連続方程式と貯留関係すなわち貯留量 S と流出高 q の関数関係を基礎としたもので、その概要は以下のようになる。(図1参照)。

対象流域における平均降雨強度 r と流出高 q との間に次式が成立つ。

$$f \cdot r - (q - g_i)_e = \frac{dS_e}{dt} \quad \dots (1)$$

さらに、次の関係式が成立つものとする。

$$S_e = K \cdot (q - g_i)_e^P \quad \dots (2)$$

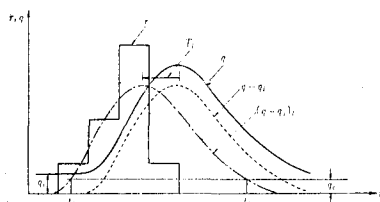


図1 貯留関数法による解析解図。

ここに f : 流入係数、 g_i : 立上り時の初期流出高、 T_e : 遅滞時間、 $(q - g_i)_e$: T_e だけ $(q - g_i)$ の波形を左に移動させた波形、 S_e : $f \cdot r$ と $(q - g_i)_e$ とによる見かけの流域貯留高、 K と P は係数。

決定すべきは f 、 T_e 、 K 、 P の4つであり、従来の手計算では次の6ステップで演算が行なわれる。

- ステップ1 流出実測高より初期流出高を差引く $(q - g_i)$ 。
- ステップ2 $T_e = T$ ($T = 0, 1, 2, \dots, T_{em}$) として、 g_c を最高流出高の1~2割の値とし、 $q = g_c$ の直線と $(q - g_i)_e$ の曲線との交点を時刻 t_1 と t_2 ($t_1 < t_2$) とする。
- ステップ3 f を算出する ($f = \int_{t_1}^{t_2} (q - g_i)_e dt / \int_{t_1}^{t_2} r dt$)。
- ステップ4 S_e と $(q - g_i)_e$ のグラフを画く。増水側と減水側とがよく一致し、一価関数と見せるグラフを選び、そのときの $T_e = T_e^*$ を選定する。
- ステップ5 T_e^* のときのグラフについて、係数 K と P を算定する。
- ステップ6 ステップ1~5で得られた f 、 T_e 、 K 、 P を用いて、流出追跡計算を行なう。

上記の演算方法では、 f と T_e は $S_e - (q - g_i)_e$ 曲線が一価関数となるように前半部で決定されるので、この原則

は守らなければならない。一方、後半部の係数 K と P は最小2乗法のような数学的取扱によって決定されるので、これら2係数の決定に因して改良アルゴリズム4の付加が可能であると考えた。

3. 改良アルゴリズム4

3.1. 目標計画法の適用

2係数 K と P の決定を電算機プログラムを用いて行なう場合、決定基準としての評価関数を設けなければならない。貯留関数法は流量波形を重視するものであるが、通常データは時間単位であるから、「何日何時頃に最高流出高になる」とか、「何日何時頃から何時間増水する」と言うような厳密さが充分であると考えられる。すなわち、流量波形は横軸に時間、縦軸に流出高となっているので、最高流出高については実測値が Q_M 、計算値が Q_M (T_M, Q_M)であったとすれば、適合度を表わす指標としてこれら2点間の距離 D_M を考え、次式で表わす。

$$D_M = |Q_M - Q_M| \quad \dots (3)$$

ここで $| \cdot |$ は絶対値を表わし、時間の項は $t_M \approx T_M$ が成立つものとして省略している。

一方、流量波形の他の数値について適合度を見るために、時間に関するものとして増水持続時間を考える。今、最高流出高の $\frac{1}{N}$ 倍の流出高 ($i=1, 2, \dots, (N-1)$) の実測値が開始時 $(t_{\frac{i}{N}}^E, Q_{\frac{i}{N}}^E)$ 、終了時 $(t_{\frac{i}{N}}^S, Q_{\frac{i}{N}}^S)$ で、計算値がそれぞれ $(T_{\frac{i}{N}}^E, Q_{\frac{i}{N}}^E)$ 、 $(T_{\frac{i}{N}}^S, Q_{\frac{i}{N}}^S)$ であったとすれば、これら2つの増水持続時間の差 $D_{\frac{i}{N}}$ は、 $Q_M \approx Q_M$ として、

$$D_{\frac{i}{N}} = |(t_{\frac{i}{N}}^E - t_{\frac{i}{N}}^S) - (T_{\frac{i}{N}}^E - T_{\frac{i}{N}}^S)| \quad \dots (4)$$

2指標 D_M と $D_{\frac{i}{N}}$ の単位を見ると、それぞれ $[M^3/s]$ 、 $[hr]$ となっている。このように単位の異なる量と同時に取扱う時には多目的関数最適化手法を適用することが望ましく、すでに種々の手法が開発され、 ϵ -constraint法⁽³⁾、多目的階層化法⁽⁴⁾、Surrogate Worth Tradeoff法⁽⁵⁾などの応用も試みられている。ここでは、実測値は式(3)と式(4)で目標値としての役目を有しているので、2種の量を無次元数とし、目標計画法を適用することとし、次の目的関数 I を設定する。(図2参照)。

$$I = \alpha \cdot \left(\frac{Q_M - Q_M}{Q_M} \right)^2 + \sum_{i=1}^{N-1} \beta_i \left\{ \frac{(t_{\frac{i}{N}}^E - t_{\frac{i}{N}}^S) - (T_{\frac{i}{N}}^E - T_{\frac{i}{N}}^S)}{(t_{\frac{i}{N}}^E - t_{\frac{i}{N}}^S)} \right\}^2 \quad \dots (5)$$

ここで、 α と β_i ($i=1, 2, \dots, (N-1)$) は重み係数で、 $\alpha + \sum_{i=1}^{N-1} \beta_i = 1$ とする。

Min. $I = I^*$ の時の2係数の最適組合せ K^* 、 P^* を求める問題となった。

3.2. 前処理としての感度解析

貯留関数法は単一洪水なら簡単であるが、ダブルピークなどの洪水はむずかしい⁽⁶⁾で、単一洪水に限って考える。従来法によって得られた係数 K と P を基質とした、最適値 I^* を得るための係数の最適組合せ K^* 、 P^* を求める手順を考える。対象が解析的でないで、係数 K と P からなる平面で格子点を構成し、その中から最適組合せを求めるという格子探索法を適用する。問題は格子点を如何にして作成するかである。

係数 P については $0 < P < 1$ 、 K については $K > 0$ の条件が付されていることを考慮して、格子探索法の中心格子点 (K_M, P_M) を目的関数 I と係数 K または P との感度解析によって求める。まず、 K を従来法によって得た値に固定し、 $P \approx 4P\%$ (たとえば5%)ずつ、大まかに変化させて I の値を計算する。その結果を P - I 平面にたとえ5点プロットすれば、 P の条件内で極小値が存在すると思われるので、5点に対し2次曲線のあてはめを行なう。すなわち、最小値 I_{Pn} となる P の値を P_M とすれば、次式を得ることが出来る。

$$I(P) = a(P - P_M)^2 + I_{Pn} \quad (a > 0) \quad \dots (6)$$

ついで、 $P = P_M$ と固定して、 K について同様の解析を行ない、最小値 I_{Kn} となる K の値 K_M を得る。

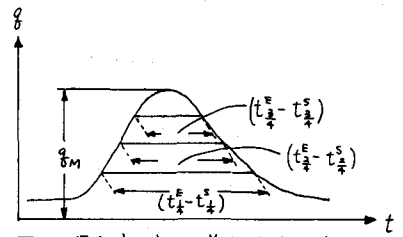


図2. 最高流出高と増水持続時間 ($N=4$)

以上で中心格子点 (K_m, P_m) を得たので、次式によって細かい格子点を作成する。

$$\begin{aligned} K &= K_m \{1 + \Delta K (m - m_0)\} \\ P &= P_m \{1 + \Delta P (n - n_0)\} \end{aligned} \quad \dots (7)$$

ここで、 $m = 1, 2, \dots, (2m_0 - 1)$; $n = 1, 2, \dots, (2n_0 - 1)$ (m_0, n_0 は正整数) とし、 $0 < P < 1$ を満す。

結局、格子点 K_m, P_m を中心として $(2m_0 - 1) \times (2n_0 - 1)$ 個の格子点を得た。

3.3. 改良アルゴリズム全体の流れ図

図3は改良アルゴリズムの全体の流れ図である。ステップ5までの従来法にステップ6~8を挿入したものである。定めるべき f 、 T_e 、 K 、 P を従来法で決定した後、係数 K と P に関して、探索格子点を作成して、これらの格子点について流出追跡計算を行なう。目的関数 I を算定し、その最小値 I^* を選出して、その時の係数 K と P の最適組合せ K^* と P^* を決定するものである。

4. 計算例

建設省土木研究所が昭和23年から13年間にわたり神流川流域において観測した資料の一部を借用して、本アルゴリズムで計算した結果を示す。

使用データは昭和25年8月4~7日のもので、流域面積 373.6 km^2 、 $q_i = 45.5 \text{ m}^3/\text{sec}$ 、 $q_c = 118.3 \text{ m}^3/\text{sec}$ である。流れ図中の定数としては、 $T_{em} = 5$ 、 $N = 2$ 、 $\Delta K = \Delta P = 0.01$ 、 $m_0 = n_0 = 6$ とした。すなわち、最高流出高とその半分の流出高の増水持続時間を目的関数の成分とし、 11×11 の格子点を作成した。

図4は従来法の流出追跡計算結果で、このときの諸値は $f = 0.725$ 、 $T_e^* = 3$ 、 $K = 14.93$ 、 $P = 0.9041$ 、 $Se - (q - q_i)_t$ 曲線は図5.1~3(a)の曲線1である。

図5.1(a)~図5.3(a)、図5.1(b)~図5.3(b)はそれぞれ重み係数 $\alpha = 1.0, 0.75, 0.5$ のときの $Se - (q - q_i)_t$ 曲線と流出追跡計算 (点線: 実測値、実線: 計算値) である。 $\alpha = 1$ は最高流出高のみを実測値と一致させようとする場合であり、 $\alpha = 0.5$ は目的関数の2成分を同等に考慮しようとしている。図5.1(a)~図5.3(a)の $Se - (q - q_i)_t$ 曲線を見ると、 α の値が大きい方が従来法の曲線1からはなれ、似た形をしている。これに対応して図5.1(b)~図5.3(b)の

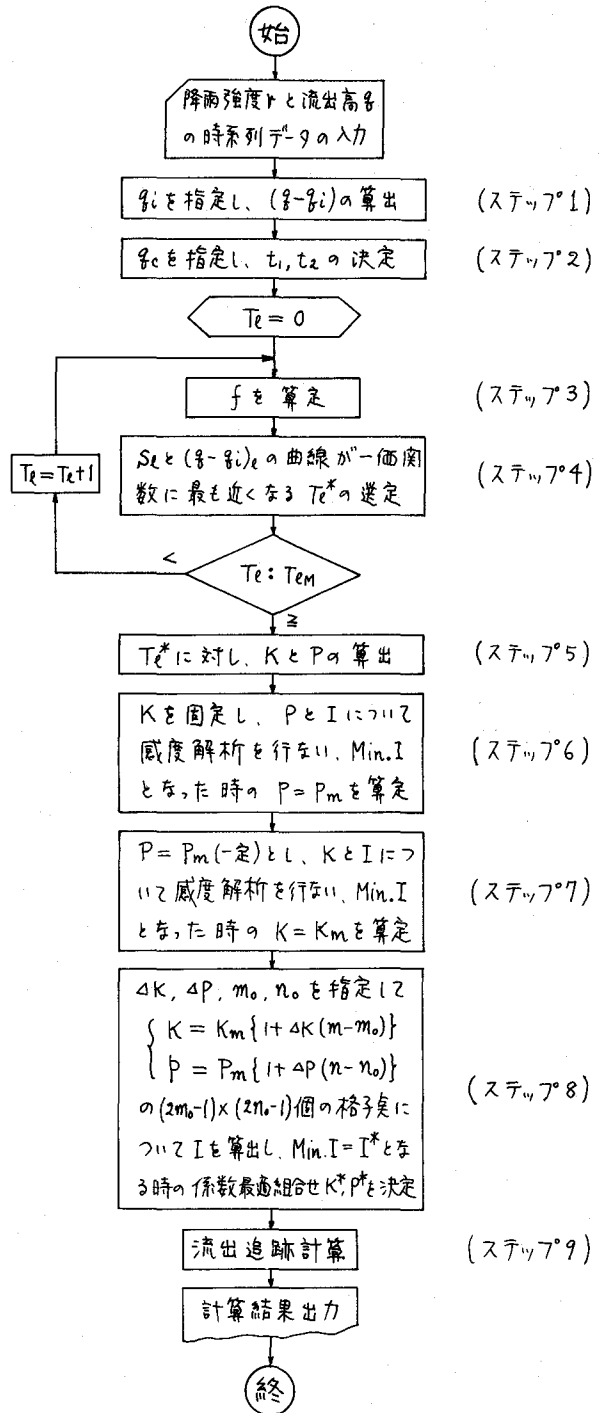


図3. 改良アルゴリズム全体の流れ図

流出追跡計算結果を見ると、図5.1(b)の $\alpha=1.0$ では増水部で増量し、減水部で減量がはげしい。これら3つの α 値を比較すれば、最高流出高と増水持続時間を同等に考慮した場合である $\alpha=0.5$ の流量波形が最も良い結果となった。

5. おわりに

既に開発されている解析手法を電算機プログラム化する場合には、その手法がある程度専門的知識や経験に基づいた判定を伴うものとして構成されているので、多くの場合、付加的アルゴリズムを必要とする。貯留関数法は得た結果としての流量波形を重視しているもので、最高流出高と増水持続時間の2成分からなる適合度指標と言ふべき目的関数を設定し、目標計画法として、一部係数を再決定するという改良アルゴリズムを付加した。本改良アルゴリズムを用いて試算したところ、より良い流量波形を得ることが出来た。

【参考文献】

- (1) 土木学会編「水理公式集(昭和46年度改訂版)」昭和49年1月発行。
- (2) 建設省土木研究所編「神流川流域水文観測資料」昭和43年1月発行。
- (3) H. Kodate, "A Two-objective Optimization on Operation of a Service Water Transmission System", Proceedings of ICCS-78, PP.709~714, Oct., 1978.
- (4) 小館英章「上水道送水系の多目的階層化による最適運用法」昭和52年電気学会全国大会講演集, NO.1678, 昭和52年7月。
- (5) 石川真澄、他「多目的計画における選好解探索」電気学会論文誌, Vol.98-C, No.12, 昭和53年12月。
- (6) 高橋裕「河川水文学」, P.78, 共立出版、昭和53年4月発行。

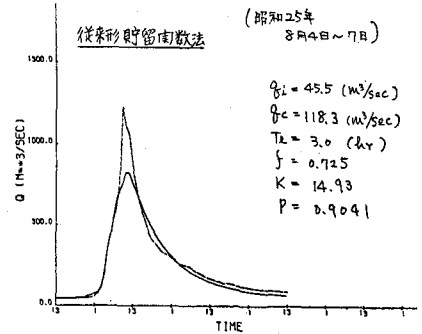


図4. 従来法流出追跡計算結果

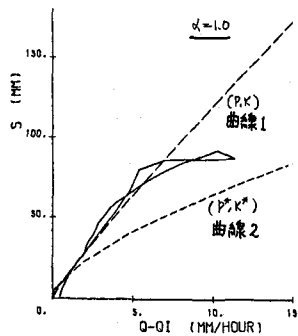


図5.1(a). Se-(g-gi)曲線

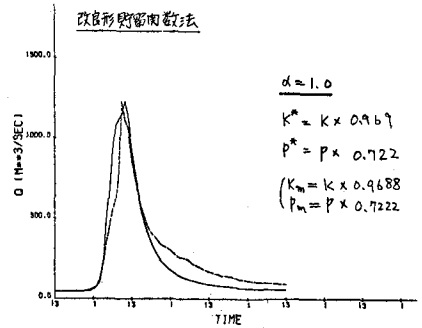


図5.1(b). 流出追跡計算結果

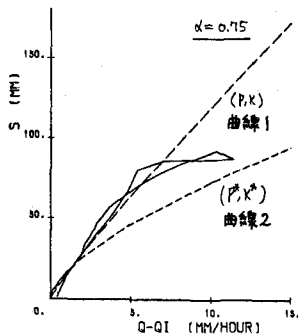


図5.2(a). Se-(g-gi)曲線

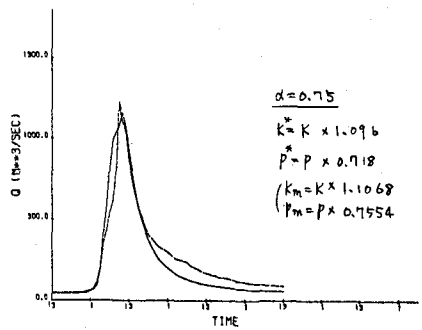


図5.2(b). 流出追跡計算結果

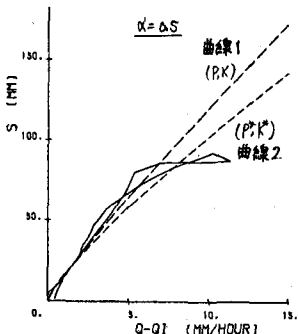


図5.3(a). Se-(g-gi)曲線

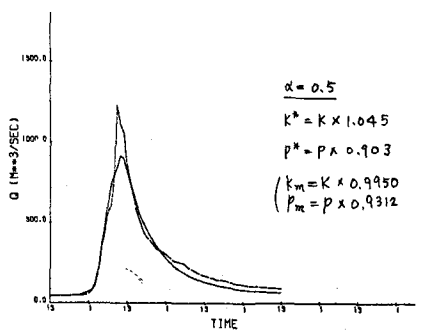


図5.3(b). 流出追跡計算結果