

1. はじめに

マトリックス法による骨組構造物の解析プログラムは、すでに多くの企業、計算センターで開発され、さかんに利用されている。しかしながら、これらのプログラムは、節点の座標値、部材データ、境界条件および荷重データ等を入力すれば、機械的に節点の変位、部材の材端力および支点反力が得られるようになり、ており、解析原理については全くブラックボックスである。一方、マトリックス構造解析法の解説書はすでに数多く出版されているが、その多くはマトリックス記号を並べて、無味乾燥なマトリックスの数値を掲載しているため、初心者が見えでこの手法を理解するのはなかなか容易でないというのが実情である。

筆者は、マトリックス法(特に剛性法)の理論と汎用プログラムとの橋渡しをすすめる意味で、計算機を用いて具体的にマトリックスの演算をしながら剛性法の理論を修得させようと試みた。すなわち、コマンド形式の入力によりマトリックス演算を行うプログラムを開発した。この種のプログラムは既に発表されているが、コマンドの解説プロセスおよびプログラムの構成は独自に工夫した。そして単に基本的なマトリックス演算のみではなく、剛性法特有のマトリックス操作(例えば、剛性マトリックスの作成、座標変換マトリックスの作成、剛性マトリックスの重ね合せ、所要のベクトルの取り出し等)のためのコマンドを組み入れ、剛性法の理論を演習を通して理解、修得させることをねらったものである。

2. 演習用テキスト

剛性法を講義、演習するにあたり簡単なテキストを作成した。この演習用テキストは、前半で剛性法の原理を解説し、後半で剛性法による解析のためのコマンドの説明と例題を示している。

(1) 剛性法の原理

剛性法のプロセスは比較的簡単で、単に計算手順のみ会得しても真の理解にはならない。そこで剛性法の原理を理解してもらう目的で、解析理論についてはできるだけ平易に記述するよう心がけた。もとより筆者は構造力学については全く浅学非才であるので、十分な記述はとうてい不可能であるが、ここでは、成岡昌夫: 訳「コンピュータによる骨組構造解析」²⁾をベースにして、他の解説書も参考にしながら、筆者なりに組み立ててみた。特に次の点に重点を置いて記述した。

- 1) 剛性法の基本的な考え方。すなわち、まず構造物の未知の変位を固定した拘束された構造物をつくり、この拘束された構造物を実際の載荷状態に対して解析するのに加えて、拘束された節点変位の未知成分に關して単位の値が作用した場合について解析する。そして人為的に拘束することによる支点反力は実際の不静定系においては存在しないということから、未知の節点変位の項による連立方程式が導かれる。この方程式を解いて未知の節点変位の大きさや方向が求められ、その節点変位により部材の材端力が求められるというプロセスについて。
- 2) 部材の剛性マトリックスがいかにして導かれるか。その導出のプロセスについて。また、構造物全体の剛性マトリックスの性質。特に構造物の何らかの変位成分を拘束することなしには、構造系が剛体運動をし、解が求まらないこと。
- 3) 任意形骨組構造物に対しては、局所座標系から基準座標系への座標変換のプロセスとその力学的意味について。

(2) 解析のためのコマンド

コマンドは2つに大別される。すなわち、1つはマトリックス演算のためのコマンドであり、他の1つは剛性法操作のためのコマンドである。

マトリックス演算のために、例えば次のようなコマンドを作成した。

* READ A 3 3

3行3列のマトリックス[A]を定義し、その成分を読み込む。

* PRINT A

マトリックス[A]の内容をプリントする。

* CLEAR A 8 8

8行8列のマトリックス[A]を定義し、全体をゼロクリアする。

* ADD A B C

マトリックス[A]と[B]の和をつくり、その結果をマトリックス[C]とする。

* MULT A B C

マトリックス[A]と[B]の積をつくり、その結果をマトリックス[C]とする。

* COPY A B

マトリックス[A]の内容をコピーして同じマトリックス[B]をつくる。

剛性法操作のためのコマンド例を次に示す。

* YOUNG E=...

部材のヤング率を定義する。

* STIFF SK L=... A=... I=...

部材長L、断面積A、断面2次モーメントIをもつ部材の剛性マトリックス[SK]を定義する。

* MSUPM TSK SK 2 3

節点2, 3からなる部材の剛性マトリックス[SK]を構造物全体の剛性マトリックス[TSK]に重ね合わせる。

* MMODD BB XX 1 2

ベクトル{XX}から節点1, 2に対応する成分を取り出し、ベクトル{BB}に入れる。

* BOUND TSK 1*20 1 2 3

境界条件を導入するためのコマンドで、構造物全体の剛性マトリックスの既知変位成分1, 2, 3の対角項に10⁹を乗ずることを意味する。(対角項に大きな数を乗ずることにより、実質的に0の解が得られることを理解しておく必要がある)

3. 例題

例として図-1に示す連続バ²⁾リを本プログラムを用いて解析した結果を示す。節点、部材、変位成分の番号付は図-2に示す。

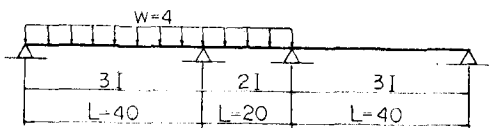


図-1 構造モデル

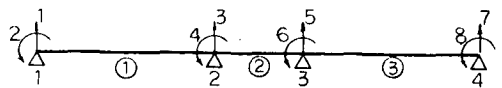


図-2 節点、部材、変位成分の番号付

SYMBOLIC MATRIX STRUCTURAL ANALYSIS

- STRUCT CONT ——— 構造タイプとして連続はり定義する

**** ANALYSIS OF CONTINUOUS BEAM ****

- YOUNG E=10.0 ——— 部材のヤング率を定義する

E= 10.0

- CLEAR TSK 8 8 ——— 構造物全体の剛性マトリックス [TSK] とし、全体をクリアする

- STIFF SKA L=40.0 I=30.0 ——— 部材①の剛性マトリックス [SKA] を定義する

L= 40.00 ZI= 30.00

	1	2	3	4
1	0.0562	1.1250	-0.0562	1.1250
2	1.1250	30.0000	-1.1250	15.0000
3	-0.0562	-1.1250	0.0562	-1.1250
4	1.1250	15.0000	-1.1250	30.0000

- MSUPM TSK SKA 1 2 ——— 節点 1, 2 からなる剛性マトリックス [SKA] を [TSK] の所定の位置に重ね合わせる

- STIFF SKB L=20.0 I=20.0

L= 20.00 ZI= 20.00

	1	2	3	4
1	0.3000	3.0000	-0.3000	3.0000
2	3.0000	40.0000	-3.0000	20.0000
3	-0.3000	-3.0000	0.3000	-3.0000
4	3.0000	20.0000	-3.0000	40.0000

部材②の剛性マトリックス [SKB] を定義し、[TSK] に重ね合わせる

- MSUPM TSK SKB 2 3

- STIFF SKC L=40.0 I=30.0

L= 40.00 ZI= 30.00

	1	2	3	4
1	0.0562	1.1250	-0.0562	1.1250
2	1.1250	30.0000	-1.1250	15.0000
3	-0.0562	-1.1250	0.0562	-1.1250
4	1.1250	15.0000	-1.1250	30.0000

部材③の剛性マトリックス [SKC] を定義し、[TSK] に重ね合わせる

- MSUPM TSK SKC 3 4

- PRINT TSK ——— テーブルのため [TSK] をプリントする

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0.0562	1.1250	-0.0562	1.1250	0.0	0.0	0.0	0.0
2	1.1250	30.0000	-1.1250	15.0000	0.0	0.0	0.0	0.0
3	-0.0562	-1.1250	0.0562	1.8750	-0.3000	3.0000	0.0	0.0
4	1.1250	15.0000	1.8750	70.0000	-3.0000	20.0000	0.0	0.0
5	0.0	0.0	-0.3000	-3.0000	0.3562	-1.8750	-0.0562	1.1250
6	0.0	0.0	0.3000	20.0000	-1.8750	70.0000	-1.1250	15.0000
7	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.0562	-1.1250	0.0562	-1.1250
8	0.0	0.0	0.0	0.0	1.1250	15.0000	-1.1250	30.0000

- COPY TSK TSS ——— 反力計算用に [TSK] を [TSS] にコピーしておく

- BOUND TSK 1, 2 0 1 3 5 7 ——— 境界条件の導入、図-2に示す変位成分 1, 3, 5, 7 の対角項に 10⁸ を乗じる

- PRINT TSK FTYPE ——— テーブルのため [TSK] をプリントする

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	5.62500E+18	1.12500E+00	-5.62500E+02	1.12500E+00	0.0	0.0	0.0	0.0
2	1.12500E+00	3.00000E+01	-1.12500E+00	1.50000E+01	0.0	0.0	0.0	0.0
3	-5.62500E+02	-1.12500E+00	3.56250E+19	1.87500E+00	-3.00000E+01	3.00000E+00	0.0	0.0
4	1.12500E+00	1.50000E+01	1.87500E+00	7.00000E+01	-3.00000E+00	2.00000E+01	0.0	0.0
5	0.0	0.0	-3.00000E+01	-3.00000E+00	3.56250E+19	-1.87500E+00	-5.62500E+02	1.12500E+00
6	0.0	0.0	3.00000E+00	2.00000E+01	-1.87500E+00	7.00000E+01	-1.12500E+00	1.50000E+01
7	0.0	0.0	0.0	0.0	-5.62500E+02	-1.12500E+00	5.62500E+18	-1.12500E+00
8	0.0	0.0	0.0	0.0	1.12500E+00	1.50000E+01	-1.12500E+00	3.00000E+01

- INVERT TSK ——— [TSK] の逆マトリックスを求める

- CLEAR BB 8 1 ——— 荷重ベクトルとして [BB] を定義し、クリアする

- READ ELA 4 1 ——— 部材①の固定材端力ベクトル {ELA} を読み込む

- PRINT ELA ——— {ELA} をプリントする

	1
1	80.0000
2	533.0000
3	80.0000
4	-533.0000

- CSIGN ELA ——— {ELA} の符号を変えて等価節点荷重とする

- MSUPV BB ELA 1 2 ——— {ELA} を {BB} の所定の位置に重ね合わせる

- READ ELB 4 1

- PRINT ELB

	1
1	40.0000
2	133.0000
3	40.0000
4	-133.0000

部材③の固定材端力ベクトル {ELB} を読み込み、等価節点荷重に変換して荷重ベクトルに重ね合わせる。

- CSIGN ELB

- MSUPV BB ELB 2 3

- COPY BB CC ——— 反力計算用に {BB} を {CC} にコピーしておく

• PRINT BB ———— 5-7のEが{BB}にプリントする

1	-80.0000
2	-33.0000
3	-120.0000
4	400.0000
5	-40.0000
6	133.0000
7	0.0
8	0.0

• MULT TSK BB XX ———— $[TSK] \times \{BB\} \rightarrow \{XX\}$ により変換ワトル{XX}を求める

• PRINT XX ———— {XX}をプリントする

1	-0.0000
2	-23.3276
3	-0.0000
4	12.1219
5	-0.0000
6	-1.4310
7	-0.0000
8	0.7155

• CLEAR BB 4 1 ———— 部材の材端力を求めるためにワークワトル{BB}を定義する

• MM0VV BB XX 1 2 ———— {XX}から部材①に関する節点変位成分を取り出し{BB}に入れる

• MULT SKA BB SS ———— $[SKA] \times \{BB\} \rightarrow \{SS\}$ とおく

• CSIGN ELA ———— 等価節点荷重の符号を変えて固定材端力を得る

• ADD ELA SS FM ———— $\{ELA\} + [SKA] \times \{BB\} \rightarrow \{FM\}$ により部材①の材端力{FM}が求められる

• PRINT FM ———— {FM}をプリントする

1	66.2686
2	0.0000
3	93.7314
4	-549.2567

• MM0VV BB XX 2 3 ———— 部材②の材端力を求める

• MULT SKB BB SS

• CSIGN ELB

• ADD ELB SS FM

• PRINT FM

1	69.0727
2	549.2567
3	10.9273
4	32.1979

• MM0VV BB XX 3 4 ———— 部材③の材端力を求める

• MULT SKC BB SS

• PRINT SS

1	-0.8049
2	-32.1979
3	0.8049
4	0.0000

• MULT TSS XX SS ———— $[TSS] \times \{XX\} \rightarrow \{SS\}$ とおく

• CSIGN CC ———— 荷重ワトル{CC}の符号を変換する

• ADD CC SS BB ———— $\{CC\} + [TSS] \times \{XX\} \rightarrow \{BB\}$ により

• PRINT BB ———— {BB}をプリントする

1	66.2686
2	0.0000
3	162.8041
4	0.0
5	10.1223
6	0.0000
7	0.8049
8	0.0000

4. あとがき

企業内では大学と違って講義のための時間というものがないので、十分に時間をとって説明し、演習することはいかなる困難である。設計課員のなかで比較的時間の余裕ができた時点で、2~3人ずつ集ってもらい、1回に2時間ずつ2~3日参加してもらった。説明のつたなさもあり、十分目的を達したとは言えないが、少なくともこのような講義と演習を通して、剛性法がどのような考え方によって展開されているか、そして、汎用プログラムが剛性法をどのように組み立てているかについて、一応心得してもらっている。また、講義を通して筆者の理解不足をあらためて認識し、人に教授するために一層勉強しなければならぬという感を強くした。

現在は単に平面骨組構造物の静的解析の講義と演習のみであるが、振動問題の解析法、有限要素法の理論の解説についても、この種の方法をベースにして研究してみたいと思う。

参考文献

- 1) 奥村, 西野, 西風: 訳 マトリックス構造解析法 科学技術出版社
- 2) 成岡昌夫: 訳 コンピュータによる骨組構造解析 培風館
- 3) 吉識雅夫: 監訳 マトリックス法による構造力学の解法 培風館