

1. 緒言 大規模施工のうち、その機械稼働状況が図-1のような循環待ち合わせ系としてモデル化することとが可能で施工現象の分析手法として、筆者らは共役勾配法によるアーランサービスサイクルキューモデルの厳密解析を提案した¹⁾。しかし、この方法論では、①モデルが大きくなると、手作業によるすべての生起状態を列挙するのが困難であり、②たとえ生起状態が列挙できても、すべての状態方程式を手作業により正確かつ迅速に作成するのは不可能に近く、③共役勾配法を適用しても、電算計算機の記憶容量や処理時間に関する制限からあまり大きなモデルの解析は困難である、などの問題点を生じた。このうち③は状態方程式を連立一次方程式として解析せざるを得ない限り不可避である。そこで、本研究では①および②に対しその解析プロセスをコンピュータプログラム化することを試み、しゅんせつ工事の事例とする実証的考察を加えるとともに、このような方法論が多数サイクルキューモデルにも拡張可能であることを明らかにする。

2. アーランサービスサイクルキューモデルの厳密解析プロセス概要 通常、機械化施工における各作業時間には上に凸の山を一つ持つ確率分布を呈するため、これを厳密に解析するためには解析が比較的容易な指数分布ではなく、位相を適当に選ぶことにより、アーラン分布で近似したアーランサービスサイクルキューとして解析すべきである。アーラン分布では個々の客の窓口でサービス中のだけではなく、どの位相（仮想窓口）を占有中かまでを明示しなければならないため、解析手順が複雑になるが以下ではその概要を示す。

手順1 各ステージのアーランサービスの型の推定 各アーラン分布の平均を $1/\mu$ とすれば分散は $1/\mu^2$ であり、その変動係数（平均値/標準偏差）は $1/\sqrt{k}$ であるため、分析対象の作業時間分布の平均を m 、標準偏差を σ とすれば、

$$\frac{m}{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{k}} \Rightarrow k = \frac{\sigma^2}{m^2} \quad \text{----- (1)}$$

となる。そして式(1)で求めた k の近傍で k 検定を実施して最終的に位相数（整数値）を決定する。

手順2 生起状態の列挙 ステージ1のみに注目すれば任意時刻 t における生起状態は $(a_1^t, a_2^t, \dots, a_k^t; n_1)$ で表わされる。ステージ2に対しても同様であるが、2ステージのサイクルキューでは $n_1 + n_2 = N$ であり、ステージ1と2を独立な事象として考えることができないため、結局アーランサービスサイクルキューモデルの生起状態は $(a_1^t, a_2^t, \dots, a_k^t; a_1^t, a_2^t, \dots, a_k^t; n_1, n_2 | t)$ となる。このとき、

$$\sum_{j=1}^k a_j^t = \min\{n_1, S_1\}, \quad \sum_{j=1}^k P(a_1^t, a_2^t, \dots, a_k^t; a_1^t, a_2^t, \dots, a_k^t; n_1, n_2 | t) = 1 \quad \text{----- (2)}$$

が成立する。また、生起状態数 M は次式で表わされる。ここに H は重複と許可組合せ数の記号である。

$$M = \sum_{n_1=0}^N H_{k_1} H_{m_1} \times H_{k_2} H_{m_2}, \quad \text{ただし、} m_1 = \min\{n_1, S_1\}, m_2 = \{n_2, S_2\} \quad \text{----- (3)}$$

ここでは各仮想窓口 j を占有する客数 a_j^t に着目して記述方法を示すため、個々の客が占有する仮想窓口に着目する方法も考えられる。前者は $(k_1 + k_2 + 2)$ 次元ベクトルとなり、後者は $(S_1 + S_2 + 2)$ 次元ベクトルとなる。簡単なモデルを前者の方法で示したのが図-2であり、その一部分について2つの方法を比較したのが図-3である。ここでは、 $S_1 = 1, S_2 = 3, k_1 = 2, k_2 = 2$ という場合の生起状態を示した。

手順3 状態方程式の作成 状態が推移する可能性としては、①推移しない、②同一ステージの待ち行列が

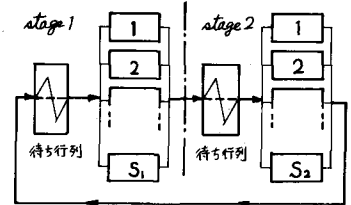


図-1 サイクルキューのモデル図

らサービス窓口へ、③同一ステージのサービス窓口へ、
次の仮想窓口へ、④1つのステージでのサービスを終了した
ステージへ、を検討しなければならない。例として図-2
の P_1 に対する状態方程式を示す。

$$P_1(t+\Delta t) = P_1(t)(1-3R_2\mu_2\Delta t) \\ + P_4(t)R_1\mu_1\Delta t(1-3R_2\mu_2\Delta t) \quad \text{----- (4)}$$

手順4 状態方程式の解析 式(4)のような状態方程式
の両辺を Δt で割り、 $\Delta t \rightarrow 0$ とすれば連立微分方程式系が
得られる。そこで定常状態を仮定すれば、 $P(A_1, A_2, \dots, A_k;$
 $A_2, A_2, \dots, A_k; n_1, n_2)$ が const. となり、最終的には
状態方程式が連立一次方程式と表わされる。しかし、実際は
これら M 個の方程式 (その状態確率変数を $A^* (= A_{ij}^*)$ とおく
) の中には非独立な式が1つ存在するに、それは全状態確
率の和が1であるという条件式で置換して M 元連立一次方程式
となる。状態確率変数ベクトルを x としこれを示すと次のようになる。

$$Ax = b, \quad x = (x_1, x_2, \dots, x_M)^T \\ b = (0, 0, \dots, 1)^T$$

$$\text{このとき, } \sum_{i=1}^M A_{ij}^* = 0 \quad \text{for all } j \quad \text{----- (6)}$$

が成立するが、これは M 個の状態方程式が正確に作成されたかどうかの判定 (必要条件) に用いることができる。
ところで式(5)の係数行列 A は「対角要素が非零で、非対角かつ非常に疎な $M \times M$ の正則行列」という性質
を持つため、いま式(5)の残差ベクトルを r とし、その内積 $f(x)$ を、

$$f(x) = (r, r) = (b - Ax, b - Ax) \quad \text{----- (7)}$$

とすれば、一般に $f(x) \geq 0$ であり、等号は $r = 0$ のとき成立するに、共役勾配法の導入が有効となる。

手順5 サイクルキューの評価尺度、循環待ち合わせ系の評価基準の算定 循環待ち合わせ系を評価する手
順は、サイクルキューモデルとしての評価尺度の算出と、その値を用いた循環待ち合わせ系としての評価基準の
算出とに分かれる。一般に待ち行列モデルでは、

$$L_g = \lambda W_g, \quad \text{よって } L_g: \text{平均待ち行列長}, W_g: \text{平均待ち時間}, \lambda: \text{平均到着率} \quad \text{----- (8)}$$

が成立する。しかしサイクルキューでは λ を直接求めることが困難であるばかりでなく、式(8)そのものの成立
が明らかでない。事実、筆者らの研究によれば S_i が1の指数サービス型で $P(n, 2)$ が微小な場合のみ式(8)の成
立が認められ、一般のサイクルキューモデルでは評価尺度として L_g^e もしくはその逆の概念となる平均サービ
ス率 H^e を考えるを得ない。これは手順4の結果と利用して次のように簡単に求めることができる。

$$L_g^e = \sum_{n_2=0}^N (n_2 - S_2) \times P(n_1, n_2), \quad H^e = \sum_{n_2=0}^{N-1} n_2 \times P(n_1, n_2) + \sum_{n_2=N}^N S_2 \times P(n_1, n_2) \quad \text{----- (9)}$$

しかし循環待ち合わせ系を分析するに、工事管理目標である経済性、迅速性、確実性を具体的に評価し
る基準が必要である。特に合理的な土木機械系を決定するに、計画情報としては経済性に関する指標が適用で
あろう。ここでは一例としてしゅんせつ工事の工事単価 UC (円/㎡) を示す。

$$UC = \frac{\{C_D H' + C_P H + C_B(H_1 + H_2)\} + \{C_D(D - H') + C_P(P - H') + C_B(B - H' - H')\}}{24 \cdot 60 \cdot R \cdot V \cdot H' \cdot \mu_1} \quad \text{----- (10)}$$

ここで、 C_D, C_P, C_B : しゅんせつ船、押船、土運船の定額船賃 (円/日隻), C_D, C_P, C_B : 遊休損失費用

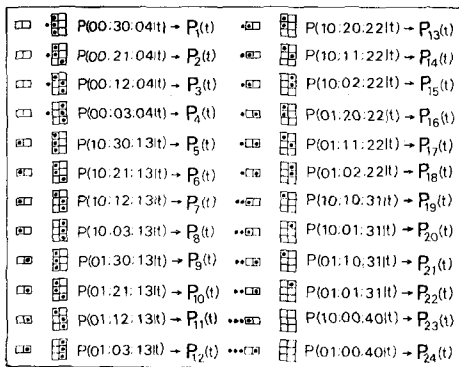


図-2 生起状態の記述例

$$P(00, 30; 04 t) \leftarrow P_1(t) \rightarrow P(0, 111; 04 t) \\ P(01, 30; 13 t) \leftarrow P_9(t) \rightarrow P(2, 111; 13 t)$$

図-3 生起状態記述法の比較

(円/日度), H' , H ; しゅんせつ船、土運船の実稼働隻数(隻), D, P, B ; それぞれの投入隻数(隻) R : 土運船の平均積込工量(m^3 隻), Y ; しゅんせつ船の土の实稼働率

3. 解析プロセスのコンピュータ処理化 2. で概述した方法によつて、理論的には位相数や窓口数 q が大きくなればならぬアランサーブスサイクルキューの厳密解を求めることが可能になったが、現実には本論文のほいめにも指摘するように、手順2と手順3が本方法論のボトルネックとなっている。そこで以下では生起状態の記述および状態方程式の作成プロセスのコンピュータ処理化について検討する。

(1) 生起状態記述のコンピュータ処理化 いまステージ l のみに着目し、その初期生起状態を、

$$(a_1^l, a_2^l, \dots, a_{k_l}^l; n_l | t) = (m_l, 0, \dots, 0; n_l | t) \text{ ----- (11)}$$

とあり、 n_l が 0 から N までの場合について図-4に示す手順を繰返せば、ステージ l に関するすべての生起状態を自動的に記述することが可能である。いま、一例として、 $n_l = 4, k_l = 3, k_2 = 3$ の場合を考えるとその生起状態は図-5のようにリストアップすることができ、したがって、他のステージに対しても $n_1 + n_2 = N$ という条件のもとで図-4の手順を実行し、各ステージごとの生起状態を順次組合せていけばアランサーブスサイクルキューモデルとして生起状態 $(a_1^l, a_2^l, \dots, a_{k_l}^l; a_1^{l+1}, a_2^{l+1}, \dots, a_{k_{l+1}}^{l+1}; n_l, n_{l+1} | t)$ をシステマティックに記述することができ、ここでは、各生起状態 i を行ベクトルとする行列を考え、これを生起状態行列 L ($= l_{ij}; i = 1 \sim M, j = 1 \sim k_1 + k_2 + 2$) とよぶことにする。

(2) 状態方程式作成のコンピュータ処理化 各生起状態間の推移の可能性についてはすでに2. の手順2で述べたが、ここでは次のような3つの場合に于て、それぞれに対して手順4で述べた状態方程式行列 A^* を直接求める方法を説明する。

α) 推移しない場合 この推移確率は $\{1 - (m_1 k_1 \mu_1 + m_2 k_2 \mu_2)\}$ で表わされ、状態番号 i に対応する係数 a_{ii}^* は $-(m_1 k_1 \mu_1 + m_2 k_2 \mu_2)$ となる。

β) 客がステージ内でのみ移動する場合 客が仮想窓口間でのみ移動する場合であり、状態 i に推移してゐる状態を ii ($i = ii$) とすれば、生起状態行列表素 l_{ij} と $l_{ii,j}$ との間には次のような関係が成立する。

$$\left. \begin{aligned} l_{i, k_1 + k_2 + 1} &= l_{ii, k_1 + k_2 + 1} \\ l_{ij} &= l_{ii,j} \quad (j = 1 \sim k_1 + k_2, \text{但し } j \neq jj-1, jj) \\ l_{i, jj-1} &= l_{ii, jj-1} - 1 \\ l_{i, jj} &= l_{ii, jj} + 1 \end{aligned} \right\} \text{ (12)}$$

ここで、式1は状態 i と状態 ii とのステージ内人数が等しいこと、式2は行列表素 $jj-1$ と j 以外の値が等しいこと、式3と式4は行列表素 $jj-1$ に対応する仮想窓口でのサービスを終了して客が次の仮想窓口(すなわち行列表素 jj)へ移動することを示す。式(12)は状態 i から状態 ii への推移に関する必要十分条件である。以上によつて、 $a_{ii, ii}$ が非零となることが明らかとなったが、その値は次のようになる。

$$a_{ii, ii}^* = l_{ii, jj-1} \times k_2 \mu_2 \text{ ----- (13)}$$

したがって各行列表素 l_{ij} に対して式(12)を満足するような ii , jj が存在するかどうかをチェックすればすべてのステージ内推移を $a_{ii, ii}^*$ として記述することができ、

γ) ステージ間推移する場合 これはステージ l の最終仮想窓口でサービスが終了す

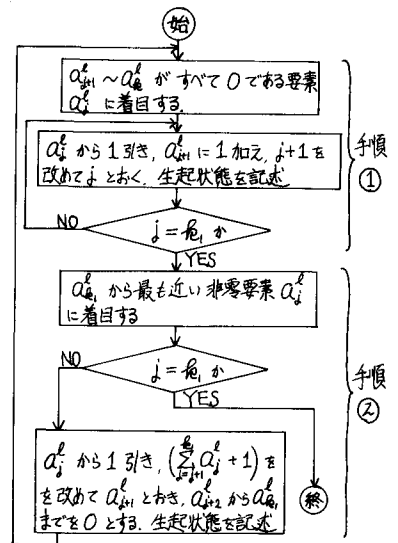


図-4 生起状態記述のコンピュータ処理化のフローチャート

(300; 4 t)	①
(210; 4 t)	①
(201; 4 t)	②
(120; 4 t)	①
(111; 4 t)	②
(102; 4 t)	②
(030; 4 t)	①
(021; 4 t)	②
(012; 4 t)	②
(003; 4 t)	②

図-5 生起状態記述の一例

3 場合で、どちらのステージでサービスが終了したかによって $(n_1+1, n_2-1) \rightarrow (n_1, n_2)$ の場合と $(n_1-1, n_2+1) \rightarrow (n_1, n_2)$ とは分かれる。ここでは紙面の都合上前者の場合のみを取上げる。

$$\left. \begin{aligned} l_{i, k_1+k_2+1} &= l_{ii, k_1+k_2+1} - 1 \\ l_{i, k_1} &= l_{ii, k_1} - 1 \\ l_{i, 1} &= l_{ii, 1} + 1 \quad (n_1 \geq S_1 \text{ のとき}) \\ l_{i, k_1+1} &= l_{ii, k_1+1} + 1 \quad (n_2 \leq S_2 \text{ のとき}) \\ l_{i, j} &= l_{ii, j} \quad j = 1 \sim k_1+k_2; \text{但し上記以外の } j \end{aligned} \right\} \text{----- (14)}$$

ここで、式(14)はステージ1の最終後退窓口でのサービスが終了することによって $(n_1+1, n_2-1) \rightarrow (n_1, n_2)$ となることを表わし、式(15)は状態 i にあって $n_1 \geq S_1$ ならばステージ2で待ち行列中の客が直ちに第1位相に入ること、式(16)は $n_2 \leq S_2$ ならばステージ1でサービスを完了した客が直ちにステージ2の第1位相へはいることを示す。式(14)を満足する $l_{i, j}$ に対しては $a_{i, i}^*$ が非零となり、その値は

$$a_{i, i}^* = l_{ii, k_1} \text{----- (15)}$$

である。以上の結果、生起状態行列から状態方程式行列 A^* を直接求めることが可能となった。ここでは省略するが、そのコンピュータプログラミングはそれほど困難ではない。

4. しゅんせつ工事への適用例 しゅんせつ船団(土運船、押船、しゅんせつ船)によるしゅんせつ工事はしゅんせつ船から土運船への積込作業をステージ1、押船と土運船による往航→工事投棄→復航作業をステージ2と考えることにより、多ステージのアーランサービスサイクルキューモデルとしての解析が可能である。紙面の都合上、計算結果の詳細は講演時にスライドで説明することとし、ここでは考察結果の一部を列挙することにする。

①指数サービスよりも低次(位相が小)のアーランサービス、さらに高次のアーランサービス、一定サービスと位相が大きくなるにしたがって循環待ち合わせ系としてのサービス効率が向上することを実証した。

②指数サービスとアーランサービスとは分析結果に明瞭な差異が生じるため、機械化施工の場合にはアーランサービスサイクルキューとしての解析が必要である。

③しかし、位相が非常に高次であることから実用上解析が困難なアーランサービスサイクルキューモデルは、位相が5程度の低次のアーランサービスサイクルキューモデルとして近似的に解析してもさしつかえなし。

④しゅんせつ船団の構成をパラメータとして、式(10)で得られる工事単価と押船距離の関係を求めたところ、下に凸の包絡線を得ることができた。これは最適船団を決定するための計画情報として有効である。

⑤モデルが大きくなると、係数行列 A の非零要素比率は指数的に減少するが、計算処理時間は指数的に増大する。

5. 多段サイクルキューへの拡張 先に事例として取上げたしゅんせつ工事において、積込、往航、投棄、復航作業をそれぞれ1つのサービスステージと考えれば、4ステージとしての解析が必要である。しかしこの場合その生起状態を、 $(a_1^1, a_1^2, \dots, a_{k_1}^1, a_1^2, a_2^2, \dots, a_{k_2}^2, a_1^3, a_2^3, \dots, a_{k_3}^3, a_1^4, a_2^4, \dots, a_{k_4}^4; m_1, m_2, m_3, m_4 | z)$ という形式で表現すれば、多ステージの場合の式(2)、(3)、(5)~(7)、(9)の考え方を準用することが可能である。また、生起状態および状態方程式のコンピュータ処理も可能である。

6. 結言 循環待ち合わせ系の厳密解法の全プロセスをコンピュータ処理することが可能となった。したがって、分析対象の、①全客数、②各ステージのアーランサービス分布の平均および位相、③各ステージの窓口数、をインプットすれば、必要な評価尺度および評価基準などを自動的にアウトプットすることが可能となった。

1) 吉川・山本：アーランサービス循環待ち合わせ系の解析法に関する一考察，土木学会論文報告集第243号，pp71~80