

連続系のシミュレーション・プログラムによる水理系の過渡現象の解析

電力中央研究所 ○ 是枝 忍
(株) 同発計算センター 佐藤征四郎

1. まえがき

圧カトンネル、水槽、バルブなどで構成される水理系や、自動制御系における過渡現象は、非線形常微分方程式で表されることが多い。従来この種の問題の解析には、アナログ・コンピュータが便利なたの利用されて来たが、アナログ型においては演算要素に制限され、非線形要素の誤差が大きい点で問題があった。また技術の進展に伴って、取り扱う問題も規模が大きくなり、論理判断機能を必要とする複雑なものが多くなったため、アナログ型では処理することが困難になって来た。

CSMP (Continuous System Modeling Program, IBM社, 現在Ⅲが用いられる。)は、このような条件に適するシミュレーション言語であり、単にアナログ計算機の代替としてでなく、従来のデジタル計算機用プログラム中の微分方程式も、CSMPを用いると簡単に解き得る利便性を持っている。したがって、電気系、機械系、原子炉の反応および生態系の研究等に広く応用されているが、土木工学の分野にも利用面が広いと考えられるため、その概略と適用例を述べる。

2. CSMPⅢの特徴

- 1) 微分方程式やブロック線図から、すぐにプログラム化ができる。
- 2) 式の順序は自動的に並べかえて演算が実行される。
- 3) 積分、微分、一次おくれ、関数発生、むだ時間、スイッチ、論理判定等43種の関数ブロックを備え、簡単なプログラムで使用できる。
- 4) 積分法はMilne法、Runge-kutta法等10種類用意され、特に指定しない場合はRKS(可変積分間隔4次のRunge-Kutta法)が自動的に使用される。
- 5) 関数発生は、実数データと与え5次插回まで行える。
- 6) FORTRANステートメントを併用することができる。
- 7) 表、グラフ、等高線図、濃淡図、X-Yプロッタ図等、出力形式の簡単な指定で、アウトプットが得られる。
- 8) 1つのパラメータについて、50回まで連続的に変更してシミュレーションを行い、その影響を調べることが出来る。

3. CSMPによる解法

簡単な算算系の問題として、図-1に示す振動系を考える。この系を数式により表現すれば、次の形になる。

$$\begin{cases} \text{加速度} = \text{力} / \text{質量} \\ \text{力} = -\text{バネ定数} \times \text{変位} - \text{減衰係数} \times \text{速度} \\ \text{速度} = \int_{t_0}^t \text{加速度} dt \\ \text{変位} = \int_{t_0}^t \text{速度} dt + \text{初期変位} \end{cases} \quad (1)$$

上式は、このままCSMPⅢステートメントで記述でき、図-3となる。

記述中のINCONは初期条件で、PARAMETERのK(バネ定数)を3.0、8.6、14.0の3通りに変えて応答を算出し、その結果はPRINTで作表される。また、OUTPUT Xで変位-時間曲線の図化を指定し、PAGE MERGEステートメントにより、3本の曲線が同一グラフ上にプロットされる。

数式の中で特徴的であるのは積分の記述で、

$$Y = \int_{t_0}^t X dt + IC \quad \text{は} \quad Y = \text{INTGRL}(IC, X)$$

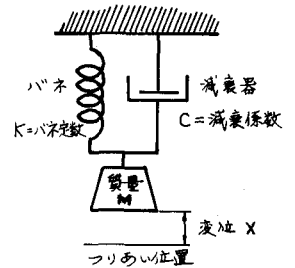


図-1 質量、バネ、減衰器からなる系

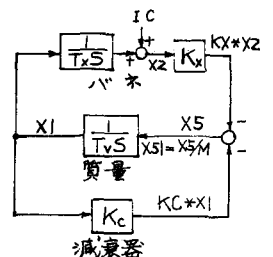


図-2 質量、バネ、減衰器からなる系のブロック線図

とするだけで良い。TIMER は時間に関する指定を行うことを示し、FINTIM でシミュレーション終了時間と指定する。表や図の出力時間間隔は、PRDEL, OUTDEL で指定し、指定がなければ自動的に FINTIM の 1/100 がとられる。

4. 水理系における適用とブロック線図

図-4 に示すサージタンク水理系において、圧カトネル内の流れの運動方程式は

$$\begin{cases} \frac{L}{gF} \frac{dQ}{dt} + \frac{\alpha}{F^2} Q |Q| = -H \\ F \frac{dH}{dt} = Q - Q_w \end{cases} \quad (2) \quad \text{または} \quad \begin{cases} \frac{dV}{dt} = -\frac{g}{L} H - \frac{g\alpha}{L} V |V| \\ \frac{dH}{dt} = \frac{F}{F} (V - V_w) \end{cases} \quad (2)$$

これ等を数式表現にすれば、次の形になる。

$$\begin{cases} \text{加速度} = -\text{トンネル定数} \times \text{水位変動} \\ \quad - \text{損失係数} \times \text{流速} \times |\text{流速}| \\ \text{流速} = \int_{t_0}^t \text{加速度} dt \\ \text{水位変動} = \int_{t_0}^t \text{流速} dt + \text{初期水位} \end{cases} \quad (3)$$

これ等は前記(1)式と同じになり、CSM PIIIにより簡単に解くことができる。

ここでこの水理系を、自動制御問題等の解析に用いられるブロック線図により表す。

ブロック線図は、信号伝達のありさまを表す線図で、伝達関数などのように、信号を受取り、他の信号に変換して出す伝達要素と、代数和と作る加合わせ具、分岐する引出し具で構成し、信号伝達の方角を表す矢印を付けて結んだものである。

また伝達関数は、すべての初期値をゼロにした時の出力信号と入力信号のラプラス変換の比であると定義されている。差当り必要であるのは、次の2関数であろう。

1) 積分

$$y = \frac{1}{T} \int_{t_0}^t x dt \quad \text{は、} \quad x \rightarrow \left[\frac{1}{TS} \right] \rightarrow y$$

で表される。T: 積分の速さを表す時定数 (sec)

2) 一次遅れ

$$T \frac{dy}{dt} + y = x \quad \text{は、} \quad x \rightarrow \left[\frac{1}{TS+1} \right] \rightarrow y$$

で表される。この関数は、入力 $\frac{1}{s}$ に対し $\frac{1}{1+Ts}$ とする。

水理系の各量を、初期値(赤字に付ける) + 変化分 (Δ に付ける) で表し、無次元化して単位法表示にするために、基準値として水位 H_0 、流量 Q_0 をとり、無次元量に小文字 h, q 等を用いて表せば

$$\begin{aligned} \Delta H / H_0 &= h, \quad \Delta Q / Q_0 = q, \quad \Delta Q_w / Q_0 = q_w, \quad Q_i / Q_0 = q_i, \\ Q_w / Q_0 &= q_w \quad \text{となり、} \quad \frac{L}{gF} \frac{Q_0}{H_0} = T_v, \quad \frac{\alpha}{F^2} \frac{Q_0^2}{H_0} = K_a, \quad \frac{FH_0}{Q_0} = T \end{aligned}$$

とすれば (2) 式は
$$\begin{cases} T_v \frac{dq}{dt} + K_a \{ (q_i + q) |q_i + q| - q^2 \} = -h \\ T \frac{dh}{dt} = q - q_w \end{cases} \quad (4)$$

```

*****
**                                     **
** CSMP III MODEL FOR THE SPRING, MASS, DAMPER SYSTEM **
**                                     **
*****
INCCN      XO = 10.0
PARAMETER  M = 9.2, C = 1.5, K = ( 3.0, 8.6, 14.0 )

A = F / M
F = - K * X - C * V
V = INTGR(L, 0.0, A)
X = INTGR(L, XO, V)

*
TIMER      FINTIM = 8.0
PRINT      A, F, V, X
TITLE      SPRING, MASS, DAMPER SYSTEM

*
OUTPUT     X
LAPFL     PLOT OF DISPLACEMENT VERSUS TIME FOR 3 SPRING CONSTANTS
PAGE MERGE

*
END
STOP

```

図-3 質量、バネ、減衰器からなる系の CSMP III による記述例

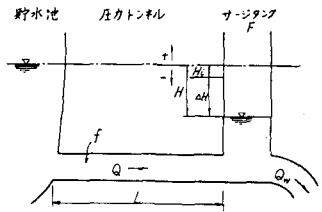


図-4 単動サージタンク

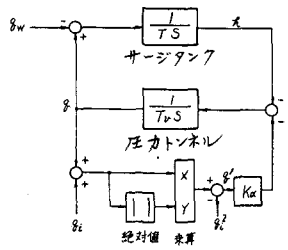


図-5 単動サージタンクのブロック線図

となる。ここで、 $g' = (g_0 + g) / (g_0 + g) - g_0^2$ においてラプラス変換すると、

$$\begin{cases} \mathcal{L}[g] = \frac{1}{T_v S} (-\mathcal{L}[R] - K_d \mathcal{L}[g]) \\ \mathcal{L}[R] = \frac{1}{T_s} (\mathcal{L}[g] - \mathcal{L}[g_0]) \end{cases} \quad (5) \quad \text{伝達関数は } \begin{cases} \frac{1}{T_v S} \\ \frac{1}{T_s} \end{cases}$$

となる。これを1つにまとめれば、図-5 が得られる。

このようにブロック線図は、物理的な連立方程式を1つにまとめて表すことができ、特に線形あるいは非線形連立常微分方程式を明解に表現し、理論的な解析を進めるに便利である。また、これはそのままアナログ計算機による解析に利用できるが、CSMPにもこのまま利用できる。例えば、図-2 は図-1 の系をブロック線図に示したもので、このブロック線図をもとにCSMPと適用すれば、

$$\begin{cases} X51 = X5 / M \\ X2 = \text{INTEGRAL}(IC, X1) \\ X1 = \text{INTEGRAL}(0.0, X51) \\ X5 = -KX * X2 - KC * X1 \end{cases} \quad (6)$$

図-3 と同じプログラムになり、ブロック線図で示される関係を順次記述すれば、自動的に並べ替えられて演算が実行される。なお、条件判断等にはFORTRANのステートメントを挿入する場合は、通常NOSORTのコントロールステートメントで始め、SORTで終る。

A発電所の水理系は図-6 に示すとおりで、水室付の制水ロサージタンクが設置されている。この水理系をブロック線図に示せば、図-7 中に記入した部分のようになる。これに従ってCSMPのプログラムを組み、通常のサージング計算を行うことができる。

5. 水理系と電気系、機械系とを結合したシステムのシミュレーション

電力系統は、需給のアンバランスにより周波数変動を生ずる。この調整用に水力発電所が利用され、種々の自動制御機構を用い、遠隔指令により運用される。このため、水理系の過渡現象は、単純な使用水量変動によるものとはかなり異ってくる。したがって、これ等一連の関係を詳細に導入した水理系の検討を行って、安全に運用するための処置を施す必要がある。

A発電所においては図-7 に示すように、出力の指令値を受けてALR(自動負荷調整装置)が働き、自動的に負荷の過不足を修正する動作を行うが、この修正動作が、调速機、ガイドベーンを経て水理系への入力となる。

水理系では、ガイドベーンの角度変化によ

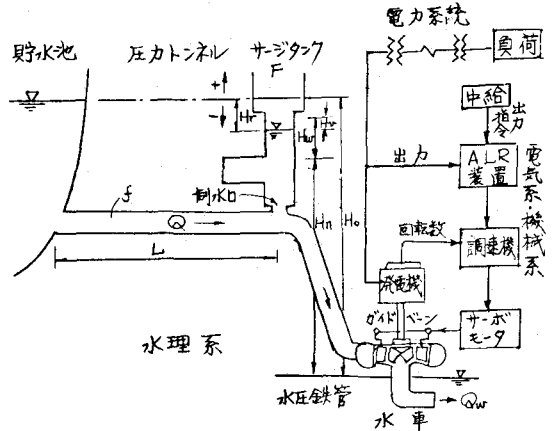


図-6 A発電所水理系と電気系、機械系

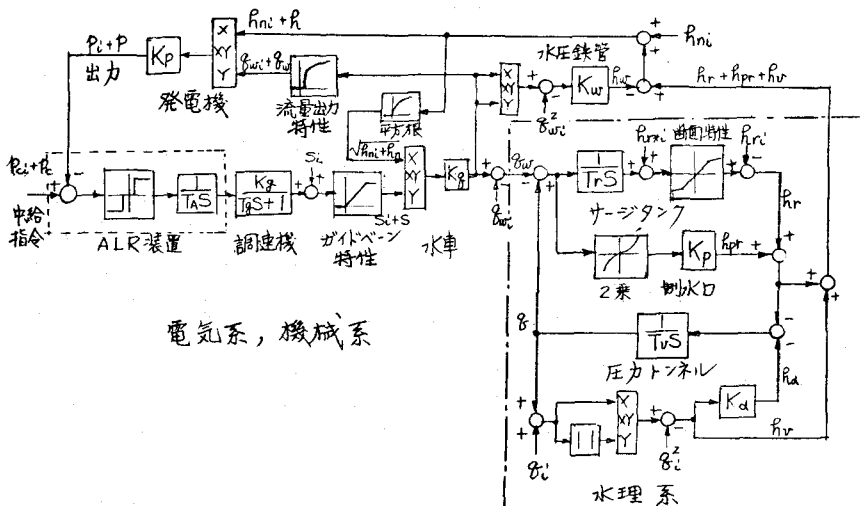


図-7 水理系と電気系、機械系を結合したシステムのブロック線図

り水車使用水量が変われば水位変動が起り、その結果発電機出力が変わる。これ等は、基本的には振動系の非線形応答で、指令値に対する発電機出力の追従が、位相や大きさの異なると、再び修正量となって水車使用水量の方へと戻される。このような系も、図-7 に従って CSMP によりシミュレーションを行うことができる。

ただし、CSMP における一次遅れのステートメントは、数式 $T \frac{dy}{dt} + y = x$ 、伝達関数では $\frac{1}{TS+1}$ に対し、 $Y = \text{REALPL}(IC, T, X)$ と記述するだけでよい。

実際には、図-7 の電気系、機械系をさらに1号機、2号機に分けて構成し、シミュレーションを行って実測値と比較したのが、図-8 である。同図によれば、解析結果は実測値と満足すべき一致を示し、このシステムモデルの構成、解析手法および諸定数が適切であることがわかる。このように、手法ならびに諸定数の確認を経て、A 発電所の運用方法の検討が可能となった。

6. あとがき

CSMP は問題向き言語 (Problem Oriented Language) で、かなり以前に発表され、S/360 CSMP から現在は CSMP III となり、さらに充実したものとなっている。IBM 社以外にも、連続系のシミュレーションプログラムは作成されている模様であるが、CSMP 程完備したものではないようである。多方面に活用できると思われるため、概要を述べた。

7. 参考文献

- 1) CSMP III 連続系のシミュレーション・プログラム III User's Guide 入門編 日本 IBM (株)
- 2) " " " " " " " " 応用編 " " "
- 3) CSMP 解説 四国電力 (株) 技術研究所
- 4) 水力機器および AFC 付属装置の動作を考慮したサージタンクの水位変動 是枝 忍, 発電機 No.89, 1967

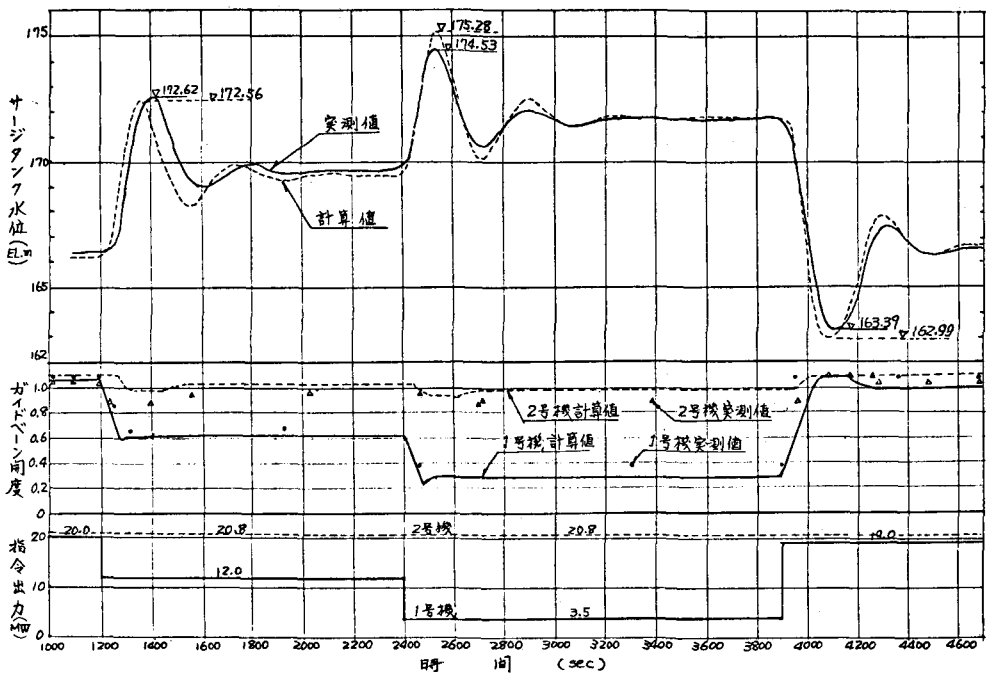


図-8 A 発電所 ALR 試験実測結果とシミュレーション結果との比較