

ミニコンによる土木工学の演習

岩手大学 正員 宮本 裕
同 出戸 秀明
同 正員 嵯峨 耕咲

1. まえがき

ミニコンを次のように2つの目的で使った。

(1) 演習問題の出題 言ってみれば先生の代りや先生の手伝いとしてミニコンが問題を作るものである。

(具体的な例は構造力学ⅠとⅡのそれぞれの講義の後半の30分間、簡単な出題をする。)

(2) 高度の計算器 学生がミニコンを計算の道具や手段として使うものである。つまりミニコンは計算尺やソロバンや数表を、もっと早くもっと大きく高度化した道具だと考えると良いだろう。(具体的には橋梁工学の課題で合成桁の断面計算に学生各自がミニコンを用いることと、構造力学Ⅱで変形法による平面トラス解析の課題に剛性マトリックスの重ね合せや逆行列の計算でミニコンを用いることである。)

これらは学生個々の学習の理解を深め、勉強の励みを与え同時に教育法の反省の材料として計算機を使うものである。

2. 構造力学の演習問題の出題

学習したことを十分理解するには、自分で考え計算してみることが大事である。他人をみて、自分で考えることなく宿題を丸写しにすることは意味がない。そのため各学生にそれぞれ異なる数値で出題した。当科において構造力学ⅠとⅡの講義の後半の30分間に、簡単な出題をした。また場合により宿題として課題を出すこともある。例として図-1の場合、ある学生には $P=3\text{t}$ 、 $Q=2\text{t/m}$ 、 $C=1\text{m}$ 、 $A=1\text{m}$ 、 $S=7\text{m}$ を与え、他の学生にはまた別の数値の組合わせを与える。また、同じ数値で計算された答(上の例では $M_1=-1\text{tm}$ 、 $M_2=1.714\text{tm}$ 、 $Q_1=-2\text{t}$ 、 $Q_2=2.714\text{t}$ 、 $Q_3=-0.286\text{t}$)を教官の控として持っていて、学生の答案をこれにより採点するのである。

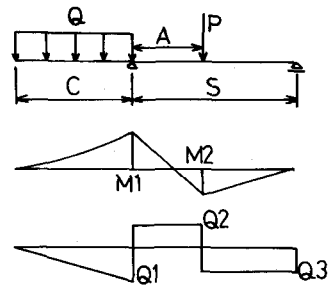


Fig.1

各学生の数値の組合わせは疑似乱数によった。ここでは混合型合同法の特別の場合の式 $x_{n+1} = x_n + C \pmod{m}$ を用いた。ここで、 x_n 、 x_{n+1} : 乱数列、 C 、 m : 整数とする。図-2は $C=23$ 、 $m=30$ 、 $x_0=16$ のときである。

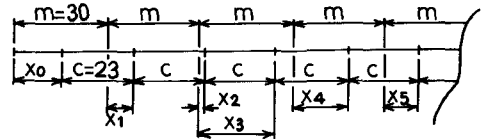


Fig.2

この出題方式については文献1)、2) に詳しく述べられている、それらを参考にした。ただそれらはミニコン用のプログラムではないので、著者はミニコン用に特に工夫してプログラムを作った。ミニコン用プログラムは文献3) を参考にされた。

3. 合成桁橋の設計計算

学生自身の勉強のため各学生ごとに異なる設計条件(橋の幅員、支間等を変えた。)を与え設計させている。その際、橋桁の断面計算、応力計算は単純な計算であるが繰り返し計算するため非常に労力と時間を必要とする。計算の意味を理解するには1、2回の計算で十分と思われるので、あとの繰り返し

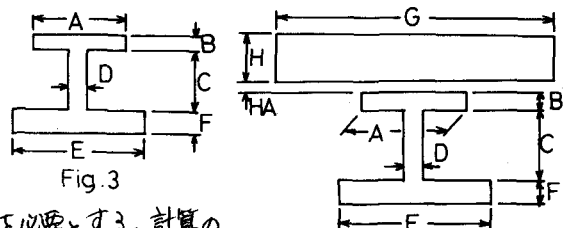


Fig.3

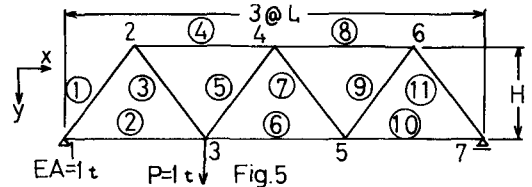
Fig.4

計算はミニコンでするようにした。これにより生ずる余った時間を他の有効な仕事にあてられる。また、ミニコンにデータを入力し計算させ、出てきた計算結果を整理することにより、電子計算機学習の実習もでき、計算機そのものを理解する助けとなる。この方法において少くとも1度だけは学生が手計算をして、ミニコンで計算した結果と比較する必要がある。ミニコンの行う計算の過程を知っていないと他の応用例の時困るからである。プログラムは合成前(鋸桁のみ)と合成後(合成桁)について作られている。図-4の合成桁の入力を説明する。上フランジの幅、厚さをA、Bとし、下フランジの幅、厚さをE、Fとし、腹板の高さ、厚さをC、Dとする。G、Hはコンクリート床版の有効幅と、床版厚である。HAはハンチの厚さである。出力は合成断面の諸値と曲げモーメントに対する合成桁の応力、乾燥収縮による応力、温度差による応力等である。

4. 剛性マトリックス法による平面トラスの解析

近年、剛性マトリックス法がよく使われるが、この方法を理解するには、自分で全体の計算をひとりでやる事が大事である。しかし行列の計算は計算量が多く、筆算でするのは困難である。かといって初心者が数学の本に書かれてあるような一般的表現のマトリックスの演算過程をすぐ理解することは容易でない。生物学で「個体発生は系統発生を繰り返す」というヘッケルの法則がある。その例として人間の赤ん坊が母親の胎内で大きく育つとき、鰓がはえたり、尾がはえたりする。これは人間の祖先が大昔、魚から両棲類、哺乳類と進化してきたことを、どの赤ん坊でも小さいときに繰り返すということである。構造力学もやはり、偉大な学者たちが数百年もかけて築き上げてきた理論の中でも難しいマトリックス法の理論も、一般的表現で簡単にまとめたものを讀み理解することは容易でない。それには先人の偉大な学者たちの研究の歩みを手短かにでも繰り返さないとはいけない。自分で簡単なモデルについて計算してみなくてはならない。その時、マトリックスの足し算、マトリックスの割り算(逆マトリックスの計算、つまり連立方程式を解くこと)等の計算をミニコンを用いてはじめて比較的小さい時間で処理することが出来る。以下に手順を述べる。

- (1) 部材データを与える。(図-5において各学生にLとHの値を変えて与える。また荷重作用点の場所も変える。)
- (2) 各学生が剛性マトリックス計算のプログラムのデータを作り、入力する。



- (3) 各部材の剛性マトリックス、全体の剛性マトリックスが計算され、出力される。
- (4) 全体の剛性マトリックスの出力をもとに、学生が全体の剛性マトリックスの表を作る。
- (5) 全体の剛性マトリックスの表をもとに、支点処理をした剛性マトリックス[K]を作る。
- (6) 逆行列を計算するプログラムに、[K]を入力する。
- (7) [K]⁻¹が計算され、出力される。
- (8) 荷重を与え、変位u, vを求める。ただし $\{u\} = [K]^{-1} \{P\}$ ここに $\{u\}, \{v\}$ はそれぞれ変位、荷重ベクトルである。この乗算は1節点のPのみ1であとは0であるから、手計算できる。
- (9) 変位u, vがわかったら、(3)で各部材の剛性マトリックスが求められているので、簡単なマトリックスの乗算で部材力Nが計算できる。ここは手計算する。
- (10) 変位u, vを(3)で求めた全体の剛性マトリックスと乗算することにより、反力を計算する。
- (11) こうして求めた部材力、反力についてつり合いの検算をする。
- (12) 以上の計算過程と結果を学生が提出する。
- (3)と(7)はそれぞれプログラムを用意しておく。

具体的に説明すると次のようになる。例として図-5においてL=2m, H=1.732mとする。剛性マトリックスを計算するプログラムに入力として節点数、部材数、節点番号、部材番号、節点座標、EA等を与えると、各部材要素の剛性マトリックスと全体の剛性マトリックスが計算される。これをもとに表-1のような全体の剛

性マトリックスの表が得る。支点条件として $u_1 = u_4 = 0$, $v_7 = 0$ であるから第1, 2, 14の行と列をとり除く。

u_1	v_1	u_2	v_2	u_3	v_3	u_4	v_4	u_5	v_5	u_6	v_6	u_7	v_7
0.625	-0.2165	-0.125	0.2165	-0.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-0.2165	0.375	0.2165	-0.375	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-0.125	0.2165	0.75	0	-0.125	-0.2165	-0.5	0	0	0	0	0	0	0
0.2165	-0.375	0	0.75	-0.2165	-0.375	0	0	0	0	0	0	0	0
-0.5	0	-0.125	-0.2165	1.25	0	-0.125	0.2165	-0.5	0	0	0	0	0
0	0	-0.2165	-0.375	0	0.75	0.2165	-0.375	0	0	0	0	0	0
0	0	-0.5	0	-0.125	0.2165	1.25	0	-0.125	-0.2165	-0.5	0	0	0
0	0	0	0	0.2165	-0.375	0	0.75	-0.2165	-0.375	0	0	0	0
0	0	0	0	-0.5	0	-0.125	-0.2165	1.25	0	-0.125	0.2165	-0.5	0
0	0	0	0	0	0	-0.2165	-0.375	0	0.75	0.2165	-0.375	0	0
0	0	0	0	0	0	-0.5	0	-0.125	0.2165	0.75	0	-0.125	-0.2165
0	0	0	0	0	0	0	0	0.2165	-0.375	0	0.75	-0.2165	-0.375
0	0	0	0	0	0	0	0	-0.5	0	-0.125	-0.2165	0.625	0.2165
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0.2165	-0.375	0.2165	0.375

Table.1

こうして求めた11元の行列を、逆行列を計算するプログラムに入力すれば、剛性マトリックスの逆マトリックスが計算され、結局次の式を得る。

$$\begin{pmatrix} u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \\ u_5 \\ v_5 \\ u_6 \\ v_6 \\ u_7 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 4.388 & 1.7640 & 1.6666 & 2.5658 & 3.0555 & 2.5979 & 2.6666 & 2.0526 & 2.3889 & 1.1225 & 2.9999 \\ 1.7640 & 3.2406 & 0.9622 & 3.2591 & 0.9943 & 2.8332 & 1.5395 & 2.0739 & 0.6094 & 1.0925 & 1.7319 \\ 1.6666 & 0.9622 & 2.0000 & 0.7697 & 1.6666 & 0.5773 & 2.0000 & 0.3849 & 1.6667 & 0.1924 & 2.0000 \\ 2.5658 & 3.2591 & 0.7697 & 6.0738 & 1.0263 & 5.3330 & 1.9243 & 3.9257 & 0.2566 & 2.0739 & 2.3092 \\ 3.0555 & 0.9943 & 1.6666 & 1.0263 & 3.7222 & 1.4433 & 2.6666 & 1.2829 & 3.0555 & 0.7377 & 2.9999 \\ 2.5979 & 2.8332 & 0.5773 & 5.3330 & 1.4433 & 7.1663 & 2.3092 & 5.3330 & 0.2887 & 2.8332 & 2.8865 \\ 2.6666 & 1.5395 & 2.0000 & 1.9243 & 2.6666 & 2.3092 & 3.9999 & 1.5395 & 2.6666 & 0.7697 & 3.9999 \\ 2.0526 & 2.0739 & 0.3849 & 3.9257 & 1.2829 & 5.3330 & 1.5395 & 6.0738 & -0.2566 & 3.2406 & 2.3092 \\ 2.3889 & 0.6094 & 1.6667 & 0.2566 & 3.0555 & 0.2887 & 2.6666 & -0.2566 & 4.3889 & -0.0321 & 3.0000 \\ 1.1225 & 1.0925 & 0.1924 & 2.0739 & 0.7377 & 2.8332 & 0.7697 & 3.2591 & -0.0321 & 3.2406 & 1.7319 \\ 2.9999 & 1.7319 & 2.0000 & 2.3092 & 2.9999 & 2.8865 & 3.7777 & 2.3092 & 3.0000 & 1.7319 & 5.7778 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} Q_2 \\ P_2 \\ Q_3 \\ P_3 \\ Q_4 \\ P_4 \\ Q_5 \\ P_5 \\ Q_6 \\ P_6 \\ Q_7 \end{pmatrix} \quad \dots (1)$$

$P_3 = 1 \text{ t}$, 余の荷重は $Q_2 = P_2 = \dots = Q_7 = 0$ であるから第4列のみ考慮して $u_2 = 2.5658 \text{ m}$, $v_2 = 3.2591 \text{ m}$, $u_3 = 0.7697 \text{ m}$, $v_3 = 6.0738 \text{ m}$, $u_4 = 1.0263 \text{ m}$, $v_4 = 5.3330 \text{ m}$, $u_5 = 1.9243 \text{ m}$, $v_5 = 3.9257 \text{ m}$, $u_6 = 0.2566 \text{ m}$, $v_6 = 2.0739 \text{ m}$, $u_7 = 2.3092 \text{ m}$ とする。

部材軸力の計算は部材1を例にとれば以下のようになる。 $N = \frac{EA}{L} \{ (u_j - u_i) \lambda + (v_j - v_i) \mu \}$
 $= \frac{1}{2} \{ (u_2 - u_1) \lambda + (v_2 - v_1) \mu \} = \frac{1}{2} \{ (2.5658 - 0) \times 0.5 + (3.2591 - 0) \times (-0.866) \} = -0.76974 \text{ t (圧縮力)}$

反力の計算は表-1の全体の剛性マトリックスを用いて以下のようになる。 $P_1 = (-0.2165) \times u_1 + (0.3750) \times v_1 + (0.2165) \times u_2 + (-0.3750) \times v_2 + 0 \times u_3 + 0 \times v_3 + 0 \times u_4 + 0 \times v_4 + 0 \times u_5 + 0 \times v_5 + 0 \times u_6 + 0 \times v_6 + 0 \times u_7 + 0 \times v_7 = (-0.2165) \times 0 + (0.3750) \times 0 + (0.2165) \times (2.5658) + (-0.3750) \times (3.2591) = -0.66667 \text{ t (上向き)}$, $P_7 = 0 \times u_1 + 0 \times v_1 + 0 \times u_2 + 0 \times v_2 + 0 \times u_3 + 0 \times v_3 + 0 \times u_4 + 0 \times v_4 + 0 \times u_5 + 0 \times v_5 + (-0.2165) \times u_6 + (-0.3750) \times v_6 + (0.2165) \times u_7 + (0.3750) \times v_7 = -0.3333 \text{ t (上向き)}$ 。

つり合いの検算 外力と反力とで $\Sigma V = 1 - 0.6667 - 0.3333 = 0$, 節点1において $\Sigma V = +0.6667 - 0.76974 \times 0.866 = 0$

5. まとめ

著者は教育者として若輩をお二つがしいが(ここに著者とは宮本を指す)、教育とは学生自身の能力を伸ばす助けをするものであると思う。どの学生もそれぞれの個性と素質を持っているものである。その教育の環境作り、勉強の目標、計算学習の手助けの手段としてミニコンを用いている。

能力も個性も異なる学生には、それぞれにあった教育と演習をするのが理想であり、十分な時間が必要である。しかし1クラス40人の学生に1人1人それをするには時間が足りない。決められた時間内でできるだけ多くの学生に個々に応じた応題を出題し、クラス全体の学習の成果を能率よく正確に把握するために現状工夫しているわけである。もし、マークカードリーダーがあれば、学生の計算の結果をマークカードにマークさせて提出させることにより、迅速大量の採点ができるのである。

またこの演習では、1週間前にかあらかじめ学生に個々の数値を与えているが、出題の問題の形式と具体的に教えるわけではない。著者の経験では出題前に2、3の予想問題の形式を示しておき、演習の直前に個々の学生に数値を与えたら良いと思う。しかし、多数の学生に短い時間に数値を与える方法をみつけるのは難しいことである。

土木材料実験の中に最適含水比というテーマがある。土や骨材を締め固める際、加える水の量が多過ぎても、少な過ぎてもよくない。良好な状態に締め固められるためにちょうどよい、加えるべき水の量があるのである。この水の割合を最適含水比というのであるが、これは何にでも言えることであろう。すなわち学生にあった最適学習方法があるはずである。それは細かく見ると百人いけば百人とも違うだろう。しかし能率を考え、クラス全体としての最適学習方法や最適講義内容の程度を探るべく必要がある。これは、問題が難しければヒントを多くしたり、採点を甘くしたり、次の機会に十分教育することである。また、学生が十分理解し、答が正しく求められたとき深い満足と味い、勉強する意欲を勇めさせる、適度の問題を出題することである。

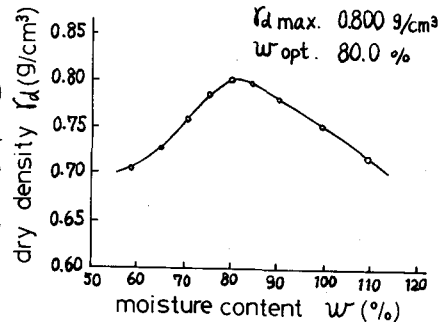


Fig. 6

このように本人の能力や学習態度を調べるのは教授法の反省としてあってであり、本当は学生がやる気によつて自分の力で問題を解ければよいのである。それを確かめるために試験するのである。

また「鹿だけ追って山を見ない教師」という言葉のように、目に見える小さな事実だけで判断せずに、大きな全体としての事実を判断しなくてははいけない。すなわち学生の解答を出すための考え方や、独創的な解法などを教師は見ることがあり、それらがあっていて計算ミスで答がまちがったのは、理解できずに正しい答と出せない学生とは違うと思う。

しかし、現在のコンピュータではそのような全体としての物事の判断はできず、個々の数値の正否を判断することしかできない。もしコンピュータが俳句や詩を評価できるとしたら、細かい文法的なこと(助詞の使い方の誤りなど)や単語のつづりのまちがいをしか判断できない。多少の文法上のまちがいであっても、内容的に立派な人を感動させることと歌った詩歌を評価することは、やはり人間しかできないことであり、人間のすばらしさがここにあるのである。このミニコン利用の演習も、そのような教師の深い判断が必要である。

参考文献

- 1) 秋田宏・松山正将: コンピュータを利用した演習の方式, SENAC, Vol. 6, No. 4
- 2) 秋田宏・松山正将・神山照: 多数の学生を対象とする演習の処理にコンピュータを活用した例, 土木学会誌 1974年 5月号
- 3) 宮本裕・相沢浩郎: ミニコンめぐり(5) — 岩手大学工学部土木工学科のミニコン利用について —, 北海道大学大型計算機センター・ニュース, Vol. 7, No. 3