

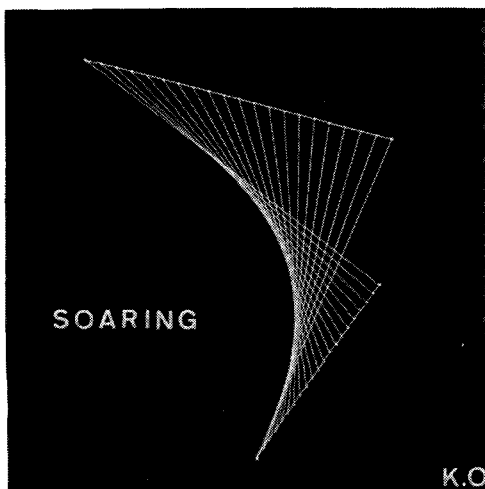
Graphic Displayの有効性と三つの応用例

東京農工大学 農学部 鬼塚宏太郎

A computer display enables us to examine the structure of a man-made mathematical world simulated entirely within an electronic mechanism.

I think of a computer display a window on Alice's Wonderland in which a programmer can depict either objects that obey well-known natural laws or purely imaginary objects that follow laws he has written into his program.

by Ivan E. Sutherland
(1970)



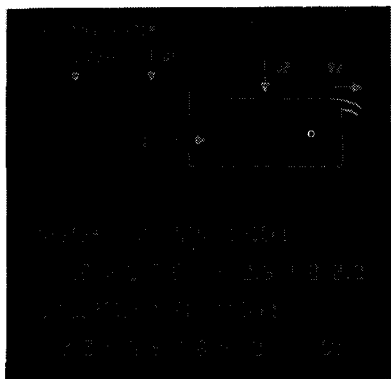
Computer Art ? (1973)

1.はじめに.....

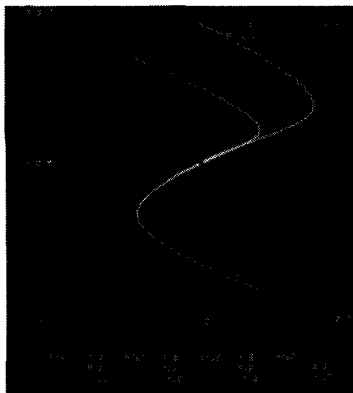
私は上にかかげた言葉が大変に気に入りました。その当時の私は、やっと、FORTRAN言語で一寸したプログラミングが出来た様に感じたところでした。X-Yプロッターを用いて、計算結果をグラフに描いてみた事もありました。計算結果が0.1ミリの精度で図化されるのにあどろきました。当然の成行きとして、今度は、あのブラウン管の前に腰かけ、ライトペンを手にして手品師の様にコンピューターをあやつり、いろいろな図形を出し消しをくり、やってみてくたしたのです。こうして、私のGraphic Displayとの付き合いが始まりました。3.4年の間は、すっかり夢中に没頭していました。しかし、実際には、コンピューターを自由自在にあやつるどころではなかったのです。以下は私の失敗の記録です。

2. 非線形力学系の最短時間制御 (2水槽系)... 例-1⁽¹⁾

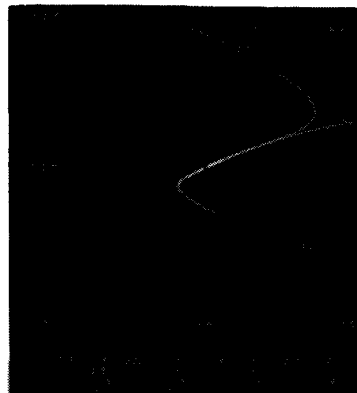
このプログラムでは、2次の非線形力学系の例として、Aに示す2水槽系を取扱うものである。この



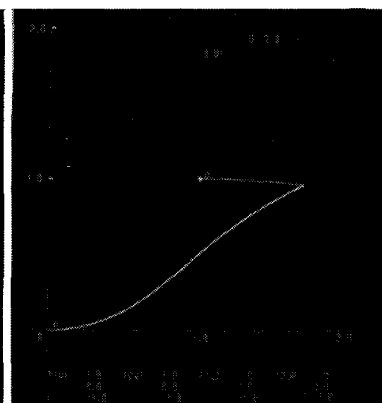
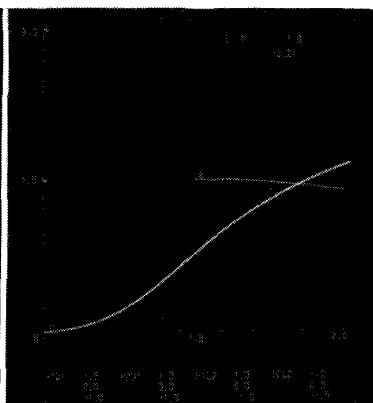
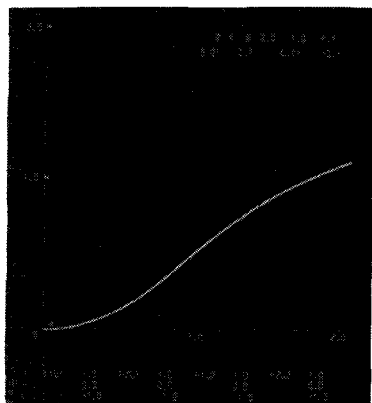
A



B 1



B 2



C 1… 原点からの最大流入量での軌道

C 2… 定常点から逆時間での流入量ゼロ軌道

C 3… 与えられた最短時間軌道

系の状態方程式系は、適当な標準化によって(1)で示す型式となる。

x_1 は左側の水槽の水位、 x_2 は右側の水槽水位に対応する。

系の定常状態は、 $x_1 = 1, x_2 = 1$ である。Aの画面で、ライトペンによって任意のシステム定数を2個選出し、B1、B2の様には、系の状態平面での運動を調べ、系の力学系としての挙動を理解する。次にこの系を任意の初期状態から定常状態に最短時間で到達させる問題を解決する事ができる。これは、 x_1 は横軸、 x_2 は縦軸で示されている。

1) 左側の水槽への流入量を制御量とする問題では、ポンプやゲート最大原理から、流入量ゼロの場合の系の軌道と、流入量=最大可能流入量の場合の軌道の断片の合成によって、最適軌道が求められる。

C1, C2, C3, C4は、 $x_1 = 0, x_2 = 0$ から $x_1 = 1, x_2 = 1$ (定常状態) までの最短時間軌道と制御量の決定過程を示す。D1, D2, D3は、異なる初期状態からの最適軌道の決定過程を示す。

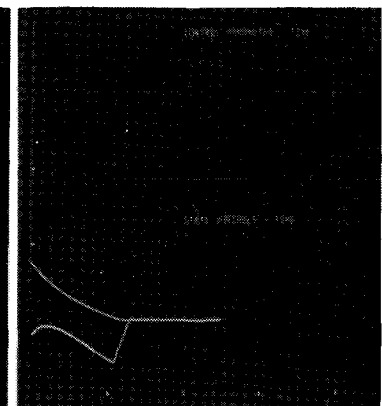
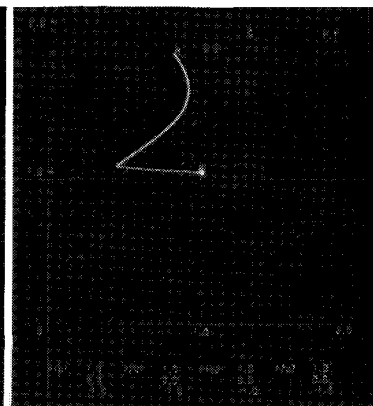
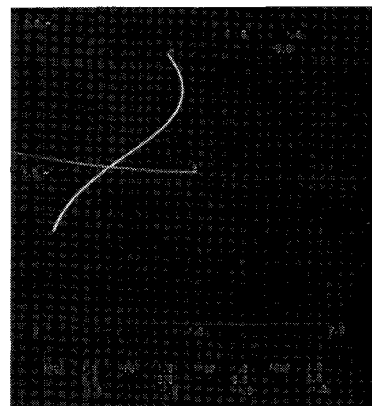
2) 流入量は一定の状態で、2水槽間のオリフィス開度を制御量とする場合には、やはり最大原理から、開度ゼロの軌道と、全開の軌道との合成によって最適軌道が求められる。この場合はE3に示す様に、 x_1 が大きい値となる事がわかり、実際問題としてはあまり適当ではない。

(1) 鬼塚、農業士学会大会講演要旨、昭46、pp9~10。

D 1

D 2

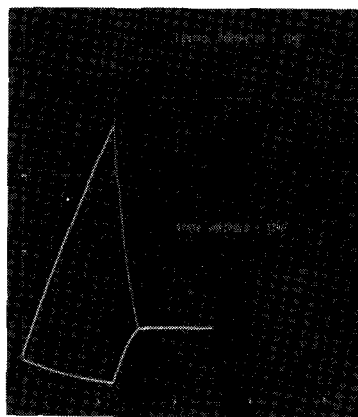
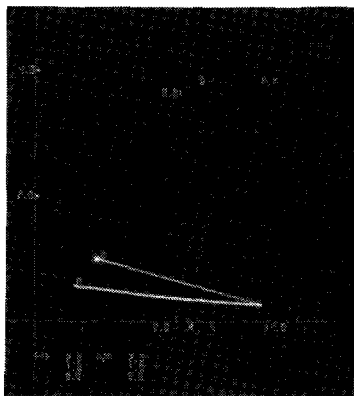
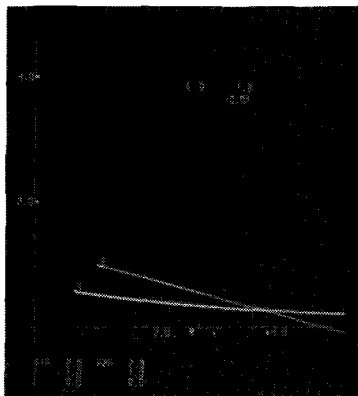
D 3



C 4 … x_1, x_2 と 時間 t の関係

$$\begin{cases} (1) \\ x_1 = C \{ K(1+u_1) - (1+K)f x_1^{1/2} + x_2^{3/2} \} \\ x_2 = f x_1^{1/2} - x_2^{3/2} \\ 1 \leq u_1 \leq 1 \\ 0 \leq f(t) \leq 2 \end{cases}$$

条件が与えられている。



E 1 ... オイル膜厚と制御量との関係

E 2 ... 最短時間軌道

E 3 ... x_1, x_2 と時間との関係

このプログラムでは、流入量とオイル膜厚と両方とも制御する問題を解決する予定であったが、複雑になりすぎて、今の感覚が混乱してしまい、失敗に終わってしまった。

3. 水理系のシステムポテンシャル関数の等高線表示 ... 例-2⁽²⁾

2次元非線形系の状態面をメッシュに分け、格子点の関数Pの値を全て計算し、等高線に対応する格子点のみを表示する。

2水槽系の状態方程式

$$\left. \begin{aligned} a_1 \frac{dh_1}{dt} &= \dot{q}_0 - C_{12}(h_1 - h_2)^{1/2} \\ a_2 \frac{dh_2}{dt} &= C_{12}(h_1 - h_2)^{1/2} - C_{20}(h_2 - H_c)^{3/2} \end{aligned} \right\} \dots (1-1)$$

ポテンシャル

$$P = -\dot{q}_0 h_1 + \frac{2}{3} C_{10} (h_1 - h_2)^{3/2} + \frac{2}{5} C_{20} (h_2 - H_c)^{5/2} \dots (1-2)$$

標準形式*

$$\left. \begin{aligned} a_1 \frac{dh_1}{dt} &= -\frac{\partial P}{\partial h_1} \\ a_2 \frac{dh_2}{dt} &= -\frac{\partial P}{\partial h_2} \end{aligned} \right\} \dots (1-3)$$

* 系の定常状態はPの停留値に対応する(最小値)

水槽-管路系の状態方程式

$$\left. \begin{aligned} a_1 \frac{dh}{dt} &= \dot{q}_0 - \dot{q} \\ \frac{l}{a_2 g} \frac{d\dot{q}}{dt} &= (h - H) - K l 181 \dot{q}^2 \end{aligned} \right\} \dots (2-1)$$

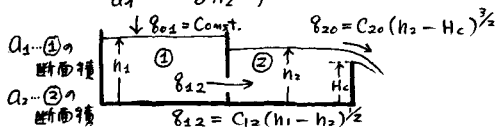
ポテンシャル

$$P = -\dot{q}_0 h + \dot{q} (h - H) - \frac{1}{3} K l 181 \dot{q}^3 \dots (2-2)$$

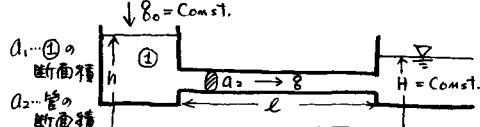
標準形式*

$$\left. \begin{aligned} a_1 \frac{dh}{dt} &= -\frac{\partial P}{\partial h} \\ \frac{l}{a_2 g} \frac{d\dot{q}}{dt} &= +\frac{\partial P}{\partial \dot{q}} \end{aligned} \right\} \dots (2-3)$$

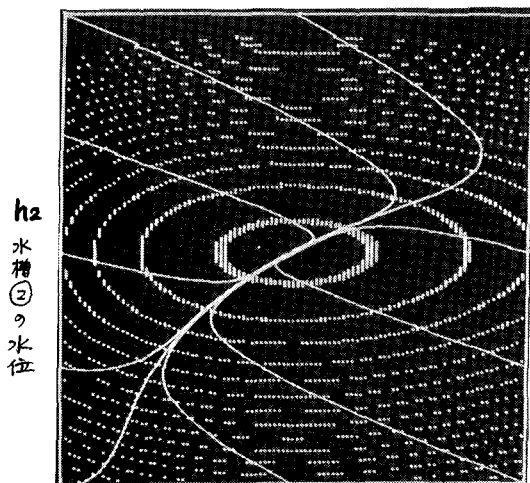
* 系の定常状態はPの停留値に対応する(鞍形点)



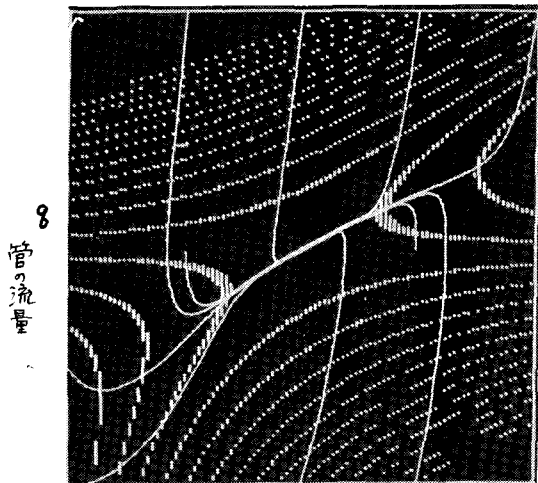
F ... 2水槽系のポテンシャルと系の軌道



G ... 水槽-管路系のポテンシャルと系の軌道



0 h_1 水槽①の水位
(2) K.ONIZUKA Theor. Appl. Mech. Vol. 23, 1975 (Univ. Tokyo Press)



0 h 水槽水位

4. 大規模ランダム抵抗網のコンダクタンス の計算におけるモニタリング... 例-3 ⁽³⁾

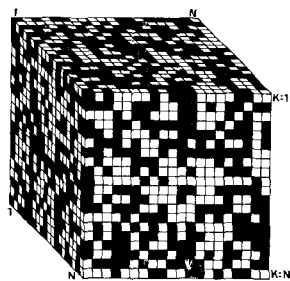
このプログラムは、右図の様
な、多層体のランダムモデルに
対応するランダム抵抗網のコンダ
クタンス計算を行うためのもので
ある。50x50x50の3次元抵抗
網であり、節点をランダムに取
除いた不規則抵抗網であるので、
キルヒホフの節点則を用いた、
一種のSOR法で数値解を求め
る。

H1, H2, H3は異なる乱数
に対応するランダム抵抗網の
様子になっているが、CRT
に表示して4エックするた
めのものがある。

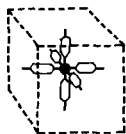
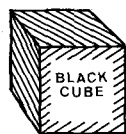
下図は計算の収束状態を
4エックするための画面で、
SOR法の加速係数も、これ
によって適当に変化させる
事が出来る。縦軸は各層間の
全電圧値、横軸は層の番号
を示す。ジグザグの折線が収束後
に成れば、収束完了。

(3) K.ONIZUKA, Jour. Phys. Soc. Japan 43: 1723.

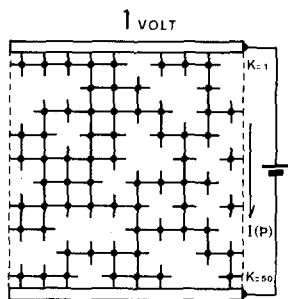
Vol. 39, No. 2, 1975



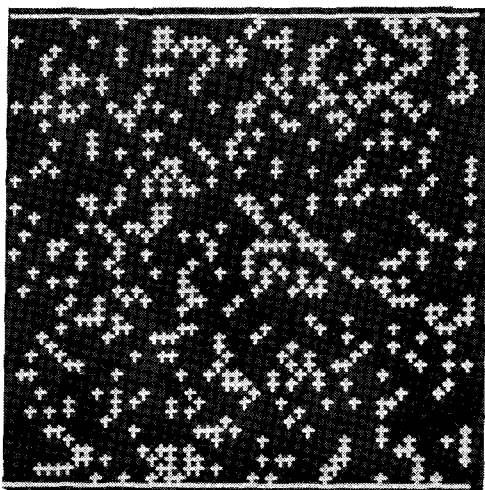
↓ 多層体のランダムモデル
UNIT RESISTOR



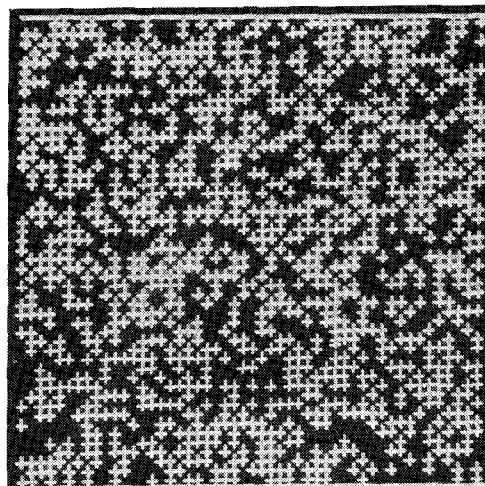
↓ 黒の立方体を単位抵抗で置換する



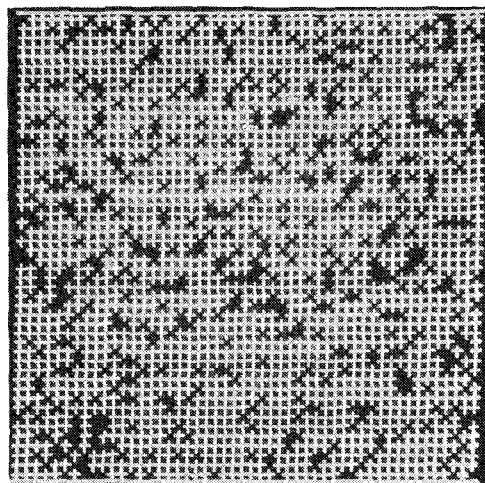
生成された抵抗網の2次元断面
通過電流 $I(P)$ を計算すれば、
全全体のコンダクタンスが求まる



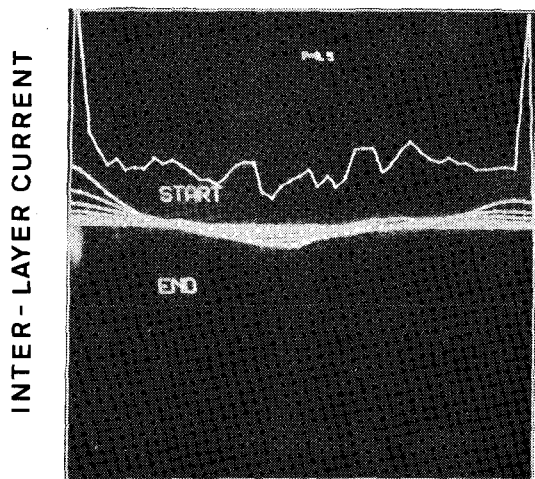
H 1 $P=0.2$ (P は+の存在確率)



H 2 $P=0.5$



H 3 $P=0.8$



1 LAYER NUMBER 51