

石垣断面解析に FEM を適用するための 間詰部の考え方と解析事例*

A SOLUTION OF FILLING FOR MASONRY WALL ANALYSIS APPLIED F.E.M.

田中邦熙**, 新谷洋二***, 山田清臣****

by Kunihiro TANAKA, Yojo NIITANI and Kiyoomi YAMADA

要旨: 本研究は、現段階では理論的に解明し難い歴史的な石垣の安定性を検討する一手法として、市販 FEM ソフトを適用する手法と解析事例をとりまとめたものである。

石垣断面構造は非常に複雑であり、数値計算にあたり、石垣断面のモデル化・境界条件の設定・各種物理・力学定数の決定等多くの点で問題点が多い。特に間詰部の状態が石垣の安定や変形に大きな影響を生じると考えられる。本研究では市販 FEM ソフトを適用するにあたり、石垣石相互間に石の加工度・積み方・間詰充填状況等を考慮してその平均的な物性値を推定する「間詰部材」と定義する部材を挟在させる手法を提案した。またこの間詰部材要素や石と土・石と間詰部材間のジョイント要素に用いる各種の物理・力学定数を逆解析的な検討結果から、どのような値が適当であるかをとりまとめた。この手法により石垣の挙動をより定量的・合理的に説明できるようになると期待された。

1. はじめに

石積み擁壁(以後石垣と総称)は城郭石垣に多用されていて、日本国内の著名な近世時代の城郭に属するものだけでも約200箇所存在する。一方この石垣は、河川や海岸の護岸構造物又は防潮堤・導流堤のような水理構造物、さらに段々畑や田の石垣畦、防風壁や石垣壁・塀等のように地方風土や文化に密着して広く用いられているものも多い。これらも城郭石垣と同様に文化遺産としての価値の高いものも多い。

このような石の文化遺産は、我が国のみならず世界中にも、都市遺跡(城壁・建物・橋梁など)、宗教遺跡、墳墓等の形で数多く残されている。

これらの多くは老朽化が著しく、崩壊の危機に直面しているものも多い。このような重要な遺産を修復保存するためにも、石垣の安定性を評価判定し、修復工事の要否・緊急度を客観的に判断する手法の

確立が望まれる。

本研究は石垣の安定性を解析するために市販 FEM ソフトを適用するに当たり、間詰の状態を仮想の「間詰部材」に置換する手法に関してとりまとめたものである。

日本の近世城郭の石垣は、古代～中世の城が一般に山城が多かったのに対し平城が多いことにもよるが、城郭全体を見たときに、一般に隅角が多用されている。隅角は構造的にも石垣の安定に重要な役割を担っていると推察される。^{1)・2)・3)・4)・5)}

すなわち関ヶ原の役以前の石垣では、隅角部は粗加工石による打込み接ぎによりその輪郭を定め、隅角間の平面部は自然石又は粗加工石による野面積みという組合わせが多いが、関ヶ原の役以後の石垣では隅角部は精加工石による切込み接ぎ、隅角間の平面部は打込み接ぎという使用分けが多い。(もちろん二条城や江戸城で人手を大量に使用できたような場合には、平面部全体に切込み接ぎが使用されている場合もある。) また石垣の正面から見た積み方を分類してみると、乱積み、間知積み、落し積み、布積み等がある。

そして石垣の天端は水平ではなく、中央部で低く両端隅角部でやや上がっていると同時に、石垣天端線は内側に凹状にやや湾曲する形を示している。

一方石垣の内部の様子を横断面方向から見ると、

* Keywords: 石垣, 安定性判定手法, FEM, 間詰係数

** 正会員 (株) 第一コンサルタンツ

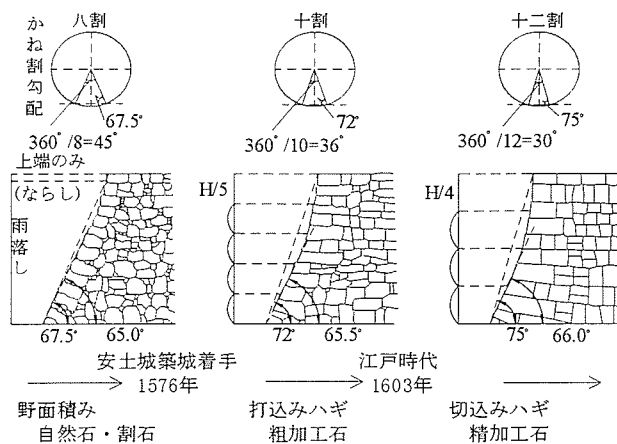
(〒167-0051 東京都杉並区荻窪5-22-1)

*** フェロー 工博 日本大学教授 理工学部土木工学科

(〒101-0062 東京都千代田区神田駿河台1-8)

**** フェロー 工博 日本大学教授 理工学部土木工学科

(〒101-0062 東京都千代田区神田駿河台1-8)



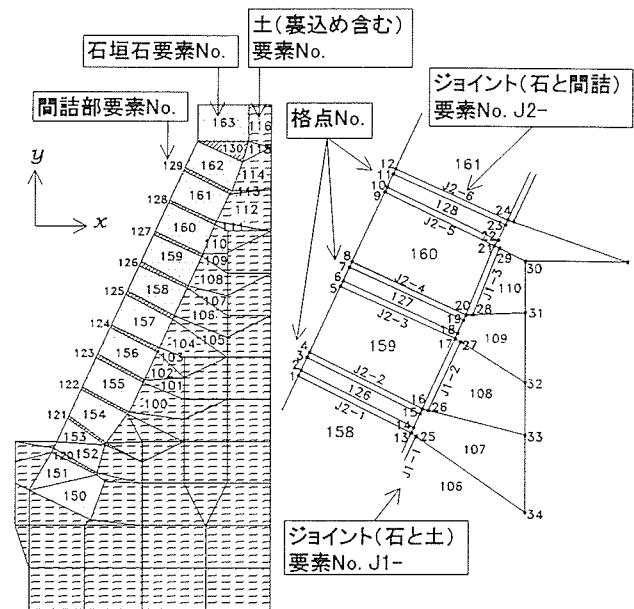
(隅角部を横方向から見た石垣の正面状況)
図-1 石垣勾配と使用石材の時代的変遷

石垣石・背面裏込材および地山部の3者から構成されているが、夫々は物理特性と幾何学的な形状・寸法および接触条件等が多様である。そして石垣石相互間には間詰石（友飼石）が挿入されて、そのかみ合わせ状態を高めている。

なお石垣の勾配は、熊本城・名古屋城・大坂城などで典型的な例が見られるように、一般に下の方ほど緩く、高い位置ほど強くなって、天端では垂直になっている。しかし多くの石垣は直線勾配で、天端付近だけが垂直になっている場合が多い。すなわち曲線をもつ石垣断面は「寺勾配」または「縄だるみ」と言われることもあるが、縄の上端を空中に固定して縄のたるみをつくり、それに合わせて石垣石を積むことは、石積みの技術水準および施工技術から考えて、事実上不可能であったであろう。

このように、日本の石垣には勾配があるのが特徴であるが、ヨーロッパの城壁等の石積み構造物は垂直で、このほうが軍事的にも工費の面でも有利と考えられる。また構造的にも垂直の方が有利ではないかとも考えられる。（地震を考慮したためかどうかは不明）。それにもかかわらず日本で勾配のある石垣が発達したのには何か理由があったのであろうか。伊藤⁶⁾は、このような石垣技術の発達伝承に関しては、日本の城が土居から石垣へと発達したため、縄張技術者や石垣師たちが、石垣の勾配と石垣石の加工形式との間に密接な構造的関係があると考えていたためであろうと推察している。なお日本の石垣は「空積み」といって、石垣石相互間の目地にはモルタル・セメントや漆喰のような接着剤を使用していない。

以上のように3次元立体的にも2次元断面的にも複雑な構成を成す石垣の断面解析を行うことは至難のことである。



要素例

要素No.	格点No.	要素No.	格点No.
石 160 - 8, 20, 21, 9		ジョイント J1 (石と土)	
159 - 4, 16, 17, 5		J1-3 - 28, 29, 21, 20	
間詰 127 - 6, 18, 19, 7		J1-2 - 26, 27, 17, 16	
126 - 2, 14, 15, 3		ジョイント J2 (石と間詰)	
土 110 - 28, 31, 30, 29		J2-3 - 5, 17, 18, 6	
109 - 27, 32, 31, 28		J2-4 - 7, 19, 20, 8	
格点 (1, 2), (3, 4) ..., (13, 14, 25), (15, 16, 26) 等は夫々同一座標			

(右は部分拡大図、下には要素例を示してある。)

図-2 メッシュ割図例

石垣の安定・安全性に関する研究の過去の成果及び現状は、田中・新谷・山田により整理されているように、いずれも実用性及び実績に問題が残されている。

なお最近ではコンピュータのハードおよびソフト両面の進歩が著しく、DEMをはじめとする不連続体力学やジョイント要素を考慮したFEM等により石垣の安定性を研究することは有効な方法と考えられる。これらの方法によると応力-変位関係を石垣断面の内部まで2次元・3次元的に逐次計算することが可能であり、また現存石垣の現場計測データの解析にも有効である。

石垣の安定性評価には、石垣石が離散的に崩落する状態までの解析は必要ないが、石垣の崩壊の前兆である孕み出し状態程度までの変位量の大きさ、分布や変位速度等に関する解析を行うことが必要と考えられる。このような変位の分布や時間変化を解析するためには、従来広く用いられてきた剛塑性論に基づく土木設計等の安定解析・沈下解析手法等は無力に近いと思われ、上述FEM等の手法が有効となる。しかしこのFEM解析を行うとき、石垣断面のモデル化、境界条件の設定やインプット定数等多く

の点で不透明な面も多く、上述の方法を用いた石垣に関する研究成果は非常に少ない。しかし今後は実際の現象をより正しく評価するためにも、上述の研究方法が発展することが望まれる。

石垣を FEM および DEM を用いて解析を行った事例としては天野らの研究⁹⁾がある。徳川期大坂城の石垣を事例として取り上げたもので、静的動的特性が明らかにされたと述べている。このような解析はモデル化とインプット定数の決定が難しく、間詰部の状態を考慮に入れて研究すればより実際的なものと期待される。

本研究は、上述のように複雑な構成を成す石垣断面の安定解析において、ブロックの集合である石垣を連続体に置き替えることにより、既存市販の 2 次元 FEM ソフトを実用的に適用するときの問題点を抽出し、解析を実行できる条件を検討したものである。すなわち石垣の崩壊例は一般に平面部が多いので、石垣横断面に対し 2 次元にモデル化して解析すればそれなりの情報が得られると考え、このモデル化に当たり、石垣の安定性に大きな影響を与える間詰部は「間詰部材」と仮称する仮定の疑似弾性体に置き替える手法を提案した。そして この間詰部材要素や石と間詰部材・石と土間等の不連続面に考慮するジョイント要素等に用いる各種の物理・力学定数を推定するに当たり、逆解析的な検討結果からどのような値が適当か経験的な値としてとりまとめた。さらに上述の手法を図-1 に示す石垣の発達過程を示す標準的な 3 断面に適用したところ、石垣の発達につれて石垣石の加工程度・積み方等が進歩し石垣勾配が急になると、石垣断面内に生じる応力は増加するが、石垣表面の変位量は小さくなる計算結果が得られた。このことは石垣の状態（安定性など）を応力や変位の大きさを用いて、より合理的・定量的に表現できることが期待されることを示していると考えられる。勿論今回示した手法には多くの仮定が入っているので、今後ともより詳細に検討を続けていく必要がある。

2. 石垣断面解析への FEM 適用手法

(1) FEM 適用の利点

石垣面が孕みを生じている状態は崩落に至る前兆であることは間違いなが、崩落に至る極限変位量や変位速度（経時変化）が発散傾向にあるか否か等を知ることは、動態観測データを用いた解析結果等もほとんど発表されておらず非常に困難である。一方地盤工学で用いられている斜面や擁壁等の各種安定解析手法は基本的には剛塑性論に基づいて導かれたものであり、これらの手法では石垣面の孕みの変

位分布の変化状況やその安全性を表現するには無力に近い。

石垣は現代の土木技術として広く用いられているもたれ擁壁の一種ではあるが、一般にもたれ擁壁は（鉄筋）コンクリート造りで壁体自体が剛な構造物であるのに対し、石垣は石垣石個々が独立していて間詰石等を介して相互のかみ合わせ状態を高めていることにより全体に平均的な疑似剛体を構成している点で大きく異なる。

すなわち もたれ擁壁は一体の剛な構造物として、その安定性は転倒・滑動・支持力および内部応力の点から検討される。しかし石垣が崩落に至る事例で多く見られる形態は、平面部の下から 1/3 程度の高さ付近が下垂るみ状に孕みを生じ、それが上方に拡大影響して沈下し、そのために下の孕み部がさらに発達して全体の崩落に至る。この孕みの初因は背面地盤中への地下水浸透による地盤強度の低下に基づく土圧増加や地下水浸出に伴う土砂流失により空洞が生じその結果石垣石のかみ合わせがルーズになることや樹木の成育時の樹根伸長圧または枯死後の空洞等が考えられる。

それでもたれ擁壁では背面の極所的な変状等が生じても擁壁本体に作用する外力は剛な壁体によってより広く分散緩和されるため、壁体に変状が現れ難い。しかし石垣では石垣石が個々に独立しているから、背面の極所の変状が石垣面に直接的に現れたり、石垣石のゆるみ・抜け落ち等の変状が周辺に容易に拡大したりして、発達していく。

このような背面の空洞発生→石垣面の孕み出し→拡大→石垣崩落のような変状が時間的に変化していく状態は、FEM のように部分的に土性値を変えたり、空洞を設けたり、強制変位を与えたりまたは外力を加えたりといったように、条件を種々に変化させ、逐次計算することができる手法を用いないと、その経緯を表現・解明することができない。

(2) FEM 適用の前提条件

第 1 章で述べたように石垣は複雑な構成を成しているが、その構成様態を正確にモデル化することは至難なことであり、かつまた複雑になりすぎても実用上の制約が生じる。

従って、次のような前提条件のもとに検討を進めることとした。

- a) 石垣の安定性評価は、石垣の崩壊例が一般に平面部で多いこともあり、その横断面に対して 2 次元的に解析することにより多くの情報を得ることができかつその後の研究を進める第一歩となる。
- b) 石垣石は種々の形状・寸法を持ち、石垣正面か

ら見ると種々の積み方で積まれていて、その接触状況も一様でない。さらに間詰石（友飼石）と言われる栗石が正面的にも横断面的にも石垣石間に挿入されて、石垣石相互のかみ合わせ状態を安定化させている。

これらの状態をモデル化するに当たり、石垣石相互間に「間詰部材」と定義する石垣石の積み方、加工度、間詰材料の充填状況等を総合した平均的な疑似弾塑性体が数cm（上述の要因により変化させる）の厚さで介在すると想定する。この物性と厚さ等を変えることにより間詰部分の特性さらには石垣断面の特性を定量的に表現できると考えた。

- c) 石垣横断面は、石垣石・地山部および上述の間詰部材の3者から構成される。（石垣石背面裏込部は、一般に水平幅が小さく、地山掘削土が使用されることも多いので、今回は地山部と同一に扱う）

さらにこれらの3主要材料の相互の不連続接触面にはFEM解析手法において用いられる不連続性を表現するジョイント要素を設ける。図-2に石垣断面のメッシュ割図例と要素の構成を格点No.で示した例を示す。（断面左右の土部分は省略）

- d) 実際の石垣断面を解析する場合には、所要断面位置の石垣石の平面的な積み方、間詰石、間隙状況等をスケッチし、さらに奥行き方向の様子を間隙部から調査・観察して（一般に実在の石垣石を撤去・観察することはできない）、これらのデータを用いて石垣勾配に合わせて石垣石と間詰部材とを配置・積み重ねていく。

(3) 間詰部材の考え方

前にも述べたように石垣は、石垣石相互間のかみ合わせ状況を高めるために間詰石を挿入して全体的に平均的な疑似剛体を構成していると考えられる。そこで石垣断面をモデル化するに当たり、石垣の安定性に大きな影響を与える要因の一つである間詰状態をどのような考え方でいかに定量的に表現するかが重要になってくる。

間詰状態を表現する要素として、石垣石自体の材質、形状・寸法、加工度、表面の凹凸・粗密、積み方等と間詰材の材質、形状・寸法、挿入状況等数多く上げられるが、これらがお互いに絡み合っただけで石垣に固有の間詰状態を形成していると考えられる。したがって各要素の影響度合いや相乗・相殺効果等を知ることは至難なことである。

ここで石垣石自体の材質、形状・寸法や相対的位置等は観察したり計測したりして設定できるが、間詰状態はその実体を一義的に設定し難い。しかし基

本的には概略的に空隙・空洞の外面状況すなわち石材の表面状況、石垣石間の空隙・空洞の大きさ、および間詰材の充填程度の3者により決定され则认为られる。そして、石材の表面状況は石垣石加工度、石垣石間の空隙・空洞の大きさは石垣の積み方、間詰材の充填程度は間詰の粗密状況により表現されると考えた。

本研究では以上の考え方のもとで、石垣石加工度、積み方および間詰状況の3者を f_1 、 f_2 、 f_3 で表して、表-1に示すように夫々の状態に対して経験的な係数値を設定した。そして、実在石垣を考えるときには、表-1を用いて f_1 、 f_2 、 f_3 夫々の値を選択し、それらを相乗した $F = f_1 \cdot f_2 \cdot f_3$ なる仮想の材質「間詰部材」を想定する。

ここで f_1 、 f_2 、 f_3 は夫々独立した特性であり、3者を同一レベルで相乗することには疑問も残るが、仮想材質の特性を表す指標としては f_1 、 f_2 、 f_3 を個々に扱うよりは、3者を相乗した値の方が総括的にかつより強調した値として表現できると考えた。

（ $0.60 \leq f_1, f_2, f_3 \leq 0.95$ だが、 $0.216 \leq F = f_1 \cdot f_2 \cdot f_3 \leq 0.77$ ）

次にFEM等を実行するには、上述間詰部材を含む各構成要素ごとに物理・力学特性で表現しなければならない。FEMに用いる物理特性は表-2に示す6種類である。

石垣断面における間詰部材は石垣の補助的材質であり、石垣石に外力が作用したときには小さな外力でも石垣石間でかなり自由に回転や滑動しながら移動すると考えられる。そして新たにより安定した状態に変化してより大きな抵抗力を示したりすることもある。平均的には f_1 、 f_2 、 f_3 の3要素により想定される固有の物理特性を示す仮想物質として抵抗力を発揮すると考えた。

したがって、表-2に示す6種類の物性は以下のような想定によりその概略値を設定した。これらは母岩の物理特性により大きく異なることは当然だが、今回はモデル計算を実行するために表-3に示した石や土などの実在物質の概略値を勘案して設定した。

① ヤング係数 E (tf/m²)

間詰部材のヤング係数はその状態が最もルーズであっても、一般の砂質土よりは数倍以上の値を示し、一方、最も充実した状態であっても母岩の最大値よりは小さい。

② ポアソン比 ν

間詰部材は圧縮応力に対して大きなひずみ量が許容され、良質の岩では0.1以下であろうが、土の0.4に近い値とした。

表-1 間詰部材の物性を想定する F の計算表

石垣石加工度			積 み 方			間詰状況		$F=f_1 \cdot f_2 \cdot f_3$
野面石	巨玉石状で角が丸い	0.60	野面積み	乱積み	0.60	抜け落ち著しい	0.60	0.216
自然石	角が少ない岩塊	0.65		古式穴太積み	0.65	ゆるい	0.75	
又は	角が多くゴツゴツした岩塊	0.70	打込接ぎ	乱層積み	0.70	少ない	0.80	}
粗割石	割石（不規則形状）	0.75		新穴太積み	0.75	密	0.85	
				間知積み	0.80	十分密	0.90	0.77
打込石	規格材（間知石等）	0.80		落し積み	0.85			
粗加工			切込接ぎ	相方積み	0.90			
切込石	精加工石	0.90		布積み	0.95			
精加工								

表-2 間詰部材の物性選択表

F	E (tf/m ²)	ν	γ (tf/m ³)	c (tf/m ²)	ϕ (°)	A
0.2 ~ 0.4	1,000 ~ 3,000	0.39 ~ 0.37	1.1 ~ 1.3	5 ~ 15	29 ~ 31	0.58 ~ 0.62
0.4 ~ 0.6	3,000 ~ 7,000	0.37 ~ 0.35	1.3 ~ 1.5	15 ~ 25	31 ~ 33	0.62 ~ 0.68
0.6 ~ 0.8	7,000 ~ 20,000	0.35 ~ 0.33	1.5 ~ 1.7	25 ~ 35	33 ~ 35	0.68 ~ 0.72

表-3 材料特性一覧表

材 質 No.			1	2					3		
材 質 名 称			背面土	間 詰 部					石 垣 石		
要 素 特 性			砂質土 弾塑性体	石垣石の加工度・積み方・接触比 間詰材料の充填状況等を総合した平均的 な疑似弾塑性体					岩 弾塑性体		
石材加工度 と 積み方			—	自然石 野面積み		粗加工石 打込み 接ぎ	精加工石 切込み 接ぎ		野面 積み	打込み 接ぎ	切込み 接ぎ
間 詰 部 充 填 状 況			—	雑	粗	密	粗	密	粗	粗	密
計 算 ケ ー ス No.			①~⑤	①	②	③	④	⑤	①~③	④	⑤
物 質 項 目	記号	単 位									
1. ヤング係数	E	(tf/m ²)	5.00×10^2	1.00×10^3	5.00×10^3	1.00×10^4	2.50×10^4	5.00×10^4	5.00×10^4	1.00×10^5	5.00×10^5
2. ポアソン比	ν		0.40	0.38	0.36	0.34	0.33	0.32	0.30	0.20	0.10
3. 単位体積重量	γ	(tf/m ³)	1.90	1.20	1.40	1.60	1.70	1.80	2.20	2.40	2.60
4. 粘着力	c	(tf/m ²)	2.00	10.0	20.0	30.0	35.0	40.0	200.0	300.0	400.0
5. 内部摩擦角	ϕ	(°)	30.0	30.0	32.0	34.0	36.0	38.0	30.0	35.0	40.0
6. ソフトニング係数	A		0.50	0.60	0.65	0.70	0.80	0.90	0.20	0.20	0.20
間詰係数 M $=E \cdot \gamma \cdot c \cdot \phi \cdot A$				2.16×10^5	2.92×10^6	1.14×10^7	4.27×10^7	1.23×10^8			
$\log M$				5.33	6.47	7.06	7.63	8.09			
①を1.00としたときの倍率				1.00	13.5	52.8	197.7	569.4			
③を1.00としたときの倍率				—	—	1.00	3.74	10.8			

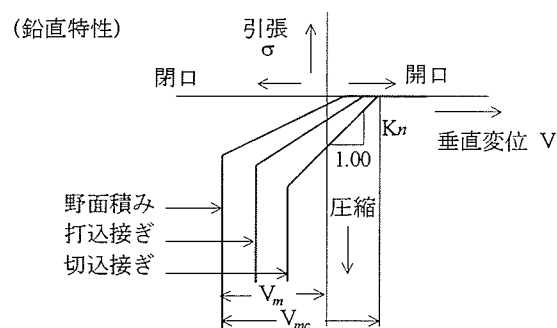
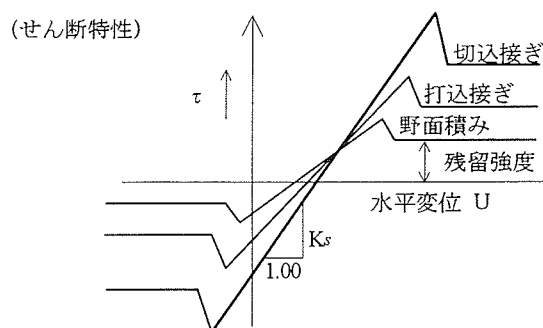


図-3 ジョイント要素説明図

③ 單位體積重量 γ (tf/m³)

間詰部材は石垣石間の間隙・空洞に充填される。したがってその間隙の 20 ～ 50 %を間詰石が占めた状態から推定した計算値を設定した。

④ 粘着力 c (tf/m^2)

間詰部材は土よりは1オーダー大きく、母岩よりは1オーダー小さい値を示すと想定した。

⑤ 内部摩擦角 ϕ ($^{\circ}$)

間詰部材は玉石や粗粒材が用いられ、砂利等にはほぼ近い値を想定した。

⑥ ソフトニング係数 A

間詰部材は最大強度を発揮するまでには、その間詰材がかなり自由に移動できるために、岩で1.0 %土で数%という値よりもはるかに大きいひずみ量が許容され、また最大強度に達した後もその塑性領域での残留強度はかなり大きいと考えられる。今回は数10 %のひずみが生じて60 ~ 90 %程度の残留強度が期待されると想定した。このように間詰部材は許容ひずみ量と残留強度を一般の材料より大きく設定したので、まだ破壊に至っていないが大きな変位である孕み出し現象の解析に適していると考えられる。

表-2は表-1により求めた F 値に対して、上述①～⑥で想定した値を F の内容を考慮して割り振って設定したものである。

以上 間詰部材の物理定数を推定する考え方と手順を述べたが、その形状・寸法も想定しなければならない。

石積み方法は種々用いられていて、間詰部の大きさを設定することもかなり困難であるが、モデルを単純化するために個々の石垣石前面から後部に向かい、野面積みで 5.0 ～ 10.0cm、打込み接ぎで 3.0 ～ 6.0cm、切込み接ぎで 1.0 ～ 2.0cm 程度の層厚を与えればよいと想定した。

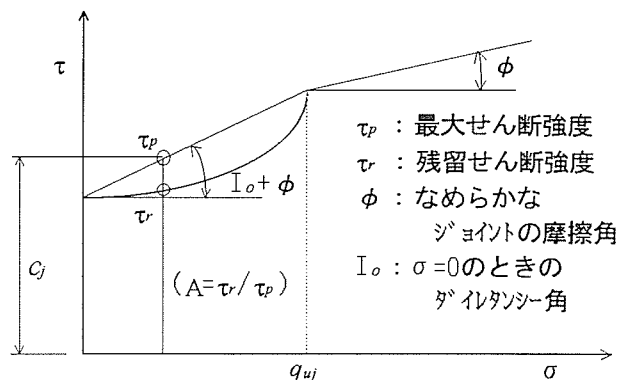


図-4 ジョイント要素のせん断特性説明図

(4) ジョイント要素の考え方

異質材料間のジョイント要素の変位に関するせん断特性及び鉛直特性に関しては、図-3に示すように石垣石の積み方により差が表れるように想定して、表-4に示すような8物性値を設定した。なお、ジョイント要素のせん断特性説明図を図-4に示す。

表-4の値は図-3を参考に、野面積みは、打込み接ぎ・切込み接ぎに比べて石垣石間の接触部は点状で全接触長は短く、従って、接触部のジョイント要素の水平せん断特性は、最も小さいせん断応力 τ により最も小さい水平変位 U ではずれ、また鉛直特性は最も小さい圧縮応力 σ で最も大きなジョイント閉合量 V_{mc} が生じると想定して設定した定数である。なおジョイントの物理・力学特性は、接触2材料のうち、強度の小さい材料特性により決定されるとした。

(5) 材料特性の設定

(2)～(4)で示した前提条件のもとでFEM解析を進めるためには材料特性を設定しなければならない。

背面土・間詰部材および石垣石を弾塑性体として扱う場合には、ヤング係数 E 、ポアソン比 ν 、単位体積重量 γ 、粘着力 c 、内部摩擦角 ϕ およびソフトニング係数 A （＝残留強度／最大強度）の 6 物性値を定める必要がある。

表-4 ジョイント要素の材料特性一覧表

接 触 材 料			土-石	土-間詰	間詰-石			石-石 (参考)		
材 質 No.			1	2	3			4		
石 垣 石 の 積 み 方					野 面	打込み	切込み	野 面	打込み	切込み
計 算 ケ ー ス No.										
物 性 項 目	記号	単位	①～⑤	①～⑤	①～③	④	⑤	①～③	④	⑤
1. 表面一軸強度	q_w	(tf/m ²)	4.0	4.0	40.0	70.0	80.0	500.0	1000.0	1500.0
2. 凹凸により生じるせん断強度(粘着力)	c_j	(tf/m ²)	2.0	2.0	20.0	35.0	40.0	250.0	500.0	750.0
3. せん断剛性率 (≒材料特性 $E \times 0.1$)	K_s	(tf/m ²)	50.0	50.0	5.0×10^2	2.5×10^3	5.0×10^3	5.0×10^3	1.0×10^4	5.0×10^4
4. 最大強度に対する 残留強度の比	A_j		0.60	0.60	0.30	0.40	0.50	0.20	0.20	0.20
5. J が閉合できる 最大量	V_{mc}	(m)	0.05	0.05	0.03	0.02	0.01	0.005	0.005	0.005
6. 垂直剛性率 (≒材料特性 $E \times 10$)	K_n	(tf/m ²)	5.0×10^3	5.0×10^3	5.0×10^4	2.5×10^5	5.0×10^5	5.0×10^5	1.0×10^6	5.0×10^6
7. 摩擦角	ϕ	(°)	30.0	30.0	32.0	36.0	38.0	30.0	35.0	40.0
8. ダイレタンシー角	I_o	(°)	8.0	8.0	6.0	4.0	2.0	1.0	1.0	1.0

(No.4 石-石間の値は別途に石と石が直接接触していて間詰部材を考えないケースを解析するときの参考として想定しておいた。)

背面土および石垣石に関しては土質試験や岩石試験結果を用いて設定できる。今回は土木学会編「土木技術者のための岩盤力学」等の一般的な図書に示されている値を参考に設定した。間詰部材に関しては、自然石を野面積みした場合において、間詰部の充填状況を雑→粗→密の3段階を想定して設定した。

これらの定数の解析結果に対する影響度合い等を逆解析的に検討するために設定した事例（自然石野面積みの場合に対して、計算ケース①～③）を表-3に示す。

現状石垣の調査結果から「間詰部材」に関する6項目の物性値を想定する場合には、表-1より該当する f_1 , f_2 , f_3 を選択して

$$F = f_1 \times f_2 \times f_3 \quad (1)$$

を求め、表-2により F に対応する物性値を採択する。この F は間詰部材の物性を想定する係数であり、0.2～0.8 程度の値となり、大きいほど間詰部の空隙が小さく、密度・強度等が大きいことを示す。

今回は間詰部充填状況が雑→粗→密と良好になるにつれて、 v を除く5物性は漸増しその値は表-2より表-3の程度の値となると想定した。

次に図-2に示したような野面積みに対する解析モデル断面において、計算結果に大きな影響を与える最も重要な要素の一つであるジョイント要素は、石垣石と間詰部間であり、ジョイントを決定する8要素の値としては、接触2材料のうち強度の小さい材料の特性により決定されると考えたので、ほぼ次の程度の値を取りうると想定した。(図-3,4参照)

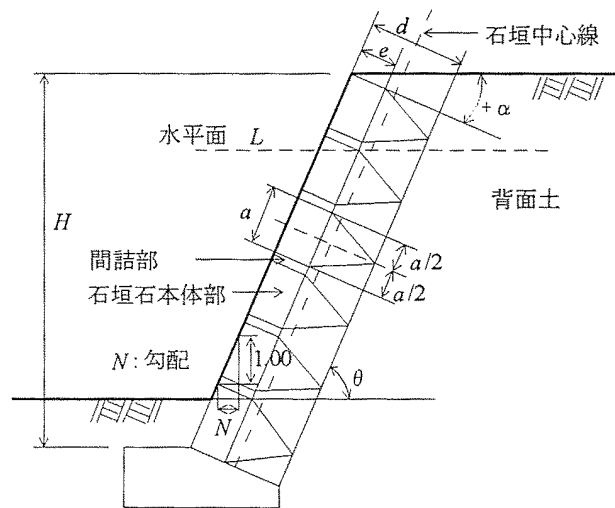


図-5 石垣横断面モデル図

- ・表面一軸強度 q_w (tf/m²) 40.0
- ・凹凸により生じるせん断強度(粘着力) c_j (tf/m²) 20.0
- ・せん断剛性率 (≒材料特性 $E \times 0.1$ と設定) K_s (tf/m²) 500.0 E は表-3②の値
- ・最大強度に対する残留強度の比 $A_j = \text{残留強度} / \text{最大強度}$ 0.30
- ・ジョイントが閉合できる最大量 V_{mc} (m) 0.03
- ・垂直剛性率 (≒材料特性 $E \times 10$ と設定) K_n (tf/m²) 50,000.0 E は表-3②の値
- ・ジョイントの摩擦角 ϕ (°) 32.0
- ・ダイレタンシー角 I_o (°) 6.0

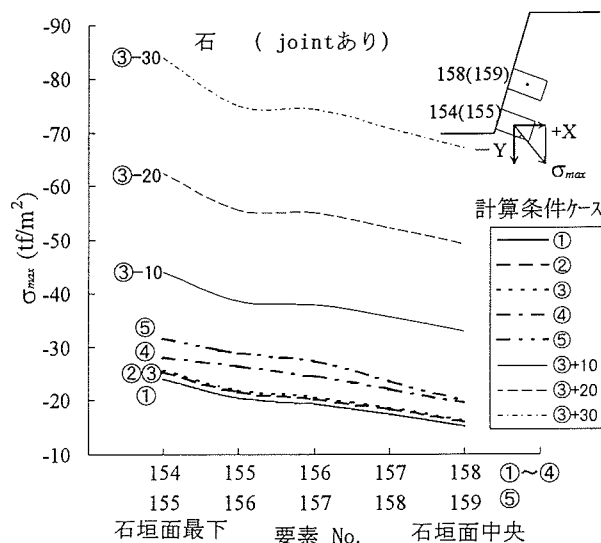


図-6 石垣要素に生じる最大主応力 σ_{max}

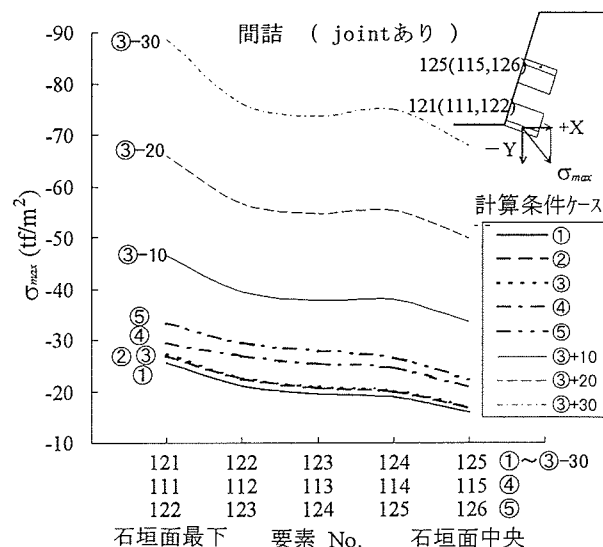


図-7 間詰め要素に生じる最大主応力 σ_{max}

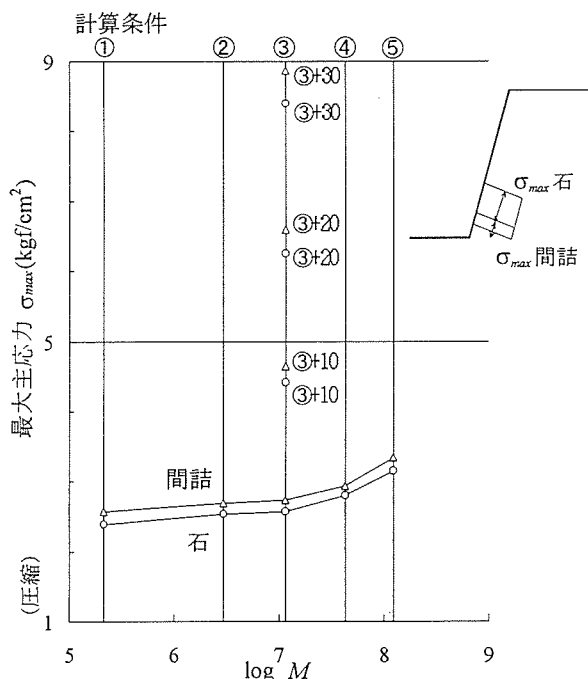


図-8 σ_{max} と間詰係数 M の対数値との関係

(6) 計算条件

図-5に示す石垣横断面モデル図において、石垣高さ $H = 8.00$ m、石垣石高さ $a = 0.80$ m、奥行き $d = 1.20$ mは同一として、石垣石上下間には表-3に示すように石垣石の加工度・積み方および間詰の充填状況等に対応する E 、 ν 等の6項目の物性を①～③の条件のように想定した間詰部が挟在するメッシュ割りを設定した。すなわち間詰状況が密な程大きい物性値 (ν 以外) を与えた。一方石と間詰部材および石と土間には図-2で示したように表-4に示すジョイント要素の特性値を設定した。(土と間詰部材間のジョイントは土の物性に支配され则认为、今回は考慮しなかった。)

解析は、当初重力を作用させない初期条件を設定した後に重力を作用させた場合及び天端平坦部に等分布荷重 $q_1 = 10.0$ 、 $q_2 = 20.0$ 、 $q_3 = 30.0$ (tf/m²) を順次載荷させたときの石垣石及び間詰部に生じる応力及び変位を求めて、これらが主として間詰部の物性とどのような関係にあるかを検討することとした。なお計算条件の概略等は次に示すとおりである。

a) 石垣勾配

石積み技法は野面積みとし、石垣勾配(角度)は $\theta = 67.5^\circ$ とした。なお、石垣勾配を鉛直長さを1としたときの水平長さとの比で表すと $1 : N = 1 : 0.414$ となる。

b) 地質

背面及び底面は同一の単一層の砂質地盤と考え、地下水位は無しとする。

c) 物性値

表-3および表-4に示す値によった。

d) 解析ソフト

解析ソフトは市販の「FEMによる地盤解析ソフト」を用いた。その破壊基準はドラッグ・プラーの破壊基準に基づく完全弾塑性モデルを適用している。

(7) 計算結果

a) 応力計算結果

表-3、4に示した、計算ケース①～③及びケース③に上載等分布荷重 $q_1 = 10.0$ (tf/m²) を作用させたとき③+10、 $q_2 = 20.0$ (tf/m²) 作用時③+20、 $q_3 = 30.0$ (tf/m²) 作用時③+30の6ケースについて、石垣石及び間詰部に生じた最大主応力 σ_{max} を図示した結果を図-6、7に示す。図-6、7は石垣中央部より下部の石垣石及び間詰部の要素ごとに σ_{max} を示

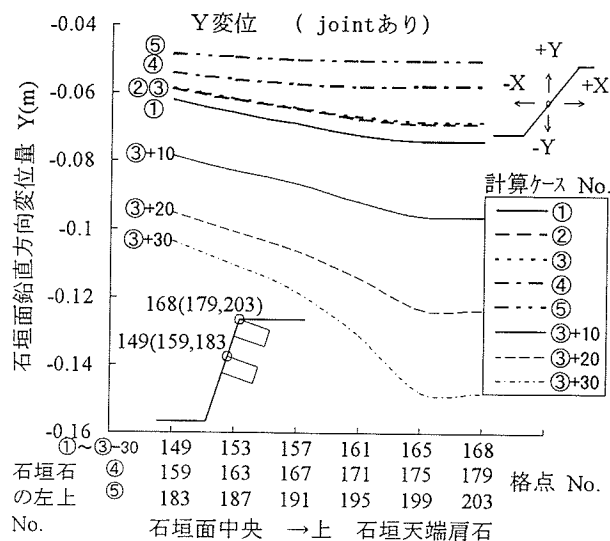


図-9 石垣面に生じる鉛直方向変位量

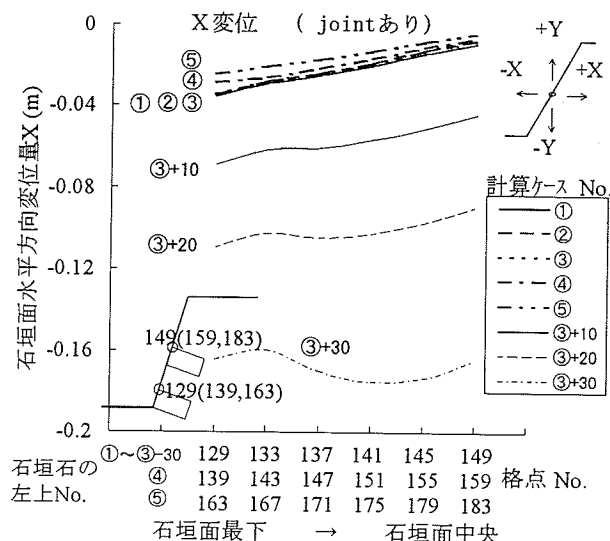


図-10 石垣面に生じる水平方向変位量

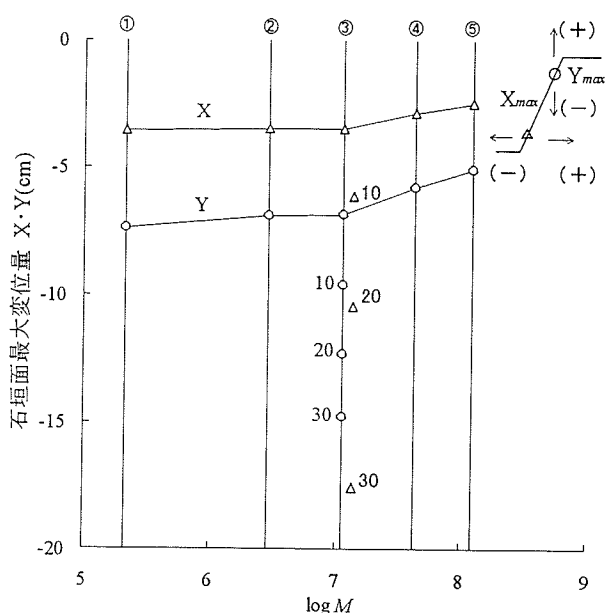


図-11 石垣面最大変位量と間詰係数 M の対数との関係

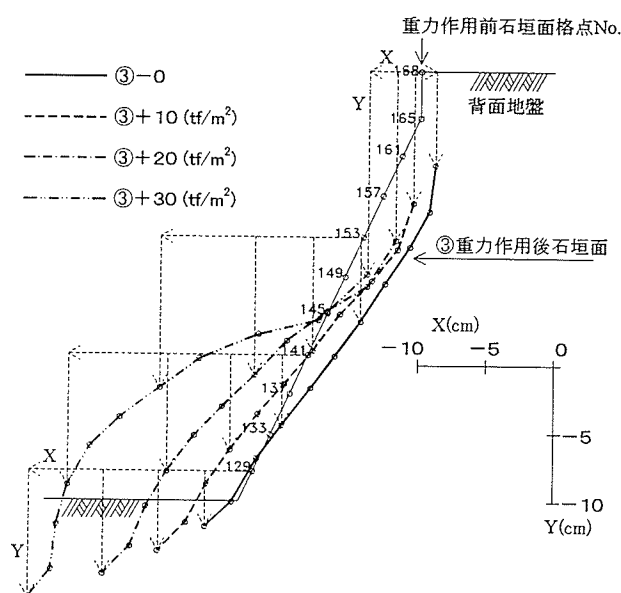


図-12 石垣面の孕み状況図 (FEM による計算結果)

している。

なお、図-6、7中には図-1に示した第3章で述べる石垣技術の発達過程を示す3種類の石垣モデル断面での計算ケース④、⑤の計算結果も比較のために図示してある。

ここで表-3に示した6項目の物性値はポアソン比 ν を除いて全て比例関係にあるので、式(2)のように ν を除くそれらの相乗値を間詰係数 M と定義すると、その間詰部の物性を強調して表す新しい係数になると考えられる。

$$M = E \cdot \gamma \cdot c \cdot \phi \cdot A \quad (2)$$

この M は特に間詰部において重要な意味を持つと考えられる。すなわち、 M に関する6物性値は(2)式で求めたように、石垣の安定性に大きく影響

する石垣加工度 f_1 、積み方 f_2 および間詰状態 f_3 の3種類の要因から求めた F 値により推定された値であり、 F 値が石垣の安定性を示している一指標であると考えられるので、 M 値も同様な一指標になりうると考えられる。ただし、 F 値自体には間詰部材としての物理・力学特性が表現されていないので、表-2により M 値を構成する6要素の物性値を推定し、 ν を除く5要素を同一レベルで相乗した M 値の方がより具体的に石垣の安定性が想定されるのではないかと考えた。

ここでポアソン比 ν を除く5要素が比例関係にあるからといって単純に(2)式のように同一レベルで相乗することは、夫々の要因の石垣安定に影響する度合いが不明であり、かつ夫々の要因の数値も

A の小数点以下の値から E の 1,000 ～ 20,000 のように数オーダーの差異もあり、疑問が多い。言いかえれば 5 要因は本来比例関係に、 v は逆比例関係にあるのは当然であり、 M 値には論理的・物理的意味は少ないと考えられる。しかし M 値を求めるに当たり、必ず 5 要素を同一レベルで相乗して M 値相互を比較するのであれば、どの要因の影響が大きいのかは (2) 式にもどってみないと不明ではあるが、要因ごとに単独に比較するよりはより総合的かつ詳細に比較できると考えられる。($M = 1,000 \times 1.1 \times 5 \times 29 \times 0.58 = 92,500 \sim 20,000 \times 1.7 \times 35 \times 0.72 = 29,988,000$ と、 M は最大最小で 300 倍の差となる。) 今後は夫々の要因ごとに重み付けを行ったり、式の形式を検討したりしていく必要があるが、今回は (2) 式の M 値を基準として石垣の安定性を検討してみることにした。

M の値は表-3 に示したとおりで、①の M を 1.00 とすれば②で 13.5、③で 52.8 倍となる。①から③に M が 52.8 倍になっても、石垣石及び間詰部に生じる応力 σ_{max} はほぼ同程度の大きさで、5 ～ 6 % 程度増えただけである。

ここで M の自然対数 $\log M$ を横軸に、 σ_{max} を縦軸にとって図示すると図-8 のようになり、 σ_{max} と $\log M$ とは正の強い相関があり、間詰部の物性値 M が大きい程応力伝達が確実になって大きな σ_{max} が生じることを示している。

また③ + 10、20、30 の 3 ケースに関しては、③に比べて上載荷重 q が 10、20、30 (tf/m²) 増加したとき、 σ_{max} は③の 1.33、1.67、3.05 倍の値となっている。この場合 M は同一であるので、 σ_{max} の差は上載荷重 q が石垣背面に作用する土圧に直接的に大きく影響するため、石垣が受けもつ応力 σ_{max} が増大することを示していると考えられる。

b) 変位計算結果

a) と同様 6 ケースについて石垣面の鉛直 (Y)、水平 (X) 方向の変位量 Y(m)、X(m) を図示した結果を図-9、10 に示す。最大沈下量 Y_{max} は① 7.4 cm、② 6.9 cm、③ 6.7 m で、 M が大きい程沈下量が小さくなっている。

ここで $\log M$ と Y_{max} 、 X_{max} との関係を図示すると図-11 のようになり、 M が大きい程変位量が小さくなることを示している。

c) 石垣面の孕み状態

図-9、10 によると、表-3 に示した計算ケース①～③のように、間詰状態をかなり変化 ($\log M$ を 1.00 ～ 52.8) させても X、Y 方向とも変位量の差異は微小である。しかし、上載荷重を加えた 3 ケースと比較してみると、大きな変位量の差が現れている。そ

こで、これらをベクトル図として図化してみると図-12 のようになり、現実の石垣面の孕み状態と類似した変位が認められる。すなわち 石垣の孕み部分は下垂みの形状を示し、 q が増加すると変位量は増加し、下部は $X > Y$ で石垣が前方に、上半部は $X < Y$ で後方に傾斜する傾向を示す。また孕み部分上方の石は後方に引き込まれるように沈下していて、筆者らが報告した金沢城の石垣動態観測結果⁵⁾ とよく合致している。石垣の孕み等の異常が生じる原因には 2. (1) でも述べたように種々考えられるが、今まで述べてきた手法により FEM を適用すれば、石垣の実際的な現象把握、検討に役立てると考えられる。

(8) 考察

図-6 の石垣要素、図-7 の間詰要素に生じる最大主応力および図-9 の石垣面鉛直方向変位量、図-10 の水平方向変位量に示した値および図-12 の石垣面の孕み状況図とそれらの相互関係等は工学的に考えられるほぼ妥当な常識的な計算結果であり、孕み等の石垣面の変位も上述の手法により再現できると判断できる。したがって、2. (2)、(3)、(4) で述べたような手法により石垣断面をモデル化し、表-3、4 に示したような物性値を採用することにより、石垣断面の解析を行ううえでの実務的な成果が得られたと考えている。

今回の解析においては、表-3 に示した 6 種類の物性値個々の解析結果に対する影響度合を評価することは困難であるが、材質の種類では間詰部の物性が最も影響力が大きく重要と考えられた。なお、式 (2) で示した間詰係数 M に関する 5 要因を同一レベルで相乗した M 値を用いて石垣の安定性を判断する基準とすることができると期待される。

一方、ジョイント要素に関しては石垣石と間詰部材間の物性が最も重要であろうと考えられたが、表-4 に示した 8 種類の各物性値が解析結果に及ぼす影響度合いを評価することも事実上不可能であった。しかし、計算結果を検討してみて差異の大半は、ジョイントよりは上述の間詰部の M 値に関する物性に基づくように判断された。

3. 石垣技術の発達過程を示す 3 断面への適用事例 (1) 解析条件

図-1 に示す石垣の 3 断面は、石垣技術の発達過程を示している。解析手法は基本的に第 2 章と同様とし、計算ケース①の野面積みを基準として、④打込み接ぎ、⑤切込み接ぎの 3 ステップの応力や変位の計算結果の比較を行うこととした。④、⑤に関する

物性値は表-3, 4に示したとおりである。

(2) 計算結果

a) 応力計算結果

図-6, 7中の④, ⑤

①の M を 1.00 としたとき、④で 197.7, ⑤で 569.4 倍となる。①に比べて σ_{max} は④で 30 %, ⑤で 43 % 程度増加している。

b) 変位計算結果

図-9, 10中の④, ⑤

M は a) と同様であるが、最大沈下量 Y_{max} は① 7.4 cm, ④ 5.8cm, ⑤ 5.1cm で、 M が大きいほど沈下量が小さくなっている。

(3) 考察

図-1に示したように石垣技術の発達とともに石の加工度が進み、それに対応して石垣の勾配が急になっているが、野面石の野面積みから、打込み、切込み接ぎと発達すると、応力は 30 ~ 40 % 増加するが、鉛直変位（沈下）では 7.4 → 5.8 → 5.1cm と減少していることが示された。すなわち石垣技術の発達につれて石垣石加工度が上がり、石垣勾配が急になると、応力は増加するが、沈下量は小さくなって、より安定した石垣が築造されるようになったことが定量的に伺える。

ここで M が計算ケース①から④, ⑤へと 197.7 倍, 569.4 倍と大幅に増えても、 σ_{max} や X , Y 変位はさほど大きく増加していない。そこで M の対数を取ると $\log M \textcircled{1} = 5.33$, $\log M \textcircled{4} = 7.63$, $\log M \textcircled{5} = 8.09$ で、 $\log M$ は①から③で 50 % 程度増えたのみであり、 σ_{max} や X , Y 変位の変化量とほぼ同程度の正比例関係にあることが読みとれる。すなわちこの $\log M$ は石垣の安定性を定量的に示す指標になりうる可能性を示していると考えられる。

ただし特に間詰部材に関する物理的特性やジョイント要素に関する各種定数の設定上の妥当性等問題点は多く残されている。

4. まとめ

複雑な構造・構成を持つ石垣の断面解析に FEM を適用するに当たり、既存市販ソフトを適用する場合の石垣断面のモデル化、境界条件の設定、各種定数の決定等のために逆解析的な検討を行った。今回

得られた成果は次のように整理される。

- a) 石垣は 3 次元立体的にも複雑な様態を持っているが、崩落箇所は一般に隅角部より平面部で多いこと、石垣面の孕み出し状態までの変位量や変位速度、応力等の情報が得られればよいこと等を考慮した場合、石垣の断面解析には、解析モデル等が複雑になりすぎて実用上の制約が生じることのないように、石垣平面部の横断面に対して 2 次元的にモデル化して FEM を適用すればよい。
- b) 石垣断面のモデル化に当たり、石垣石相互間に「間詰部材」と定義する石垣石の積み方、加工度、間詰材料の充填状況等を総合する「疑似弾塑性体」が数 cm の厚さで介在すると想定する。石垣断面は石垣石、地山およびこの間詰部材の 3 者から構成され、さらにこの 3 材料相互の接触面にはジョイント要素を設ける。
- c) 材料の物性値は表-1, 2, 3 および 4 を参考に設定する。
- d) (2) 式で定義される間詰係数 M の対数値は石垣断面内に生じる応力や変位と比例関係にあり、石垣断面の安定性を示す指標となりうる可能性がある。ただし $\log M$ の物理的工学的な意味はまだ検討不十分で、本研究で解明することはできなかった。今後、実在石垣にも適用して検討していく必要がある。

参考文献

- 1) 南條範夫, 奈良本辰也 監修: 日本名城・古城事典, (財) ティビーエス・ブリタニカ, 1989.
- 2) 田淵実夫: 石垣, (財) 法政大学出版局, 1975.
- 3) 北垣聰一郎: 石垣普請, (財) 法政大学出版局, 1987.
- 4) 新谷洋二: 日本の城と城下町, 同成社, 1991.
- 5) 田中邦熙, 新谷洋二: 日本の城郭石垣の変遷と現状, 土木学会論文集 No.576/IV-37, pp.101 ~ 110, 1997.
- 6) 伊藤ていじ: 城 知恵と工夫の足跡, 読売新聞社, 1965.
- 7) 田中邦熙, 山田清臣: 石積み擁壁の安定性評価法, 土木学会論文集 No.541/III-35, pp.9 ~ 20, 1996.
- 8) 田中邦熙, 新谷洋二, 山田清臣: 石垣の安定性に関する各種の判定手法の比較検討, 土木史研究 No.18, pp. ~ , 1998.
- 9) 天野光三, 西田一彦, 久武勝保, 玉野富雄, 矢野順子, 西田美津子: 徳川期大坂城石垣構造の力学的考察, 土木史研究 No.17, pp.377 ~ 388, 1997.