

シミュレーティッド・アニーリング及びペナルティ関数を用いた均衡制約付最適化問題の一解法*

An Algorithm for Optimization Problems with Equilibrium Constraints Using the Simulated Annealing and Penalty Function*

穴口智也**・中山晶一郎***・高山純一****

By Tomonari ANAGUCHI**・Shoichiro NAKAYAMA***・Jun-ichi TAKAYAMA****

1. はじめに

交通ネットワークの計画・分析の際、研究・実用上、交通ネットワーク均衡モデルは重要な役割を果たしている。実際に交通ネットワーク均衡モデルを適用する際には、各種パラメータの設定が必要となる。旅行時間関数のパラメータ、経路選択モデルのパラメータ、交通容量の設定パラメータなど重要なものは多くあり、広い意味で捉えると、OD 交通量もパラメータと位置付けることもでき、最も重要なパラメータ推定と言える。現在、多くの場合、パラメータは調査や過去の実例や研究から設定されることが多い。しかし、リンク交通量データ等を用いて、交通ネットワーク均衡モデルと整合性を保ち、内生的にパラメータを推定し、それを用いることも極めて重要と考えられる。

交通ネットワーク均衡としては、従来からワードロップ均衡や確率的利用者均衡が広く知られており、そのうち、確率的利用者均衡はランダム効用理論に基づいた経路選択を用いた交通ネットワーク均衡である。ただし、確率的利用者均衡では旅行時間を含む変数から構成される経路効用は確率的であるが、各道路利用者は確率的には経路を選択しておらず、配分される交通量や旅行時間は確定的であるため、「確率的利用者均衡」という名称の「確率的」という用語は誤解を生じやすいため、別の名称で呼ぶことが望ましいとも考えられる。本研究では、ロジットモデルを用いた経路選択による確率的利用者均衡を対象とし、それを「ロジット型利用者均衡」と呼ぶこととする。

ロジットモデルの経路効用は最も簡単な場合でも $-\theta t + \varepsilon$ であり、パラメータ θ を推定する必要がある。ここで、 t は経路の旅行時間、 ε は確率項である。ロジット型利用者均衡では、このパラメータにどのような値を用いるべきかが問題となることが少なくない。また、

*キーワード：交通ネットワーク分析

**学生会員，学(工)，金沢大学大学院自然科学研究科

(石川県金沢市角間町，E-mail : t-ana@stu.kanazawa-u.ac.jp)

***正会員，博(工)，金沢大学理工研究域環境デザイン学系

(TEL : 076-234-4614, E-mail : snakayama@t.kanazawa-u.ac.jp)

****フェロー会員，工博，同上

(TEL : 076-234-4613, E-mail : takayama@t.kanazawa-u.ac.jp)

$-\theta t + \varepsilon$ よりも複雑な効用関数を定義することも可能で、その際は更にパラメータ推定が重要になる。

観測リンク交通量データは比較的容易に入手可能であり、通常、均衡配分でも現況再現性の確認がなされることが多い。また、このような観測リンク交通量データを用いて均衡モデルのパラメータを推定することが可能である。本研究では、観測リンク交通量データを用いて、ロジット型利用者均衡モデルのパラメータを推定することを対象とする。このようなパラメータ推定では、均衡配分自体と整合性を持った形で行うことが望ましい。これまでこのようにリンク交通量データを用いたパラメータ推定は、OD 交通量の推定の研究を始め、多くの研究がなされている。それらの研究では、観測リンク交通量と計算リンク交通量の最小二乗誤差となるパラメータを推定したり、一般化最小二乗法、最尤法など様々なパラメータ推定が行われている。多くの場合、このような最小二乗法や最尤法によるパラメータ推定を交通ネットワーク均衡の制約下で行うという均衡制約付最適化問題となっている。ロジット型利用者均衡モデルを用いた均衡制約付最適化問題を取り扱った研究として、中山・高山¹⁾、Chen・Alfa²⁾、Davis³⁾、Yang・Meng ら⁴⁾、Lo・Chan⁵⁾、Ying・Yang⁶⁾などの研究があり、これらの研究では、Dial アルゴリズムやその他の方法で配分を行い、その結果得られた交通量を用いて感度分析などにより計算できる最適化目的関数の勾配などを用い、最適化計算を行っている。

交通ネットワーク均衡の制約の下でパラメータを推定しようとする場合、上述の通り、均衡制約下での最適問題となる。最適化問題の目的関数としてのパラメータを推定するための二乗誤差の関数や尤度関数が凸であり、均衡制約も凸集合である場合、解の一意性が保証される。しかし、均衡制約は凸集合とならないことがほとんどであると思われる。また、二乗誤差関数や尤度関数が凸であるのかどうかはそれぞれのネットワーク形状等に依存する部分がある。通常、感度分析を用いて、均衡制約を考慮した上で、上位の最適化問題の目的関数の勾配方向等を計算し、これを用いて通常の最適化アルゴリズムにより計算を行う。また、均衡制約付最適化問題では、このような通常の最適化手法を用いると、局所解に陥る可能性がある。均衡制約付最適化問題を解く場合のもう一

つの問題点は、通常の手法の場合、上位の最適化問題の計算ステップごとに、均衡配分を行う必要があることである。各ステップの上位の最適化問題の目的関数の勾配計算には、それぞれのステップでの均衡配分交通量等が必要となり、また均衡配分の計算には時間がかかるため、それは問題となる。

そこで、本研究では、均衡配分計算の繰り返しを避けるため、均衡制約付最適化問題の目的関数に均衡制約からの乖離のペナルティ関数を付与し、無制約最適化問題として再定式化を行う。既存の解法では、均衡制約付最適化問題の解の更新ごとに多数の繰り返し計算による均衡配分計算が必要であったが、均衡ペナルティ関数を付与した目的関数の最適化の場合、解の更新ごとに均衡との乖離の計算を一回だけ行うのみでよい。これにより、均衡配分計算に要する時間を短縮することができると考えられる。また、ペナルティ関数を付与された目的関数の変数は多数になるため、局所解に陥る可能性が増大してしまう。これを避けるために、シミュレーティッド・アニーリング (Simulated Annealing, SA) を応用した最適化手法により解く手法を提案する。シミュレーティッド・アニーリングにより、仮に局所解に陥ってもそこから脱出し、大域解を得られることが期待できる。本稿では、仮想単純ネットワーク、金沢市道路ネットワークを対象に、ロジット型利用者均衡モデルの交通量配分のパラメータを最尤推定法で推定する問題を上述の手法を用いて計算し、その妥当性などについて検討する。

2. ロジット型確率ネットワーク均衡のパラメータ推定問題

(1) ロジット型確率ネットワーク均衡

本稿では、OD 交通量はポアソン分布に従って確率変動しており、各利用者はロジットモデルに従った経路選択を行っているとして仮定する^{7)・8)}。この場合、経路交通量も独立なポアソン分布に従う^{7)・8)}。

OD ペア i ($i=1, 2, \dots, I$) の OD 交通量の平均を λ_i 、その経路 j ($j=1, 2, \dots, J$) の経路交通量の平均を m_{ij} とする。経路交通量が十分に大きい場合、ポアソン分布の平均と分散はともに m_{ij} であるため、中心極限定理により平均と分散がともに m_{ij} である正規分布 $N[m_{ij}, m_{ij}]$ に従うと近似することができる。また、ポアソン分布は取り扱いが難しいため、経路交通量は独立な正規分布とみなす⁹⁾。このとき、経路交通量から得られるリンク交通量ベクトル $\mathbf{x}$ は以下の多変量正規分布として与えることができる。

$$f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n |\Sigma|}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})^T \Sigma^{-1}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})\right\} \quad (1)$$

ただし、 $\boldsymbol{\mu}$ は平均リンク交通量ベクトルでその要素は μ_n 、 Σ はリンク交通量の分散共分散行列、 Σ^{-1} は Σ の逆行列、 $|\Sigma|$ は Σ の行列式、 T は転置、 n はリンクの総

数である。また、平均経路交通量のベクトル $\mathbf{m}$ (その要素は m_{ij}) を用いると、

$$\Sigma = \Delta \text{diag}(\mathbf{m}) \Delta^T \quad (2)$$

である¹⁰⁾。ただし Δ は $\delta_{a,ij}$ を要素に持つリンク・経路接続行列 (パスリンクインデックスマトリックス)、 $\delta_{a,ij}$ は OD ペア i の経路 j の経路にリンク a ($a=1, 2, \dots, A$) が含まれていれば 1, 含まれていなければ 0, $\text{diag}(\mathbf{m})$ は $\mathbf{m}$ の各成分を対角成分に持つ対角行列である。つまり、 $\text{diag}(\mathbf{m})$ は経路交通量ベクトル $\mathbf{y}$ の分散共分散行列であり、各経路交通量は独立であるため、それは対角行列となる。ここで、

$$\boldsymbol{\mu} = \Delta \mathbf{m} \quad (3)$$

が成立している。

また、本稿では、既に述べたように実用的に利用可能なロジットモデルによる経路選択確率を仮定する。各道路利用者は次式のロジットモデルに従い、経路選択確率 p_{ij} を決定していると仮定する。

$$p_{ij} = \frac{\exp(-\theta \bar{c}_{ij})}{\sum_{j=1}^J \exp(-\theta \bar{c}_{ij})} \quad (4)$$

ここで、 $\bar{c}_{ij}$ は OD ペア i の経路 j の平均旅行時間、 θ はパラメータである。

確率的ネットワーク均衡モデルを定式化するにあたり、式(4)を含んだ関数

$$\mathbf{g} = (g_{11}, \dots, g_{21}, \dots)^T \quad (5)$$

を考える。関数 $\mathbf{g}$ の要素 g_{ij} を以下のように定義する。

$$g_{ij}(\mathbf{m}) = \lambda_i \frac{\exp(-\theta \bar{c}_{ij}(\mathbf{m}))}{\sum_{j=1}^J \exp(-\theta \bar{c}_{ij}(\mathbf{m}))} \quad (6)$$

これらを踏まえ、確率ネットワーク均衡は関数 (写像) $\mathbf{g}$ に関する以下の不動点問題として定式化できる。

$$\mathbf{m} = \mathbf{g}(\mathbf{m}) \quad (7)$$

以上のような、経路選択がロジットモデルにより行われ、交通量及び旅行時間が確率変動する交通均衡をロジット型確率ネットワーク均衡と呼ぶことにする。

(2) 最尤推定法

リンク交通量の実現値、つまりリンク交通量の観測値 $\mathbf{x}$ が与えられた場合、以下の対数尤度関数 $L(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x})$ を定義することができる。

$$L(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x}) = \ln f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) \quad (8)$$

これを用いて、以下に示すように、前節で述べた確率ネットワーク均衡が下位問題となった均衡制約付最適化問題として、最尤推定法を用いた $\boldsymbol{\theta} (= \theta_r (r=1, 2, \dots, R))$ を求めるパラメータ推定を定式化することができる。

$$\max_{\boldsymbol{\theta}} \quad L(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x}, \mathbf{m}) \quad (9a)$$

$$\text{s.t.} \quad \mathbf{m} = \mathbf{g}(\mathbf{m}) \quad (9b)$$

なお、ロジットモデルのパラメータを推定する場合、対

数尤度関数に θ は陽には入っておらず、 $L(\mathbf{m}(\theta)|\mathbf{x})$ という表記の方が適しているとも言える。

3. 均衡制約付最適化問題の解法

(1) ペナルティ関数の導入

通常、均衡制約付最適化問題の計算では、感度分析を用いて、均衡制約を考慮した上で、上位の最適化問題の目的関数の勾配方向等を計算し、これを用いて最適化アルゴリズムにより計算を行う。しかし、目的関数の値の計算（今回の場合、対数尤度関数の値の計算）には、平均経路交通量が必要となる。また、感度分析による勾配方向の計算に均衡配分が必要である。したがって、対数尤度関数の最大化の計算には、毎ステップごとに（確率ロジット）均衡配分が必要となり、計算に非常に時間がかかってしまう。なお、本稿では、このような通常の均衡制約付最適化問題の解法を二段階計算法と呼ぶことにする。

このような計算コストがかかる問題を回避するために、均衡制約をペナルティ関数として目的関数に付加する方法がある。例えば、Connors, Smith¹¹⁾らは、先に均衡制約条件を満たす交通量ベクトルを直接算出するのではなく、均衡制約条件に新たなパラメータを掛け合わせて、目的関数に組み込んで同時にパラメータを推定する手法を提案している。Connors らは、目的関数を Z 、均衡制約条件を V 、パラメータベクトルを θ 、繰り返し計算回数を h として、以下に示すように目的関数と均衡制約条件を組み合わせている。

$$\max Z(\theta_h) - \eta_h \|\theta_h - V(\theta_h)\| \quad (10)$$

ここで、 η_h は繰り返し計算において単調に増加するパラメータ($\eta_{h+1} > \eta_h$)、 $\|\cdot\|$ はユークリッドノルムである。Connors らはこのパラメータ η をユークリッドノルム $\|\theta_h - V(\theta_h)\|$ に掛け合わせることによって均衡制約条件を考慮した、 η と θ の同時計算法の構築を行っている。また、ユークリッドノルム $\|\theta_h - V(\theta_h)\|$ の値が発散しないよう、繰り返し計算において単調に減少するパラメータ σ_h ($\sigma_{h+1} < \sigma_h$)を設定し、 $\|\theta_h - V(\theta_h)\|$ の値が σ_h よりも小さくなるようにあらかじめ数回の反復計算を行った後にパラメータ推定計算を行うという工夫もしている。すなわち、 $\|\theta_h - V(\theta_h)\| < \sigma_h$ を満たす場合のみ、最適化計算を次のステップに進めるというものである。その際、Connors らは σ_h の初期値を1, 10, 50の3通り、最終的な値を0.005として計算回数に応じて減少させることによるそれぞれの場合における計算結果の変化について考察を行っている。

(2) シミュレーティッド・アニーリングによる局所解からの脱出

もう一つの均衡制約付最適化問題の計算での問題点は、

局所解の問題である。（上位の）最適化問題の目的関数が凸であり、均衡制約も凸集合である場合、解の一意性が保証されるが、均衡制約は凸集合でない場合がほとんどであると考えられる。また、尤度関数が凸であるのかどうかはそれぞれのネットワーク形状等に依存する部分があるため、計算において局所解に収束する可能性がある。本研究では、このような問題に対処するために焼きなましを模擬したシミュレーティッド・アニーリングを最適化計算に導入する。

焼きなまし(Annealing)とは金属を急激に加熱して分子の動きを活発にして金属組織を軟化させ、その後ゆっくりとエネルギーの低い結晶状態へ冷却することによって内部の欠陥を取り除いて安定した金属を作る手法である。最適化問題における目的関数の最小化の過程と焼きなましの密接な類似性を模擬し、確率的なゆらぎを導入した最適化手法がシミュレーティッド・アニーリングである。

最急降下法やニュートン・ラフソン法等の通常最適化アルゴリズムでは、一旦局所解に陥ってしまうとそこからの脱出は困難となる。そこで、確率的なゆらぎを導入して局所解からの脱出を可能とし、最適解への収束を可能とすることができる。これは、以下のような式に書くことができる。

$$\theta_h = \theta_{h-1} + \Delta\theta_{h-1} + \varepsilon_h \quad (11)$$

ここで、 h は更新回数、 $\Delta\theta_{h-1}$ は $h-1$ 番目のパラメータから h 番目のパラメータへの変化量、 ε_h はゆらぎ項である。仮に一旦局所解に陥って右辺第2項の変化量がほぼ0になったとしても、右辺第3項のゆらぎ項により局所解の近傍をランダムウォークするため、最急降下法やニュートン・ラフソン法のような従来用いられている最適化手法に比べて局所解から脱出できる可能性、すなわち大域的最適解への収束性が大幅によくなることが知られている。この大域的最適解への収束に関して、Geman・Geman¹²⁾は目的関数の種類に限らず、ゆらぎの減少を限りなくゆるやかにして無限回の反復計算を行うことにより確率1で大域的最適解に収束することを証明している。ただし、理論上では大域的最適解への収束を保証しているものの、実際の計算では無限時間の計算を行うことは不可能であり、大域的最適解への収束が保証されているとはいえない。しかし、従来法と比較した場合、仮に局所解に陥ってもそこから脱出し、大域解を得られることが期待できるという点で優れている手法だといえる。

その一方で、最適解を求めるという目的にとってノイズであるゆらぎ項は明らかに望ましくない要因であり、ゆらぎ項が大きすぎるとは算出パラメータにますます誤差を増大させる原因となりかねなく、逆にゆらぎ項が小さすぎるとは局所解からの脱出の効果が期待できない。よって、ゆらぎ項の初期値や減少関数の設定が極めて重要で

表-1 与えた観測リンク交通量

リンク番号	1	2	3	4	5	6	7	8	真値($\theta=0.5$)
1	1015	1105	1050	1057	1074	1014	1028	1053	1073.5
2	941	932	981	917	910	925	955	939	926.5
3	2262	2312	2246	2283	2311	2260	2285	2305	2295.7
4	802	814	783	773	786	787	777	723	777.8

あるといえる。そこで、シミュレーティッド・アニーリングでは後述するように反復計算ステップ回数 h を利用して最適化計算過程の初期でゆらぎ項を大きく、後期でゆらぎ項を小さくする工夫が施されている。

式(11)におけるゆらぎ項 ε_h は以下のように表現することとする。

$$\varepsilon_h = \gamma \times \sqrt{T(h)} \quad (12)$$

ここで γ は標準正規分布(平均値 0, 標準偏差 1)に従う正規乱数, $T(h)$ は温度減少関数, h は反復計算回数である。温度減少関数 $T(h)$ とは、ゆらぎ、すなわち生成した正規乱数を計算回数に応じて徐々に減少させていくための関数であり、シミュレーティッド・アニーリングを効果的に実行するためには最も重要な関数である。本研究ではより高速に温度減少関数が小さくなる、Szu・Hartley¹³⁾が提案した

$$T(h) = \frac{T(0)}{1+h} \quad (13)$$

を用いる。ここで、 $T(0)$ は温度減少関数初期値である。

今回構築した計算式は目的関数を $L(\theta)$ 、パラメータを θ として以下のように定式化できる。

$$\theta_h = \theta_{h-1} + \alpha \frac{\partial L(\theta_{h-1})}{\partial \theta} + \varepsilon_h \quad (14)$$

ここで α はステップサイズであり、また、ゆらぎ項 ε_h は式(12)によって決定される値である。

(3) 本研究における同時計算式の構築

以上のような同時計算手法では繰り返し計算初期の段階では必ずしも均衡制約条件を満たすような平均経路交通量を算出するとは限らないが、計算ステップごとに単調に増加するパラメータ η のために、繰り返し計算を行っていくうちにいずれは本研究において定式化された均衡制約付最適化問題((9a), (9b)式)を解いた場合の結果に近い推定結果を算出できると考えられる。同時計算法の問題点は、計算上ペナルティの部分の影響で、計算が不安定になることであり、適切な η の設定が必要となる。

これまでの議論を踏まえ、本研究で取り上げている均衡制約付最適化問題を、同時計算法を用いて再定式化すると、

$$\max_{\theta} L(\theta|\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{m}) - \eta \|\mathbf{m} - \mathbf{g}(\mathbf{m}|\theta)\| \quad (15)$$

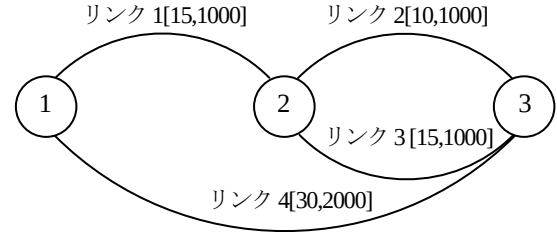


図-1 仮想単純ネットワーク図
([]内は自由走行時間(分), 交通容量(台))

と表すことができる。新たにパラメータ η を導入したため、(15)式には θ と η と $\mathbf{m}$ の複数のパラメータが存在することになる。このような多数のパラメータに依る関数の最適化問題を解く際には、局所解に陥る可能性が増大してしまうため、シミュレーティッド・アニーリングを応用した最適化手法のような、局所解に陥った場合でも最適解を得られる可能性のある最適化手法が非常に重要になると考えられる。

4. 仮想単純ネットワークにおけるパラメータ推定例

複数のODペア・経路ネットワークのうち、最も単純なものの一つである図-1に示す仮想ネットワークに対して、式(4)で示したロジットモデルのパラメータ θ を推定する計算例を示す。ネットワークは2ODペア、3ノード、4リンクの仮想単純ネットワークであり、OD交通量は2組とも平均が2000のポアソン分布に従うとする。そして、ノード1からノード3へ向かうODペア1とノード2からノード3へ向かうODペア2の2つのODペアを設定する。また、ODペアそれぞれに2経路ずつあるものとし、ODペア1についてリンク1とリンク2から成る経路を経路1、リンク4のみから成る経路を経路2、ODペア2についてリンク2のみから成る経路を経路3、リンク3のみから成る経路を経路4とする。なお、リンク1からリンク3へは通行できないものとしている。

パラメータの真値が正確に分かるように、観測交通量は真値に基づいて確率的に発生させたものを用いるという仮想データとし、ロジットモデル内のパラメータ θ の真値を0.5として、ポアソン分布に従うOD交通量を確率的に均衡配分して得られた値を用いるものとする。その観測交通量データを表-1に示す。

表-2 観測データ 8 セットを用いての両手法における計算結果の比較

		1	2	3	4	5	6	7	8	平均
同時計算法	リンク1	1073.4	1072.7	1073.2	1073.6	1073.5	1073.6	1073.6	1073.4	1073.4
	リンク2	926.6	927.3	926.8	926.4	926.5	926.4	926.4	926.6	926.6
	リンク3	2290.1	2267.8	2280.7	2300.3	2296.7	2299.3	2309.8	2289.9	2291.8
	リンク4	783.3	804.8	792.5	773.3	776.9	774.3	763.8	783.5	781.5
	最適目的関数値 L	-19.767	-18.079	-19.413	-17.638	-17.742	-19.387	-19.157	-18.013	-18.650
	推定パラメータ θ	0.401	0.212	0.296	0.618	0.520	0.587	1.153	0.398	0.523
	収束計算回数 h	305	546	283	748	412	544	352	551	467.6
二段階計算法	リンク1	1073.4	1072.7	1073.2	1073.6	1073.5	1073.6	1073.6	1073.4	1073.4
	リンク2	926.6	927.3	926.8	926.4	926.5	926.4	926.4	926.6	926.6
	リンク3	2290.1	2267.8	2280.7	2300.3	2296.7	2299.2	2309.9	2289.9	2291.8
	リンク4	783.3	804.8	792.5	773.3	776.9	774.3	763.7	783.5	781.5
	最適目的関数値 L	-19.768	-18.081	-19.413	-17.638	-17.742	-19.387	-19.157	-18.015	-18.650
	最適パラメータ θ	0.401	0.212	0.296	0.617	0.521	0.587	1.159	0.398	0.524
	収束計算回数 h	743	257	238	952	888	541	381	435	554.4
	総計算時間(s)	2.00	3.59	1.88	4.92	2.72	3.64	2.41	3.64	3.10
	総計算時間(s)	25.27	8.38	7.88	31.77	29.75	18.20	12.78	14.61	18.58

表-3 シミュレーティッド・アニーリングにおけるゆらぎの有無による計算結果の比較

		1	2	3	4	5	6	7	8	平均
焼きなまし法 (ゆらぎあり)	最適目的関数値 L	-19.767	-18.079	-19.413	-17.638	-17.742	-19.387	-19.157	-18.013	-18.650
	推定パラメータ θ	0.401	0.212	0.296	0.617	0.521	0.587	1.154	0.398	0.523
最急降下法 (ゆらぎなし)	最適目的関数値 L	-19.797	-18.079	-19.413	-17.639	-17.752	-19.387	-19.227	-18.013	-18.663
	推定パラメータ θ	0.399	0.212	0.296	0.619	0.528	0.590	1.162	0.402	0.526

平均経路旅行時間関数について、積率母関数を用いた方法¹⁴⁾もしくは確率母関数を用いた方法¹⁵⁾により、リンク番号を k としたとき、平均リンク旅行時間関数 $\bar{c}'_k(\mu_k)$ は平均リンク交通量を μ_k 、自由旅行時間を α_k 、交通容量を β_k として以下の式で与えられる。

$$\bar{c}'_k(\mu_k) = \alpha_k \left(1 + \frac{\mu_k^2 + \mu_k}{\beta_k^2} \right) \quad (16)$$

これを用いて、平均経路旅行時間 $\bar{c}_{ij}$ は以下の式で表わされる。

$$\bar{c}_{ij} = \Delta^T \bar{c}'_k(\mu) \quad (17)$$

以上に示した各種データを用いてのパラメータの推定、リンク交通量の配分を、同時計算法と二段階計算法の両手法で行った結果とその比較を表-2に示している。なお、最適化計算には3. 均衡制約付最適化問題の解法で構築したシミュレーティッド・アニーリングを応用した最適化手法を用いている。表-2より、配分されたリンク交通量や推定されたパラメータ θ 、目的関数値 L は両手法ともにほぼ変わらない結果となった。しかしながら、同時計算法を用いた場合における収束計算回数、総計算時間はともに減少しており、同時計算法の優位性を確認することができた。なお、収束計算回数の減少割合に比べ、総計算時間の減少割合が比較的大きくなっているのは、同時計算法では均衡制約を満たしきることなく目的関数計算を行っており、1回の収束計算にかかる計算時間が

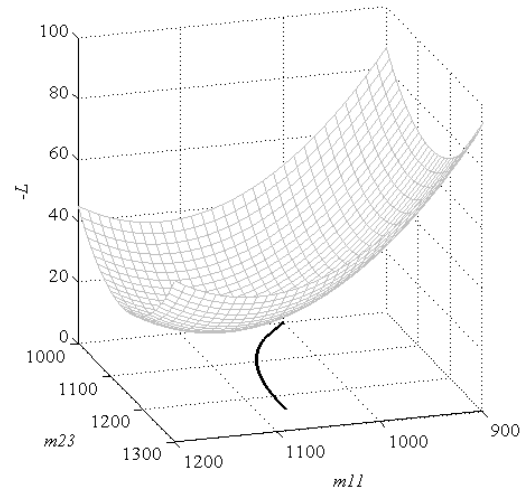


図-2 目的関数値の取り得る範囲と均衡制約の解集合

大幅に短縮されたためであると考えられる。

また、同条件においてシミュレーティッド・アニーリングを応用した最適化手法を用いた場合と用いなかった場合の結果比較を表-3に示している。ここでは同時計算法における最適化計算に、シミュレーティッド・アニーリングと最急降下法のそれぞれを用いた場合の推定パラメータ θ と目的関数値 L を示している。表-3より、両手法による大きな差異はみられない。これは、適用したネットワークが非常に小規模で、変数が少なく、局所解があまり存在しないためと思われる。なお、強いて言うと、

シミュレーティッド・アニーリングを用いた場合の方が若干ではあるがパラメータの値が真値に近く、目的関数値が大きくなっていることが分かる（ただし、 t 検定によるパラメータや目的関数値の差の検定では有意な差は認められなかった）。

本計算例における目的関数値の取り得る範囲を図-2に示す。なお、図中の m_{11} は OD ペア 1 における経路 1 の経路交通量、 m_{23} は OD ペア 2 における経路 3 の経路交通量を表し、それらと目的関数値 $-L$ の 3 要素をもって 3 次元を成している。対数尤度関数のマイナスをとったものを記載しているため、最小点が解となっている。図のメッシュ（面）部は目的関数値 $(-L)$ であり、下部の曲線が均衡制約条件を満たす解の集合である。曲線となり、直線でないことから、均衡制約は凸集合でないことがわかる。よって、通常計算では局所解に収束する可能性がある。ただし、本稿では、ネットワークが単純であったこともあり、表-2、表-3 のように、通常の二段階計算法やシミュレーティッド・アニーリングなしの同時計算法でもそれほど問題にはならなかったと思われるが、大規模ネットワークでは、シミュレーティッド・アニーリングのような大域的最適解への収束可能性が大きい最適化手法が有用であると考えられる。

5. 金沢市道路ネットワークにおけるパラメータ推定例

本研究において構築したモデルを、現実道路ネットワークである金沢市道路ネットワークへ適用することを考える。用いるネットワークデータについて、リンクの距離や制限速度、交通容量は平成 11 年度道路交通センサス一般交通量調査のデータを、OD 交通量については平成 7 年度・第 3 回金沢都市圏パーソントリップ調査の付帯調査データを用いる。また、リンク間の所要旅行時間は BPR 関数によって表され、自由走行時間はリンクの距離を制限速度で除した値を用いる。ノード数は 140、リンク数は 472、経路数は 9934 であり、ノードがセント

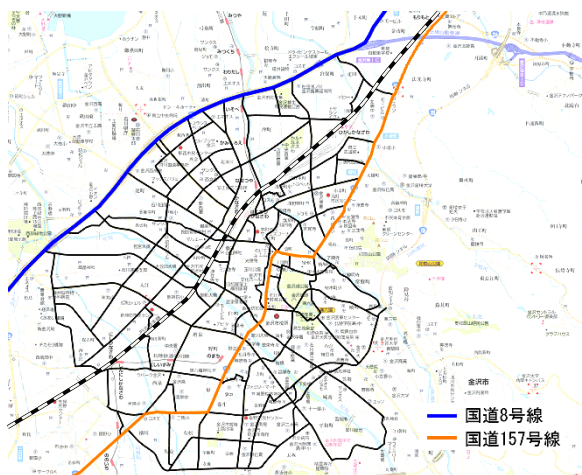


図-3 金沢市道路ネットワーク図

表-4 金沢市道路ネットワークにおける両手法の結果比較

	同時計算法	二段階計算法
収束計算回数 h	144	215
最適目的関数値 L	-16131.152	-16134.943
最適パラメータ θ	0.211	0.218
決定係数 R^2	0.751	0.737
相関係数 R	0.867	0.859
総計算時間(h)	72.16	118.25

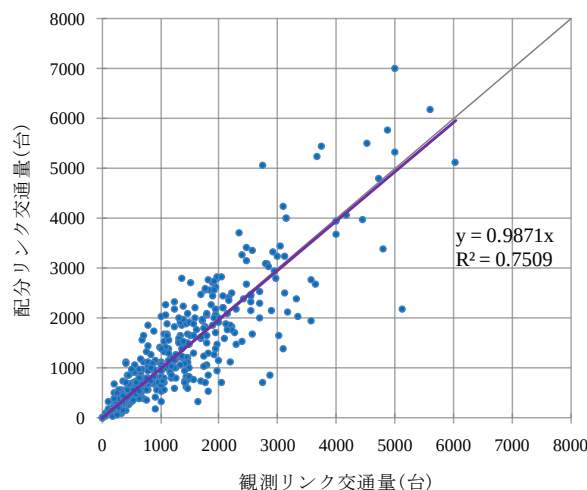


図-4 同時計算法による配分結果

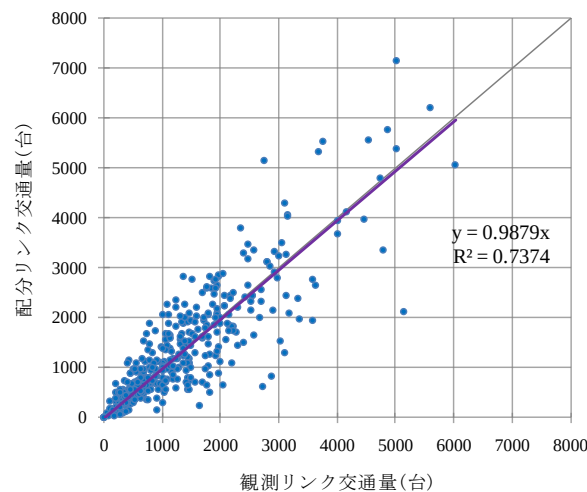


図-5 二段階計算法による配分結果

ロイドを兼ねることとする。対象となる道路ネットワーク図を図-3に示す。

以上に示した各種データを用いて、パラメータの推定、経路交通量の配分を同時計算法と二段階計算法の両手法で行った結果とその比較を表-4に、同時計算法によって配分されたリンク交通量を図-4に、二段階計算法によって配分されたリンク交通量を図-5にそれぞれ示している。なお、最適化計算にはシミュレーティッド・アニーリングを応用した最適化手法を用いている。

図-4、図-5より、同時計算法を用いた場合、配分リンク交通量と観測リンク交通量の相関がやや高いように見

受けられるが、前章と同様に、両手法間で大きな差異はみられない結果となった。しかしながら、やはり同時計算手法を用いた場合における収束計算回数、総計算時間ともに減少しており、同時計算法の優位性を確認することができた。今回対象としたような大規模ネットワークにおける均衡配分では計算にかかる時間が問題となることが少なくないため、同時計算法のような計算上の工夫は有効であると思われる。

両手法において、最終的に収束した解が異なっていること、また同時計算法を用いて得られたパラメータによる交通量配分結果の方が若干ではあるが高い相関を得られていることから、同時計算法では二段階計算法によって得られた解よりも最適な解を算出していると考えられる（ただし、仮想単純ネットワークの場合と同様、得られたパラメータや目的関数値に有意な差は認められなかった）。また、同時計算法によって得られた解が真に大域的最適解であるかどうかは明らかではないため、この検証は今後の課題であるといえる。

6. まとめ

本研究では、計算コストの面で問題となる均衡配分計算の繰り返しを避けるために、均衡制約付最適化問題の目的関数に均衡制約からの乖離のペナルティ関数を付与し、無制約最適化問題として再定式化を行う手法を構築した。また、最適化問題においてより正確に大域的最適解を算出するためのシミュレーティッド・アニーリングを応用した最適化手法の構築を行った。そして、それらを組み合わせたロジット型利用者均衡モデルの交通量配分におけるパラメータ推定の同時計算手法の提案を行い、また仮想単純ネットワークおよび金沢市道路ネットワークにおけるパラメータ推定を行うことによって、その優位性を示した。交通量均衡配分では計算にかかる時間が問題となることが少なくないため、本研究のような最適化計算上の工夫は非常に有効であると考えられる。

今後の課題として、シミュレーティッド・アニーリングやペナルティ関数に用いる各種パラメータにどのような値を与えるべきかの検討が必要である。また、シミュレーティッド・アニーリング及びペナルティ関数を用いた同時計算法によって得られた解が、真に大域的最適解であるのかの検証が必要であると考えられる。

参考文献

- 1) 中山晶一郎, 高山純一: リンク交通量を用いた交通ネットワーク均衡モデルのパラメータ推定: リンク間相関を考慮した最尤法, 土木学会論文集 D, Vol.62, No.4, pp.548-557, 2006.
- 2) Chen, M. and Alfa, A. : A Network Design Algorithm Using a Stochastic Incremental Traffic Assignment Approach, *Transportation Science*, Vol.25, pp.215-224, 1991.
- 3) Davis, G.A. : Exact Local Solution of the Continuous Network Design Problem via Stochastic User Equilibrium Assignment, *Transportation Research*, Vol.28B, pp.61-75, 1994.
- 4) Yang, H., Meng, Q. and Bell, M. G. H. : Simultaneous Estimation of the Origin-Destination Matrices and Travel-Cost Coefficient for Congested Network in a Stochastic User Equilibrium, *Transportation Science*, Vol.35, pp.107-123, 2001.
- 5) Lo, H. P. and Chan, C. P. : Simultaneous Estimation of an Origin-Destination Matrix and Link Choice Proportions Using Traffic Counts, *Transportation Research*, Vol.37A, pp.771-788, 2003.
- 6) Ying, J. Q. and Yang, H. : Sensitivity Analysis of Stochastic User Equilibrium Flows in a Bi-Modal Network with Application to Optimal Pricing, *Transportation Research*, Vol.39B, pp.769-795, 2005.
- 7) Clark, S. and Watling, D. : Modeling Network Travel Time Reliability under Stochastic Demand, *Transportation Research* Vol.39B, pp.119-140, 2005.
- 8) Nakayama, S., Connors, R. and Watling, D. : Estimation of Parameters of Network Equilibrium Models: A Maximum Likelihood Method and Statistical Properties of Network Flow, *Transportation and Traffic Theory: Proceedings of the 18th International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, accepted, 2009.
- 9) 中山晶一郎, 高山純一, 長尾一輝, 所俊宏: 現実道路ネットワークの時間信頼性評価のための確率的交通均衡モデル及びそれを用いた情報提供効果分析, 土木学会論文集 D, Vol.62, No.4, pp.537-547, 2006.
- 10) Clark, C. E. : The Greatest of a Finite Set of Random Variables, *Operations Research*, Vol.9, pp.145-162, 1965.
- 11) Connors, R., Smith, M. J. and Watling, D. : Bilevel Optimisation of Prices in Network Equilibrium Models, *Mathematics in Transport*, ELSEVIER LIMITED, pp.27-43, 2007.
- 12) Geman, S. and Geman, D. : Stochastic Relaxation, Gibbs Distributions, and the Bayesian Restoration of Images, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.Pami-6, No.6, pp.721-741, 1984.
- 13) Szu, H. and Hartley, R. : Fast simulated annealing, *Physics Letters A*, Vol. 122, pp. 167-162, 1987.
- 14) 中山晶一郎, 高山純一, 長尾一輝, 笠嶋崇弘: 旅行時間の不確実性を考慮した交通ネットワーク均衡モデル, 土木学会論文集, No.772/IV-65, pp.67-77, 2004.
- 15) 中山晶一郎, 高山純一: 交通需要と経路選択の確率変動を考慮した確率的交通ネットワーク均衡モデル, 土木学会論文集 D, Vol.62, No.4, pp.537-547, 2006.

シミュレーティッド・アニーリング及びペナルティ関数を用いた均衡制約付最適化問題の一解法*

穴口智也**・中山晶一朗***・高山純一****

均衡制約付最適化問題の通常の計算では、毎計算ステップで均衡配分が必要で、時間がかかること、均衡制約は凸とならないことが大半であり、また、目的関数も凸関数とは限らないことから、局所解に収束する可能性があることが問題となっている。そこで、本研究では、均衡制約をペナルティ関数として、最適化目的関数に入れ込み、それをシミュレーティッド・アニーリングを用いて最適化計算する手法を提案する。均衡制約を目的関数に入れ込むことにより、均衡配分を毎回行うことを回避し、時間短縮を図り、シミュレーティッド・アニーリングにより、局所解に陥ることを回避できる。本稿では、このような計算手法をロジット型確率ネットワーク均衡のロジットモデルのパラメータ推定問題に適用し、単純ネットワークでの計算を行い、手法の妥当性を検討する。

An Algorithm for Optimization Problems with Equilibrium Constraints Using the Simulated Annealing and Penalty Function*

By Tomonari ANAGUCHI**・Shoichiro NAKAYAMA***・Jun-ichi TAKAYAMA****

Ordinary algorithms of calculating an optimization problem with equilibrium constraints need much computational time because traffic equilibrium assignment is required at each algorithm step. Furthermore, there exist local optima in the problem. This is because an equilibrium constraint is not a convex set in many cases and the optimization function is not necessarily convex. In this study, we incorporate a penalty function into the optimization function as an equilibrium constraint and introduce the simulated annealing to avoid converging to local optima. Incorporating the penalty function enables us to reduce the cost for calculating the traffic assignment. Then, we apply the above method to the parameter estimation problem under the logit-type stochastic network equilibrium model with a simple network example, and examine the validity of the method proposed.
