

道路交通ネットワークにおける動的均衡配分と静的均衡配分の比較*

A comparison between a static user equilibrium assignment
and a dynamic user equilibrium assignment in a test network*

新宅弘明**・井料隆雅***・朝倉康夫****

By Hiroaki SHINTAKU**・Takamasa IRYO***・Yasuo ASAKURA****

1. はじめに

道路ネットワークにおける利用者均衡配分の方法として、交通流を定常的な流れとしてあつかう「静的均衡配分」の他に、交通流の時間軸方向の変動を明示的に考慮する「動的均衡配分」理論が知られている¹⁾。動的均衡配分理論はこれまでの研究蓄積からある程度の知見が得られている。桑原によるレビュー²⁾では、ネットワーク構造に条件を付したいくつかのケースにおいては「必ず解ける」解法が提案されていることが示されている。一方で、一般的なネットワーク構造においては、ヒューリスティックな解法の提案はあるものの、収束が保証される解法や、解の唯一性の保障がなされていないことが指摘されている。

道路における混雑現象、特に渋滞現象は本来動的な特性を持つものであり、道路ネットワークにおける交通量配分を行う際には動的な枠組みを使用することは必須といえよう。静的均衡配分では行えない分析も、動的に捉えることによってより正確に扱うことができることが知られている。たとえば桑原は限界費用の考えを動的に拡張することでその一例を示している³⁾。しかし、上述の桑原によるレビューでも示されているように、動的均衡配分を複雑なネットワークへ適用することはまだ簡単とはいえない。そのため、実務的な場面では、静的均衡配分により交通量配分問題を解くことがまだ多いことはやむをえないともいえる。しかしその場合であっても、少なくとも、静的均衡配分と動的均衡配分の結果にはどのような差が生じるかについて理論的な知見を得ておくことが、交通量配分をより正しく行うために重要であろう。

本稿では簡単なネットワークを仮定し、その例について静的均衡配分と動的均衡配分とをそれぞれ行い、その差異を理論的に検証することにより、両者の間に生じる違いを指摘することを行う。

*キーワード：動的均衡配分

**学生員，神戸大学大学院工学研究科市民工学専攻

(〒657-8501 神戸市灘区六甲台町1-1, TEL/FAX078-803-6360)

***正会員，博士(工学)，神戸大学大学院工学研究科市民工学専攻

****正会員，工博，神戸大学大学院工学研究科市民工学専攻

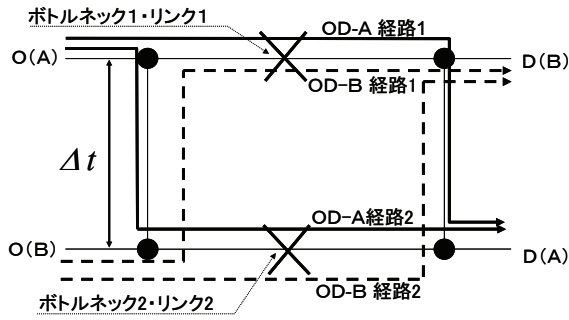
2. 分析対象ネットワークと需要の設定

(1) ネットワーク形状

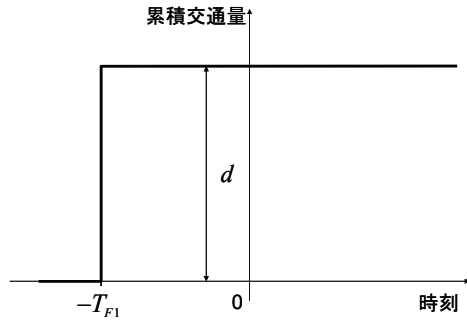
ボトルネックモデルをリンクモデルとする動的均衡配分問題は、ネットワーク形状によっていくつかのクラスに分類できることが知られている⁴⁾。その中で本稿では1経路1ボトルネックネットワークを仮定する。1経路1ボトルネックネットワークとは、1経路にボトルネックが2個以上含まれることがないネットワークのことを指す。1経路1ボトルネックネットワークでは、各車両がボトルネックに流入する時刻をその車両の出発時刻と1対1対に対応づけられるので、他のネットワーク構造と比べて解析が容易となる。また、1経路1ボトルネックネットワークでは動的均衡配分の解の唯一性（厳密には解集合の凸性）が知られている⁵⁾。以上の理由により、本稿では1経路1ボトルネックネットワーク、特に図-1で示される2起点2終点のネットワークに限定して分析を行う。なお、このネットワークでは各経路とも自由流旅行時間は T_f 、起点から近いほうのボトルネックまでの旅行時間は T_{F1} 、縦方向のリンク旅行時間は Δt 、遠いほうのボトルネックまでの旅行時間は $T_{F1} + \Delta t$ である。各経路の自由流旅行時間が等しいので、旅行時間の差は遅れ時間のみによって生じる。

(2) 需要パターン

本稿ではOD交通量 d は所与とし、動的均衡配分の場合は全車両が同一時刻 $-T_{F1}$ にすべての起点を出発するとする。これは時間的に集中する需要パターンである。その累積図を図-2に示す。このような需要パターンを用いるのは「ボトルネックモデルでは、流入交通量が増えに集中することによって遅れ時間が発生する」からである。静的均衡配分では遅れ時間は交通量の大小のみで決定する。一方、動的均衡配分では、いくら交通量が多くても、それが長い時間をかけてゆっくり流入したら遅れ時間は発生しない。本稿では動的均衡配分による遅れの発生がもっとも顕著に現れるケースとして全需要がいちどきに出発する状況を考える。



図—1 分析対象ネットワーク



図—2 ある時刻に集中する需要パターン

時刻 $-T_{F1}$ に全車両が同時に起点を出発する場合、それらの車両がボトルネックに到達したときに「どの車両が何番目にボトルネックにおける待ち行列に進入できるか」が、各車両の遅れ時間を決定する場合に重要な問題となる。本研究では「どの車両も同時に出発はするものの、出発の順番は一意にかつ外性的に決定しており、その結果、各車両が何番目にボトルネックに流入できるかは事前に確定している」という状況を考える。すなわち、利用者は自分が何番目にボトルネックに流入でき、その結果どれだけの遅れ時間をこうむるかを正確に予測できるとする。この考え方は、本研究で置いた「同時刻に出発する」の仮定を、「ピークを持つが、完璧に同じ瞬間に出発するわけではない交通流」の近似としてとらえるのならば妥当であるといえよう。なお、本研究において、待ち行列はpoint queueとして扱う。

3. 均衡配分問題の定式化

(1) 静的均衡配分の定式化

本稿で扱う静的均衡配分では、パラメータを2つ含む線形関数でリンク旅行時間関数を定式化する。OD- i のリンク l を経由する経路の旅行時間 T_l^i は、リンク l での遅れ時間 t_l とそれ以外の旅行時間 T_F の和になるので、

$$T_l^i = t_l + T_F \quad (1)$$

$$t_l = \alpha x_l + \beta \quad (2)$$

となる。ここで x_l はリンク l のリンク交通量、 α, β は全リンクに共通のパラメータである。均衡状態の定義としてはWardropの第1原理をそのまま用いる。

(2) 動的均衡配分の定式化

車両が d 台だけ時刻0にボトルネックに到着し、その後は交通流がない場合、各車両のボトルネック到着順番を s とすれば、ボトルネックでの遅れ時間は

$$w(s) = \frac{s}{\mu} \quad (3)$$

ただし $w(s)$: s 番目の車両のボトルネック遅れ時間
 μ : ボトルネック容量

と書ける。一方、複数の経路から交通流が到着する場合は交通流が時差をもって到着することになる。いま、車両が d_1 台だけ時刻0に到着し、さらに d_2 台だけ時刻 Δt に到着した場合、時刻0に到着した車両については、車両の到着順番を s_1 として

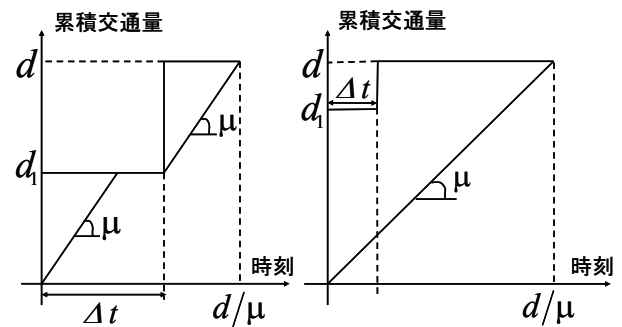
$$w(s_1) = \frac{s_1}{\mu} \quad (4)$$

となる。また、時刻 Δt に到着した車両については、到着順番を s_2 (時刻 Δt に到着した車両内だけで順番を数える) として

$$w(s_2) = \begin{cases} s_2 / \mu & \text{if } \Delta t > d_1 / \mu \\ (d_1 + s_2) / \mu - \Delta t & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5)$$

となる(図—3)。

各車両の経路旅行時間は、その車両がボトルネックで受ける遅れ時間に自由流旅行時間 T_F (経路によらず一定) を加えて得られる。また、OD- i の出発地を s 番目に出発した車両が経路 l を使用する割合を $g_l^i(s)$ で示す。なお、 l は各経路が含むボトルネックの番号をしめす。図—1のネットワークではどの経路もボトルネックを1個のみ持つため、この記述法で経路を確定するこ



図—3 複数の経路からボトルネックに流入する際の累積図。左：式(5)の場合わけ1番目の場合、右：式(5)の場合わけ2番目の場合

とが可能である。均衡状態は各起点からの各出発順番においてWardropの第1原理が成立する状態とする。

4. 均衡配分の解の導出

(1) 静的均衡配分の解

図—1のネットワークにおける静的均衡配分の場合、いずれのODについても自由流旅行時間は同じであることより、明らかにボトルネック1とボトルネック2の遅れ時間は等しくなくてはならない。また、2つのリンクのリンクモデルのパラメータ α 、 β が等しいことより、

$$x_1 = x_2 = d \quad (6)$$

が成立する。このときの経路旅行時間は、

$$T_1^A = T_2^A = T_1^B = T_2^B = T_F + \alpha d + \beta \quad (7)$$

である。経路交通量 f_i は一意に定まらないが、

$$\begin{aligned} f_1^A + f_1^B &= d, f_2^A + f_2^B = d \\ f_1^A, f_1^B, f_2^A, f_2^B &\geq 0 \end{aligned} \quad (8)$$

を見たすいずれかの値になる。ここで、この均衡解は縦方向のリンク旅行時間である Δt の大小に依存しないことに注意したい。

(2) 動的均衡配分の解

図—1のネットワークで動的均衡配分を解く際には、静的配分の場合とことなり、自由流旅行時間の差 Δt を考慮することが重要となる。これは、ボトルネックモデルでは「ボトルネックの遅れ時間は時々刻々変化しており、流入する時刻によって遅れ時間が異なる」ことによる。いま、 Δt の大小により

- ・ケース1： $d/2\mu < \Delta t$
- ・ケース2： $0 < \Delta t \leq d/2\mu$

の2つのケースにわけて均衡解を解く。なお、 s 番目に各起点を出る利用者の経路選択の割合を $g_i^s(s)$ で示す。

a) ケース1の場合

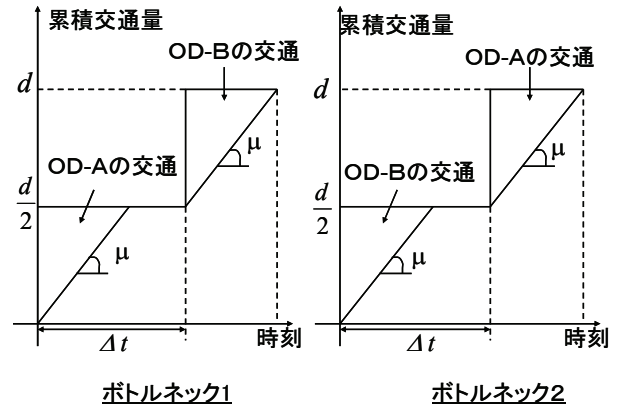
仮に各経路へ交通量を等分に配分、すなわち

$$g_1^A(s) = g_2^A(s) = g_1^B(s) = g_2^B(s) = 1/2 \quad \text{for } 0 \leq s \leq d \quad (9)$$

とおき、これが均衡解であるかどうかを調べよう。この場合、先にボトルネックに入る車両（OD-Aについては経路1、OD-Bについては経路2）の遅れ時間は、

$$w(s) = s/2\mu \quad (10)$$

である。式(10)から、先にボトルネックに入る車両の最終流出時刻は $d/2\mu$ になるので、 $d/2\mu < \Delta t$ より、あと



図—4 ケース1での累積交通量

にボトルネックに入る車両（OD-Aについては経路2、OD-Bについては経路1）の遅れ時間は

$$w(s) = s/2\mu \quad (11)$$

となる。自由流旅行時間が経路によらないため、いずれの経路も同じ旅行時間を持つ。よってこれは均衡解である。各ボトルネックでの累積図を図—4に示す。

b) ケース2の場合

いま、

$$g_1^A(s) = g_2^B(s) = 1, g_2^A(s) = g_1^B(s) = 0 \quad \text{for } 0 \leq s < d - 2\mu\Delta t \quad (12)$$

$$g_1^A(s) = g_2^B(s) = g_2^A(s) = g_1^B(s) = 1/2 \quad \text{for } d - 2\mu\Delta t \leq s \leq d \quad (13)$$

という交通量配分を考え、これが均衡状態になるかどうかを検証する。式(12)より、 $d - 2\mu\Delta t$ 番目までに起点を出発する車両はボトルネックにより早く到達できる経路（OD-Aであれば経路1、OD-Bであれば経路2）のみを使用する。そのボトルネックにおける遅れ時間は

$$w(s) = s/\mu \quad (14)$$

である（ s は各起点を出た順番）。一方、 $d - 2\mu\Delta t$ 番目より後に出発し、先にボトルネックに入る経路（OD-Aについては経路1、OD-Bについては経路2）を選択する車両の遅れ時間は、 $d - 2\mu\Delta t$ 番目以降の車両のうち半分だけがこれらの経路でボトルネックに流入するので、

$$\begin{aligned} w(s) &= \left\{ (d - 2\mu\Delta t) + \frac{s - (d - 2\mu\Delta t)}{2} \right\} / \mu \\ &= s/2\mu + d/2\mu - \Delta t \end{aligned} \quad (15)$$

となる。また、同じく $d - 2\mu\Delta t$ 番目より後に出発し、後にボトルネックに入る経路（OD-Aについては経路2、OD-Bについては経路1）を選択する車両の遅れ時間は、式(5)の場合わけ2を適用できるので、

$$w(s) = \frac{d - 2\mu\Delta t}{\mu} + \frac{s - (d - 2\mu\Delta t)}{2\mu} - \Delta t \quad (16)$$

$$= s/2\mu + d/2\mu - \Delta t$$

となる．ここで s は各起点を出発した順番である．以上の状態を図－5に累積図として示す．

式(12) (13)および図－5の累積図で示される状態が均衡状態であるかどうかを確認する．まず， $d - 2\mu\Delta t$ 番目までに起点を出発する車両のうち1台（これを車両Xとする）が，仮にもう一方の経路，すなわちボトルネックにより遅く到達する経路（OD-Aであれば経路2，OD-Bであれば経路1）を選択する場合を考えよう．この車両がボトルネックに到達する時刻は Δt であり，車両Xと同じ起点を $d - 2\mu\Delta t$ 番目より後に出発して起点から遠い方のボトルネックを利用する車両と同時に到着する．車両Xはこれらの車両より先に出発地を出ているので，車両Xがボトルネックでこうむる遅れ時間は，式(15)の s に $d - 2\mu\Delta t$ を代入した値，すなわち $d/\mu - 2\Delta t$ と計算できる．いっぽう，車両Xがもとの経路にとどまった場合は，その遅れ時間は式(14)より必ず $d/\mu - 2\Delta t$ 未満になる．よって車両Xは現在の選択より短い旅行時間をもつ選択肢を持たない．つぎに， $d - 2\mu\Delta t$ 番目以降に起点を出発する車両を考えよう．これらの車両は2つの経路いずれも選択しているため，両方の経路の旅行時間は等しくなくてはならないが，式(15)と(16)を比較すれば両者が一致していることが容易に確認できる．以上により，式(12) (13)で定められる交通量の配分により，すべての車両が最短経路を選んでいることが確認できる．

c) ケース1と2のまとめ

a)b)で示した結果は，縦方向のリンク旅行時間 Δt の設定によってボトルネックでの遅れ時間に差が現れることを示している．この現象は静的均衡配分では示されなかったことである．

各ケースにおける総遅れ時間は，ある時刻に流出する車両の台数を，全ての車両が流出するまでの時間で積分することで得られる．よって，その計算は，図4，図5において実線で囲まれる面積の総和を求めることと同じである．ただし，本研究ではOD毎の需要が同じであることから，ボトルネック1とボトルネック2における累積交通量図がODによって対称となっている．このため，1台あたりの平均の遅れ時間は，図4，図5のいずれかのボトルネックにおいて，実線で囲まれた面積をOD交通量で割ったものと等しくなる．1台あたりの平均の遅れ時間を計算すると，ケース1，2それぞれで，

$$\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{d}{2} \cdot \frac{d}{2\mu} \times 2 \right) / d = \frac{d}{4\mu} \quad (17)$$

$$\left(\frac{1}{2} (d/\mu - \Delta t)(d - \mu\Delta t) \right) + \frac{1}{2} \mu\Delta t \left(\frac{2d}{\mu} - 3\Delta t \right) / d \quad (18)$$

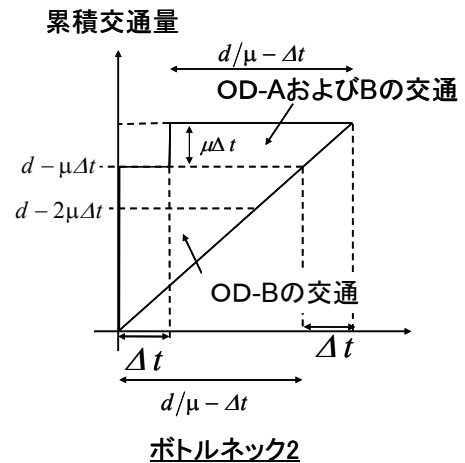
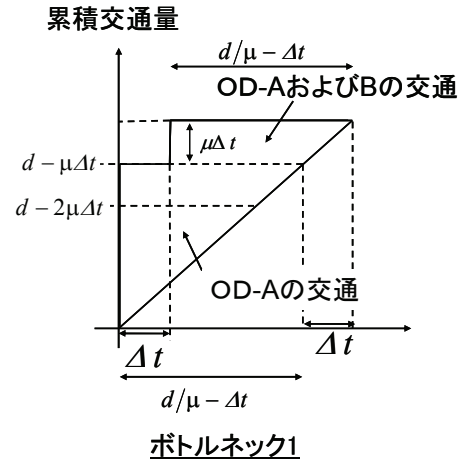
$$= \frac{d}{2\mu} - \frac{\mu\Delta t^2}{d}$$

となる．

5. 静的均衡配分と動的均衡配分の比較

第3章と4章の結果を基に，静的均衡配分と動的均衡配分の解の比較を，車両一台あたりの平均遅れ時間を指標とすることにより行う．なお，この比較は，「動的均衡配分」における解を「真の解」と仮定し，静的均衡配分におけるリンク旅行時間パラメータを「真の解」に対してチューニングし，それがどこまで適合可能かを検証することによって行う．

まず静的均衡配分における平均遅れ時間を導出する．静的均衡配分ではどの車両も同じ遅れ時間をこうむっているので，これは式(7)より $\alpha d + \beta$ と示すことができる．次に，静的均衡配分における平均遅れ時間が含むパラメータ α ， β を，動的均衡配分の平均遅れ時間の式



図－5 ケース2の累積交通量

(17) (18)に合わせて「チューニング」する。まず、動的均衡配分において、 Δt が大きくて「ケース 1」にあてはまる状態を想定しよう。このとき、動的均衡配分の遅れ時間の式(17)を用いてパラメータ α, β をチューニングすると、 $\alpha_1 = 1/4\mu, \beta_1 = 0$ とすれば、平均遅れ時間が動的と静的で一致することがわかる。ケース 2 の状態では、ケース 2 の平均遅れ時間を示す式(18)を考慮することにより、 $\alpha_2 = \frac{1}{2}\mu, \beta_2 = -\frac{\mu\Delta t_o^2}{d}$ とすればよいことがわかる。以上のように、静的均衡配分による平均遅れ時間は、もしネットワークの構造が特定されれば（ $= \Delta t$ の大きさが確定すれば）、パラメータを適正にチューニングすることによって、動的均衡配分による平均遅れ時間と一致させることが可能になることがわかる。

しかし、もし「現状ネットワークでパラメータをチューニングし、ネットワークを改良し、改良後の遅れ時間を均衡配分により推定する」という分析が必要な場合、静的均衡配分による推定結果は動的均衡配分による結果から差異を生ずる可能性があることに注意しなくてはならない。たとえば、縦方向のリンクの旅行時間 Δt が道路改良により Δt_o から Δt_w に短縮され、改良前がケース 1、改良後がケース 2 に該当する場合、動的均衡配分による平均旅行時間短縮量の推定値は

$$\begin{aligned} & \left(\frac{d}{2\mu} - \frac{\mu\Delta t_o^2}{d} + \Delta t_o \right) - \left(\frac{d}{4\mu} + \Delta t_w \right) \\ &= \frac{d}{4\mu} - \frac{\mu\Delta t_o^2}{d} + \Delta t_o - \Delta t_w \end{aligned} \quad (19)$$

となるが、静的配分における推定では遅れ時間の変動を推定できないため、

$$\begin{aligned} & \left(\frac{d}{2\mu} - \frac{\mu\Delta t_o^2}{d} + \Delta t_o \right) - \left(\frac{d}{2\mu} - \frac{\mu\Delta t_o^2}{d} + \Delta t_w \right) \\ &= \Delta t_o - \Delta t_w \end{aligned} \quad (20)$$

となる。ケース 1 の定義より $\Delta t_o > d/2\mu$ であることを考えれば、

$$\begin{aligned} & \left(\frac{d}{4\mu} - \frac{\mu\Delta t_o^2}{d} + \Delta t_o - \Delta t_w \right) - (\Delta t_o - \Delta t_w) \\ &= \frac{\mu\Delta t_o^2}{d} - \frac{d}{4\mu} > \frac{\mu}{d} \left(\frac{d}{2\mu} \right)^2 - \frac{d}{4\mu} = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

より、式(20)は式(19)よりも大きい値を返す、すなわち改良効果の過大評価を行っていることがわかる。この過大評価は、旅行時間の短縮によって、2つの起点からの交通流が各ボトルネックで交わることによる遅れ時間の増大が静的均衡配分では評価できないことを原因としている。なお、今回の例では「過大評価」となっているが、各起点からの車両の出発時刻に時間差がある場合など、ネットワークや需要の設定によっては過小評価につながることもあることに注意したい。

6. おわりに

本研究では 2 起点 2 終点の簡単なネットワークにおいて、特定の需要パターンを仮定して動的配分と静的配分の両方を行い、その比較を行った。その結果、このネットワークにおいては、遅れ時間の推定において、動的配分で遅れ時間の算出結果に影響を与えていた特定のリンクの自由流旅行時間の大小が静的配分の結果に反映されないことがわかった。また、このことが、ネットワーク改良の効果推定の結果に差異を生じさせることもわかった。本研究で仮定したネットワーク形状および需要パターンはほんの一例であり、ここで示されたような静的配分と動的配分のあいだの差異がどのようなネットワークや需要パターンにおいても一般的に発生することを意味するわけではない。ただ、この例は、「ボトルネックへ複数の経路から交通流が流入するとき、ネットワークの構造が各経路交通流の流入するタイミングを変え、それにより（交通流の総量が一定であっても）ボトルネックでの遅れ時間が変化する」という、動的配分でしか発生しない現象の特徴を具体的に示すものとなっている。このことは、本研究で示した例が、動的配分と静的配分のあいだで発生しうる差異を定性的に知るための助けにはなっているといえよう。

本研究で示した静的配分と動的配分の差異が一般的なネットワークでどのように発生するのかをより一般的かつ定量的に評価するためには、動的均衡配分の一般的な解法を準備し、それによって評価を行わなくてはならない。しかし、冒頭で言及したように動的均衡配分の解法については不明な点も多く、このような分析を行うことは簡単なことではない。これは今後の課題としたい。

謝辞：本稿は科学研究費補助金(若手(B)20760347)による研究成果を含む。この場を借りて感謝の意を表する。

参考文献

- 1) 土木学会:道路交通需要予測の理論と適用, 土木学会, 2006.
- 2) 桑原雅夫:均衡配分理論—蓄積と展望, 土木計画学研究発表会・講演集, Vol. 35, 2007.
- 3) 桑原雅夫:動的な限界費用に関する理論的分析, 土木学会論文集, No. 709/IV-56, pp. 127-138, 2002.
- 4) 井料隆雅:動的均衡配分問題における解の特性に関する研究解説, 計画学研究発表会・講演集, Vol. 35, 2007.
- 5) Mounce, R.: Existence of Equilibrium in a Continuous Dynamic Queueing Model for Traffic Networks, in Mathematics in Transport, B.G. Heydecker, Ed., Elsevier, Oxford. pp. 231-244, 2007.

道路交通ネットワークにおける動的均衡配分と静的均衡配分の比較*

新宅弘明**・井料隆雅***・朝倉康夫****

道路交通ネットワークにおける動的均衡配分と静的均衡配分の比較を特定のネットワーク上で行った。道路交通流は動的な特性をもっており、その性質を正確にあつかうには動的均衡配分が必要である。動的均衡配分の理論的難しさのために静的均衡配分を用いる場面も多いが、すくなくとも、静的配分と動的配分の差異について定性的知見を得ておくことは必要であろう。本研究では、特定のネットワークと需要パターンにおいて、ネットワーク構造変化に伴う総遅れ時間の変動を各方法で計算し、方法による差がどう出るかを試算した。その結果、動的配分では捕捉できたネットワーク構造変化による変動を静的配分で発見できないことがあることがわかった。

A comparison between a static user equilibrium assignment and a dynamic user equilibrium assignment in a test network*

By Hiroaki SHINTAKU**・Takamasa IRYO***・Yasuo ASAKURA****

This study makes a comparison between a static user equilibrium assignment and a dynamic user equilibrium assignment in a test network. As traffic flow is dynamic, using a dynamic scheme is essential in traffic assignments. Although static assignments are used due to difficulties of dynamic assignments, differences between them should be investigated. This study performs assignments by two methodologies in a test network to examine change of delay due to a network structure change. It is revealed that there is a case where the static model cannot evaluate change of delay, which is captured by the dynamic model.
