【土木計画学研究・論文集 Vol.26 no.1 2009年9月】

空港コンクリート舗装のハイブリッド劣化モデル *

A Hybrid Deterioration Model of Airport Concrete Pavement*

下村泰造**・小林潔司*** ・貝戸清之**** ・小濱健吾*****

by Taizo SHIMOMURA**, Kiyoshi KOBAYASHI***, Kiyoyuki KAITO**** and Kengo OBAMA*****

1．はじめに

空港舗装アセットマネジメントにおいては，ライフサイクル費用の低減化を図る最適補修戦略を策定することが重要である[1]．とりわけ，コンクリート舗装の劣化モデルの開発は根幹となる課題である．しかし，本研究で着目する臨海部空港を対象とする場合，コンクリート舗装の劣化は，地盤沈下の影響を受けるために，その影響を内包した劣化モデルが必要となる．さらに，地盤沈下や舗装劣化の過程は設計段階で精緻な予測が困難なため，空港施設の運用段階で実際に観測されたモニタリング情報に基づいて，逐次予測結果を修正することが望ましい．

本研究では，空港コンクリート舗装の劣化データが存在しない状況の下で，まず，力学的劣化モデル（1次モデル）を用いて地盤沈下とコンクリート舗装の劣化予測を試みる．その上で，1次モデルの予測結果である複数のサンプルパス情報に基づいて，地盤沈下過程やコンクリート舗装の疲労破壊プロセスを統計的劣化モデル（2次モデル）を用いて近似的に表現する．さらに，空港供用後に新しく得られたモニタリング情報に基づいて，2次モデルを逐次ベイズ更新することが可能な3次モデルを開発し，以上の3つのモデルが1つの枠組みの中で有機的に連動したハイブリッド劣化モデルを提案する．以下，**2**．では本研究の基本的な考え方を整理する．**3**．ではハイブリッド劣化モデルの全体構成を説明する．**4**．では統計的劣化モデル（2次モデル），**5**．ではベイズ更新モデル（3次モデル）について説明する．**6**．では，適用事例の考察を行う．なお，力学的劣化モデルに関しては紙面の都合上，基本的な概念を**2**．で述べるに留める．

---

*キーワーズ：空港舗装，ハイブリッド劣化モデル，ベイズ推計，アセットマネジメント

**正会員　大成建設株式会社 国際支店 土木部土木技術部技術室
(〒163-6006　新宿区西新宿6-8-1
e-mail: taizo@ce.taisei.co.jp)
***フェロー会員　京都大学教授 経営管理大学院
(〒606-8501 京都市左京区吉田本町
e-mail: kkoba@psa.mbox.media.kyoto-u.ac.jp)
****正会員　大阪大学特任講師 大学院工学研究科
(〒565-0871 吹田市山田丘2-1
e-mail: kaito@ga.eng.osaka-u.ac.jp)
*****学生会員　京都大学大学院工学研究科
(〒615-8540 京都市西京区京都大学桂C-1-2
e-mail: k.obama@psa.mbox.media.kyoto-u.ac.jp)

2．本研究の基本的な考え方

(1) 従来の研究概要

空港コンクリート舗装のマネジメントに関しては，米国において実績があり，オクラホマ空港を対象とした舗装マネジメントシステム[2]やFAA(Federal Aviation Administration)が提案している舗装マネジメントシステム[3]等の事例が存在する．両事例とも，経年的に蓄積された十分な空港舗装の劣化データを用いて，最小二乗法によりコンクリート舗装の供用性曲線を推計している．しかし，劣化過程に多大な不確実性が介在するために，劣化曲線の推計精度は必ずしも良好ではない．劣化過程の不確実性を考慮した統計的劣化モデルとして，マルコフ連鎖モデルが提案されている[4]．マルコフ連鎖モデルでは，対象とする施設の健全度を，複数の離散的なレーティング指標で表現し，健全度間の遷移状態をマルコフ推移確率で表現する．これらの統計的劣化モデルは，現実に生じた劣化現象に基づいてモデル化するため，劣化現象に関わる情報が蓄積されれば，平均的な劣化過程に関して信頼性の高い予測が可能となる．しかし，統計的劣化モデルは，モデルを推計するために劣化過程に関するデータの蓄積が必要となる．一方，力学的劣化モデルは，劣化過程を物理モデルにより記述する方法である．空港コンクリート舗装に関しては，疲労度設計法を用いた信頼性設計法により，コンクリート版の疲労破壊のメカニズムを分析し，コンクリート版の寿命を想定する方法が提案されている．さらに，臨海部空港においては，地盤の不同沈下がコンクリート舗装の劣化に多大な影響を及ぼすことが知られている．このため，本研究では空港地盤の沈下過程を1次元圧密モデルで表現するとともに，疲労度設計法を用いた信頼性設計法により，空港舗装の劣化過程を予測する方法を採用する[5]．しかし，土質条件やコンクリート舗装の疲労破壊過程にも不確実性が介在するため，劣化過程を確定的に予測することは困難である．さらに，現場における初期施工状態のばらつきや材料物性値の持つ不均一性等，力学的劣化モデルで記述できない要因による影響を無視できない．

本研究では，力学的劣化モデルに介在する不確実性に対処するために，以下のような方法論を採用する．まず，

土質条件をランダムに与えることにより，空港地盤の沈下過程に関する複数のサンプルパスを発生させる．その上で，疲労度解析により，各サンプルパスに対して空港舗装の劣化過程を予測する．以上の方法で，コンクリート舗装の劣化過程に関する数多くのサンプルパスを獲得できる．その上で，サンプルパスの背後にある統計的な規則性を，統計的劣化モデルを用いて表現する．つぎに，空港供用後の期間に着目するとともに，空港コンクリート舗装の維持・管理過程で得られた点検情報に基づいて，統計的劣化モデルをベイズ更新させる．このように，本研究で提案する劣化モデルは，力学的劣化モデルと統計的劣化モデルを合成したハイブリッド型モデルである．すでに，筆者等は，空港地盤の沈下過程に関するハイブリッド型予測モデル[6]を提案している．しかし，本研究では，空港地盤の沈下予測モデルを部分モデルとして内包した空港コンクリート舗装のハイブリッド型劣化モデルを提案するところに特色がある．

(2) ハイブリッド劣化モデルの役割

本研究では，PFI 事業権契約による空港コンクリート舗装マネジメント問題をとりあげる．このような空港舗装マネジメントでは，ライフサイクル費用リスクの管理が重要な課題となる．臨海部空港では，空港供用開始直後の期間における地盤沈下リスクが大きく，ライフサイクル費用に及ぼす影響が大きい．しかし，時間の経過とともに，地盤沈下過程は次第に安定化してくる．一方で，コンクリート版に繰り返し荷重が作用し，コンクリート版の疲労破壊のリスクが大きくなる．このように，空港供用後，時間の経過に伴って，コンクリート舗装の管理条件が時間とともに変化する．PFI 事業権契約では，契約終了時点において，空港コンクリート舗装の健全度が，性能基準を上回ることが義務づけられている．ライフサイクル費用リスクを管理する上で，大規模補修が必要となる舗装面積を予測することが重要な課題となる．さらに，運用段階では，継続的なモニタリングにより獲得した実績データを活用して，その時点以降における劣化予測の信頼性を向上させることが必要となる．

本研究で提案するハイブリッド劣化モデルの特徴を**図-1** に示す．ハイブリッド劣化モデルでは，力学的劣化モデルによる予測結果を初期情報として位置づける．さらに，力学的劣化モデルによる予測結果を用いて，統計的劣化モデルを作成する．その際，力学的モデルの計算結果において，支配的な役割を演じているパラメータや説明変数をとりあげ，これらの変数やパラメータを説明変数とするような統計的劣化モデルを作成する．このような方法論により，実績データがなくても統計的劣化モデルを推計できる．また，継続的なモニタリングにより獲得した計測データを活用して，逐次ベイズ更新を

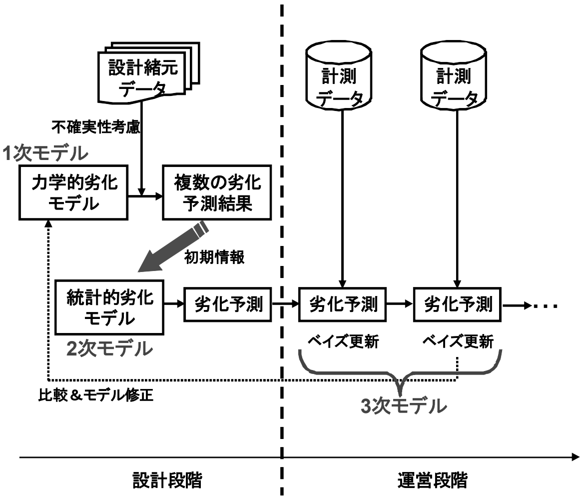

図-1 ハイブリッド劣化モデルの特性

行うことにより，劣化モデルの信頼性を向上させることができる．一方で，ハイブリッド劣化モデルを用いて劣化予測を行った結果，劣化予測の結果と実績値の間に無視できない乖離が存在する場合，統計的劣化モデルをベイズ更新し，ハイブリッド劣化モデルの信頼性の向上にフィードバックすることが重要となる．あわせて，力学的劣化モデルの予測精度を改善することが必要となる．

3. ハイブリッド劣化モデル

(1) モデル化の前提条件

PFI 事業者がカレンダー時刻τ_0に空港施設を建設し，それ以降の時刻にわたって空港コンクリート舗装を管理する問題を考える．カレンダー時刻τ_0を初期時点$t=0$とする離散的時間軸$t=0,1,2,\cdots,\bar{T}$を導入する．$\bar{T}$は事業権契約の最終期である．時間間隔は 1 年間である．離散軸上の各点tを時点と呼ぶ．対象とする舗装区域を合計I個のメッシュに分割する．各メッシュは，コンクリート舗装版に対応しており，メッシュ単位で地盤沈下と舗装版の劣化過程を予測する．対象とする期間を，空港が供用される時刻τ_0より以前の期間と，供用開始後の期間に分割し，前者を設計段階，後者を運営段階と定義する．設計段階においては，空港コンクリート舗装の劣化過程に関する情報は存在しない．一方，運用段階では，空港の供用開始時点から，空港管理者は，各メッシュの地盤沈下量，舗装版の劣化過程をモニタリングする．ハイブリッド劣化モデルでは，1 次，2 次，3 次モデルを用いて地盤沈下過程，舗装の劣化過程を記述する．これらのサブモデルの関係を一括して**図-2** に示している．同図より，各サブモデルへの入力となる取得情報の流れや，サブモデル間の情報の受け渡しが理解できる．

(2) 1 次モデル（設計段階）

1 次モデルは，1）地盤の不同沈下過程を予測する確

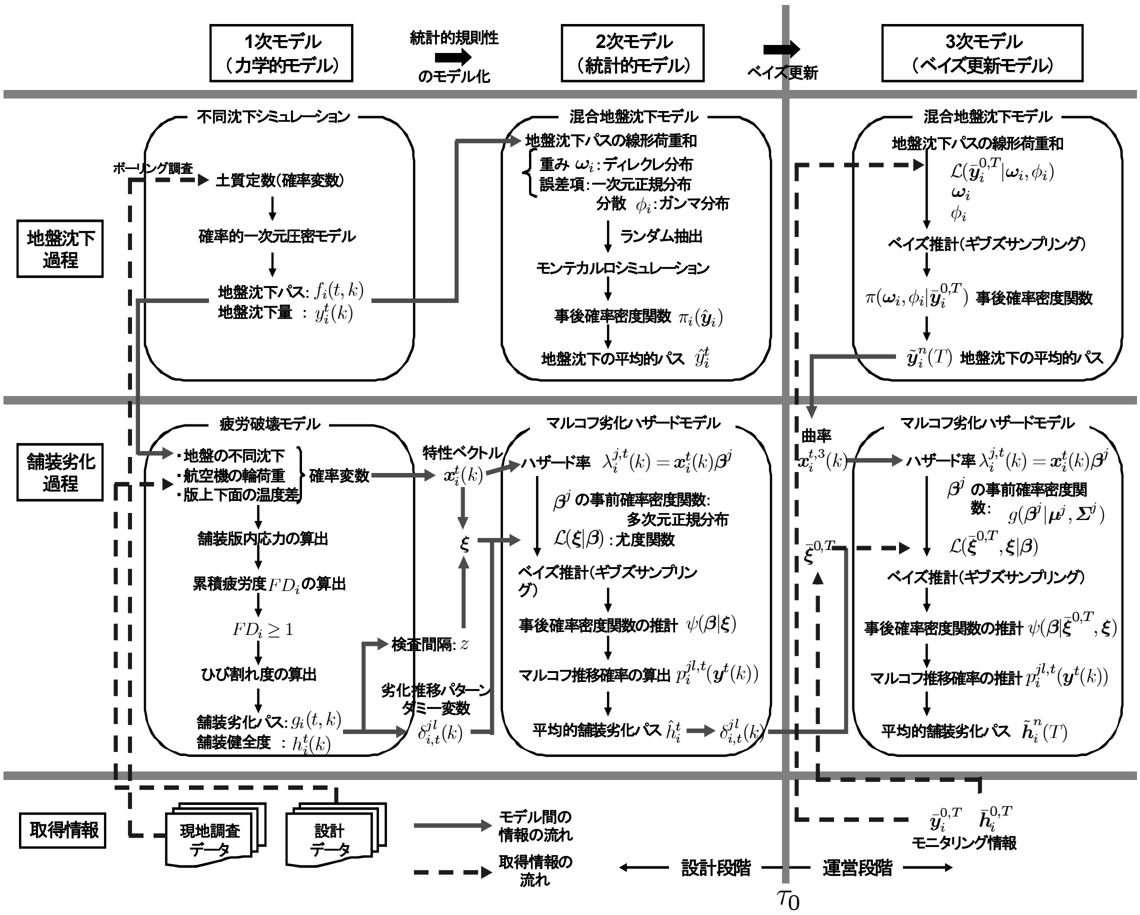

図-2 ハイブリッド劣化モデルの構造

率的1次元圧密モデル，2）コンクリート版内に発生する応力状態を2次元有限要素法モデルを用いて解析し，コンクリート版の累積疲労度を算定する疲労破壊モデルという2つのサブモデルで構成されている．しかし，1次モデルを用いてライフサイクル費用評価を行う際，1）モデルの操作性に問題があり，膨大な計算時間が必要となる，2）シミュレーションで得られた膨大な分析結果に対して統計的処理が必要となる，という課題が発生する．さらに，3）疲労破壊確率は，疲労破壊試験で得られた限られた実験サンプルを用いて作成した経験式である．このように1次モデルは，分析精度が異なるモデルを連結したものであり，1次モデルの予測結果には多くの誤差や不確実性が介在する．本研究では，1次モデルに介在する不確実性のうち，土質条件の不確実性に関しては，土質条件をランダムに変化させた1次元圧密モデルを用いて，多数の地盤沈下シナリオを発生させる．コンクリート版の疲労破壊に関する不確実性に関しては，航空機の走行時のばらつきを確率的に表現し，コンクリート版の疲労破壊に関するサンプルパスを作成する．

(3) 2次モデル（設計段階）

1次モデルのアウトプットは，時点t，メッシュiの沈下量を表す地盤沈下パス$f_i(t,k)$と，各メッシュのひび割れ度（健全度）の経年変化を表す舗装劣化パス$g_i(t,k)$である．$y_i^t(k)$，$h_i^t(k)$は，時点t，メッシュiにおけるサンプルパス$f_i(t,k)$，$g_i(t,k)$のサンプル値を表す．1次モデルで作成したサンプルパスは膨大な量に及ぶため，サンプルパスデータに含まれる情報を集約化することが必要である．そこで，1次モデルで作成したサンプルパスを統計的標本と考え，これらのサンプルパスを統計的に表現する2次モデルを作成する．まず，地盤沈下過程に関しては，地盤沈下パスの線形荷重和モデル（混合地盤沈下モデルと呼ぶ）を用いて表現する．一方，舗装の劣化過程に関しては，地盤の不同沈下状態に依存してコンクリート舗装の疲労メカニズムが異なることを考慮し，マルコフ推移確率が地盤沈下状態に依存して変化するような非斉次マルコフ連鎖モデルを用いて表現する．本研究では，これら2つの統計的モデルを総称して2次モデルと呼ぶ．2次モデルを用いて，地盤沈下の統計的サンプルパス$\hat{y}_i^t$ $(i=1,\cdots,I;t=0,1,\cdots)$と舗装劣化過程のサンプルパス$\hat{h}_i^t$ $(i=1,\cdots,I;t=0,1,\cdots)$の生起確率を求めることができる．記号「$\hat{}$」は，2次モデルを用いて作成したサンプルパスを表している．

(4) 3次モデル（運用段階）

運用段階における空港舗装マネジメントにおいては，

地盤沈下過程を継続的にモニタリングし，設計段階で予測した地盤沈下過程を再評価し，必要であれば維持補修戦略の見直しを図ることが求められる．いま，空港供用時点t_0から一定期間が経過し，現在時点Tに到達したと考える．さらに，空港供用時点から，現在時点に至るまでの地盤沈下量データ$\bar{y}_i^t$ $(i=1,\cdots,I;t=0,\cdots,T)$と舗装健全度データ$\bar{h}_i^t$ $(i=1,\cdots,I;t=0,\cdots,T)$が得られたと考える．ここに，記号「$\bar{}$」は，モニタリングで得られた実測値を意味する．運用段階では，モニタリング情報を用いて，地盤沈下および舗装疲労破壊の予測精度を向上させることが課題となる．本研究ではモニタリング情報を用いて，1）地盤沈下パスの統計的性質を記述した混合地盤沈下モデル，2）地盤沈下パスを与件として，舗装の劣化過程を記述するマルコフ劣化モデルのベイズ更新を試みる．このように2次モデルのベイズ更新を試みることにより，現時点T以降の時点t $(t>T)$における地盤沈下過程$\tilde{y}_i^t(T)$，舗装劣化過程$\tilde{h}_i^t(T)$の予測精度を向上することができる．記号「$\tilde{}$」はベイズ予測値であることを示す.

4. 統計的劣化モデル（2次モデル）

(1) 混合地盤沈下モデルの定式化

筆者等は，すでに確率的1次元圧密モデルを用いて，混合地盤沈下モデルを作成する方法論を提案している．本モデルの詳細は参考文献[6]に譲るが，ここでは読者の便宜を図るため，その概要を簡単に記載しておく．いま，メッシュi $(i=1,\cdots,I)$の地盤沈下パス$f_i(t,k)$ $(k=1,\cdots,K)$が求まったと考える．混合地盤沈下モデルは，現実の地盤沈下量を，地盤沈下パスの荷重和

$$y_i^t=\sum_{k=1}^{K}\omega_i(k)f_i(t,k)+\varepsilon_i \tag{1}$$

として表現できる．ここに，ε_iは，測定誤差を表す確率変数であり，互いに独立な1次元正規分布$\mathcal{N}(0,\sigma_i^2)$に従うと仮定する．また，$\omega_i(k)$は，地盤沈下パス$k$に対して割り当てられた重みであり，

$$\sum_{k=1}^{K}\omega_i(k)=1\ (i=1,\cdots,I) \tag{2}$$

が成立する．各サンプルパスに割り付けられる重み係数が一意的に決定されるためには混合地盤沈下モデルを構成するサンプルパスが互いに独立でなければならない．ここで，混合地盤沈下モデル(1)の重み$\omega_i(k)$ $(k=1,\cdots,K)$がディリクレ分布

$$D(\boldsymbol{\omega}_i|\boldsymbol{\alpha})=\Psi(\boldsymbol{\alpha})\prod_{k=1}^{K}\{\omega_i(k)\}^{\alpha_k-1} \tag{3}$$

$$\Psi(\boldsymbol{\alpha})=\frac{\Gamma(\sum_{k=1}^{K}\alpha_k)}{\prod_{k=1}^{K}\Gamma(\alpha_k)}$$

に従うと仮定する．ただし，$\Gamma(\cdot)$はガンマ関数であり，$\boldsymbol{\alpha}=(\alpha_1,\cdots,\alpha_K)$は定数パラメータベクトルである．また，分散パラメータ$\phi_i=\sigma_i^{-2}$がガンマ分布

$$g(\phi_i|\zeta,\gamma)=\frac{\gamma^{\zeta}}{\Gamma(\zeta)}\phi_i^{\zeta-1}\exp(-\gamma\phi_i) \tag{4}$$

に従うと考える．ただし，ζ，γは定数パラメータである．この時，メッシュiの地盤沈下サンプルパス$\hat{\boldsymbol{y}}_i=(\hat{y}_i^0,\cdots,\hat{y}_i^{\bar{T}})$が生起する確率密度関数$\pi_i(\hat{\boldsymbol{y}}_i)$は,

$$\pi_i(\hat{\boldsymbol{y}}_i)\propto\phi_i^{\zeta-1/2}\prod_{k=1}^{K}\hat{\omega}_i(k)^{\alpha_k-1}\exp\left[-\phi_i\left\{\gamma+\frac{1}{2}\hat{\varepsilon}_i^2\right\}\right] \tag{5}$$

と表される．ただし，$\hat{y}_i^t=\sum_{k=1}^{K}\hat{\omega}_i(k)f_i(t,k)+\hat{\varepsilon}_i$ $(t=0,\cdots,\bar{T})$である．この確率密度関数$\pi_i(\hat{\boldsymbol{y}}_i)$を解析的に求めることは困難であり，モンテカルロシミュレーションにより求める．すなわち，$\omega_i(1),\cdots,\omega_i(K-1),\phi_i$をそれぞれの事前確率密度関数であるディリクレ分布とガンマ分布よりランダム抽出するとともに，y_i^tを正規確率密度関数$N(\sum_{k=1}^{K}\omega_i(k)f_i(t,k),\phi_i^{-1})$よりランダム抽出することで地盤沈下量の確率分布を得る.

(2) マルコフ劣化ハザードモデル

1次モデルでは，地盤沈下パスのそれぞれに対して，航空機荷重，および温度変化により各コンクリート版内に発生する応力状態を2次元有限要素法モデルを用いて解析し，コンクリート版の累積疲労度を算定することにより，各コンクリート版の健全度の経年的な変化を予測することができる．このようなコンクリート舗装版の力学的予測の詳細に関しては参考文献[5]を参照して欲しい．ここでは，1次モデルを用いて，各メッシュiの舗装劣化パス$g_i(t,k)$が得られたことを念頭において議論を進める．ただし，劣化パス$g_i(t,k)=j$はメッシュiの地盤沈下パスがkの場合に実現する舗装健全度がj $(j=1,2,\cdots,J)$であることを意味する．つぎに，時点tから$t+1$の間において生起するコンクリート舗装の健全度の推移確率を，マルコフ推移確率で表そう．コンクリート舗装の劣化過程は，地盤沈下過程の影響を受けるが，ここでは，期間$[t,t+1)$のマルコフ推移確率は，時点tにおける地盤沈下量ベクトル$\boldsymbol{y}^t(k)=\{y_i^t(k):i=1,\cdots,I\}$に依存して定義されると考える．このとき，地盤沈下パスkの下で定義されるマルコフ推移確率は，時点tで評価された健全度$h_i^t(\boldsymbol{y}^t(k))=j$を与件とし，次の時点$t+1$において健全度$h_i^{t+1}(\boldsymbol{y}^t(k))=l$が生起する条件付確率

$$\begin{aligned}&\mathrm{Prob}[h_i^{t+1}(\boldsymbol{y}^t(k))=l|h_i^t(\boldsymbol{y}^t(k))=j]\\&=p_i^{jl,t}(\boldsymbol{y}^t(k))\end{aligned} \tag{6}$$

と定義できる．ただし，期間$[t,t+1)$中は，地盤沈下量は$\boldsymbol{y}^t(k)$のまま一定であると仮定する．以下，表記の簡便化のために，健全度を$h_i^t(k)$と，推移確率を$p_i^{jl,t}(k)$と略記する．いま，説明の便宜上，あるメッシュiの地盤沈下パスkに着目する．メッシュiに対して，検査時

点tと$t+1$の間で，健全度がjのまま推移しないマルコフ推移確率および，健全度がjから$l\ (>j)$に推移するマルコフ推移確率p_i^{jl}は，

$$p_i^{jj} = \exp(-\lambda_i^j z) \tag{7}$$

$$p_i^{jl} = \sum_{v=j}^{l} \prod_{s=j}^{v-1} \frac{\lambda_i^s}{\lambda_i^s - \lambda_i^v} \prod_{s=v}^{l-1} \frac{\lambda_i^s}{\lambda_i^{s+1} - \lambda_i^v} \exp(-\lambda_i^v z)$$
$$(j = 1, \cdots, J-1; l = j+1, \cdots, J) \tag{8}$$

と表すことができる[4]．式中λ^sは健全度sに対する指数ハザード率である．ただし，表記上の規則として，

$$\begin{cases} \prod_{s=j}^{v-1} \frac{\lambda_i^s}{\lambda_i^s - \lambda_i^v} = 1 & (v=j\text{の時}) \\ \prod_{s=v}^{l-1} \frac{\lambda_i^s}{\lambda_i^{s+1} - \lambda_i^v} = 1 & (v=l\text{の時}) \end{cases}$$

が成立すると考える．さらに，表記の便宜上，

$$\prod_{s=j,\neq v}^{l-1} \frac{\lambda_i^s}{\lambda_i^s - \lambda_i^v} \exp(-\lambda_i^v z)$$
$$= \prod_{s=j}^{v-1} \frac{\lambda_i^s}{\lambda_i^s - \lambda_i^v} \prod_{s=v}^{l-1} \frac{\lambda_i^s}{\lambda_i^{s+1} - \lambda_i^v} \exp(-\lambda_i^v z)$$

と簡略化する．また，p_i^{jJ}に関しては，マルコフ推移確率の条件より次式で表せる．

$$p_i^{jJ} = 1 - \sum_{l=j}^{J-1} p_i^{jl} \ (j = 1, \cdots, J-1) \tag{9}$$

以上のように，多段階指数ハザード率で表現したマルコフ推移確率をマルコフ劣化ハザードモデル[4]と呼ぶ．

(3) マルコフ劣化モデルのベイズ推計

1次モデルで作成した舗装劣化パスを用いて，マルコフ劣化ハザードモデルをベイズ推計する方法を考える．マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推計に関しては参考文献[7]を参照して欲しい．舗装劣化パス$g_i(t,k)$上の健全度情報の点列を$\boldsymbol{h}^{(k)} = \{h_i^t(k) : i = 1, \cdots, I; t = 0, \cdots, \bar{T}\}$と表そう．舗装劣化パス$k$上の連続する2つの時点$t$と$t+1$におけるメッシュ$i$の健全度の予測結果$h_i^t(k), h_i^{t+1}(k)$が得られている．2つの時点における劣化推移パターン情報に基づいて，ダミー変数を

$$\delta_{i,t}^{jl}(k) = \begin{cases} 1 & h_i^t(k) = j, h_i^{t+1}(k) = l\text{の時} \\ 0 & \text{それ以外の時} \end{cases} \tag{10}$$

と定義する．さらに，施設の劣化速度に影響を及ぼすメッシュiの構造特性や環境条件を表す特性ベクトルを$\boldsymbol{x}_i^t(k) = \{x_i^{t,1}(k), \cdots, x_i^{t,Q}(k)\}$と表す．ただし，$x_i^{t,q}(k)\ (q = 1, \cdots, Q)$は，舗装劣化パス$k$におけるメッシュ$i$の$q$番目の説明変数の時点$t$における計算値を表す．また，第1番目の説明変数は定数項に該当する変数であり，恒等的に$x_i^{t,1}(k) = 1$が成立する．さらに，説明変数には，時点tにおいて予測された地盤沈下量$y_i^t(k)$，曲率$v_i^t(k)$のデータも含まれている．

メッシュ$i\ (i = 1, \cdots, I)$の舗装劣化パスkを指数ハザード率を用いて表現する．いま，舗装劣化パスkのハザード率$\lambda_i^{j,t}(k)\ (j = 1, \cdots, J-1; i = 1, \cdots, I; t = 0, \cdots, \bar{T})$を，メッシュ$i$の舗装劣化パス$k$における時点$t$の特性ベクトル$\boldsymbol{x}_i^t(k)$を用いて次式で表現する．

$$\lambda_i^{j,t}(k) = \boldsymbol{x}_i^t(k)\boldsymbol{\beta}^j \tag{11}$$

ただし，健全度Jはマルコフ連鎖の吸収状態であり，$p_i^{JJ,t}(k) = 1$が成立するために$\lambda_i^{J,t}(k) = 0$となる．ただし，$\boldsymbol{\beta}^j = (\beta^{j,1}, \cdots, \beta^{j,Q})$は未知パラメータ$\beta^{j,q}\ (q = 1, \cdots, Q)$によるベクトルである．また，$x_i^{t,1}(k) = 1$より，$\beta^{j,1}$は定数項を表す．

マルコフ推移確率は，式(8)で示したように，各健全度におけるハザード率$\lambda_i^{j,t}(k)\ (j = 1, \cdots, J-1; i = 1, \cdots, I)$を含む．さらに，ハザード率はメッシュの特性ベクトル$\boldsymbol{x}_i^t(k)$を用いて式(11)で表現できる．また，推移確率は時系列データが予測された時間間隔zにも依存する．これらのことを明示的に表すため推移確率$p_i^{jl,t}(k)$を説明変数ベクトル$\boldsymbol{\xi}_i^t(k) = (z, \boldsymbol{x}_i^t(k))$と未知パラメータ$\boldsymbol{\beta} = (\boldsymbol{\beta}^1, \cdots, \boldsymbol{\beta}^{J-1})$の関数として$p_i^{jl,t}(\boldsymbol{\xi}_i^t(k) : \boldsymbol{\beta})$と表そう．この時，舗装劣化パスの劣化推移パターンの同時生起確率密度を表す尤度関数は次式で表される．

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\xi}|\boldsymbol{\beta}) = \prod_{j=1}^{J-1} \prod_{l=j}^{J} \prod_{i=1}^{I} \prod_{k=1}^{K} \prod_{t=0}^{\bar{T}} \left\{ p_i^{jl,t}(\boldsymbol{\xi}_i^t(k) : \boldsymbol{\beta}) \right\}^{\delta_{i,t}^{jl}(k)} \tag{12}$$

ただし，$\boldsymbol{\xi} = \{\boldsymbol{\xi}_i^t(k) : i = 1, \cdots, I; k = 1, \cdots, K; t = 0, \cdots, \bar{T}\}$である．舗装劣化パス情報$\boldsymbol{\xi}$はすべて確定値であり，尤度関数は未知パラメータ$\boldsymbol{\beta}$の関数である．

いま，$\boldsymbol{\beta}^j$の事前確率密度関数[8]が，多次元正規分布$\mathcal{N}_Q(\boldsymbol{\mu}^j, \boldsymbol{\Sigma}^j)$に従うと仮定する．Q次元正規分布$\mathcal{N}_Q(\boldsymbol{\mu}^j, \boldsymbol{\Sigma}^j)$の確率密度関数は，

$$g(\boldsymbol{\beta}^j|\boldsymbol{\mu}^j, \boldsymbol{\Sigma}^j) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{Q}{2}} \sqrt{|\boldsymbol{\Sigma}^j|}}$$
$$\cdot \exp\left\{ -\frac{1}{2}(\boldsymbol{\beta}^j - \boldsymbol{\mu}^j)(\boldsymbol{\Sigma}^j)^{-1}(\boldsymbol{\beta}^j - \boldsymbol{\mu}^j)' \right\} \tag{13}$$

で与えられる．ただし，$\boldsymbol{\mu}^j$は$\mathcal{N}_Q(\boldsymbol{\mu}^j, \boldsymbol{\Sigma}^j)$の事前期待値ベクトル，$\boldsymbol{\Sigma}^j$は事前分散共分散行列である．記号$\prime$は転置操作を表す．事後確率密度関数$\psi(\boldsymbol{\beta}|\boldsymbol{\xi})$は，

$$\psi(\boldsymbol{\beta}|\boldsymbol{\xi}) \propto \mathcal{L}(\boldsymbol{\xi}|\boldsymbol{\beta}) \prod_{j=1}^{J-1} g(\boldsymbol{\beta}^j|\boldsymbol{\mu}^j, \boldsymbol{\Sigma}^j)$$
$$\propto \prod_{j=1}^{J-1} \prod_{l=j}^{J} \prod_{i=1}^{I} \prod_{k=1}^{K} \prod_{t=0}^{\bar{T}} \Big\{ \sum_{v=j}^{l} \prod_{s=j,\neq v}^{l-1} \frac{\lambda_i^{s,t}(k)}{\lambda_i^{s,t}(k) - \lambda_i^{v,t}(k)}$$
$$\exp(-\lambda_i^{v,t}(k) z^k) \Big\}^{\delta_{i,t}^{jl}(k)}$$
$$\cdot \prod_{j=1}^{J-1} \exp\left\{ -\frac{1}{2}(\boldsymbol{\beta}^j - \boldsymbol{\mu}^j)(\boldsymbol{\Sigma}^j)^{-1}(\boldsymbol{\beta}^j - \boldsymbol{\mu}^j)' \right\} \tag{14}$$

となる．ギブスサンプリング法は，事後確率密度関数$\psi(\boldsymbol{\beta}|\boldsymbol{\xi})$を直接求めることが難しい場合に，各パラメータの条件付き事後確率密度関数を用いて，反復的にパラメータ$\boldsymbol{\beta}$の標本を乱数発生させることにより，事後分布からのパラメータ標本を獲得する方法である[9),10]．

ここで再び，得られているデータを$\boldsymbol{\xi}$，未知パラメータを$\boldsymbol{\beta}$と表そう．また，$\boldsymbol{\beta}$から$\beta^{e,q}$を除いた未知パラメータベクトルを$\boldsymbol{\beta}^{-(e,q)}$と表そう．この時，式(14)より，

$\boldsymbol{\beta}^{-(e,q)}$を既知とした時の$\beta^{e,q}$の条件付き事後確率密度関数$\psi(\beta^{e,q}|\boldsymbol{\beta}^{-(e,q)},\boldsymbol{\xi})$は

$$\psi(\beta^{e,q}|\boldsymbol{\beta}^{-(e,q)},\boldsymbol{\xi}) \propto \prod_{j=1}^{e}\prod_{l=e}^{J}\prod_{i=1}^{I}\prod_{k=1}^{K}\prod_{t=0}^{\bar{T}}\Big\{(\beta^{e,q}x_q^{i,t}(k))^{\{\delta_{i,t}^{jl}(k)-\delta_{i,t}^{je}(k)\}} \cdot\sum_{v=j}^{l}\prod_{s=j,\neq v}^{l-1}\frac{1}{\lambda_i^{s,t}(k)-\lambda_i^{v,t}(k)}\exp(-\lambda_i^{v,t}(k)z^k)\Big\}^{\delta_{i.t}^{jl}(k)} \cdot\exp\Big\{-\frac{\rho_{qq}^e}{2}(\beta^{e,q}-\hat{\mu}_q^e)^2\Big\} \tag{15}$$

$$\hat{\mu}_e^q=\mu_e^q+\sum_{h=1,\neq q}^{Q}(\beta^{e,h}-\mu_h^e)\rho_{hq}^e$$

と表せる．ただし，$\delta_{i,t}^{je}(k)$は，舗装劣化パスk上の事前健全度jとギブスサンプリングにおける事前健全度eが一致した場合に1を，そうでない時に0となるダミー変数である．μ_q^eは事前期待値ベクトル$\boldsymbol{\mu}^e$の第q要素であり，ρ_{hq}^eは事前分散共分散行列$\boldsymbol{\Sigma}^{e-1}$の第$(h,q)$要素である．また，$\sum_{h=1,\neq q}^{Q}$は1から$Q$までの要素のうち$q$を除いた要素の総和を意味する．これらの条件付き確率密度関数から標本を発生させ，その標本を用いてパラメータ$\boldsymbol{\beta}$の事後分布に関する各種の統計量を計算することができる．ギブスサンプリングによる標本番号をn $(n=1,\cdots,\overline{n})$で表そう．そのアルゴリズムは以下のように整理できる．

step1 : 初期パラメータ値$\beta(0)=(\beta^{1,1}(0),\cdots,\beta^{J-1,Q}(0))$を与える．$n=1$とし，標本数$\overline{n}$を設定する．

step2 : $\boldsymbol{\beta}(n)=(\beta^{1,1}(n),\cdots,\beta^{J-1,Q}(n))$を次のように発生する．

$\psi(\beta^{1,1}|\boldsymbol{\beta}^{-(1,1)}(n-1),\boldsymbol{\xi})$から$\beta^{1,1}$を乱数発生する．

$\psi(\beta_{1,2}|\boldsymbol{\beta}^{-(1,2)}(n-1),\boldsymbol{\xi})$から$\beta^{1,2}$を乱数発生する．

…

$\psi(\beta_{e,q}|\boldsymbol{\beta}^{-(e,q)}(n-1),\boldsymbol{\xi})$から$\beta^{e,q}$を乱数発生する．

…

$\psi(\beta_{J-1,M}|\boldsymbol{\beta}^{-(J-1,M)}(n-1),\boldsymbol{\xi})$から$\beta^{J-1,Q}$を乱数発生する．

step 3 : 十分大きな$\underline{n}$に対して$n>\underline{n}$ならば$\boldsymbol{\beta}(n)$を記録．

step 4 : $n=\overline{n}$ならば計算終了．$n<\overline{n}$ならば$n=n+1$としてstep 2に戻る．

十分大きな$\underline{n}$に対して，ギブスサンプリングが定常過程に到達している場合，$\boldsymbol{\beta}(n)$ $(n=\underline{n}+1,\underline{n}+2,\cdots,\overline{n})$は，事後確率密度関数$\psi(\boldsymbol{\beta}|\boldsymbol{\xi})$からの標本と見なすことができる．ギブスサンプリングを行うためには$(J-1)\times Q$個の条件付き事後確率密度関数$\psi(\beta^{e,q}|\boldsymbol{\beta}^{-(e,q)},\boldsymbol{\xi})$ $(e=1,\cdots,J-1,q=1,\cdots,Q)$を求めることが必要となる．

(4) ベイズ統計量

パラメータ標本を$\boldsymbol{\beta}(n)$ $(n=1,\cdots,\overline{n})$と表そう．$\boldsymbol{\beta}(n)=(\boldsymbol{\beta}^1(n),\cdots,\boldsymbol{\beta}^{J-1}(n))$である．このうち，最初の$\underline{n}$個の標本は収束過程からの標本と考え，標本集合から除去する．その上で，パラメータの標本添字集合を$\mathcal{M}=\{\underline{n}+1,\cdots,\overline{n}\}$と定義する．なお，$\underline{n}$の設定に関してはGeweke検定によりサンプリング過程から定常状態に達しているか否かを検定することで決定できる[6),10)]．このとき，パラメータ$\boldsymbol{\beta}$の同時確率分布関数$G(\boldsymbol{\beta})$は

$$G(\boldsymbol{\beta})=\frac{\#\{\boldsymbol{\beta}(n)\leq\boldsymbol{\beta},n\in\mathcal{M}\}}{\overline{n}-\underline{n}} \tag{16}$$

と表すことができる．ただし，$\#\{\boldsymbol{\beta}(n)\leq\boldsymbol{\beta},n\in\mathcal{M}\}$は論理式$\boldsymbol{\beta}(n)\leq\boldsymbol{\beta},n\in\mathcal{M}$が成立するパラメータ標本の総数である．また，パラメータ$\boldsymbol{\beta}^j$の事後分布の期待値ベクトル，分散・共分散行列$\tilde{\boldsymbol{\Sigma}}^j(\boldsymbol{\beta}^j)$は，それぞれ

$$\tilde{\boldsymbol{\mu}}^j(\boldsymbol{\beta}^j)=(\tilde{\mu}(\beta^{j,1}),\cdots,\tilde{\mu}(\beta^{j,Q}))' =\Big(\sum_{n=\underline{n}+1}^{\overline{n}}\frac{\beta^{j,1}(n)}{\overline{n}-\underline{n}},\cdots,\sum_{n=\underline{n}+1}^{\overline{n}}\frac{\beta^{j,Q}(n)}{\overline{n}-\underline{n}}\Big)' \tag{17a}$$

$$\tilde{\boldsymbol{\Sigma}}^j(\boldsymbol{\beta}^j)=\begin{pmatrix}\tilde{\sigma}^2(\beta^{j,1}) & \cdots & \tilde{\sigma}(\beta^{j,1}\beta^{j,Q})\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ \tilde{\sigma}(\beta^{j,Q}\beta^{j,1}) & \cdots & \tilde{\sigma}^2(\beta^{j,Q})\end{pmatrix} \tag{17b}$$

と表される．ただし，次式が成立する．

$$\tilde{\sigma}^2(\beta^{j,q})=\sum_{n=\underline{n}+1}^{\overline{n}}\frac{\{\beta^{j,q}(n)-\tilde{\mu}(\beta^{j,q})\}^2}{\overline{n}-\underline{n}} \tag{18a}$$

$$\tilde{\sigma}(\beta^{j,q}\beta^{j,r}) =\sum_{n=\underline{n}+1}^{\overline{n}}\frac{\{\beta^{j,q}(n)-\tilde{\mu}(\beta^{j,q})\}\{\beta^{j,r}(n)-\tilde{\mu}(\beta^{j,r})\}}{\overline{n}-\underline{n}} \tag{18b}$$

5. ベイズ更新モデル (3次モデル)

(1) 混合地盤沈下モデルのベイズ更新

いま，空港供用後，時間が経過し，時点Tに到達したと考える．さらに，各平面メッシュの地盤沈下量と舗装健全度を継続的にモニタリングすることにより，メッシュiの地盤沈下量，舗装健全度に関するモニタリング情報$\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T}=\{\bar{y}_i^0,\cdots,\bar{y}_i^T\}$, $\bar{\boldsymbol{h}}_i^{0,T}=\{\bar{h}_i^0,\cdots,\bar{h}_i^T\}(i=1,\cdots,I)$が得られたと考える．さらに，全メッシュの時点$T$までの地盤沈下量，舗装健全度に関するモニタリング情報ベクトルを，それぞれ$\bar{\boldsymbol{y}}^{0,T}$, $\bar{\boldsymbol{h}}^{0,T}$と表す．これらのモニタリング情報を用いて，2次モデルをベイズ更新することにより，3次モデルを作成することができる．

ここで，重みベクトル$\boldsymbol{\omega}_i$を与件とし，確率誤差項のみが確率変数と考える．確率誤差項の分散の逆数ϕも与件とする．モニタリング結果$\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T}$が観測される尤度は，

$$\mathcal{L}(\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T}|\boldsymbol{\omega}_i,\phi_i) \propto\prod_{t=0}^{T}\phi_i^{1/2}\exp\left[-\frac{\phi_i}{2}\left\{\bar{y}_i^t-\sum_{k=1}^{K}\omega_i(k)f_i(t,k)\right\}^2\right] \tag{19}$$

と表される．つぎに，**4. (1)** と同様に，$\boldsymbol{\omega}_i$の事前確率密度関数が，ディリクレ分布，分散の逆数ϕ_iがガンマ分布

に従うと考える．この時，$\boldsymbol{\omega}_i, \phi_i\ (=\sigma_i^{-2})$ の事後分布は，

$$
\begin{aligned}
&\pi(\boldsymbol{\omega}_i, \phi_i | \bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T}) \\
&\quad \propto \mathcal{L}(\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T} | \boldsymbol{\omega}_i, \phi_i) D(\boldsymbol{\omega}_i | \boldsymbol{\alpha}^{(0)}) g(\phi_i | \beta^{(0)}, \gamma^{(0)}) \\
&\quad \propto \phi_i^{\beta^{(0)}+(T-1)/2} \exp\left[-\phi_i \left\{ \gamma^{(0)} + \frac{1}{2} \sum_{t=0}^{T} \left(\bar{y}_i^t - \right.\right.\right. \\
&\qquad \left.\left.\left. \sum_{k=1}^{K} \omega_i(k) f_i(t,k) \right)^2 \right\} \right] \prod_{k=1}^{K} \omega_i(k)^{\alpha_k^{(0)}-1} \qquad (20)
\end{aligned}
$$

となる．ここで**4．(3)** で言及したギブズサンプリングを用いて，再度パラメータ$\boldsymbol{\omega}_i$，ϕ_iの標本を事後確率密度関数から抽出することができる．なお，事前確率密度関数の分布形については，ディリクレ分布はベータ分布を多変量に拡張した分布であり，ガンマ分布とともに指数分布族であること，解析的な取り扱いが容易になること，負値を取らないために$\boldsymbol{\omega}_i$，ϕ_iの定義域と整合的である等，望ましい性質を有することを考慮して決定した．

(2) マルコフ劣化モデルのベイズ更新

2次モデルの推計に用いたデータ$\boldsymbol{\xi}$と時点Tまでのモニタリング情報$\bar{\boldsymbol{\xi}}^{0,T}$をプールしたデータセットを用いて，マルコフ劣化モデルをベイズ更新する．**4**．(**3**) で言及したように，2次モデルの推計には1次モデルで計算した地盤沈下パス，舗装劣化パスのデータを用いている．すなわち，それぞれのサンプルパスkに対して，舗装健全度データ $\{h_i^t(k) : t = 0, \cdots, \bar{T}\}$ と説明変数ベクトル $\boldsymbol{\xi}_i(k) = \{(z, \boldsymbol{x}_i^t(k)) : t = 0, \cdots, \bar{T}\}$ を定義し，これらのデータを用いて2次モデルを推計した．一方，空港供用後には，舗装健全度，地盤沈下量に関する実測値を得ることができる．これらのモニタリング情報を用いて，舗装健全度データ $\{\bar{h}_i^t : t = 0, \cdots, T\}$ と説明変数ベクトル $\bar{\boldsymbol{\xi}}_i = \{(\bar{z}, \bar{\boldsymbol{x}}_i^t(k)) : t = 0, \cdots, T\}$ を定義できる．ここに，記号「 ¯ 」は，実測値を用いて，データベースを作成していることを意味している．これらのデータをプールした新しいデータセット $(\bar{\boldsymbol{\xi}}^{0,T}, \boldsymbol{\xi})$ を定義する．その上で，新しい添え字rを用いて，データセットに含まれる健全度，説明変数ベクトルの組を $\{h_i^r, (z, \bar{\boldsymbol{x}}_i^r)\}\ (r = 1, \cdots, \bar{R})$ と再定義する．$\bar{R}$は，プール後のデータ数を表す．ベイズ更新を行った後の未知パラメータベクトルの事後密度関数$\psi(\boldsymbol{\beta} | \bar{\boldsymbol{\xi}}^{0,T}, \boldsymbol{\xi})$ は

$$
\psi(\boldsymbol{\beta} | \bar{\boldsymbol{\xi}}^{0,T}, \boldsymbol{\xi}) \propto \mathcal{L}(\bar{\boldsymbol{\xi}}^{0,T}, \boldsymbol{\xi} | \boldsymbol{\beta}) \prod_{j=1}^{J-1} g(\boldsymbol{\beta}^j | \boldsymbol{\mu}^j, \boldsymbol{\Sigma}^j) \qquad (21)
$$

と表すことができる．ここに，$\mathcal{L}(\bar{\boldsymbol{\xi}}^{0,T}, \boldsymbol{\xi} | \boldsymbol{\beta})$ は，1次モデルの計算結果と時点Tまでのモニタリング情報の双方をプールしたデータセットを用いて定義される尤度関数である．一方，$g(\boldsymbol{\beta}^j | \boldsymbol{\mu}^j, \boldsymbol{\Sigma}^j)$ は，それぞれ設計段階のベイズ推計時に用いた$\boldsymbol{\beta}^j$の事前分布である．したがって，ベイズ更新後の事後分布は

$$
\psi(\boldsymbol{\beta} | \bar{\boldsymbol{\xi}}^{0,T}, \boldsymbol{\xi}) \propto \prod_{j=1}^{J-1} \prod_{l=j}^{J} \prod_{i=1}^{I} \left[\prod_{r=1}^{\bar{R}} \right.
$$

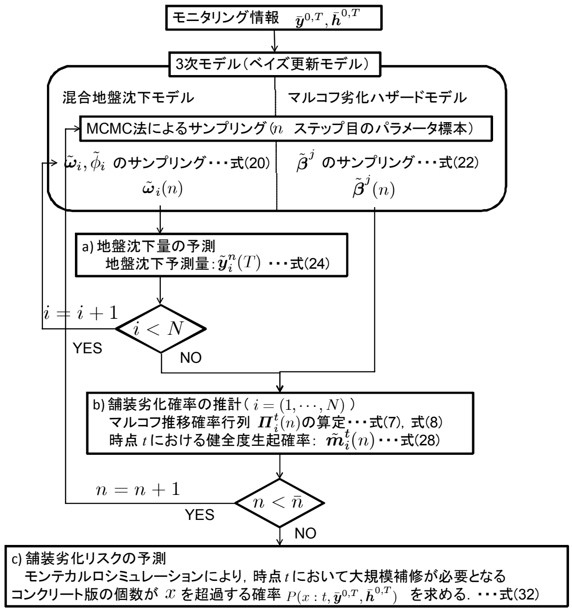

図-3 ベイズ予測の手順

$$
\left. \left\{ \sum_{v=j}^{l} \prod_{s=j, \neq v}^{l-1} \frac{\tilde{\lambda}_i^s(r)}{\tilde{\lambda}_i^s(r) - \tilde{\lambda}_i^v(r)} \exp(-\tilde{\lambda}_i^v(r) z) \right\}^{\delta_i^{jl}(r)} \right]
$$

$$
\cdot \prod_{j=1}^{J-1} \exp\left\{ -\frac{1}{2} (\boldsymbol{\beta}^j - \boldsymbol{\mu}^j)(\boldsymbol{\Sigma}^j)^{-1}(\boldsymbol{\beta}^j - \boldsymbol{\mu}^j)' \right\} \quad (22)
$$

となる．ただし，$\tilde{\lambda}_i^s(r)$ はモニタリング情報を用いてベイズ更新されたハザード率，$\delta_i^{jl}(r)$ は隣接する2つの時点の健全度データに対して $h_i^r = j, h_i^{r+1} = l$のときに1，そうでないときに0となるダミー変数である．マルコフ劣化モデルに関しても**4**．(**3**) で述べた方法を用いて，パラメータ$\boldsymbol{\omega}_i$，ϕ_iの標本を事後確率密度関数から抽出する．MCMC法により抽出したパラメータ標本を $\tilde{\boldsymbol{\beta}}(n)\ (i = 1, \cdots, I; n = \underline{n}, \cdots, \overline{n})$ と表す．

(3) 舗装劣化に関するベイズ予測

いま，空港供用時点から，現在時点までのモニタリング情報$\bar{\boldsymbol{y}}^{0,T}$，$\bar{\boldsymbol{h}}^{0,T}$を用いて，時点$T$以降の各時点におけるコンクリート版の健全度分布をベイズ予測する問題を考える．さらに，MCMC法によって求めた地盤沈下モデルのパラメータ標本を$\tilde{\boldsymbol{\omega}}^i(n)$，舗装劣化モデルのパラメータ標本を$\tilde{\boldsymbol{\beta}}^j(n)$ と表そう．ただし，n はMCMC法によるステップ番号を表し，$n = \underline{n} + 1, \cdots, \overline{n}$のパラメータ標本をベイズ予測に用いる．ベイズ予測は，**図-3** に示すように，2次モデルのベイズ更新と並行して行われる．いま，2次モデルのベイズ更新が行われ，n ステップ目のパラメータ標本$\tilde{\boldsymbol{\omega}}^i(n)$，$\tilde{\boldsymbol{\beta}}^j(n)$ が得られた場合を考える．ベイズ予測は以下の手順で実施される．

a) 地盤沈下量の予測

時点T以降の地盤沈下予測を試みる．本ステップでは，時点Tにおける混合地盤モデルのベイズ更新により作成したパラメータ標本$\tilde{\boldsymbol{\omega}}_i(n)$ を用いて，メッ

シュi $(i=1,\cdots,I)$の地盤沈下量予測量$\tilde{\boldsymbol{y}}_i(T,n)=\{\tilde{y}_i^{T+1,n},\cdots,\tilde{y}_i^{\bar{T},n}\}$を出力する．ただし，$\tilde{y}_i^{t,n}$は，重み標本$\tilde{\boldsymbol{\omega}}_i(n)$を用いて時点$t\ (>T)$の平面メッシュ$i$の地盤沈下量を予測した結果である．時点$T$の地盤沈下量の実測値$\bar{y}_i^T$と重み標本$\tilde{\omega}_i^n(k)$を与件とすれば，時点$T$における混合地盤沈下モデルの予測残差$\xi_i^T(n)$は

$$\xi_i^{T,n}=\bar{y}_i^T-\sum_{k=1}^{K}\tilde{\omega}_i^n(k)f_i(T,k) \tag{23}$$

と表される．重み標本$\tilde{\boldsymbol{\omega}}_i^n$を与件とすれば，時点$T$以降の時点$t\ (>T)$における予測値$\tilde{y}_i^t(T)$は，次式で示す混合地盤沈下モデルで表される．

$$\tilde{y}_i^{t,n}(T)=\sum_{k=1}^{K}\tilde{\omega}_i^n(k)f_i(t,k)+\xi_i^n \tag{24}$$

以上の手順を経て，地盤沈下量予測量$\tilde{\boldsymbol{y}}_i^n(T)$を得る．この時，時点$T$において地盤沈下量$\bar{y}_i^T$を観測した場合に，それ以降の時点$t\ (t>T)$における地盤沈下量$\tilde{y}_i^t(T)$に関する確率分布関数$H_i(\tilde{y}_i|t,\bar{y}_i^T)$は次式で表される．

$$H_i(\tilde{y}_i|t,\bar{y}_i^T)=\frac{\#\{\tilde{y}_i^{t,n}(T)\leq\tilde{y},n\in\mathcal{M}\}}{\overline{n}-\underline{n}} \tag{25}$$

b) 舗装劣化確率の推計

以上で求めた地盤沈下量予測量$\tilde{\boldsymbol{y}}_i^n(T)$と，マルコフ劣化モデルのパラメータ標本ベクトル$\tilde{\boldsymbol{\beta}}^j(n)$を用いて，舗装劣化パスを発生する．パラメータ標本ベクトル$\tilde{\boldsymbol{\beta}}^j(n)$を与件とすれば，指数ハザードモデルは

$$\tilde{\lambda}_i^{j,t}(n)=\tilde{\boldsymbol{x}}_i^t(n)\tilde{\boldsymbol{\beta}}^j(n) \tag{26}$$

と表される．ただし，$\tilde{\boldsymbol{x}}_i^t(n)$は，時点$t$における地盤沈下量予測量$\tilde{\boldsymbol{y}}_i^n(T)$を用いて定義された説明変数ベクトルである．地盤沈下が継続すれば，説明変数の値は時間とともに変化する．指数ハザードモデル$\tilde{\lambda}_i^{j,t}(n)$が求まれば，マルコフ劣化モデル(8)を用いて，期間$[t,t+1)$中に生起する舗装劣化過程をマルコフ推移行列$\boldsymbol{\Pi}^t(n)$で定義できる．ここでは，パラメータ標本nに依存していることを明示的に表すため添え字nが用いられている．いま，任意の時点$t\geq T$における，メッシュiの健全度jの生起確率を$\tilde{m}_i^{j,t}(n)$と表す．ただし，$\sum_{j=1}^{J}\tilde{m}_i^{j,t}(n)=1$が成立する．現在時点$T$において，着目しているメッシュ$i$の健全度が$j$であれば，時点$T$における生起確率は，

$$\bar{\boldsymbol{m}}_i^{j,T}(n)=(0,\cdots,1,\cdots,0) \tag{27}$$

と表される．上式では，第j番目の要素のみが1となっている．この時，将来時点tにおける健全度生起確率$\tilde{\boldsymbol{m}}_i^t(n)=\{\tilde{m}_i^{1,t}(n),\cdots,\tilde{m}_i^{J,t}(n)\}$は，マルコフ推移確率行列$\tilde{\boldsymbol{\Pi}}_i$を用いて，次式で表される．

$$\tilde{\boldsymbol{m}}_i^t(n)=\bar{\boldsymbol{m}}_i^T(n)\boldsymbol{\Pi}_i^T(n)\cdots\boldsymbol{\Pi}_i^{t-1}(n) \tag{28}$$

各平面メッシュの現時点以降における健全度生起確率の流列$\{\tilde{\boldsymbol{m}}_i^T(n),\tilde{\boldsymbol{m}}_i^{T+1}(n),\cdots,\tilde{\boldsymbol{m}}_i^{\bar{T}}(n)\}$が得られる．

c) 舗装劣化リスクの予測

空港舗装マネジメントの観点からは，個々の舗装版ごとの劣化過程を予測するだけでなく，将来時点において発生するライフサイクル費用リスクを評価することが重要である．このためには，将来時点$t\geq T$において，合計I個の平面メッシュの中で，あらかじめ設定した管理水準を達成できない平面メッシュの個数分布を求めることが必要となる．その結果，各メッシュの時点tにおける健全度分布$\tilde{\boldsymbol{m}}_i^t(n)$を求めることができる．

いま，管理水準をj^*と表す．さらに，地盤沈下サンプルnにおいて，時点tにメッシュiの健全度が管理水準を満足しない確率（以下，非達成確率と呼ぶ）は

$$q_i^t(n)=\sum_{j=j^*}^{J}m_i^{j,t}(n) \tag{29}$$

と表せる．平面メッシュ全体にわたる非達成確率ベクトルを$\boldsymbol{q}^t(n)=(q_1^t(n),\cdots,q_I^t(n))$と表そう．いま，メッシュ$i$において，1）管理水準を満足する，2）管理水準を満足しない，という状態変数を定義し，それぞれの状態が確率$1-q_i^t(n)$，$q_i^t(n)$で生起すると考える．さらに，各メッシュから，ランダムに1つずつサンプルを取り出すような試行をM回繰り返す．第m $(m=1,\cdots,M)$回目の試行におけるメッシュiのサンプルの状態変数を

$$\iota_i^{t,m}(n)=\begin{cases}0 & \text{管理水準を満足するとき}\\ 1 & \text{管理水準を満足しないとき}\end{cases} \tag{30}$$

と表す．この時，時点tにおいて，I個のメッシュの中で管理水準を満足しないメッシュの個数がxとなる確率$\mathrm{Prob}^n(x:t,\bar{\boldsymbol{y}}^{0,T},\bar{\boldsymbol{h}}^{0,T})$は，

$$\mathrm{Prob}^n(x:t,\bar{\boldsymbol{y}}^{0,T},\bar{\boldsymbol{h}}^{0,T})=\frac{\#\{m|\sum_{i=1}^{M}\iota_i^{t,m}(n)=x\}}{M} \tag{31}$$

と表せる．記号$\#\{\cdot\}$は，集合$\{\cdot\}$に含まれる要素数を表す．任意のx $(x=0,1,2,\cdots)$に対して，式(31)を用いて確率$\mathrm{Prob}^n(x:t,\bar{\boldsymbol{y}}^{0,T},\bar{\boldsymbol{h}}^{0,T})$を求めることにより，将来時点$t>T$において大規模補修が必要となるコンクリート舗装版数xの確率分布を求めることができる．ただし，このように求めた確率分布は，地盤沈下パスnに対して定義されている．そこで，時点Tを起点とする地盤沈下パスのそれぞれに対して，確率$\mathrm{Prob}^n(x:t,\bar{\boldsymbol{y}}^{0,T},\bar{\boldsymbol{h}}^{0,T})$を求め，それらを平均化したような確率分布（以下，大規模補修個数分布と呼ぶ）を求める．将来時点$t>T$において，大規模補修が必要となるコンクリート版の個数がxとなる確率$P(x:t,\bar{\boldsymbol{y}}^{0,T},\bar{\boldsymbol{h}}^{0,T})$は

$$P(x:t,\bar{\boldsymbol{y}}^{0,T},\bar{\boldsymbol{h}}^{0,T})=\frac{\sum_{n=\underline{n}+1}^{\overline{n}}\mathrm{Prob}^n(x:t,\bar{\boldsymbol{y}}^{0,T},\bar{\boldsymbol{h}}^{0,T})}{\overline{n}-\underline{n}} \tag{32}$$

と表すことができる．

6. 適用事例

(1) 適用事例の概要

本研究では，臨海部空港であるH空港を適用事例としてとりあげる．同空港では，近距離国際旅客便の就航と深夜早朝時間帯を利用した国際貨物便就航を目的とし，

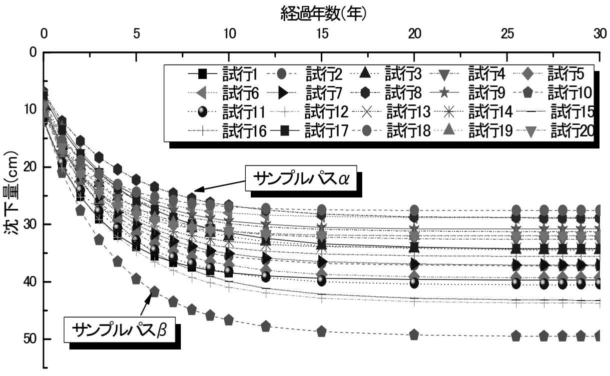

図-4 地盤沈下パス（$i = 73$）

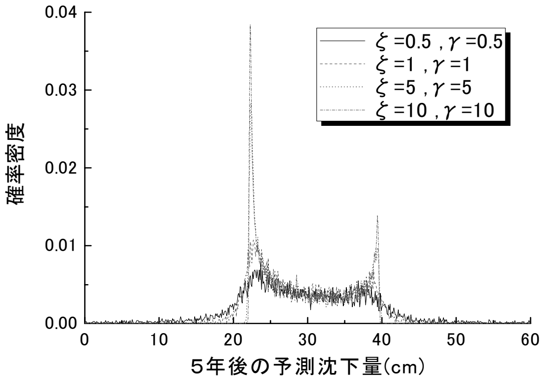

図-5 5年後の予測沈下量の分布

エプロンを含む基本施設の他，空港保安施設，付帯施設，構内道路・駐車場および緑地の設計，施工から維持管理までを対象としたPFI事業を実施している．中でも，エプロン部は，航空機が駐機するエリアであり，高い耐流動性および耐油性が求められることからコンクリート舗装が適用されている．同エプロンは，軟弱地盤上に位置しており，地盤の不同沈下によるコンクリート舗装の疲労劣化が問題となる．劣化予測においては，30年を目標計画期間とする．エプロン部に位置する825m×400mの範囲をとりあげ，一辺が25.5m×25.5mの合計528個の平面メッシュに分割した．

(2) 2次モデルの作成

まず，1次モデルで各メッシュごとに20本の地盤沈下パス（**図-4**参照）を発生し，混合地盤沈下モデルを推計した．1次モデルで求めたパスは，互いに強い相関関係にある．そこで，多重共線性を避けるため，20本の地盤沈下パスの中で予測沈下量の上限値と下限値を規定する2本のパスを用いた．**図-4**に示すように，地盤沈下パスの中で，もっとも上方に位置するサンプルパスをパスα，下方に位置するサンプルパスをパスβと呼ぶ．すべての平面メッシュに対して，2つの地盤沈下パスを採用する

表-1　5段階レーティング評価基準

健全度	区分	ひび割れ度(cm/m^2)
1	A	1.1未満
2	B1	1.1～4.4
3	B2	4.4～7.8
4	B3	7.8～11.1
5	C	11.1以上

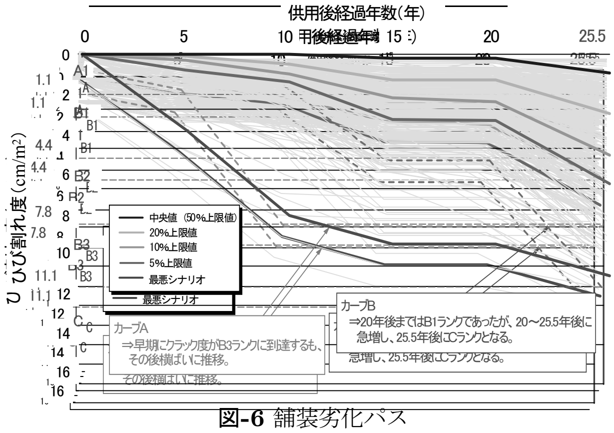

図-6 舗装劣化パス

ことにより，混合地盤沈下モデルは

$$\hat{y}_i^t = \sum_{k=1}^{2} \omega_i(k) f_i(t,k) + \varepsilon_i \tag{33}$$

と特定化できる．**図-5**は，平面メッシュ$i = 73$をとりあげ，5年後の地盤沈下量を予測した結果である．**図-5**に示すように，式(4)の分散パラメータ$\phi_i = \sigma_i^2$が従うガンマ分布の定数パラメータζ, γの値を増大させると，予測沈下量はより狭い範囲に分布する．一方，ζ, γの値を減少させると，予測沈下量はより広い範囲に分布する．

つぎに，1次モデルで得られた舗装劣化パス（**図-6**参照）を用いてマルコフ劣化モデルを推計した．その際，舗装の離散的な劣化状態を，ひび割れ密度に基づく5段階の健全度で評価した（**表-1**）．また，説明変数として航空機交通量，地盤沈下量，舗装地盤の曲率，コンクリートの曲げ強度，版厚などが考えられる．このうち，曲げ強度，版厚に関しては，すべての平面メッシュで共通した値をとる．そこで，本適用事例では，説明変数として航空機交通量，地盤沈下量，舗装地盤の曲率という3つの説明変数を採用することとした．1次モデルで得られた計算結果を用いて，ギブスサンプリング法により指数ハザードモデルをベイズ推計した．その際，ギブスサンプリング過程が定常状態に到達することを保証するために$\underline{n} = 3,000$に設定し，残りの10,000 個のパラメータ標本を用いてパラメータ推計を試みた．さらに，上記の3つの説明変数を組み合わせた計算ケースを想定し，多段階指数ハザードモデルのパラメータ値を推計した．パラメータ推計値の符号条件を検討した結果，最終的に航空機交通量，曲率という2つの説明変数が選択された．すなわち，本適用事例で採用した指数ハザード関数は，

$$\lambda_i^{j,t}(k) = \exp\left\{\beta^{j,1} + \beta^{j,2} x_i^{t,2} + \beta^{j,3} x_i^{t,3}(k)\right\} \tag{34}$$

表-2 2次モデルの推計結果

健全度 j	定数項 $\beta^{j,1}$	交通量 $\beta^{j,2}$	曲率 $\beta^{j,3}$
1	-2.811	0.7355	6.527
	(1.208)	(1.337)	(0.1604)
2	-2.317	0.1038	3.715
	(0.7316)	(0.7013)	(0.3895)
3	-1.481	−	0.9778
	(0.1189)	−	(0.7398)
4	-1.721	−	−
	(0.8841)	−	−

注）括弧内はGeweke検定統計量を表す．また，交通量は時点t=30における交通量を，曲率は当該サンプルにおける曲率の最大値を1として基準化している．

表-3　時点t=0におけるマルコフ推移確率の検討結果

健全度	1	2	3	4	5
1	0.9878	0.0121	0.0001	0.0000	0.0000
2	0	0.9804	0.0192	0.0004	0.0000
3	0	0	0.9555	0.0437	0.0008
4	0	0	0	0.9649	0.0351
5	0	0	0	0	1

と表される．ここに，$x_i^{t,2}, x_i^{t,3}(k)$は，平面メッシュiの期間tにおける航空機交通量，不同沈下により発生する曲率を表している．以下，$\boldsymbol{\beta}^j = (\beta^{j,1}, \beta^{j,2}, \beta^{j,3})$と表記する．**表-2**には，マルコフ劣化ハザードモデルをベイズ推計した結果（パラメータの標本平均）とサンプリングの定常性を検定するGeweke検定統計量[10]を示す．Geweke検定統計量はいずれも1.96を下回っており，有意水準5%で収束仮説を棄却できない．また，**表-3**に，多段階指数ハザードモデルを用いて推計した，メッシュ$(i = 73)$のマルコフ推移確率を示している．

地盤沈下過程が異なれば，各期における舗装版の曲率が異なり，それと対応して舗装の劣化過程も時間の経過に伴って変化していく．供用開始時点$t = 0$において，各メッシュの健全度は全て1であり，生起確率の初期値は，

$$\boldsymbol{m}_i^0 = (1, 0, 0, 0, 0) \tag{35}$$

となる．このとき，任意の時点tにおける健全度生起確率$\boldsymbol{m}_i^t = (m_i^{1,t}, \cdots, m_i^{J,t})$は，式(28)において$T = 0$に設定することにより評価できる．**図-7**には，以上の方法を用いて，平面メッシュ$i = 73$の健全度生起確率の経年的な変化パターンを予測した結果を表している．

(3) ベイズ更新モデル（3次モデル）

まず，供用開始後，5年間のモニタリング情報に基づいて，混合地盤沈下モデルをベイズ更新する問題をとりあげる．ただし，現時点で空港施設は供用されていないため，ここでは仮想的にモニタリング情報を設定する．**図-8**には，528個の平面メッシュの中から，事例として選択したメッシュ$(i = 73)$をとりあげ，1次モデルで作成したサンプルパス，2次モデルで求めた期待値パスを示している．また，当該平面メッシュにおいて，空港供用後5年間にわたる地盤沈下過程を，仮想的に図中の●印で示すように与える．当該メッシュにおいては，仮想モニタリング情報で示した地盤沈下過程は，期待サンプルパスよりも下方に位置しており，地盤沈下速度が期待値パスよりも大きい状況を想定している．空港供用後5年後を現在時点と考え，5年間のモニタリング情報を用いて3次モデルをベイズ推計した結果を**表-4**に示す．同表には，混合地盤沈下モデルの重み$\omega_{73}(1)$，$\omega_{73}(2)$と分散パラメータϕ_{73}の期待値，95%信頼区間，およびGeweke検定統計量[10]のベイズ更新結果を示している．推計結果より，重みの合計は1となっており，制約条件式(2)を満足している．また，重み$\omega_{73}(1)$の期待値が大きくなっているが，これは仮想モニタリング情報が期待値パスより下方に位置しているためであり，必然的な結果といえる．つぎに，5年度にベイズ更新された混合地盤沈下モデルを用いて，6年度以降の地盤沈下パスを予測した結果を**図-8**に示す．前述したように，実績パスとして，期待値パスよりも沈下速度が大きいパスを仮想的に設定している．したがって，経過年数30年の時点での予測沈下量の期待値が38.11cmとなり，期待値パスの35.75cmよりも大きくなっている．供用後30年度における95%信頼区間の下限は37.99cm，上限は38.22cmであり，ベイズ更新の結果，混合地盤沈下モデルの推計精度が向上し，より正確な地盤沈下リスクの管理が可能になる．

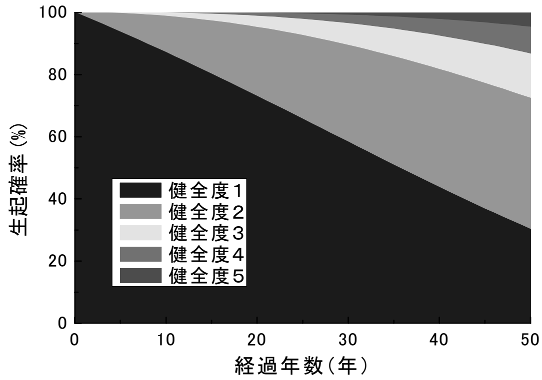

図-7 健全度生起確率の経年変化

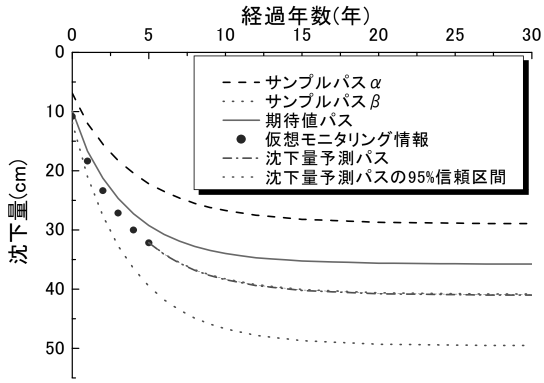

図-8 地盤沈下量のモニタリング情報

表-4 混合地盤沈下モデルの推計結果

パラメータ	期待値	95%信頼区間		Geweke検定統計量
$\omega_{73}(1)$	0.385	0.359	0.411	-1.59E-02
$\omega_{73}(2)$	0.615	0.589	0.641	1.59E-02
ϕ_{73}	6.83	1.83	15.07	-3.51E-02

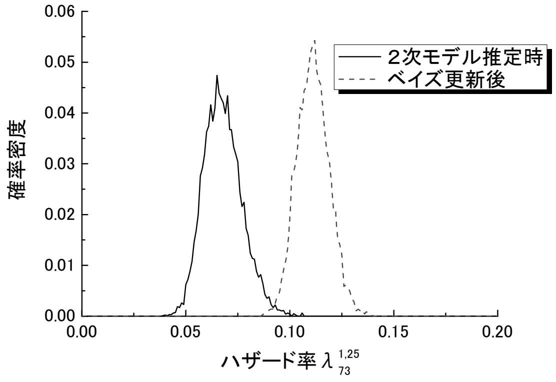

図-9 ハザード率$\lambda_{73}^{1,25}$の分布

つぎに，マルコフ劣化モデルのベイズ更新を試みる．供用開始後，5年間にわたって地盤沈下過程とコンクリート舗装の劣化過程に関するモニタリング情報が得られたと仮定する．現時点では，コンクリート舗装の劣化過程に関するモニタリング情報が存在しないため，仮想的なモニタリング情報を以下の方法で作成した．すなわち，地盤沈下過程に関しては，**図-8**の●印に示すように，全メッシュにわたって地盤沈下量が期待値パスに対して一律に大きくなるようなサンプルパスを想定する．その上で，地盤沈下サンプルパスを入力情報として，コンクリート舗装のハザード率$\lambda_i^{j,t}$を算定した．この時，コンクリート舗装の劣化過程は，式(28)を用いて記述される．その上で，式(28)に従う確率過程の中からサンプルパスを発生した．以上のように作成したモニタリング情報を追加情報として，式(22)に基づいてマルコフ劣化モデルのベイズ更新を試みた．ベイズ更新の時点が$t=5$であるため，この時点ではコンクリート舗装の劣化がそれほど進展していない．そのため，舗装健全度1のハザード率を除いてほとんど更新されていない．**図-9**は，以上のようにベイズ更新した多段階指数ハザードモデルを用いて，メッシュ$(i=73)$の時点$t=25$におけるハザード率$\lambda_{73}^{1,25}$を予測した結果を示している．ベイズ更新を行うことにより，ハザード率の分散が小さくなり，予測精度が向上している．地盤沈下過程が当初の期待値パスより早く進行しているため，ハザード率の分布が当初の分布より大きくなる方向へ修正されている．最後に，ベイズ更新後，時点$t=25$において大規模補修が必要となる舗装版の枚数の確率分布を，式(32)を用いて導出した結果を**図-10**に示す．同図には，設計段階で予測した確率分布と，5年間のモニタリング情報を用いてベイ

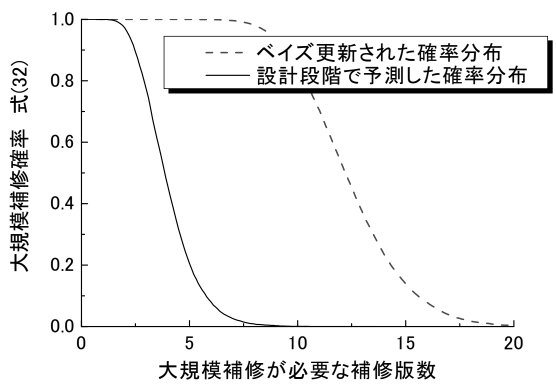

図-10 舗装劣化リスク予測リスク

ズ更新された確率分布が併記されている．地盤沈下過程が設計時に予測した期待値パスより早く進行するシナリオを想定しているため，大規模補修が必要となる補修版数は設計時の予測結果よりも増加する方向に補正されている．軟弱地盤上の空港施設の場合，地盤沈下過程に不確実性が介在するために，地盤沈下過程の実績がコンクリート舗装の劣化過程に多大な影響を及ぼす可能性がある．このため，地盤沈下過程，コンクリート版の劣化過程に関するモニタリング情報に基づいて，コンクリート舗装の劣化過程の予測結果を逐次更新し，より精緻なリスク評価を行うことが必要であることが理解できる．

7. おわりに

空港コンクリート舗装のアセットマネジメントでは，1）劣化過程に多大な不確実性が介在する，2）劣化過程に関するデータの蓄積が十分ではない，という特徴がある．本研究では，これらの課題に対応するために，地盤沈下と舗装劣化を表現した力学的劣化モデル（1次モデル）と統計的劣化モデル（2次），さらには統計的劣化モデルの更新（3次）という3つのモデルをベイズ統計学の枠組みの中で合成したハイブリッド劣化モデルを提案した．さらに，現実の空港舗装マネジメントを対象とした適用事例を用いて，提案した方法論の有効性を実証的に検討した．提案した方法論は，十分な実用性を有するものと考えるが，今後にいくつかの課題が残されている．第1に，本研究の適用事例では，モニタリング情報を人工的に作成することによりベイズ更新を試みた．今後，継続的なモニタリング情報を蓄積し，ハイブリッド劣化モデルのベイズ更新の有効性を検証することが必要である．第2に，開発したハイブリッド劣化モデルを用いて，最適補修戦略を求めるための計画モデルを開発することが必要である．特に，PFI事業により空港コンクリート舗装マネジメントを実施する場合，事業権契約に盛り込まれた性能規定を満足することが必要である．

そのためには，ライフサイクル費用リスクを評価するとともに，地盤沈下モデル，舗装劣化モデルのベイズ更新過程を導入したマルコフ決定過程に関する研究が必要となる．第3に，地盤沈下過程が1次モデルの予測結果と大幅に乖離し，混合地盤沈下モデルの予測精度が著しく低下する場合，1次元圧密モデルの妥当性を検討することが必要となる．PFI事業権契約において，発注者が地盤リスクを負担すべき場合，1次モデルの修正が必要となった段階でPFI事業権契約の設計変更が必要となる．この場合，新しい1次モデルの作成とハイブリッド劣化モデルの再構築が必要となる．最後に，本研究で提案したベイズ更新モデルは，モニタリング情報に基づいて設計段階における予測結果をベイズ更新するための方法論を提案したものである．このようなベイズ更新モデルは，空港舗装マネジメント問題以外の幅広い問題に対しても適用可能である．今後，ベイズ更新モデルの有効性を空港舗装以外の土木施設でも検証することが必要である．

なお，本研究の一部は文部科学省「若手研究者の自立的研究環境整備促進」事業によって大阪大学グローバル若手研究者フロンティア研究拠点にて実施された．また，本研究の一部は (財) 港湾空港建設技術サービスセンターの平成20年度研究開発助成を受けた．

参考文献

1) 小林潔司:分権的ライフサイクル費用評価と集計的効率性，土木学会論文集，No.793/IV-68，pp.59-71，2005.
2) Jie Yuan, J. and Mooney, M.A.: Development of Adaptive Performance Models for the Oklahoma Airfield Pavement Management System, *Transportation Research Record, TRB 2003*, Vol.1853, pp.44-54, 2003.
3) Federal Aviation Administration: *Pavement Management System, Advisory Circular*, AC No.150/5380-7, 1988.
4) 津田尚胤，貝戸清之，青木一也，小林潔司 : 橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定，土木学会論文集，No.801/I-73，pp.68-82, 2005.
5) 下村泰造, 西澤辰男, 吉永清人，福岡知久 : 疲労度設計法を用いた空港コンクリート舗装の維持管理手法の検討，舗装工学論文集，土木学会，Vol.12，pp.211-218，2007.
6) 下村泰造，小濱健吾，貝戸清之，小林潔司 : 空港舗装のアセットマネジメントのためのハイブリッド型地盤沈下モデル，土木学会論文集 F，Vol.64, No.4, pp.463-482, 2008.
7) 貝戸清之，小林潔司 : マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定，土木学会論文集 A，Vol.63, No.2. pp.336-355，2007.
8) Ibrahim，J.G.，Ming-Hui，C. and Sinha，D.: *Bayesian Survival Analysis*, Springer Series in Statics, 2001.
9) 伊庭幸人 他 : 計算統計学のフロンティア 12 －計算統計 II，マルコフ連鎖モンテカルロ法とその周辺，岩波書店，2005.
10) 和合肇 : ベイズ計量経済分析，マルコフ連鎖モンテカルロ法とその応用，東洋経済新報社，2005.

空港コンクリート舗装のハイブリッド劣化モデル*

下村泰造**，小林潔司***，貝戸清之****，小濱健吾*****

空港コンクリート舗装のアセットマネジメントでは，1）劣化過程に関するデータの蓄積が十分ではない，2）劣化過程に多大な不確実性が介在する，という特性がある．そこで，本研究では，力学的モデルと統計的劣化モデルをベイズ統計学の枠組みの中で合成したハイブリッド劣化モデルを提案する．具体的には，力学的劣化モデルを用いて，不確実性下における空港コンクリート舗装の劣化過程のサンプルパスを発生する．コンクリート舗装の劣化過程に関するサンプルパス情報を用いて統計的劣化モデルを作成する．その上で，地盤沈下量，コンクリート舗装の劣化に関する継続的モニタリング情報を用いて，ハイブリッド劣化モデルをベイズ更新する方法論を提案する．

A Hybrid Deterioration Model of Airport Concrete Pavement*

By Taizo SHIMOMURA**, Kiyoshi KOBAYASHI***, Kiyoyuki KAITO**** and Kengo OBAMA*****

The crack progression processes of concrete pavements of airports are characterized by a lot of uncertainty. There lacks the relevant information on the pavement deterioration processes, which becomes the obstacles against the establishment of the efficient asset management systems. In this paper, the statistical models of the pavement deterioration are estimated based upon the sample paths generated by the mechanical models. The paper presents a methodology to revise iteratively the statistical models based upon the newly obtained monitoring data through the Bayesian rules. The applicability of the methodology presented in this paper is examined against the real world data concerning the airport facilities.