

リンクの流入・流出交通量を内生化した時間帯別交通均衡配分に関する基礎的研究*

A Semi-dynamic Traffic Equilibrium Assignment Model with Link Arrival and Departure Rates*

菊地志郎**・赤松隆***

By Shirou KIKUCHI **・Takashi AKAMATSU ***

1. はじめに

道路網の計画や種々の TDM 施策の検討のためにはピーク時における交通流の予測が不可欠である。多くの場合、ピーク時は渋滞状態になっているため、渋滞状態を記述できるモデルが必要となる。しかし、従来から利用されてきた静的配分では渋滞状態を表現することは困難である。これは、渋滞したリンクにおけるリンク所要時間がリンク内の車両の存在台数に大きく依存しているためである。つまり、渋滞現象は過去の履歴に依存しているため、フロー変数だけでは適切に表現できないということによる。

この問題に対し、待ち行列の変化を連続時間の枠組みで表現できるさまざまな動的配分モデル^{1) - 2)}が提案されている。しかし、動的配分で必要なインプットデータは時々刻々の OD 交通量であり、このデータは実際には入手困難である。さらに、動的配分は理論的なベンチマークを目指したものであり、これを実用的に用いることには難点がある。

これら静的／動的配分の 2 つのアプローチに対して、静的配分のバイアスを軽減しつつ、実用性を有したアプローチとして時間帯別均衡配分がある。これは時間帯ごとの混雑の変化を考慮したものでありながら、必要となるインプットデータは時間帯ごとの OD 交通量である。したがって、データも入手可能であるといえる。

従来の時間帯別配分についての研究^{3) - 5)}は、各時間帯で通過しきれない残留 OD 交通量を明示的に考慮し、渋滞の時間的進展を近似したものである。これは残留交通量が次の時間帯に影響を与えるという点で動的であり、時間帯内では静的なモデルとなっている。しかし、この配分には渋滞状態に対応したリンクコスト関数が設定されておらず、渋滞状態の表現に疑問が残る。

この問題点に関して、藤田ら⁶⁾はリンクでの渋滞遅れを導入している。しかし、待ち行列台数が明示的な未知変数とされていないため、渋滞状態の進展の表現には依然として疑問が残る。一方、赤松ら⁷⁾は待ち行列の進展を表現するために、時間帯間でリンクの状態方程式を導入している。ただし、このモデルは実ネットワークでの計算可能性を重視しているため、リンク間のフローの整合性に問題を残している（経路交通量レベルでしかフロー保存則を考慮していない）。

そこで本研究では、以下の4つの特性を持った時間帯別配分モデルの開発を目的とする；①渋滞状態が適切に表現可能、②リンク間でのフローが整合的、③データが入手可能、かつ、④効率的アルゴリズムが開発可能。また、構築したモデルの数理構造を解析し、一般形の非線形相補性問題(NCP: Nonlinear Complementarity Problem)として表現できることを示す。さらに、動的利用者最適(DUO)配分、動的利用者均衡(DUE)配分との関係性を明らかにする。

本稿の構成は以下の通りである。まず、第2章では終点が単一のsingle-commodityネットワークの場合について、第3章では起点および終点が複数のmulti-commodityネットワークの場合について、それぞれ定式化を行う。ここで、multi-commodityの場合は、single-commodityの場合に加えてFIFO条件を考慮する必要があるため注意が必要である。このために、multi-commodityの場合にはsingle-commodityの場合に比べモデル構造がより複雑なものとなる。また、ここでは、構築したモデルを効率的アルゴリズムが開発可能なNCPの枠組みで統一的に記述する。次に、第4章では、全リンクが渋滞状態にある特殊な場合を考えることにより、本モデルの従来モデルとの対応関係を明らかにする。そして、第5章では、静的配分との対応関係を示す簡単な数値計算例を挙げ、第4章での議論の裏付けを行う。最後に、第6章ではまとめと今後の課題について述べる。

2. Single-commodityの場合の定式化

(1) モデルの状況設定

道路網はノード集合 N とそれらを結ぶ有向リンク集

*キーワード：ネットワーク交通流、交通網計画、
時間帯別配分

**学生員、東北大学大学院 情報科学研究科
(〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉06
TEL:022-795-7507, FAX:022-795-7505)

***正会員、工博、東北大学大学院 情報科学研究科

合 L からなるネットワークによって表現されるものとする。各ノードは整数の連番によって区別され、各リンクは、ノード i からノード j へ向かっている場合 (i, j) と表される。

本研究では時間の流れをある一定の長さを持つ時間帯ごとに分割し、離散的に考える。このとき、状態変化は時間帯間でのみ起こり、時間帯内では定常状態にあると仮定する。これにより、ある時間帯で捌け残った待ち行列は次の時間帯へ繰越され、次の時間帯での交通状態に影響を及ぼすことになる。

このモデルで対象とするのは複数の起点と複数の終点を持つ一般ネットワークである。ただし、本章では理解を容易にするために多起点・1終点のネットワークを対象として議論する。

(2) 定式化

a) 交通状態を表すサブモデル

本モデルでは、リンク (i, j) の時間帯 t での流入台数 $\lambda_{ij}(t)$ と流出台数 $\mu_{ij}(t)$ を明示的に区別することにより、待ち行列台数 $x_{ij}(t)$ を考慮する。このとき、リンクでの時間帯を追った車両台数の保存則を表す待ち行列の進展条件が必要である。この条件は、リンク (i, j) に関して次のように表せる。

$$x_{ij}(t) = x_{ij}(t-1) + \lambda_{ij}(t) - \mu_{ij}(t) \quad \forall (i, j) \quad (1)$$

また、リンク (i, j) のサービス率には、物理的特性から決まる所与の上限（最大流出率： μ_{ij}^* ）があると考えられる。このとき、待ち行列が存在する場合では流出台数は最大流出率となり、そうでない場合には最大流出率以下となる。すなわち、リンク (i, j) の流出台数は次の条件を満たす。

$$\begin{cases} \mu_{ij}(t) = \mu_{ij}^* & \text{if } x_{ij}(t) > 0 \\ \mu_{ij}(t) \leq \mu_{ij}^* & \text{if } x_{ij}(t) = 0 \end{cases} \quad \forall (i, j) \quad (2)$$

これらの関係を用いて、横軸に時刻、縦軸に累積台数を取り、あるリンクにおける累積図を描く。いま、時間帯 $t-1$ までの累積曲線と各時間帯での流入台数 λ が与えられているとすると、 t 期末での累積流入曲線上の点が定まる。また、式(1)、(2)から、 t 期末での累積流出曲線上の点が一意に定まる。ここで、時間帯内では定常状態を仮定しているため、流出率は時間帯内で一定となり、時間帯 t での累積流出曲線がひける。さらに、待ち行列台数も時間帯内で一定であるため、流入曲線と流出曲線は同一時間帯で互いに平行となり、時間帯 t での流入曲線がひける。ただし、ここでの累積流入曲線の傾きは、1時間あたりの累積交通量の増分 λ とは異なることに注意が必要である。累積図は、この操作を各時間帯で繰り返すことにより図-1のように描ける。

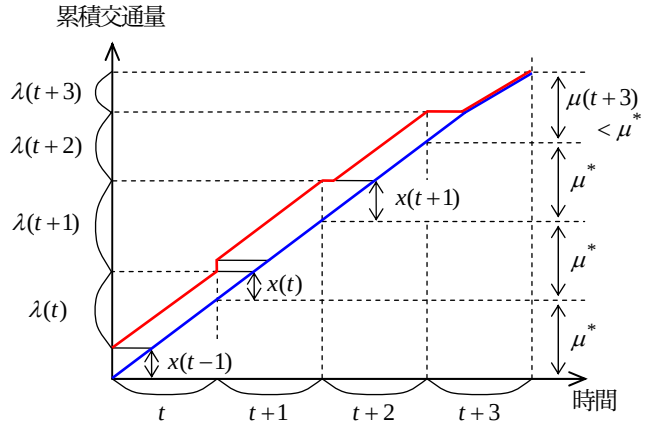


図-1 時間帯間での待ち行列の進展

ネットワーク上の各ノードでは、流入台数と流出台数が等しくなる必要がある。よって、各ノードにおけるフロー保存則は次のように表される。

$$\sum_{i \in I(k)} \mu_{ik}(t) - \sum_{j \in O(k)} \lambda_{kj}(t) + q_k(t) = 0 \quad \forall k \neq d \quad (3)$$

ただし、 $q_o(t)$ は、時間帯 t に起点 o を出発して終点 d に向かうOD交通量である。また、 $I(k)$ はノード k へ流入するリンクの上流側ノードの集合、 $O(k)$ はノード k から流出するリンクの下流側ノードの集合である。

b) 利用者行動を表すサブモデル

各利用者は、時間帯ごとに、その時間帯で評価した終点までの所要時間が最小となる経路を選択する。このとき、時間帯 t でのノード i から終点までの最小経路所要時間（時間帯内で一定）を $p_i(t)$ と書くと、利用者の経路選択均衡条件は次のように表される。

$$\begin{cases} c_{ij}(t) + p_j(t) = p_i(t) & \text{if } \lambda_{ij}(t) > 0 \\ c_{ij}(t) + p_j(t) \geq p_i(t) & \text{if } \lambda_{ij}(t) = 0 \end{cases} \quad \forall (i, j) \quad (4a)$$

ただし、 $c_{ij}(t)$ はリンク (i, j) の旅行時間である。つまり、リンク (i, j) が時間帯 t で評価したノード i から終点までの最短経路に含まれれば流入交通量が存在し、そうでなければ流入交通量は0となる。式(4a)の下では、時間帯 t 内では、終点到着までに通るノードへ最短経路で到着することになる。トリップが複数の時間帯にまたがる場合の考察については、4章(2)で述べる。また、リンク旅行時間 $c_{ij}(t)$ は、自由走行時間 $m_{ij}(=const)$ と渋滞待ち時間の和として次のように表される。

$$c_{ij}(t) = m_{ij} + x_{ij}(t) / \mu_{ij}^* \quad (4b)$$

(3) 非線形相補性問題としての表現

a) DP原理による問題の時間帯別分解

以上で定式化されたモデルでは、時間帯 t に関する関数は、時間帯 t および $t-1$ に関する変数のみに依存している。したがって、初期の状態が所与であれば時間軸に

関して前向きに、時間帯ごと独立に問題を分解することが可能である。よって、以下では時間帯 $t-1$ の状態を与件として、時間帯 t の状態を求める問題を考える。なお、以下では変数の時間帯 t を省略して表記するが、未知変数は全て時間帯 t での状態を表すものとする。

b) 変数の縮約

いま、フローに関する未知変数 x_{ij} , λ_{ij} , μ_{ij} について、式(1)のもとで独立なものはこれらのうち2つである。したがって、ここでは μ_{ij} を消去し、フローに関する条件式を x_{ij} , λ_{ij} の2変数で表す。まず、リンクの容量制約条件式(2)に、待ち行列の進展条件式(1)を代入し、

$$\begin{cases} -x_{ij} + \lambda_{ij} = \bar{\mu}_{ij} & \text{if } x_{ij} > 0 \\ -x_{ij} + \lambda_{ij} \leq \bar{\mu}_{ij} & \text{if } x_{ij} = 0 \end{cases} \quad \forall(i, j) \quad (5)$$

を得る。ただし、 $\bar{\mu}_{ij}$ は次式で表される既知の値である。

$$\bar{\mu}_{ij} \equiv \mu_{ij}^* - x_{ij}(t-1) = (\text{given}) \quad (6)$$

また、各ノードにおけるフロー保存則を表す式(3)に式(1)を代入し、 μ_{ij} を消去すると、

$$\sum_{j \in O(k)} \lambda_{kj} + \sum_{i \in I(k)} (x_{ik} - \lambda_{ik}) - r_k = 0 \quad \forall k \neq d \quad (7)$$

となる。ここで、 r_k は各ノードごとに次のように定義される既知の値である。

$$r_k \equiv \sum_{i \in I(k)} x_{ik}(t-1) + q_k = (\text{given}) \quad (8)$$

ただし、 $\mu_{ij}(t)$ は事後的に次式によって求められる。

$$\mu_{ij}(t) = -x_{ij}(t) + \lambda_{ij}(t) + x_{ij}(t-1) \quad \forall(i, j) \quad (1')$$

一方、コストに関する未知変数 c_{ij} , p_k のうち、 c_{ij} は式(4b)によって x_{ij} の関数として表されている。よって、式(4a), (4b)から c_{ij} を消去すると次式が得られる。

$$\begin{cases} m_{ij} + x_{ij} / \mu_{ij}^* - p_i + p_j = 0 & \text{if } \lambda_{ij} > 0 \\ m_{ij} + x_{ij} / \mu_{ij}^* - p_i + p_j \geq 0 & \text{if } \lambda_{ij} = 0 \end{cases} \quad \forall(i, j) \quad (9)$$

これにより、時間帯ごとの配分問題は x_{ij} , λ_{ij} , p_k を未知変数とした条件式(5)~(9)で表現された。

c) 非線形相補性問題による統一的記述

さて、定式化によって得られた各条件式は、このままでは数学的に扱うことが難しい。そこで、ここでは定式化された条件式を非線形相補性問題(NCP: Nonlinear Complementarity Problem)の枠組みで表現する。これにより、モデルの数理構造を明らかにするのが容易になり、また、効率的アルゴリズムの開発が可能となる。

式(5), (9)はすでに相補性形式になっており、等価的に次のように表される。

$$\begin{cases} x_{ij} \cdot \{x_{ij} - \lambda_{ij} + \bar{\mu}_{ij}\} = 0 \\ x_{ij} - \lambda_{ij} + \bar{\mu}_{ij} \geq 0, x_{ij} \geq 0 \end{cases} \quad \forall(i, j) \quad (5')$$

$$\begin{cases} \lambda_{ij} \cdot \{m_{ij} + x_{ij} / \mu_{ij}^* - p_i + p_j\} = 0 \\ m_{ij} + x_{ij} / \mu_{ij}^* - p_i + p_j \geq 0, \lambda_{ij} \geq 0 \end{cases} \quad \forall(i, j) \quad (9')$$

また、式(7)は p_k と組み合わせることにより、次のような相補性条件として表現できる（等価性の証明は省略）。

$$\begin{cases} p_k \cdot \left\{ \sum_{j \in O(k)} \lambda_{kj} + \sum_{i \in I(k)} (x_{ik} - \lambda_{ik}) - r_k \right\} = 0 \\ \sum_{j \in O(k)} \lambda_{kj} + \sum_{i \in I(k)} (x_{ik} - \lambda_{ik}) - r_k \geq 0, p_k \geq 0 \end{cases} \quad \forall k \neq d \quad (7')$$

以上により、式(5)~(9)で表された条件が等価な相補性条件式(5'), (7'), (9')として表現された。したがって、 $\Omega = R_+^{|L|} \times R_+^{|L|} \times R_+^{|N|}$, $\mathbf{Y} = [\mathbf{x} \ \boldsymbol{\lambda} \ \mathbf{p}]^T$,

$$\mathbf{F}(\mathbf{Y}) = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1} & \mathbf{0} & -\mathbf{A}^T \\ -\mathbf{A} & \mathbf{A} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \boldsymbol{\lambda} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{\mu}} \\ \mathbf{m} \\ -\mathbf{r} \end{bmatrix} \quad (10)$$

と定義すれば、均衡条件式(5'), (7'), (9')は以下のNCPと等価である。

[NCP] Find $\mathbf{Y} \in \Omega$ such that

$$\mathbf{Y} \cdot \mathbf{F}(\mathbf{Y}) = 0, \mathbf{Y} \geq 0, \mathbf{F}(\mathbf{Y}) \geq 0 \quad (11)$$

ここで、 $\mathbf{A}$ はリンク・ノード接続行列であり、 $\mathbf{A}_+(\mathbf{A}_-)$ はリンク・ノード接続行列において-1(1)要素を0に置き換えた行列である。また、 $\mathbf{M}$ は対角要素に μ_{ij}^* を持つ $|L| \times |L|$ 次対角行列である。

3. Multi-commodityの場合の定式化

(1) モデルの状況設定

第2章ではODフローが単一の起点または終点をもつsingle-commodityのOD構造のみを対象とした。本章ではこれを拡張し、複数の起終点を持つmulti-commodityのOD構造を対象とする。

Multi-commodityの場合には、交通流を終点別（または起点別）に分解して考えることにより、single-commodityのほぼ同様の議論が可能である。そこで、multi-commodityの場合では、終点別のリンク流入台数 λ_{ij}^d , 流出台数 μ_{ij}^d および待ち行列台数 x_{ij}^d を定義し、モデルを構築する。ここで、 λ_{ij}^d , μ_{ij}^d , x_{ij}^d は次の関係を満たす：

$$\lambda_{ij} = \sum_d \lambda_{ij}^d, \mu_{ij} = \sum_d \mu_{ij}^d, x_{ij} = \sum_d x_{ij}^d \quad (12)$$

ただし、渋滞待ち時間はリンクごとの全待ち行列台数 x_{ij} によって定まり、終点別には独立でないため、注意が必要である。

(2) 定式化

待ち行列の進展条件・フロー保存則・経路選択均衡条件は、フローを終点ごとに区別すればsingle-commodityの場合と同様に考えることができる。よって、式(1), (3), (4)はフロー変数 $x_{ij}(t), \lambda_{ij}(t), \mu_{ij}(t)$ を終点 d ごとのフロー $x_{ij}^d(t), \lambda_{ij}^d(t), \mu_{ij}^d(t)$ で置き換えた式として表される。

$$x_{ij}^d(t) = x_{ij}^d(t-1) + \lambda_{ij}^d(t) - \mu_{ij}^d(t) \quad \forall (i, j), d \quad (13)$$

$$\sum_{i \in I(k)} \mu_{ik}^d(t) - \sum_{j \in O(k)} \lambda_{kj}^d(t) + q_k^d(t) = 0 \quad \forall k \neq d, \forall d \quad (14)$$

$$\begin{cases} c_{ij}(t) + p_j^d(t) = p_i^d(t) & \text{if } \lambda_{ij}^d(t) > 0 \\ c_{ij}(t) + p_j^d(t) \geq p_i^d(t) & \text{if } \lambda_{ij}^d(t) = 0 \end{cases} \quad \forall (i, j), d \quad (15)$$

ただし、 $q_o^d(t)$ は、時間帯 t に起点 o を出発して終点 d に向かうOD交通量、 $p_i^d(t)$ はノード i から終点 d までの最小経路所要時間である。

一方、待ち行列が存在するか否かはリンクの全流出台数 $\mu_{ij}(t)$ によって決まり、終点別に独立ではない。したがって、リンクの容量制約条件は、リンクの全フローに関する次のような条件で表せる。

$$\begin{cases} \mu_{ij}(t) = \mu_{ij}^* & \text{if } x_{ij}(t) > 0 \\ \mu_{ij}(t) \leq \mu_{ij}^* & \text{if } x_{ij}(t) = 0 \end{cases} \quad \forall (i, j) \quad (16)$$

さて、追越しがない状況を仮定すれば、リンクでの車両の到着順序と退去順序は等しくなければならない。このFirst-In-First-Out(FIFO)条件は、多起点・1終点の場合では式(1), (2)によって自動的に満たされていた(付録1参照)。しかし、多起点・多終点の場合では式(13), (16)に加えて終点別のFIFOを明示的に表す条件が必要となる。このFIFO条件は、動的配分では連続時間 t について次のように表される。

$$\frac{\lambda_{ij}^d(t)}{\lambda_{ij}(t)} = \frac{\mu_{ij}^d(t + c_{ij}(t))}{\mu_{ij}(t + c_{ij}(t))} \quad \forall (i, j), d \quad (17)$$

ただし、時間帯別配分では時間帯内での流入時刻・流出時刻の関係を明示的に表現できないため、式(17)を時間帯別配分にそのまま適用することはできない。そこで、2時間帯以上にまたがる待ち行列は存在しないという仮定を導入すると、式(13)のもとでFIFO条件に対応する式が次のように得られる(導出は付録2を参照)。

$$x_{ij}^d(t) = x_{ij}(t) \cdot \psi_{ij}^d(t) \quad \forall (i, j), d \quad (18)$$

ただし、 $\psi_{ij}^d(t)$ は次式で定義される。

$$\psi_{ij}^d(t) \equiv \begin{cases} \lambda_{ij}^d(t) / \lambda_{ij}(t) & \text{if } \lambda_{ij}(t) > 0 \\ 0 & \text{if } \lambda_{ij}(t) = 0 \end{cases} \quad (19)$$

これは、待ち行列を経験する車両の割合が終点別に等しくならなければならないことを意味している。

(3) 非線形相補性問題としての表現

a) DP原理による問題の時間帯別分解

Single-commodityの場合と同様、multi-commodityの場合にも問題を時間帯ごとと独立に分解可能である。よって以下では時間帯 $t-1$ の状態を与件として、時間帯 t の状態を求める問題を考える。なお、以下では変数の時間帯 t を省略して表記するが、未知変数は全て時間帯 t での状態を表すものとする。

b) 未知変数の縮約

定式化された条件式(13)~(16)および(18)のうち、multi-commodityで新たに導入された条件式は式(18)のみである。したがって、式(13), (18)から以下のように x_{ij}^d を消去すれば、single-commodityの場合とほぼ同様の手法でNCPへの変換が可能である。

$$x_{ij} \cdot \psi_{ij}^d - \lambda_{ij}^d + \mu_{ij}^d - x_{ij}^d(t-1) = 0 \quad \forall (i, j), d \quad (20)$$

つまり、終点別の待ち行列台数 x_{ij}^d を明示的な未知変数とせず、リンクにおける全待ち行列台数 x_{ij} を未知変数として考える(そもそも、渋滞リンクでは終点別の待ち行列台数が一意に定まるとは限らない)。ただし、 x_{ij}^d は事後的に式(18)によって求められる。

さて、ここからはsingle-commodityの場合と同様に μ_{ij} , μ_{ij}^d を消去し、フローに関する条件式を x_{ij} , λ_{ij}^d の2変数で表す。まず、式(20)を終点について足し合わせ、リンクの容量制約条件式(16)に代入すると次のようになる。

$$\begin{cases} -x_{ij} + \lambda_{ij} = \bar{\mu}_{ij} & \text{if } x_{ij} > 0 \\ -x_{ij} + \lambda_{ij} \leq \bar{\mu}_{ij} & \text{if } x_{ij} = 0 \end{cases} \quad \forall (i, j) \quad (21)$$

なお、この式はsingle-commodityの場合に得られた式(5)と全く同型である。また、各ノードでの終点別のフロー保存則を表す式(14)に式(20)を代入し、 μ_{ij}^d を消去すると、

$$\sum_{j \in O(k)} \lambda_{kj}^d + \sum_{i \in I(k)} (x_{ik} \cdot \psi_{ik}^d - \lambda_{ik}^d) - r_k^d = 0 \quad \forall k \neq d, \forall d \quad (22)$$

となる。ただし、 r_k^d は次式で定義される既知の値である。

$$r_k^d \equiv \sum_{i \in I(k)} x_{ij}^d(t-1) + q_k^d = (\text{given}) \quad (23)$$

また、 μ_{ij}^d は事後的に次式によって求められる。

$$\mu_{ij}^d = -x_{ij} \cdot \psi_{ij}^d + \lambda_{ij}^d + x_{ij}^d(t-1) = 0 \quad \forall (i, j), d \quad (19')$$

一方、コスト変数については、式(15)について式(4b)から c_{ij} を消去し、

$$\begin{cases} m_{ij} + x_{ij} / \mu_{ij}^* + p_j^d = p_i^d & \text{if } \lambda_{ij}^d > 0 \\ m_{ij} + x_{ij} / \mu_{ij}^* + p_j^d \geq p_i^d & \text{if } \lambda_{ij}^d = 0 \end{cases} \quad \forall (i, j), d \quad (24)$$

を得る。これにより、時間帯ごとの配分問題は x_{ij} , λ_{ij}^d , p_k^d を未知変数とした条件式(21)~(24)で表現された。

c) 非線形相補性問題による統一的記述

今後の効率的なアルゴリズム開発のために、以下では式(21)~(24)で表された各条件式をNCPの枠組みで表現する。式(21)および式(24)はすでに相補性形式になっており、等価的に次のように表される。

$$\begin{cases} x_{ij} \cdot \{x_{ij} - \lambda_{ij} + \bar{\mu}_{ij}\} = 0 \\ x_{ij} - \lambda_{ij} + \bar{\mu}_{ij} \geq 0, x_{ij} \geq 0 \end{cases} \quad \forall (i, j) \quad (21')$$

$$\begin{cases} \lambda_{ij}^d \cdot \{m_{ij} + x_{ij} / \mu_{ij}^* - p_i^d + p_j^d\} = 0 \\ m_{ij} + x_{ij} / \mu_{ij}^* - p_i^d + p_j^d \geq 0, \lambda_{ij}^d \geq 0 \end{cases} \quad \forall (i, j), d \quad (24')$$

また、式(22)は p_k^d と組み合わせることにより次のような相補性条件として表現できる。

$$\begin{cases} p_k^d \cdot \left\{ \sum_{j \in O(k)} \lambda_{kj}^d + \sum_{i \in I(k)} (x_{ik} \cdot \psi_{ik}^d - \lambda_{ik}^d) - r_k^d \right\} = 0 \\ \sum_{j \in O(k)} \lambda_{kj}^d + \sum_{i \in I(k)} (x_{ik} \cdot \psi_{ik}^d - \lambda_{ik}^d) - r_k^d \geq 0, p_k^d \geq 0 \end{cases} \quad \forall k \neq d, \forall d \quad (22')$$

以上により、式(21)~(24)で表された条件が等価な相補性条件式(21'), (22'), (24')として表現された。したがって、 $\mathbf{\Omega} = \mathbf{R}_+^{[L]} \times \mathbf{R}_+^{[L] \times [D]} \times \mathbf{R}_+^{[N] \times [D]}$, $\mathbf{Y} = [\mathbf{x} \ \boldsymbol{\lambda} \ \mathbf{p}]^T$,

$$\mathbf{F}(\mathbf{Y}) = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{\Lambda} & \mathbf{0} \\ \mathbf{\Lambda}^T \mathbf{M}^{-1} & \mathbf{0} & -\hat{\mathbf{A}}^T \\ -\hat{\mathbf{A}}_- \mathbf{\Psi}^T \mathbf{\Lambda}^T & \hat{\mathbf{A}} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \boldsymbol{\lambda} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{\mu}} \\ \mathbf{\Lambda}^T \mathbf{m} \\ -\mathbf{r} \end{bmatrix} \quad (25)$$

と定義すれば、均衡条件式(21'), (22'), (24')は以下のNCPと等価である。

[NCP] Find $\mathbf{Y} \in \mathbf{\Omega}$ such that

$$\mathbf{Y} \cdot \mathbf{F}(\mathbf{Y}) = 0, \mathbf{Y} \geq \mathbf{0}, \mathbf{F}(\mathbf{Y}) \geq \mathbf{0} \quad (26)$$

ここで、 $\mathbf{\Lambda} = [\dots, \mathbf{I}, \dots]$, $\hat{\mathbf{A}} \equiv \text{diag}[\mathbf{A}]$ である。

4. モデル構造に関する考察

(1) モデルの数理構造

導出された相補性問題は、このままでは変数間の依存関係がわかりにくい。そこで、モデルの本質的な構造と変数間の関係を調べよう。ただし、ここでは簡単のために single-commodity の場合について議論する。なお、multi-commodity の場合でも以下とほぼ同様の議論が可能である。

全リンクに流入交通が存在し、かつ全リンクが渋滞状態にある状況を仮定する。このとき、NCPは $\mathbf{F}(\mathbf{Y}) = \mathbf{0}$ という線形連立方程式問題に帰着する。さら

に、式(10)の1行目と3行目から $\boldsymbol{\lambda}$ を消去すると、 $\mathbf{x}$ と $\mathbf{p}$ に関する次の連立方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_+ & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1} & -\mathbf{A}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{A}_+ \bar{\boldsymbol{\mu}} - \mathbf{r} \\ \mathbf{m} \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (27)$$

ここで、式(27)の第1行目はフローに関する条件式(5'), (7')から得られた条件であり、2行目は利用者行動に関する条件式(9')から得られた条件である。均衡解は、これら2つの式から数量変数 $\mathbf{x}$ と価格変数 $\mathbf{p}$ の同時決定によって定まる。

また、式(27)から均衡解は次のように求められる。

$$\begin{cases} \mathbf{p} = (\mathbf{A}_+ \mathbf{M} \mathbf{A}^T)^{-1} (\mathbf{A}_+ \mathbf{M} \mathbf{m} - \mathbf{A}_+ \bar{\boldsymbol{\mu}} + \mathbf{r}) \\ \mathbf{x} = \mathbf{M} \mathbf{A}^T \mathbf{p} - \mathbf{M} \mathbf{m} \end{cases} \quad (28)$$

これはDUE配分で同様の仮定を置いた場合の均衡解と同型である。すなわち、時間帯別配分問題はDUE配分と類似した構造を持っていることがわかった。

(2) DUO配分・DUE配分との比較

動的用户最適(DUO)配分⁸⁾は、各リンク/ノードにいるフローを瞬間的な最短経路へ時々刻々配分するものである。時間帯別に考えると、フローをその時間帯での最短経路に時間帯ごとに配分するものといえる。ただし、時間帯ごとに最短経路を選択した結果が、事後的に見たときの真の最短経路となっているとは限らない。一方、動的用户均衡(DUE)配分は、全ての時間帯における全ての利用者の選択した経路が、事後的に見ても真の最短経路になっているような配分原則である。

提案したモデルは、時間帯の長さを変えることにより、DUO配分、DUE配分のいずれかに近くなる。このことは、利用者が1回のトリップで行う経路選択の回数の違いによって、以下のように説明できる。

経路選択均衡条件式(4a)は、利用者が時間帯ごとに、今いるノードから終点までの最短経路を、その時間帯における情報をもとに選択することを表している。つまり、出発した時間帯内では、終点到着までに通るノードへ最短経路で到着する。一方、トリップの最中に時間帯が t から $t+1$ に変化した場合、利用者は $t+1$ で最初に到着するノードを起点として、終点までの最短経路を選択し直すことになる。つまり、時間帯 $t+1$ の最初に到着するノードから終点到着までに通るノードへ、最短経路で到着する。よって、1時間帯の幅を短くとしたとき、利用者は各時間帯での最短経路を逐次的に選択していくことになり、その結果、均衡解はDUO配分に近いものとなる。逆に、1時間帯の幅を長くとした場合には、多くのトリップが時間帯内で完結することになる。ここで、各時間帯内では均衡状態が成立しているため、トリップが時間帯内で完結する場合には、選択された経路は事後的に見た真の最短経路と一致する。したがって、この場合には、均衡解はDUE配分に近いものになるといえる。

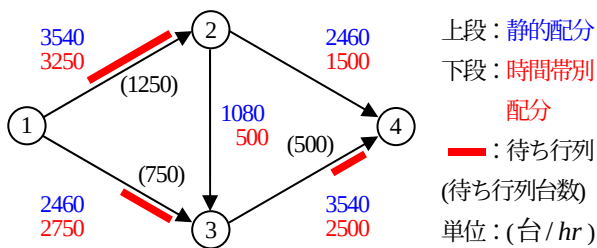


図-2 各配分におけるリンク流入台数

表-1 均衡状態でのリンク旅行時間(min)

リンク番号	(1,2)	(1,3)	(2,3)	(2,4)	(3,4)
自由走行時間	10.0	30.0	5.0	30.0	10.0
静的配分	42.5	47.7	5.2	47.7	42.5
時間帯別配分	47.5	52.5	5.0	30.0	25.0

5. 数値計算例

(1) ネットワークの設定

図-2に示すbraessネットワークにおいて、時間帯別配分と静的配分による均衡解をそれぞれ求め、比較する。ここで、ODペアは①→④のみ、各リンクの自由走行時間は表-1に示す値とし、最大流出率はいずれのリンクも2000(台/hr)とする。なお、静的配分でのリンク旅行時間はリンク交通量 y_{ij} に対して以下のBPR関数で与えられるものとし、BPRパラメータの値を $\alpha = 0.5$ 、 $\beta = 4$ と設定する。

$$c_{ij} = m_{ij} \{1 + \alpha(y_{ij} / \mu_{ij}^*)^\beta\} \quad (29)$$

(2) 1時間帯での静的配分との比較

OD交通量は6000(台/hr)とし、初期に待ち行列がない状態で1時間帯(1hr)だけ均衡解を求めた。これによって得られた均衡交通量を図-2に並べて示す。また、均衡状態でのリンク旅行時間を表-1に示す。

この例では静的配分の問題点が明らかである；①フローがリンクの物理的に満たすべき容量を超えて流出してしまい、そのために、②渋滞リンクの下流でリンク旅行時間を過大に評価 (eg. リンク(2,4), (3,4)) している。これに対し、時間帯別配分では容量を超えたフローが待ち行列として表現されており、静的配分のバイアスが改善されていることがわかる。

(3) 多時間帯での静的配分との比較

次に多時間帯でOD交通量を表-2のように与えた場合の均衡解を示す。ただし、ここでの静的配分による均衡解とは、各時間帯ごとに静的配分を繰り返すことによ

表-2 各配分によるリンク(1,2)の交通量 (台/hr)

時間帯		1	2	3	4	5
OD交通量		4000	5000	3500	2000	1000
静的配分	交通量	2713	3070	2601	2000	1000
時間帯別配分	流入台数	2500	2500	1750	1750	1000
	流出台数	2000	2000	2000	2000	1500
	待ち行列台数	500	1000	750	500	0

OD 旅行時間 (hr)

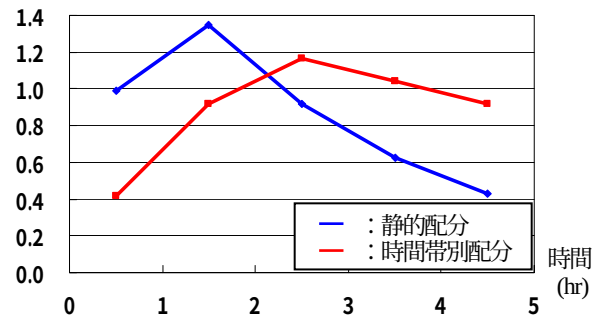


図-3 各配分によるOD旅行時間の推移

て得られた結果である。

紙面の都合上リンク(1,2)のみに着目し、均衡交通量の推移を表-2に示した。表-2から、この例でも静的配分ではフローがリンクの容量を超えて流出していることがわかる。これに対し、時間帯別配分では、容量を超えたフローが待ち行列として次の時間帯に繰越されている。すなわち、待ち行列を考慮することによって、時間帯を追ったフローの変化が適切に表現されていることが確認できる。

また、静的配分では次の時間帯に変化する際にそれまでのフローをリセットしてしまっている。このため、実際には待ち行列が残っていても、それが以降の交通状態に影響を与えることはない。一方、時間帯別配分では待ち行列の繰越しによって、以降の時間帯への遅延の影響を考慮することができる。OD旅行時間の推移を表した図-3では、時間帯別配分で旅行時間のピークが遅延し、緩和されている様子が確認できる。

6. おわりに

本稿では、時間帯別交通均衡配分モデルを提案し、single-commodity, multi-commodityそれぞれの場合で時間帯ごとの配分問題が等価なNCPに帰着されることを示した。さらに、その数理構造を解析し、DUO, DUE両配分との関係を示した。また、数値計算によって、時間帯別配分では静的配分の以下のバイアスが改善されていることを示した；①リンク容量を超えたフローが下流に

流出してしまい、②渋滞リンクの旅行時間を適切に評価できないこと。③待ち行列の進展を表現できないこと。

本稿では時間帯別配分問題が等価なNCPとして表現できることを示した。NCPについては、これまでに数理計画分野で多くの標準的なアルゴリズムが提案されている。さらに、本モデルでは問題のネットワーク構造を考慮することで、効率的に均衡解を求めることが可能である。この、効率的な計算アルゴリズムの開発については今後改めて報告したい。

参考文献

- 1) 赤松隆：交通流の予測・誘導・制御と動的なネットワーク配分理論，土木計画学研究・論文集，No.13，pp.23-48，1996.
- 2) Takashi Akamatsu：An efficient algorithm for the dynamic traffic equilibrium assignment with queues，Transportation Science，Vol.35，pp.389-404，2001.
- 3) 河上省吾，溝上章志，鈴木稔幸：交通量の時間的変動を考慮した道路交通量配分手法に関する研究，交通工学，Vol.20(6)，pp.17-25，1985.
- 4) 藤田素弘，松井寛，溝上章志：時間帯別交通量配分モデルの開発と実用化に関する研究，土木学会論文集，No.389，pp.111-119，1988.
- 5) 宮城俊彦，牧村和彦：時間帯別交通配分手法に関する研究，交通工学，Vol.26(2)，pp.12-27，1991.
- 6) 藤田素弘，山本幸司，松井寛：時間帯別交通量配分モデルの開発，土木学会論文集，No.407，pp.129-138，1989.
- 7) 赤松隆，牧野幸雄，高橋栄行：待ち行列の進展と時間帯別OD需要を内生化した準動的交通均衡配分，土木計画学研究・論文集，No.15，pp.533-545，1998.
- 8) Masao Kuwahara，Takashi Akamatsu：Decomposition of the reactive dynamic assignments with queues for a many-to-many origin destination pattern，Transportation Research Part B，Vol.31，pp. 1-10，1997.
- 9) Masao Kuwahara，Takashi Akamatsu：Dynamic user optimal assignment with physical queues for a many-to-many OD pattern，Transportation Research Part B，Vol.35，pp.461-479，2001.

付録1. Single-commodityでのFIFO条件

Single-commodityの場合にはFIFO条件が式(1)および(2)によって満たされることを示す。FIFO条件が成立するためには、流出台数 $\mu_{ij}(t)$ および待ち行列台数 $x_{ij}(t)$ が流入台数 $\lambda_{ij}(t)$ によって一意に表され、かつ次の条件が成立していればよい；

$$A_{ij}(t) = D_{ij}(t + c_{ij}(t)) \quad \forall(i, j) \quad (A-1)$$

ただし、 $A_{ij}(t)$ は累積流入台数、 $D_{ij}(t)$ は累積流出台数であり、以下の関係を満たす。

$$A_{ij}(t) - A_{ij}(t-1) = \lambda_{ij}(t) \quad (A-2)$$

$$D_{ij}(t) - D_{ij}(t-1) = \mu_{ij}(t) \quad (A-3)$$

以下ではまず、 $\mu_{ij}(t)$ および $x_{ij}(t)$ を、 $\lambda_{ij}(t)$ を用いて表現する。式(2)の $x_{ij}(t)$ に式(1)を代入し、

$$\begin{cases} \mu_{ij}(t) = \mu_{ij}^* & \text{if } \lambda_{ij}(t) - \mu_{ij}(t) + x_{ij}(t-1) > 0 \\ \mu_{ij}(t) \leq \mu_{ij}^* & \text{if } \lambda_{ij}(t) - \mu_{ij}(t) + x_{ij}(t-1) = 0 \end{cases} \quad \forall(i, j) \quad (A-4)$$

よって、 $\mu_{ij}(t)$ は次のように表現できる。

$$\mu_{ij}(t) = \min\{\mu_{ij}^*, \lambda_{ij}(t) + x_{ij}(t-1)\} \quad \forall(i, j) \quad (A-5)$$

同様に、式(2)に式(1)を代入し、 $\mu_{ij}(t)$ を消去すると、

$$\begin{cases} -x_{ij}(t) + \lambda_{ij}(t) = \bar{\mu}_{ij} & \text{if } x_{ij}(t) > 0 \\ -x_{ij}(t) + \lambda_{ij}(t) \leq \bar{\mu}_{ij} & \text{if } x_{ij}(t) = 0 \end{cases} \quad \forall(i, j) \quad (A-6)$$

よって、 $x_{ij}(t)$ は次のように表される。

$$x_{ij}(t) = \max\{\lambda_{ij}(t) - \bar{\mu}_{ij}, 0\} \quad \forall(i, j) \quad (A-7)$$

以上により、 $\mu_{ij}(t)$ 、 $x_{ij}(t)$ が $\lambda_{ij}(t)$ によって表された。そこで、以下では、式(A-5)、(A-7)の下で式(A-1)が成立することを示そう。

式(A-1)は、等価的に次のようにも表現できる。

$$\begin{aligned} A_{ij}(t) - A_{ij}(t-1) \\ = D_{ij}(t + c_{ij}(t)) - D_{ij}(t-1 + c_{ij}(t-1)) \end{aligned} \quad \forall(i, j) \quad (A-8)$$

さらに、式(A-8)を、

$$\begin{aligned} A_{ij}(t) - A_{ij}(t-1) &= D_{ij}(t + c_{ij}(t)) - D_{ij}(t-1 + c_{ij}(t)) \\ &\quad + D_{ij}(t-1 + c_{ij}(t)) - D_{ij}(t-1 + c_{ij}(t-1)) \end{aligned} \quad (A-8')$$

と変形すれば、

$$\begin{aligned} D_{ij}(t-1 + c_{ij}(t)) - D_{ij}(t-1 + c_{ij}(t-1)) \\ = x_{ij}(t) - x_{ij}(t+1) \end{aligned} \quad (A-9)$$

であるから、(A-8)は次のように表せる。

$$\lambda_{ij}(t) = \mu_{ij}(t) + x_{ij}(t) - x_{ij}(t+1) \quad \forall(i, j) \quad (A-10)$$

よって、式(A-5)、(A-7)の下で、式(A-10)が成立することを示せばよい。 $\lambda_{ij}(t) \geq \bar{\mu}_{ij}$ 、 $\lambda_{ij}(t) < \bar{\mu}_{ij}$ の二つの場合に分け、式(A-10)が成立することを示す。

・ $\lambda_{ij}(t) \geq \bar{\mu}_{ij}$ のとき

式(A-5)から $\mu_{ij}(t) = \mu_{ij}^*$ 、また、式(A-7)から $x_{ij}(t) = \lambda_{ij}(t) - \bar{\mu}_{ij}$ であるから、式(A-10)は、

$$\begin{aligned} (\text{右辺}) &= \mu_{ij}^* + \lambda_{ij}(t) - \bar{\mu}_{ij} - x_{ij}(t-1) \\ &= \lambda_{ij}(t) = (\text{左辺}) \end{aligned} \quad (A-11)$$

よって、式(A-10)が成立。

・ $\lambda_{ij}(t) < \bar{\mu}_{ij}$ のとき

式(A-5)から $\mu_{ij}(t) = \lambda_{ij}(t) + x_{ij}(t-1)$ ，また，式(A-7)から $x_{ij}(t) = 0$ であるから，式(A-10)は，

$$\begin{aligned} (\text{右辺}) &= \lambda_{ij}(t) + x_{ij}(t-1) - x_{ij}(t-1) \\ &= \lambda_{ij}(t) = (\text{左辺}) \end{aligned} \quad (\text{A-11})$$

よって，式(A-10)が成立する。

ゆえに，single-commodityの場合には，FIFO条件は式(1)および(2)によって満たされることが示された。

付録2. Multi-commodityでのFIFO条件の導出

Multi-commodityネットワークでのFIFO条件を導出する。まず，一般的なケースでFIFO条件に対応する条件式を導出し，その上で条件が簡単化されるケースについて述べる。ただし，このケースでは条件を簡単化するために，2時間帯以上にまたがる待ち行列は存在しないという仮定を導入する。

(1) 一般的ケースでのFIFO条件

追越しができない状況を想定すれば，ODペア間の車両の到着順序と退去順序は終点別に等しくなければならない。ここで，流入交通と流出交通にはリンク旅行時間 c_{ij} だけのずれが生じている。したがって，FIFO条件は動的配分では連続時間 t について次のように表される。

$$\frac{\lambda_{ij}^d(t)}{\lambda_{ij}(t)} = \frac{\mu_{ij}^d(t + c_{ij}(t))}{\mu_{ij}(t + c_{ij}(t))} \quad \forall (i, j), d \quad (\text{A-12})$$

ただし，時間帯別配分では時間帯内での流入時刻・流出時刻の関係を明示的に表現できないため，式(A-12)を時間帯別配分にそのまま適用することはできない。そこで，以下では時間帯別配分で式(A-12)に対応した式を導出する。なお， $\mu_{ij}(t) = 0$ の場合はFIFO条件を考える必要がないため，以下では $\mu_{ij}(t) > 0$ の場合についてのみ議論する。

時間帯 t にリンク (i, j) を流出した車両のうち，時間帯 τ に流入した車両台数を $\eta_{ij}^\tau(t)$ と定義する。このとき， $\eta_{ij}^\tau(t)$ のうち終点が d である車両の割合は $\psi_{ij}^d(\tau)$ で表されるため，終点別の流出台数，流入台数は次の関係を満たす。

$$\frac{\mu_{ij}^d(t)}{\mu_{ij}(t)} = \sum_{\tau} \frac{\eta_{ij}^\tau(t)}{\mu_{ij}(t)} \cdot \psi_{ij}^d(\tau) \quad (\text{A-13})$$

上式が満たされているとき，車両の退去順序と到着順序は終点別に等しくなる。したがって，式(A-13)は時間帯別配分でのFIFO条件となっている。

さらに，時間帯 t の期初にリンク (i, j) を流出した車両がリンク (i, j) に流入した時間帯を $\underline{\tau}_{ij}(t)$ ，期末に流出した車両が流入した時間帯を $\bar{\tau}_{ij}(t)$ とする。ここに，

$$\underline{\tau}_{ij}(t) \leq \bar{\tau}_{ij}(t) \leq t \quad (\text{A-14})$$

が成立する。以下では， $\underline{\tau}_{ij}(t)$ と $\bar{\tau}_{ij}(t)$ の関係によって3通りのケースについて場合分けをし， $\eta_{ij}^\tau(t)$ の値を調べる。

・ $\underline{\tau}_{ij}(t) = \bar{\tau}_{ij}(t)$ の場合

流出する車両が全て時間帯 $\underline{\tau}_{ij}(t) = \bar{\tau}_{ij}(t)$ に流入してきた車両の場合である。よって， $\underline{\tau}_{ij}(t) = \bar{\tau}_{ij}(t) = \tau_{ij}(t)$ とおくと， $\eta_{ij}^\tau(t)$ は以下ようになる。

$$\begin{cases} \eta_{ij}^{\tau_{ij}(t)}(t) = \mu_{ij}(t) \\ \eta_{ij}^\tau(t) = 0 \quad \forall \tau \neq \tau_{ij}(t) \end{cases} \quad (\text{A-15})$$

・ $\bar{\tau}_{ij}(t) - \underline{\tau}_{ij}(t) = 1$ の場合

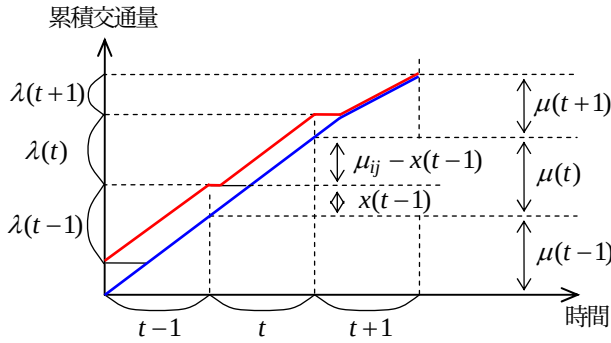
流出フローに2つの時間帯からの流入車両が混在している場合である。ここで， $\eta_{ij}^{\tau_{ij}(t)}(t)$ は前時間帯での待ち行列台数から $\underline{\tau}_{ij}(t)$ 以降の流入台数を差し引いた値となるため， $\eta_{ij}^\tau(t)$ は以下ようになる。

$$\begin{cases} \eta_{ij}^{\tau_{ij}(t)}(t) = x_{ij}(t-1) - \sum_{\tau'=\underline{\tau}(t)+1}^{t-1} \lambda_{ij}(\tau') \\ \eta_{ij}^{\bar{\tau}_{ij}(t)}(t) = \mu_{ij}(t) - \eta_{ij}^{\tau_{ij}(t)}(t) \\ \eta_{ij}^\tau(t) = 0 \quad \forall \tau \neq \underline{\tau}_{ij}(t), \bar{\tau}_{ij}(t) \end{cases} \quad (\text{A-16})$$

・ $\bar{\tau}_{ij}(t) - \underline{\tau}_{ij}(t) = 1$ の場合

流出フローに3つ以上の時間帯からの流入車両が混在している場合である。このとき，時間帯 $\underline{\tau}_{ij}(t)$ からの車両台数 $\eta_{ij}^{\tau_{ij}(t)}(t)$ は $\bar{\tau}_{ij}(t) - \underline{\tau}_{ij}(t) = 1$ の場合と同様である。また，時間帯 τ ($\underline{\tau}_{ij}(t) < \tau < \bar{\tau}_{ij}(t)$) からの車両台数は，時間帯 τ での流出台数 $\lambda_{ij}(\tau)$ に等しい。したがって， $\eta_{ij}^\tau(t)$ は以下ようになる。

$$\begin{cases} \eta_{ij}^{\tau_{ij}(t)}(t) = x_{ij}(t-1) - \sum_{\tau'=\underline{\tau}(t)+1}^{t-1} \lambda_{ij}(\tau') \\ \eta_{ij}^{\tau_{ij}(t)+1}(t) = \lambda_{ij}(\underline{\tau}_{ij}(t) + 1) \\ \vdots \\ \eta_{ij}^{\bar{\tau}_{ij}(t)-1}(t) = \lambda_{ij}(\bar{\tau}_{ij}(t) - 1) \\ \eta_{ij}^{\bar{\tau}_{ij}(t)}(t) = \mu_{ij}(t) - \sum_{\tau=\underline{\tau}_{ij}(t)}^{\bar{\tau}_{ij}(t)-1} \eta_{ij}^\tau(t) \\ \eta_{ij}^\tau(t) = 0 \quad \forall \tau < \underline{\tau}_{ij}(t), \tau > \bar{\tau}_{ij}(t) \end{cases} \quad (\text{A-17})$$



図A-1 流入時刻と流出時刻の関係

(2) 条件が簡単化される場合

2時間帯以上にまたがる待ち行列は存在しないという仮定の下では、時間帯 t に流出した車両は時間帯 $t-1$ 以降に流入した車両である（図A-1参照）。よって、 $\tau_{ij}(t)$ 、 $\bar{\tau}_{ij}(t)$ に関して次の関係が成り立つ。

$$t-1 \leq \tau_{ij}(t) \leq t, \quad \bar{\tau}_{ij}(t) = t \quad (\text{A-18})$$

したがって、式(A-13)から、時間帯 t での終点別の流出割合は次のように表せる。

$$\frac{\mu_{ij}^d(t)}{\mu_{ij}(t)} = \frac{x_{ij}(t-1)}{\mu_{ij}(t)} \cdot \psi_{ij}^d(t-1) + \frac{\mu_{ij}(t) - x_{ij}(t-1)}{\mu_{ij}(t)} \cdot \psi_{ij}^d(t) \quad (\text{A-13}')$$

ここで、リンクの全フローに関する待ち行列の進展条件式；

$$x_{ij}(t) = x_{ij}(t-1) + \lambda_{ij}(t) - \mu_{ij}(t) \quad \forall(i, j) \quad (\text{A-19})$$

を代入して整理すると、

$$\mu_{ij}^d(t) = x_{ij}(t-1) \cdot \psi_{ij}^d(t-1) + \{\lambda_{ij}(t) - x_{ij}(t)\} \cdot \psi_{ij}^d(t) \quad (\text{A-20})$$

ここで、 $\psi_{ij}^d(t)$ の定義より $\lambda_{ij}(t) \cdot \psi_{ij}^d(t) = \lambda_{ij}^d(t)$ であるから、

$$\lambda_{ij}^d(t) - \mu_{ij}^d(t) = x_{ij}(t) \cdot \psi_{ij}^d(t) - x_{ij}(t-1) \cdot \psi_{ij}^d(t-1) \quad (\text{A-21})$$

次に、終点別の待ち行列の進展条件式：

$$x_{ij}^d(t) = x_{ij}^d(t-1) + \lambda_{ij}^d(t) - \mu_{ij}^d(t) \quad \forall(i, j), d \quad (\text{A-22})$$

を用いることによって、

$$x_{ij}^d(t) - x_{ij}(t) \cdot \psi_{ij}^d(t) = x_{ij}^d(t-1) - x_{ij}(t-1) \cdot \psi_{ij}^d(t-1) \quad (\text{A-23})$$

を得る。さて、ここで初期状態に待ち行列が存在しない（ $x_{ij}^d(0) = 0$ かつ $x_{ij}(0) = 0$ ）と仮定すると、帰納的に次式が成立する。

$$x_{ij}^d(t) = x_{ij}(t) \cdot \psi_{ij}^d(t) \quad (\text{A-24})$$

これにより、2時間帯以上にまたがる待ち行列は存在しないという仮定の下でのFIFO条件が得られた。なお、式(A-24)は、時間帯 t での待ち行列台数と流入台数について、終点別の存在割合が等しいということを表している。

リンクの流入・流出交通量を内生化した時間帯別交通均衡配分に関する基礎的研究*

菊地志郎**・赤松隆***

本論文では、リンクでの流入台数と流出台数を明示的に区別して考えることにより、静的配分の枠組みでは取り扱いが困難なリンクレベルでの渋滞進展を表現できる時間帯別配分モデルを構築した。より具体的には、(1)静的配分と動的配分の長所を取り入れた時間帯ごとの枠組みで考え、(2)時間帯間での待ち行列の進展を表現するためにリンクの状態方程式を導入し、(3)各時間帯で利用者均衡状態を仮定した。次に、構築したモデルが非線形相補性問題の枠組みで統一的に表現できることを明らかにした。さらに、非線形相補性問題を解析し、DUE、DUO配分との関係を明らかにした。

A Semi-dynamic Traffic Equilibrium Assignment Model with Link Arrival and Departure Rates*

By Shirou KIKUCHI***・Takashi AKAMATSU***

This paper presents a semi-dynamic traffic equilibrium assignment model with link queue evolution by distinguishing arrival rate and departure rate. Specifically, 1) time is divided into discrete time periods, 2) the link queue evolution is represented by the state equation with arrival rate and departure rate, 3) each time period is treated as the static equilibrium state. We reveal that the model can be reduced to the standard form of the nonlinear complementarity problem. By examining the mapping, we then show that the structural correspondence of the proposed model and the DUE / DUO models.