

計算分岐理論による都市の集積・分散モデルの分岐経路追跡法の提案*

Proposal of a bifurcation analysis procedure of Core-Periphery model by computational bifurcation theory *

柳本彰仁**・池田清宏**・赤松隆***・河野達仁**・八巻俊二**

By Akito YANAGIMOTO**・Kiyohiro IKEDA**・Takashi AKAMATSU***・Tatsuhito KONO**・Syunji YAMAKI**

1. はじめに

「財や人間の多様性・生産における規模の経済・財や情報の輸送費」の3者の相互作用により内生的に生じる集積力に注目し、都市・地域および国際間における空間経済システムの変遷を分析する分野が注目を浴びている。Krugman¹⁾はDixit and Stiglitzの独占的競争モデル²⁾を空間経済に拡張し、大胆な仮定を加えることにより、輸送費の変化による工業の集積現象を分析した。このモデルは、集積について極めて示唆に富む結果をもたらしている。その代表的なものが分岐現象であり、例えば、2つの都市において集積力が強い場合には、対称均衡が不安定となり、分岐によっていずれかの都市に経済活動が集中して行くことが明らかにされている。

本論文では、Krugmanの短期均衡モデルを用いた多都市モデルを考える。解析では、人口またその置かれた状況が相互に全く等価な n 都市モデル(n は自然数)を考え、「この都市の数が多くなる場合に、どのような集積が発生するのか?」という命題に答えることとする。この命題は都市の集積過程の理解をより現実的なものとする上で重要である。

現在取り扱われている2都市や3都市モデルのような少ない都市数に対しては、現行の解析法で十分である。しかし、都市数の増大に伴い、可能な解の個数は爆発的に増加することが問題となる。そこで、本論文では、計算分岐理論による非線形方程式の局所的分岐解析法³⁾を本モデルに適合する形で導入し、多都市のモデルへの適用可能性の検討を行うことを目的とする。

2. 均衡モデル

本論文では、Krugmanの短期均衡モデルを用いた消費者の効用最大化問題を考え、互いに対等な n 個の都市を設定し、都市の人口集積の分岐による進行のメカニズムを明らかにする。

(1) 一般均衡の枠組み

本モデルの枠組みは以下に示すとおりである。

- 経済は、独占的競争が行われる工業部門と完全競争的な農業部門の2つの部門からなる。
- 経済全体では、工業労働者は $\mu(\in (0, 1])$ 、農業労働者は $(1 - \mu)$ 存在する。
- 工業労働者は自身の効用を最大化するように自由に都市間を移動することができるが、農業労働者は移動不可能で、すべての都市に均等に分布しており、賃金1である。
- 工業品の輸送には輸送費がかかり、農業品の輸送には輸送費はかからないこととする。

本論文では、 n 個の都市が円周に沿って等間隔に存在する競技場経済を考える。すなわち、都市 r と都市 s の間の工業財の輸送費 T_{rs}^M を

$$T_{rs}^M = e^{\tau|r-s|2\pi/n} \quad (1)$$

とする。 $|r-s|$ は都市 r から都市 s に至る最短距離であり、経済全体における最大輸送費は $T_{\max} = e^{\tau\pi}$ となる。

(2) Krugman モデル

生産者の利潤最大化行動、利潤ゼロの条件、氷塊輸送などにより導出されたKrugmanモデルにおいて、都市 r の工業労働者の賃金 w_r^M は以下に示す連立方程式によって決定される。

$$w_r^M = \left[\sum_{s=1}^n Y_s (T_{rs}^M)^{1-\sigma} G_s^{\sigma-1} \right]^{1/\sigma} \quad (2)$$

$$Y_r = \mu \lambda_r w_r^M + (1 - \mu)/n \quad (3)$$

$$G_r = \left[\sum_{s=1}^n \lambda_s (w_s^M T_{sr}^M)^{1-\sigma} \right]^{1/(1-\sigma)} \quad (4)$$

ここで、 Y_r は都市 r の所得、 G_r は都市 r の工業品価格指数、 $T_{rs}^M(\in [1, +\infty])$ は工業品を都市 r から都市 s まで輸送したときの輸送費、 $\sigma(\in [1, +\infty])$ は任意の差別化された2財間の代替弾力性である。 λ_r は都市 r における工業人口全体に対する割合であり、下記の人口一定の条件式を満足する。

$$\lambda_1 + \cdots + \lambda_n = 1 \quad (5)$$

* キーワード：人口分析、産業立地、システム分析

** 東北大学大学院工学研究科土木工学専攻

*** 東北大学大学院情報科学研究科

(〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06,

TEL: 022-795-7420; FAX: 022-795-7418)

(3) 都市選択行動

工業労働者の都市選択行動を決定する要因を実質賃金の大きさによって考え、都市 r における実質賃金 ω_r を工業労働者の賃金 w_r^M と工業品価格指数 G_r を用いて以下のように定義する。

$$\omega_r = w_r^M G_r^{-\mu} \quad (6)$$

そこで、工業労働者に対して自身の実質賃金が最大となる行動を仮定すると、以下のような条件を満たせばよい。

$$\begin{cases} \omega_r = \bar{\omega} & \text{if } \lambda_r > 0 \\ \bar{\omega} - \omega_r \geq 0 & \text{if } \lambda_r = 0 \end{cases} \quad (7)$$

ここで、 $\bar{\omega}$ は均衡実質賃金である。したがって、式 (7) に示した相補性条件は

$$\begin{cases} (\omega_r - \bar{\omega})\lambda_r = 0, \\ \bar{\omega} - \omega_r \geq 0, \quad \lambda_r \geq 0 \end{cases} \quad (8)$$

と定式化できるため、(8) を用いて解析を行う。

3. 計算分岐理論の適用

本モデルに対して、非線形方程式の解曲線を追跡する方法論である計算分岐理論を適用する。ここでは、計算分岐理論の概略をまとめ、その詳細は文献³⁾に譲ることとする。

(1) 非線形方程式

本モデルでは未知変数 $\mathbf{u}$ は、

$$\mathbf{u} = (w_1^M, \dots, w_n^M, \lambda_1, \dots, \lambda_n, \bar{\omega})^T \quad (9)$$

であり、輸送費を決めるパラメータである τ を分岐解析におけるパラメータとして用いる。一方、 μ と σ は解析に先立ち一定値として与えることとする。したがって、本モデルで解くべき非線形連立方程式は、Krugman の短期均衡モデル (2) と人口保存条件 (5) と効用最大化の式 (8) という下記の $2n + 1$ 個の非線形方程式となる。

$$\mathbf{F}(\mathbf{u}, \tau) = (F_1, \dots, F_{2n+1})^T = \mathbf{0} \quad (10)$$

この方程式の具体形は以下に示すとおりであり、

$$\mathbf{F}(\mathbf{u}, \tau) = \begin{pmatrix} \mathbf{K}(\mathbf{w}^M, \lambda, \tau) \\ \mathbf{P}(\mathbf{w}^M, \lambda, \bar{\omega}, \tau) \\ L(\lambda) \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{K}(\mathbf{w}^M, \lambda, \tau) = \begin{pmatrix} \left[\sum_{s=1}^n Y_s (T_{1s}^M)^{1-\sigma} G_s^{\sigma-1} \right] - (w_1^M)^\sigma \\ \vdots \\ \left[\sum_{s=1}^n Y_s (T_{ns}^M)^{1-\sigma} G_s^{\sigma-1} \right] - (w_n^M)^\sigma \end{pmatrix} \quad (12)$$

$$\mathbf{P}(\mathbf{w}^M, \lambda, \bar{\omega}, \tau) = \begin{pmatrix} (\omega_1 - \bar{\omega})\lambda_1 \\ \vdots \\ (\omega_n - \bar{\omega})\lambda_n \end{pmatrix} \quad (13)$$

$$L(\lambda) = \lambda_1 + \dots + \lambda_n - 1 \quad (14)$$

この非線形連立方程式 (10) を満たす解を計算分岐理論により求め、その解の中で、不等式条件式 (8) を満たすものを取り出すという方法論により、分岐解析を行う。

(2) 増分支配方程式

非線形連立方程式 (10) を満たすある解を $(\mathbf{u}, \tau)$ と、その近傍の別の解 $(\mathbf{u} + \delta\mathbf{u}, \tau + \delta\tau)$ を考える。ここに、 $\delta\mathbf{u}$ と $\delta\tau$ は増分量である。この 2 つの解が増分支配方程式を満たすことから、以下の増分支配方程式が成立する。

$$\begin{aligned} \delta\mathbf{F}(\delta\mathbf{u}, \delta\tau) & \equiv \mathbf{F}(\mathbf{u} + \delta\mathbf{u}, \tau + \delta\tau) - \mathbf{F}(\mathbf{u}, \tau) \\ & = \frac{\partial\mathbf{F}}{\partial\mathbf{u}}\delta\mathbf{u} + \frac{\partial\mathbf{F}}{\partial\tau}\delta\tau + O = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (15)$$

ちなみに、 O は高次項であり、 $\partial\mathbf{F}/\partial\mathbf{u}$ は $\mathbf{F}(\mathbf{u}, \tau)$ のヤコビ行列である。

増分方程式を、式 (11) を用いて具体的に書き下すと

$$\frac{\partial\mathbf{K}}{\partial\lambda}\delta\lambda + \frac{\partial\mathbf{K}}{\partial\mathbf{w}^M}\delta\mathbf{w}^M + \frac{\partial\mathbf{K}}{\partial\tau}\delta\tau = 0 \quad (16)$$

$$\frac{\partial\mathbf{P}}{\partial\lambda}\delta\lambda + \frac{\partial\mathbf{P}}{\partial\mathbf{w}^M}\delta\mathbf{w}^M + \frac{\partial\mathbf{P}}{\partial\tau}\delta\tau + \frac{\partial\mathbf{P}}{\partial\bar{\omega}}\delta\bar{\omega} = 0 \quad (17)$$

$$\frac{\partial L}{\partial\lambda}\delta\lambda = 0 \quad (18)$$

となる。

(3) 方程式系の縮約

非線形連立方程式 (10) は方程式系が非常に煩雑であり、人口移動に対する安定性や分岐現象などを考慮する上で取り扱いにくい。これらの問題を解決するために、非線形連立方程式 (10) の増分支配方程式を以下のように縮約する。

$$\text{未知変数: } \mathbf{w}^M, \lambda, \bar{\omega} \Rightarrow \lambda \quad (19)$$

$$\text{方程式の数: } 2n + 1 \Rightarrow n$$

具体的には、(16), (17), (18) を用いて、 $\delta\mathbf{w}^M$ と $\delta\bar{\omega}$ を変数消去すると、以下に示す増分方程式に帰着される。

$$\tilde{\mathbf{J}}\delta\lambda + \mathbf{A}\delta\tau = 0 \quad (20)$$

ここで、行列 $\tilde{\mathbf{J}}$ 、 $\mathbf{A}$ はそれぞれ

$$\tilde{\mathbf{J}} = \frac{\partial\mathbf{P}}{\partial\lambda} - \frac{\partial\mathbf{P}}{\partial\mathbf{w}^M} \left(\frac{\partial\mathbf{K}}{\partial\mathbf{w}^M} \right)^{-1} \frac{\partial\mathbf{K}}{\partial\lambda} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A} = & \frac{\partial\mathbf{P}}{\partial\tau} - \frac{\partial\mathbf{P}}{\partial\mathbf{w}^M} \left(\frac{\partial\mathbf{K}}{\partial\mathbf{w}^M} \right)^{-1} \frac{\partial\mathbf{K}}{\partial\tau} \\ & - \frac{\partial\mathbf{P}}{\partial\bar{\omega}} \frac{\partial L}{\partial\lambda} \tilde{\mathbf{J}}^{-1} \left[\frac{\partial\mathbf{P}}{\partial\tau} - \frac{\partial\mathbf{P}}{\partial\mathbf{w}^M} \left(\frac{\partial\mathbf{K}}{\partial\mathbf{w}^M} \right)^{-1} \frac{\partial\mathbf{K}}{\partial\tau} \right] \end{aligned} \quad (22)$$

であり、 $\delta \mathbf{w}^M$ と $\delta \bar{\omega}$ は、 $\delta \tau$ を用いて

$$\delta \mathbf{w}^M = \left[\left(\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \mathbf{w}^M} \right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \lambda} \tilde{\mathbf{J}}^{-1} \mathbf{A} - \left(\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \mathbf{w}^M} \right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \tau} \right] \delta \tau \quad (23)$$

$$\delta \bar{\omega} = - \frac{\frac{\partial L}{\partial \lambda} \tilde{\mathbf{J}}^{-1} \left[\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \tau} - \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{w}^M} \left(\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \mathbf{w}^M} \right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \tau} \right]}{\frac{\partial L}{\partial \lambda} \tilde{\mathbf{J}}^{-1} \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \bar{\omega}}} \delta \tau \quad (24)$$

と表すことができる。

(4) 経路追跡

ある平衡点 (λ^*, τ^*) において増分支配方程式 (20) を考え、制御する輸送費パラメータ τ の増分を $d\tau$ とすると、次ステップの平衡点は $d\tau$ を用いて以下のように予測することができる。

$$(\lambda^*, \tau^*) \Rightarrow (\lambda^* + d\lambda, \tau^* + d\tau) \quad (25)$$

$$= (\lambda^* - \tilde{\mathbf{J}}^{-1} \mathbf{A} d\tau, \tau^* + d\tau) \quad (26)$$

そして、さらに修正子と予測子を用いる反復解法³⁾を用いることにより次ステップの平衡点を求める (図-1)。この計算を繰り返すことで経路追跡を行う。

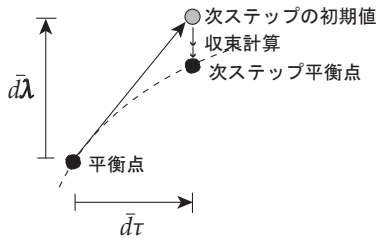


図-1 経路追跡

(5) 特異点

ヤコビ行列 $\tilde{\mathbf{J}}(\lambda, \tau)$ が正則である場合には、増分方程式 (20) は唯一の解、すなわち通常解を持つ。

一方、ヤコビ行列 $\tilde{\mathbf{J}}(\lambda, \tau)$ が正則でない場合には、増分方程式 (20) は唯一の解を持たなくなる、このような点を特異点と呼ぶ。ヤコビ行列 $\tilde{\mathbf{J}}(\lambda, \tau)$ の固有値を e_i とし、固有ベクトルを ψ_i とすると ($i = 1, \dots, n$)、標準固有値問題は

$$\tilde{\mathbf{J}} \psi_i = e_i \psi_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (27)$$

となる。このとき、特異点の条件は、少なくとも 1 個以上の固有値がゼロとなること、すなわち、

$$e_1 = \dots = e_M = 0 \quad (28)$$

が成り立つことである。ここで M は特異点の多重度である。特異点は以下のように分類できる。

$$\begin{cases} \text{パラメータ } f \text{ の極大・極小点} \\ \text{分岐点} \begin{cases} \text{単純分岐点 } (M = 1) \\ \text{2 重分岐点 } (M = 2) \\ \vdots \end{cases} \end{cases} \quad (29)$$

本研究で取り扱う 4 都市モデルでは、分岐点は単純分岐点と 2 重分岐点のみ存在する。

(6) 経路切替

分岐点において枝分かれする分岐経路を追跡するのが分岐経路解析である。 $\mathbf{J}$ が輸送費パラメータ τ の極値以外でゼロ固有値を持つ場合、その点は分岐点であり、ゼロ固有値に対応する固有ベクトルは分岐の方向ベクトルとなる。

ゼロ固有値が唯一の場合は、ゼロ固有値に対応する固有ベクトル ψ_1 の方向に分岐解を探索すればよい (図-2)。

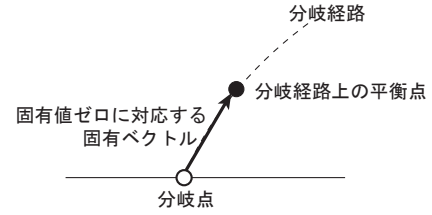


図-2 経路切替

しかし、本モデルではゼロ固有値が 2 つ同時に存在する 2 重分岐点が数多く存在する。その場合、ゼロ固有値に対応する固有ベクトルが 2 つ ψ_1, ψ_2 存在するため、次の方向に探索する。

$$\cos \alpha \psi_1 + \sin \alpha \psi_2 \quad (0 \leq \alpha < 2\pi) \quad (30)$$

ここで、 α は解の方向を表すパラメータである。全ての α の方向に解が存在するわけではないので、解の方向に対応する α をどのように選ぶかが問題となる。ちなみに、群論的分岐理論^{4),5)}に基づく解析的な議論により分岐解の本数とその対称性が決定でき、さらに、 ψ_1 と ψ_2 をこの対称性に基づき選択すると、解の方向を与える α を決定することもできる。

(7) 安定性

安定性の判定は、平衡点付近の局所安定性を見ることによって行う。その方法はヤコビ行列 $\tilde{\mathbf{J}}$ の固有値が全て負の場合、安定とするものである⁶⁾。

4. 都市の集積解析結果

本章では、本モデルについて計算分岐理論による分岐解析法を適用することにより、得られた解析結果を示す。

(1) 2都市モデル

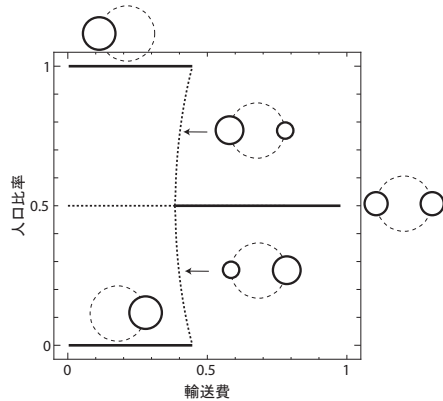


図-3 輸送費の変化に伴う平衡点の変化 (2都市)

2都市での輸送費の変化による都市の人口変化を図-3に示す ($\mu = 0.4$, $\sigma = 5.0$)。図の縦軸は工業人口の経済全体に対する比率 λ_1, λ_2 を示し、横軸に輸送費を示し、実線は安定な経路、破線は不安定な経路を示している。ここで、横軸の輸送費は輸送費パラメータ τ を用いた $1 - 1/e^{\tau\pi}$ の値を示しており、輸送費 0 では都市間に全く輸送費がかからない状態を、輸送費 1 では輸送費が無限に大きく都市間の交流が全くない状態を示している。また、図中の経路に沿うように示した模式図は○の位置により都市の位置を、○の大きさによりその都市における工業人口の大きさを模式的に表している。

この図から、安定な解は水平方向の直線 $(\lambda_1, \lambda_2) = (0.5, 0.5), (1, 0), (0, 1)$ の一部であり、分岐構造が存在することが確認できる。つまり、輸送費の高い状態では、2都市分散の均衡状態が安定となっているが、輸送費の低下によりその状態が不安定化し、どちらか一方の都市に人口が一極集中する。また、ここで得られた解析結果は、Krugman ら¹⁾の結果を再現できており、得られた分岐点における輸送費の値も一致している。

図-3では本手法により分岐経路を求めたが、2都市の場合に関しては分岐後の経路を求めることはあまり重要ではない。それは安定な状態 (2都市の均等分布・一極集中) が既知であり、安定な状態が失われる点 (分岐点) を結ぶという既存の方法でも大きな問題はないからである。しかし、考慮する都市数が大きくなると、分岐経路を網羅的に求めていくことが大きな鍵を握ることになる。

(2) 4都市モデル

a) 4都市解析結果

4都市についての解析結果を図-4 ($\mu = 0.4$, $\sigma = 10.0$) に示す。図-4(a)を見ると、2都市の場合と比較して、非常に複雑な分岐構造を持っていることがわかる。その分岐構造について、図-4(b)に4都市における階層的な分岐の様子の一例を模式的に示した (破線は対称軸)。図は、例えば4都市の均等分布状態からは、単純分岐により2軸対称の対角の2都市への集積が起きるか、もしくは2重分岐により1つの都市に集中もしくは隣り合った2つの都市に集積が起ることを示している。図は複雑さを避けるため、内点解 (全ての都市に工業人口が存在する解) のみを表示しているが、実際の解析では端点解 (工業人口ゼロの都市が存在する解) は無数に存在する。しかし、端点解に対しても分岐の仕方は同じである。

4都市における解析結果を詳細に見てみる。図-4(a)についてその集積の様子を、分岐解析において具体的に追跡した順番に従って図-4(c), (d), (e)に分類して示す。図-4(c)を見ると、輸送費 τ が高い場合は4都市均等分布 $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4) = (0.25, 0.25, 0.25, 0.25)$ が安定となっているが、輸送費 τ の低下によりある点で不安定となり分岐し、対角の2都市への集積が起る。さらなる τ の低下により対角の2都市のみの均等分布 $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4) = (0.5, 0, 0.5, 0)$ も不安定化し、1つの都市へ集積がおこり、最後には一極集中 $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4) = (1, 0, 0, 0)$ が起こることが分かる。また、図-4(c)に示す経路は図-4(d), (e)と比べて非常に多くの安定解を持つことが確認できる。この図-4(c)が示す分岐現象は周期倍分岐と呼ばれるものであり、都市の集積・分散現象の理解においても重要である。

また、安定な解のみ見てみると、下記の5種類存在することが確認できる。

4都市に均等分布	: 図-4(c)のA
対角の2都市のみに均等分布	: 図-4(c)のB
対角の2都市のみに分布	: 図-4(c)のC
一極集中	: 図-4(c)のD
隣りの2都市のみに均等分布	: 図-4(d)のE

このように安定解は非常に多く存在するため、安定解を導くにあたり本手法により分岐経路を追うことは重要である。

周期倍分岐はカオス⁷⁾を引き起こすことが知られている。

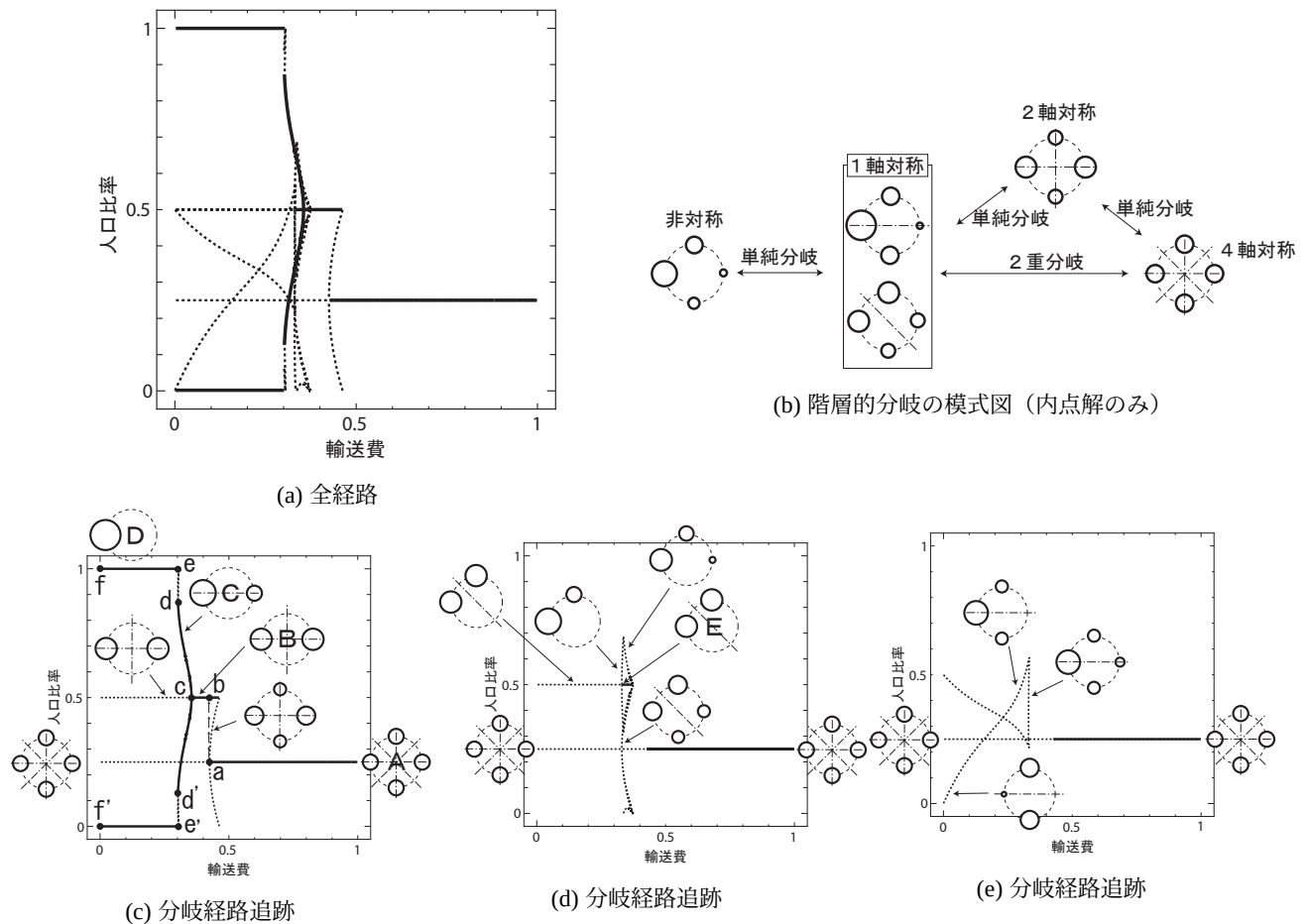


図-4 4都市解析結果 ($\mu = 0.4$, $\sigma = 10.0$)

同一のパラメータ（輸送費）に対して複数の安定解が存在する。現実にはどの解が存在するかはケース毎に異なる。例えば、図-4(c)において、パラメータの値を1から減少させることを考えると、図中のa点において、b点に飛び移り、さらに、b-cと移行する。c点は分岐点であり、解c-dまたはc'-d'が分岐する。ただし、解c-dと解c'-d'は物理的に等価であり、どちらが発現するかはケース毎に異なる。例えば、解c-dが発現した場合には、d点においてe点に飛び移り、さらにf点に至る。

b) パラメータ μ , σ の影響

本節では、 μ と σ の関係がもたらす安定経路への影響について触れる。 μ と σ は任意に決められるパラメータであり、 μ は工業品への支出割合を示すと同時に経済全体での工業人口の占める割合を示し、 σ は工業品の多様性を選好する度合いを示すパラメータである。 μ が大きいと移動可能な人口の割合が大きくなるので、集積力が強くなる。また、 σ が小さいと多様な工業品を消費しようとする選好が強く差別化が起こるので、解析では集積力が強くなる。反対に σ が大きいと全ての

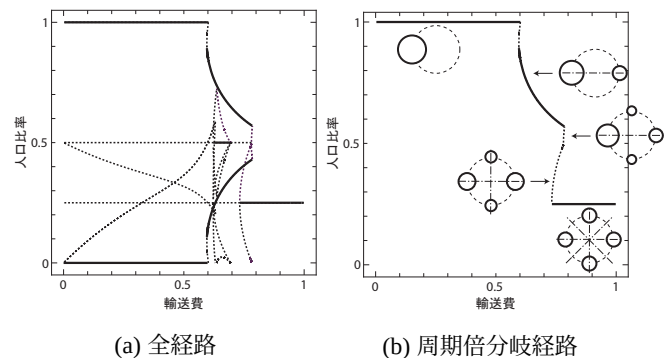


図-5 4都市解析結果 ($\mu = 0.4$, $\sigma = 5.0$)

工業品の価値が等しくなっていくため、集積は起こりにくくなるという性質がある。

4都市について、前節の図-4 ($\mu = 0.4$, $\sigma = 10.0$)、図-5 ($\mu = 0.4$, $\sigma = 5.0$)、図-6 ($\mu = 0.7$, $\sigma = 20.0$)で解析結果の違いを検討する。

各図を見ると、まず、4都市に均等分布する状態が不安定となる輸送費の値が大きく異なることが確認できる。これは、 μ の増加と σ の低下は集積力を強くすることから起こる現象である。例えば、 μ の値が同一

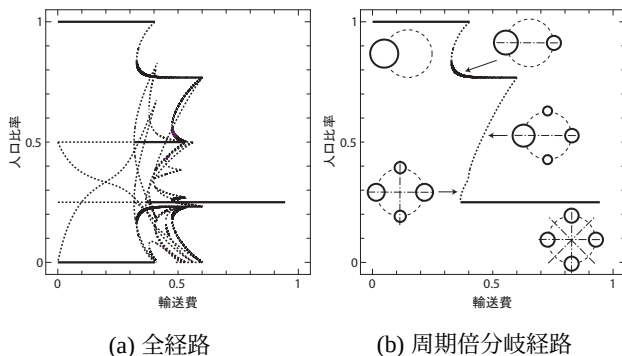


図-6 4 都市解析結果 ($\mu = 0.7$, $\sigma = 20.0$)

の図-4-(a) ($\sigma = 10.0$) と図-5-(a) ($\sigma = 5.0$) を比較すると、図-5-(a) ($\sigma = 5.0$) の場合では、より輸送費が高い状態で 4 都市均等分布が不安定となって分岐していることが確認できる。

図-4-(c)、図-5-(b)、図-6-(b) の周期倍分岐の経路が示す集積過程 (4 都市均等分布 → 対角の 2 都市への集積 → 一極集中) から明らかなように、周期倍分岐は都市の集積の進行の理論モデルとして重要である。

5. おわりに

本論文では、多都市に拡張した Krugman の短期均衡モデルに関して、計算分岐理論による分岐経路追跡法を提案した。その結果、輸送費の変化に伴う、都市の

集積・分散の分岐による進行を数値的に表現することができた。今後の課題としては、本手法を用いて、より多くの都市について解析を行うことにより、複雑系の典型的な挙動である周期倍分岐による集積の進行などの数理メカニズムを明らかにすることが挙げられる。本論文では、都市の位置を固定しており、都市の位置が移動するような場合の解析も今後の課題である。

参考文献

- 1) M. Fujita, P. Krugman, and A.J. Venables : The Spatial Economy: Cities, Regions, and International Trade, MIT Press, 1999.
- 2) A.K. Dixit, and J.E. Stiglitz : Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity, American Economic Review, 67(3), pp.297-308, 1977.
- 3) 藤井文夫, 大崎純, 池田清宏 : 構造と材料の分岐力学, 計算工学シリーズ 3, コロナ社, 2005.
- 4) M. Golubitsky, I. Stewart and D.G. Schaeffer : Singularities and Groups in Bifurcation Theory, Vol. 2. Springer-Verlag, New York, 1988.
- 5) K. Ikeda, and K. Murota : Imperfect Bifurcation in Structures and Materials : Engineering Use of Group-Theoretic Bifurcation Theory, Appl. Math. Sci. Ser. 149, Springer-Verlag, New York, 2002.
- 6) 池田清宏, 河野達仁, 赤松隆, 柳本彰仁, 八巻俊二 : 都市の集積・分散モデルの対称性破壊分岐 : 群論的分岐理論によるアプローチ: 投稿準備中.
- 7) イアン・スチュアート著, 須田不二夫, 三村和男訳, カオスの世界像, 白揚社, 1989.

計算分岐理論による都市の集積・分散モデルの分岐経路追跡法の提案 *

柳本彰仁 **・池田清宏 **・赤松隆 ***・河野達仁 **・八巻俊二 **

輸送費の変化による工業の都市集積現象のメカニズムを表現した Krugman の提案したモデルは、複数の均衡解を持つことが知られている。しかし、地域 (都市) 数が 2 と 3 の場合については、その特性に関する多くの分析がなされているものの、都市数が更に増加した場合における輸送費変化による人口の空間的 (地域・都市間) 集積・分散パターンの分析に関しては十分な知見が得られていない。そこで、本論文では、Krugman モデルを円周上に位置する同一の人口を持つ多都市モデルへと拡張し、計算分岐理論による数値解析法により、その可能な解を網羅的に求め、その適用可能性を示す。

Proposal of a bifurcation analysis procedure of Core-Periphery model by computational bifurcation theory *

By Akito YANAGIMOTO **・Kiyohiro IKEDA **・Takashi AKAMATSU ***・Tatsuhito KONO **・Syunji YAMAKI **

It is known that the model that expresses the city accumulation phenomenon by the change of transportation cost has multiple equilibria for two or three cities. However, there is no research on the pattern of spatial accumulation and decentralization of the population when the number of cities was increased further. In this research, the numerical analysis procedure based on computational bifurcation theory is carried out on the Core-Periphery model for many cities with the same population that are located evenly on a circle. As a result, complex bifurcation behaviors of the model has successfully been traced by means of this procedure.