【土木計画学研究・論文集　Vol.24 no.1　2007年10月】

# 混雑料金・道路投資政策による異質な利用者のパレート改善性*

Pareto Improvement of Heterogeneous Users
by Congestion Toll and Investment Policy*

田中大輔**・河野達仁***

By Daisuke TANAKA**, Tatsuhito KONO***

## 1．はじめに

混雑料金政策は社会厚生最大化の観点から経済学的な正当性を保持しており，大都市の道路交通問題を改善するための手段の一つとして注目されている．しかし，混雑料金政策が技術的に導入可能であるにも関わらず実際の導入事例はシンガポール，ロンドン等に限られている．その主要な理由として，(A)混雑料金収入の還元方法の問題，(B)混雑料金制度による利用者間の不公平性の 2 点が挙げられる．(A)について，混雑料金の還元が無ければ利用者の余剰は減少したままで，利用者は損失を被るだけである．また(B)について，社会的余剰が最大化されるような最適混雑料金を利用者に付加すると支払能力の低い利用者から先行的に排除されることになり，公平性の観点から問題がある．支払い能力の低い人への高い人から補償があれば，この問題は解消されるものの，このような交通政策に付随した所得補償は行われていない．

(A)に関して，交通経済学において toll-capital 定理 [1)]の有効性が主張されている．この定理は，リンク費用関数の交通量と道路投資量に関する 0 次同次性の仮定の下，社会的余剰を最大化する最適混雑料金と最適道路投資を求めると，その混雑料金収入と最適道路投資額が等しくなることである．さらに，この定理は異質な利用者の存在下でも成立することが示されている．混雑料金収入を道路投資に用いると利用者に還元する必要はなく，(A)は問題なくなる．しかし，利用者の異質性が引き起こす(B)を改善可能かどうかは分かっていない．

(B)に関して，異質な利用者を仮定した下で混雑料金及び道路投資政策について厚生分析を行った既存研究は限られている．Arnott et al (1992, 1994) [2),3)] はボトルネックモデルにおいて，時間価値の異なる利用者の通勤交通を分析対象とし，最適混雑料金の賦課及び最適道路投資を行ったときのパレート改善性を分析している．ただし，この分析ではパレート改善の比較対象となる基準状態の道路容量は与件の定数である．すなわち，基準状態の道路容量はどんな観点からも最適とは設定されていない．現実には，混雑税がない場合においても道路整備はなんらかの意味で最適化が図られていると考えられる．分析結果として，与件の道路容量の状態に対して混雑料金と道路投資が最適な状態は，利用者の中でも混雑の最後尾の利用者にとって優位であることは示されたものの，パレート改善が生じる経済条件は示されていない．

Verhoef and Small (2004) [4)] は静学モデルにおいて，時間価値が連続的に異なる利用者の道路ネットワークの通行に対して通行無料の場合や最適混雑料金あるいは次善混雑料金を賦課した場合の厚生分析を数値シミュレーションにより行っている．この分析では，全ての政策において道路容量は与件の定数であり，道路容量を最適に変化させることを想定していない．

結局，異質な利用者を想定した混雑料金・道路投資政策の実施において，通行無料で最適に道路投資を行った政策に対するパレート改善性を分析している研究はない．

そこで本研究では，異質な利用者の仮定の下で，通行無料を前提とした費用便益分析に基づく道路投資政策（以降，政策２）に対して最適混雑料金賦課を前提とした同政策（以降，政策１）のパレート改善性を分析する．特に，異質な利用者の時間価値や需要関数の違い，人口分布がパレート改善性に与える影響について分析する．

本研究では交通モデルとして，異質な利用者が道路上に混在することを表現するために静学モデルを用いる．仮に Arnott et al (1992, 1994) [2), 3)] に準じたボトルネックモデルを用いると，時間価値の異なる利用者が出発時刻を変更して時間帯別に道路を利用することになる．しかし，現実の状況では時間価値の異なる利用者が混在して道路を利用している状況（例えば，昼間の私的交通等）も多くあると考えられる．また，Arnott et al (1992)が証明しているように，同質利用者のケースでは，ボトルネックモデルにおける早着・遅着といったスケジュール費用を含めた交通費用と交通量の関係は，静学モデルの交通費用と交通量の関係と同一である．したがって，仮に異質な利用者を想定しても，静学モデルはボトルネックモデルの第一接近となりうると考えられる．実際，複雑な交通

*キーワーズ：計画手法論，公共交通計画
**非正員，修(学術)，首都高速道路株式会社
(〒100-8930,東京都千代田区霞ヶ関1-4-1,Tel03-3539-9364)
***正員，博(学術)，東北大学大学院工学研究科
(〒980-8579,仙台市青葉区荒巻字青葉 06,Tel022-217-7498)

現象を分析する場合には，ボトルネックモデルではなく静学モデルが用いられている[例えば 4),5)]．以上の理由から，静学モデルを本研究では採用する．

対象道路として，１リンクの高速道路を想定し，平均道路所要時間関数は道路交通量と道路資本額の２変数に関して０次同次性を有する．利用者は時間価値の大小によって２グループ存在し，各グループ内の個人は同質である．また，各グループの利用者の逆需要関数は異なる．なお，政策２では通行料金収入が無いため，道路投資財源として利用者均等な一括固定税を賦課する．

## ２．政策１と政策２のモデルと均衡式

本研究では，以下に示す政策２から政策１への政策変更のパレート改善性を検討する．

**政策１**：混雑料金と道路資本額を政策変数として社会的余剰を最大化する最適混雑料金・道路投資政策（この時，混雑料金収入＝道路資本額となる）

**政策２**：混雑料金無しで，道路資本額のみを政策変数として社会的余剰を最大化する道路投資政策（この時，道路資本額は利用者均一の一括固定税で徴収）

以下で，政策１と政策２それぞれの均衡式を導出する．

### (1) 政策１（混雑料金有）の均衡式

**図-１**のような１リンクを想定する．社会的余剰(SS)の最大化問題は式(2a)-(2c)のように表される．なお，内生変数のサブスクリプト１は政策１であることを示している．

式(2a)の第１項は，時間価値の高い個人の消費者余剰にグループの人数を乗じて総和したものであり，第２項は，時間価値の低い個人の消費者余剰にグループの人数を乗じて総和したものを示している．第３項目は，混雑料金収入であり，第４項目は，道路投資額である．

式(2b)は時間価値の高い人の交通に関する一般化費用と逆需要関数の均衡を示している．左辺第１項は所要時間費用であり，第２項は混雑料金である．右辺は逆需要関数を示している．式(2c)は時間価値の低い人の交通について同様に示している．

$$\max_{\tau_1, K_1} \mathrm{SS} = N\,r_N\left[\int_0^{Q_{h1}} P_h(q)dq - Q_{h1}P_h(Q_{h1})\right] + N(1-r_N)\left[\int_0^{Q_{l1}} P_l(q)dq - Q_{l1}P_l(Q_{l1})\right] + \tau_1 Q_1 - K_1 \tag{2a}$$

$$\text{s.t.} \quad \alpha r_\alpha T(Q_1, K_1) + \tau_1 = P_h(Q_{h1}) \tag{2b}$$

$$\alpha T(Q_1, K_1) + \tau_1 = P_l(Q_{l1}) \tag{2c}$$

ただし，$N$：利用者の全人口($0<N$)，$r_N$：全人口に対するグループ*high*の人口配分率($0 \le r_N \le 1$)，$\alpha$：グループ*low*の時間価値($0<\alpha$)，$r_\alpha$：グループ*low*に対するグループ*high*の時間価値比($1<r_\alpha$)，$Q_i$：グループ $i$ の個人の，ある一定期間の交通量 ($i = h, l$)，$P_i(Q_i)$：グループ $i$ の個人の逆需要関数($P_i{}'<0$)，$Q$：道路交通量，$K$：道路資本額，$T(Q,K)$：平均道路所要時間関数($T_Q>0, T_K<0$)，$\tau$：混雑料金（なお，サブスクリプト1は政策1であることを示す．）

ここで，道路交通量と各グループ個人の交通量において式(2d)が成り立つ．

$$Q = Nr_N Q_h + N(1-r_N)Q_l \tag{2d}$$

$Q_{h1}$，$Q_{l1}$，$\tau_1$，$K_1$ の１階条件と，$T(Q,K)$ の０次同次性より，政策１の $Q_{h1}$，$Q_{l1}$，$\tau_1$ に関する均衡式は以下の３式(2e)～(2g)になる．これらの均衡式の導出過程は付録Aに示す．

$$\alpha\frac{\partial T(\tau_1)}{\partial \tau_1} + \frac{r_N Q_{h1} + (1-r_N)Q_{l1}}{r_\alpha r_N Q_{h1} + (1-r_N)Q_{l1}} = 0 \tag{2e}$$

$$\alpha r_\alpha T(\tau_1) + \tau_1 = P_h(Q_{h1}) \tag{2f}$$

$$\alpha T(\tau_1) + \tau_1 = P_l(Q_{l1}) \tag{2g}$$

ここでは，１階条件の結果である $\tau_1 = K_1 Q_1^{-1}$（最適混雑料金収入＝最適道路資本額）と所要時間関数の０次同次性を用いて，所要時間関数 $T(Q_1, K_1)$ を式(2h)のように１変数化した関数を用いている．所要時間関数 $T(\tau)$ は $\tau$ に関して単調減少であると仮定する．

$$T(Q_1, K_1) = T(1, K_1 Q_1^{-1}) = T(\tau_1) \tag{2h}$$

### (2) 政策２（混雑料金無）の均衡式

社会的余剰(SS)の最大化問題は式(2i)-(2k)のように表される．なお，内生変数のサブスクリプトは政策２を表している．

式(2i)の第１項は，時間価値の高い個人の消費者余剰にグループの人数を乗じて総和したものであり，第２項は，時間価値の低い個人の消費者余剰にグループの人数を乗じて総和したものを示している．第３項目は，道路投資額である．

式(2j)は時間価値の高い人の交通に関する一般化費用と逆需要関数の均衡を示している．左辺第１項は所要時間費用であり右辺は逆需要関数を示している．式(2k)は時間価値の低い人の交通について同様に示している．

これらの式(2i)，(2j)，(2k)は政策１の式(2a)，(2b)，(2c)にそれぞれ対応している．異なる点は，政策２においては混雑料金が存在しないため，その考慮が必要ない．ただし，政策１においても，式(2b)，(2c)を式(2a)に代入すればわかるように混雑料金支出や収入は社会全体でみる

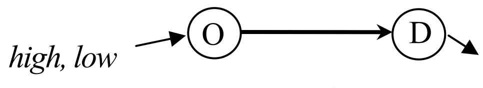


**図-１　１リンク高速道路**

とキャンセルする．しかしながら，政策１と政策２では，均衡交通量が変化するため，余剰SSの大きさは異なる．

$$\max_{K_2} \mathrm{SS} = Nr_N\left[\int_0^{Q_{h2}} P_h(q)dq - Q_{h2}P_h(Q_{h2})\right] + N(1-r_N)\left[\int_0^{Q_{l2}} P_l(q)dq - Q_{l2}P_l(Q_{l2})\right] - K_2 \tag{2i}$$

$$\text{s.t.} \quad \alpha r_\alpha T(Q_2, K_2) = P_h(Q_{h2}) \tag{2j}$$

$$\alpha T(Q_2, K_2) = P_l(Q_{l2}) \tag{2k}$$

$Q_{h2}$ ，$Q_{l2}$ ，$K_2$ の一階条件，$T(Q,K)$ の０次同次性と新たな変数$\tau_2(\equiv K_2 Q_2^{-1})$ の導入により，式(2i)，(2j)，(2k)が式(2l)-(2o)のように簡単になる．この$\tau_2(\equiv K_2 Q_2^{-1})$ は政策１の$\tau_1$ と同様（式(Ao)参照）に，道路資本額を総交通量で除したものを表している．そのため，同様の記号$\tau$ を用いている．しかし，政策１の$\tau_1$ は混雑税も意味している．この点は異なり，$\tau_2(\equiv K_2 Q_2^{-1})$ は混雑税を意味しない．

政策２の $Q_{h2}$ ，$Q_{l2}$ ，$\tau_2$ に関する均衡式は以下の３式(2l)～(2n)になる．$\varepsilon$ は$\tau_2$ に対する道路交通量の弾力性である．これらの均衡式の導出過程は付録Bに示す．

$$\frac{1}{1+\varepsilon}\alpha\frac{\partial T(\tau_2)}{\partial \tau_2} + \frac{r_N Q_{h2} + (1-r_N)Q_{l2}}{r_\alpha r_N Q_{h2} + (1-r_N)Q_{l2}} = 0 \tag{2l}$$

$$\alpha r_\alpha T(\tau_2) = P_h(Q_{h2}) \tag{2m}$$

$$\alpha T(\tau_2) = P_l(Q_{l2}) \tag{2n}$$

$$\text{ただし} \quad \varepsilon = \frac{\tau_2}{Q_2}\frac{\partial Q_2}{\partial \tau_2} \quad (>0) \tag{2o}$$

## ３．政策２に対する政策１のパレート改善性

本研究のモデルには，時間価値の異なる２グループの個人がおり，時間価値の高い人が$N r_N$ 人，時間価値の低い人が$N(1-r_N)$ 人となっている．したがって，政策によって，時間価値の高い人および低い人消費者余剰が両方とも増加すれば，その政策はパレート改善と言える．

本章では，まず政策２に対する政策１実施時のそれぞれのグループの個人の利用者余剰の変化を一般的に表したのち，利用者の逆需要関数を特定化して利用者余剰の変化を具体的に表わす．次に，利用者余剰変化の式と各政策の均衡式に陰関数定理を用いて，種々のパラメータ変化に対する利用者余剰の変化を導出し，政策２に対する政策１のパレート改善性を検討する．最後に数値分析を行って，解析的に得られた結果と総合してパレート改善性の考察を行う．

### (1) パレート改善の定式化

各グループ $i$ に属する個人の政策２に対する政策１の余剰変化は，政策１における利用者余剰から政策２における余剰を差し引いたもので以下のように表される．

$$\Delta\mathrm{CS}_i = \underbrace{\int_0^{Q_{i1}} P_i(q)dq - Q_{i1}P_i(Q_{i1})}_{1} - \underbrace{\left[\int_0^{Q_{i2}} P_i(q)dq - Q_{i2}P_i(Q_{i2}) - \underbrace{\frac{Q_2\tau_2}{N}}_{*}\right]}_{2} \quad (i=h,l) \tag{3a}$$

式(3a)のうち１と示した項は政策１の利用者余剰，２と示した項は政策２の利用者余剰を表している．政策１の道路投資財源が混雑料金収入である一方，政策２では通行料金収入が無いため，道路投資財源として利用者均等な一括固定税を賦課することを考える．その値は道路資本額を全利用者数で均等に除した額で与えるものとし，＊で示した項のように利用者余剰から差し引かれる．

ただし，この一括固定税の仮定は，分析の参照点を設けるために便宜上設定しているにすぎない．現実には，時間価値の高い人および低い人共通の一括固定税で道路投資がなされるわけではなく，時間価値の高い人がより多く税金を支払うことが多いと考えられる．したがって，その税金支払いの差の分，政策２から政策１のパレート改善は，本研究よりも現実の方が厳しくなる．

政策２に対して政策１実施がパレート改善であるということは，各グループ個人の利用者余剰変化が共に正であることと同値である．これは以下のように表される．

$$\Delta\mathrm{CS}_h > 0 \quad \text{かつ} \quad \Delta\mathrm{CS}_l > 0 \tag{3b}$$

式(3b)を満たす条件を求めるために，利用者余剰変化を一般的に表した式(3a)を具体化する．そこで，利用者の逆需要関数を以下のように特定化する．

$$P_h(Q_h) = \beta r_\beta Q_h^{-1} \quad , \quad P_l(Q_l) = \beta Q_l^{-1} \tag{3c}$$

ただし，$\beta$ ：グループ*low*の個人の逆需要関数の定数$(0<\beta)$，$r_\beta$ ：グループ*low*に対するグループ*high*の逆需要関数の定数比$(1 \le r_\beta)$

逆需要関数の価格弾力性として１は比較的高い値である．ただし，買い物やレジャー等の交通を考えると十分に現実的な値である．また，交通は正常財であるため同じ一般化費用レベルにおいてグループ*high*の需要がグループ*low*の需要より大きいこと，つまり$1 \le r_\beta$ は妥当な仮定である．

式(2d)，(3c)，政策１の均衡式(2f)，(2g)，政策２の均衡式(2m)，(2n)を用いて，(3a)から$Q_{h1}$，$Q_{l1}$，$Q_{h2}$，$Q_{l2}$ を消去，整理すると，以下の$\tau_1$，$\tau_2$ 及びパラメータで表された各グループ個人の利用者余剰変化の式(3d)，(3e)を得る．これらの式の導出過程は付録Cに示す．

$$\Delta\mathrm{CS}_h = \beta r_\beta \ln\frac{\alpha r_\alpha T(\tau_2)\cdot\exp\left\{\omega\tau_2\left[\alpha T(\tau_2)\right]^{-1}\right\}}{\alpha r_\alpha T(\tau_1) + \tau_1} \tag{3d}$$

$$\Delta \mathrm{CS}_l = \beta \ln \frac{\alpha T(\tau_2) \cdot \exp\left\{ \omega r_\beta \tau_2 \left[ \alpha T(\tau_2) \right]^{-1} \right\}}{\alpha T(\tau_1) + \tau_1} \tag{3e}$$

ただし　$\omega = \left[ r_\beta r_N + (1 - r_N) r_\alpha \right] \left( r_\alpha r_\beta \right)^{-1} \quad (>0)$ 　(3f)

ここで，以降のパレート改善の分析を容易にするために，式(3d)，(3e)をパレート改善条件(3b)に代入・整理して(3b)と同値な以下のパレート改善条件(3g)を得る．式(3h)，(3i)は式(3d)，(3e)に対応している．なお，$\omega$ は式(3f)で与えられる．

$$\psi_h > 0 \text{ かつ } \psi_l > 0 \tag{3g}$$

ただし

$$\psi_h = \alpha r_\alpha T(\tau_2) \cdot \exp\left( \omega \tau_2 \left[ \alpha T(\tau_2) \right]^{-1} \right) - \left[ \alpha r_\alpha T(\tau_1) + \tau_1 \right] \tag{3h}$$

$$\psi_l = \alpha T(\tau_2) \cdot \exp\left( \omega r_\beta \tau_2 \left[ \alpha T(\tau_2) \right]^{-1} \right) - \left[ \alpha T(\tau_1) + \tau_1 \right] \tag{3i}$$

$\psi_h$ と $\psi_l$ が共に正になればパレート改善である．以降 $\psi_h$ と $\psi_l$ を各グループのパレート改善指標と呼ぶことにし，これらが共に正になるような条件を求めていく．

一方，パレート改善指標(3h)，(3i)の内生変数である $\tau_1$，$\tau_2$ を決定する方程式を求める．まず政策１において，式(3c)を用いて式(2e)～(2g)から $Q_{h1}$，$Q_{l1}$ を消去・整理すると，$\tau_1$ を決定する方程式(3j)を得る．

$$\alpha \frac{\partial T(\tau_1)}{\partial \tau_1} + \frac{\alpha \left[ r_\beta r_N + (1 - r_N) r_\alpha \right] T(\tau_1) + (r_\beta r_N + 1 - r_N) \tau_1}{\alpha r_\alpha (r_\beta r_N + 1 - r_N) T(\tau_1) + (r_\alpha r_\beta r_N + 1 - r_N) \tau_1} = 0 \tag{3j}$$

次に政策２において，式(2d)，(2m)，(2n)および(3c)を用いて式(2o)から $Q_{h2}$，$Q_{l2}$ を消去，整理すると式(3k)を得る．

$$\varepsilon = -\frac{\tau_2}{T(\tau_2)} \frac{\partial T(\tau_2)}{\partial \tau_2} \quad (>0) \tag{3k}$$

式(2o)では，$\varepsilon$ は $\tau_2$ の変化に対する道路交通量の弾力性を表していた．式(3k)によって，$\varepsilon$ はさらに，$\tau_2$ の変化に対する所要時間の弾力性も表すことを示している．

最後に式(3c)，(3k)を用いて式(2l)～(2n)から $Q_{h2}$，$Q_{l2}$ および $\varepsilon$ を消去・整理すると，$\tau_2$ を決定する方程式(3l)を得る．

$$\alpha \frac{\partial T(\tau_2)}{\partial \tau_2} + \left[ \frac{r_\alpha r_\beta r_N + (1 - r_N) r_\alpha}{r_\beta r_N + (1 - r_N) r_\alpha} - \frac{\tau_2}{\alpha T(\tau_2)} \right]^{-1} = 0 \tag{3l}$$

## (2) パレート改善領域

各グループのパレート改善指標(3h)，(3i)が共に正になるような状況を求める．式(3h)，(3i)，(3j)及び(3l)に陰関数定理を用いてパレート改善指標(3h)，(3i)の任意のパラメータに関する微係数を導出して，それらのパラメータの変動に対してどのような挙動を起こすか解析する．

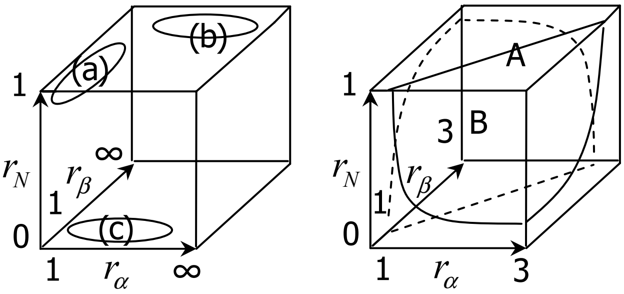


**図-２　定性分析(左)，数値分析(右)で求めたパレート改善領域**

変動させるパラメータとして，グループ *low* に対するグループ *high* の時間価値比 $r_\alpha$，逆需要関数の定数比 $r_\beta$，全人口のうちグループ *high* の人口配分率 $r_N$ の３つを考える．グループ *low* の時間価値 $\alpha$ の変動は，グループ *low* の時間価値の変動のみならずグループ *high* の時間価値の変動も起こすので，$\alpha$ は与件の定数と仮定する．

解析を行った結果，パレート改善条件(3g)を十分に満たす各パラメータ $r_\alpha, r_\beta, r_N$ の組み合わせの領域は，**図-２**左の領域(a)，(b)，(c)となる．それらは(a) 時間価値比 $r_\alpha$ が１に近くて，人口配分率 $r_N$ が大きい場合，(b) 逆需要関数の定数比 $r_\beta$ が大きくて，人口配分率が大きい場合，(c)人口配分率 $r_N$ が小さくて，逆需要関数の定数比 $r_\beta$ が小さい場合である．この解析の詳細は付録Dに示す．

本節で導出したパレート改善領域は，各グループのパレート改善指標(3h)，(3i)において各パラメータ $r_\alpha, r_\beta, r_N$ に関する微係数の単調性から求めたものであり，定性的なものである．**図-２**左のパレート改善領域に存在する各パラメータの組み合わせがパレート改善条件(3g)を必要十分に満たしているかどうかを解析的に判断することは限界がある．次節で具体的に数値分析を行うことにより，パレート改善条件(3g)を満たすような各パラメータの組み合わせを定量的に求める．

## (3) 数値分析によるパレート改善領域

数値分析を行うにあたり，平均所要時間関数を式(3m)のようにBPR型に特定化する．

$$T(\tau) \equiv t_0 (1 + \theta \tau^{-k}) \quad ; \quad t_0, \theta, k > 0 \tag{3m}$$

数値分析では与件として $t_0 = 30$ 分, $\theta = 5$, $k = 0.5$ と仮定する．さらに，グループ *low* の時間価値を $\alpha = 20$円/分 として与える．また，変動するパラメータ $r_\alpha, r_\beta, r_N$ の値の範囲をそれぞれ時間価値比：$1 \le r_\alpha \le 3$，逆需要関数比：$1 \le r_\beta \le 3$，時間価値の高い人口配分比：$0 \le r_N \le 1$ とする．

計算を行った結果，パレート改善条件(3g)を満たす各パラメータ $r_\alpha, r_\beta, r_N$ の組み合わせの領域は，**図-２**右となる．パレート改善領域は，全領域から頂点Aを含む四面

体及びBを含む四面体を除いた空間である．

**図-２**において，数値分析によって得られたパレート改善領域に，前節で定性的に求めたパレート改善領域を比較すると，数値分析によって得られたパレート改善領域の中に定性的に得られたパレート改善領域が，当然のことながら含まれる．

さて，**図-２**右におけるパレート改善領域を平面的に捉えるために，$r_\alpha - r_N$ 平面で立方体を切る．すると，逆需要関数の定数比 $r_\beta$ の任意の値における，時間価値比 $r_\alpha$ と人口配分率 $r_N$ に関するパレート改善領域を得る． $r_\beta$ の値を適当にとったときの，それぞれのパレート改善領域を**図-３**に示す．**図-３**において，まず $r_\beta$ が１から増加していくときのパレート改善領域の推移とその推移の理由について考察を行う．

**【パレート改善領域の推移を理解するためのポイント】**

考察にあたって，一つのポイントとなる各政策における個人の道路投資負担について予め説明する．政策２においては道路投資負担のための一括固定税が賦課されている．したがって，政策２においては，道路投資負担額は交通の需要に依存しない．一方，政策１においては一律の（一回あたり）混雑料金に個人の交通需要を乗じた総額が個人当たりの道路投資負担額となる．各グループ（時間価値 *high* と *low*）の需要は異なり，政策１における個人当たりの道路投資負担額はグループにより異なる．

すなわち，混雑料金の場合（政策１）は需要に依存した道路投資負担となり，一括固定税の場合（政策２）は需要に依存しない道路投資負担という性質がある．

**【逆需要関数の定数比 $r_\beta$ が１の時】**

$r_\beta$ が１のとき，つまり両グループの逆需要関数が等しい場合，時間費用の低いグループ *low* 個人の需要がグループ *high* 個人の需要より比較的大きくなる（式（2j）と（2k）から明らか）．この場合，政策２では需要に依存しない（道路投資のための）税金を払っているのに対し，政策１においてはグループ *low* 個人の方がグループ *high* 個人と比較して，需要が大きい分，総額で多くの（道路投資に利用される）混雑料金を払っていることになる．これは，政策２に対して政策１を実施したときに，グループ *low* 個人の道路投資額負担増加がグループ *high* 個人より大きいことを意味している．その結果，グループ *low* 個人の利用者余剰が改悪される領域 $\mathbf{A}_{low-}^{high+}$ が大きい．

しかしながら，**図-３**において $r_\beta$ が１の状況においてもパレート改善領域は存在する．それは人口配分率 $r_N$ が０に近い領域と，グループ *high* の時間価値比 $r_\alpha$ が１に近い領域である．前者は，利用者がほとんどグループ *low* となるときである．このとき時間価値比 $r_\alpha$ に関係なくパレート改善が達成される．後者は， $r_\beta$ が１，かつ $r_\alpha$ が１に近づくときであるから，これはグループ *high* がグループ *low* とほぼ同質化していることを意味している．このとき，人口配分率 $r_N$ に関係なくパレート改善が達成される．

**【逆需要関数の定数比 $r_\beta$ が１から増加】**

$r_\beta$ が１から増加するとき，つまりグループ *high* の逆需要関数が $r_\beta$ が１のときと比較すると大きくなる．その場合，政策１におけるグループ *high* 個人の料金負担額が増加する．すると，政策２に対して政策１を実施したときのグループ *low* 個人の道路投資負担増加が緩和され，領域 $\mathbf{A}_{low-}^{high+}$ が徐々に小さくなっていく．

領域 $\mathbf{A}_{low-}^{high+}$ の中でもグループ *low* にとって利用者余剰減少が著しい領域は，人口配分率 $r_N$ が大きく，かつグループ *high* の時間価値比 $r_\alpha$ が大きいときである．グループ *high* の人口配分率 $r_N$ が大きくなれば，政策１と政策２の社会的余剰最大化式(2a)，(2i)において，グループ *low* の利用者余剰の重み付けがほとんどゼロになり，社会的余剰ベースでほぼ考慮されなくなるので，グループ *low* 個人の利用者余剰の改悪を助長する形となる．更に，グループ *high* の時間価値比 $r_\alpha$ が大きくなればグループ *high* 個人の需要がより小さくなるので，政策１におけるグループ *low* 個人の道路投資負担がグループ *high* 個人の負担より大きくなり，グループ *low* 個人の利用者余剰の改悪を助長する形となる．

一方 $r_\beta$ が１から増加し，政策１におけるグループ *high* 個人の道路投資負担がより大きくなってくると，グループ *high* 個人の利用者余剰が改悪される領域 $\mathbf{A}_{low+}^{high-}$ が出現し始める．そして， $r_\beta$ が１から増加するにつれ，領域 $\mathbf{A}_{low+}^{high-}$ が大きくなっていく．すなわち，グループ *high* 個人の利用者余剰が改悪するケースが存在することで，混雑料金の賦課は常に時間価値の低い利用者のみの効用を下げるわけではないことが分かる．

領域 $\mathbf{A}_{low+}^{high-}$ の中でもグループ *high* にとって利用者余剰減少が著しい領域は，人口配分率 $r_N$ が小さく，かつグループ *high* の時間価値比 $r_\alpha$ が小さいときである．グループ *high* の人口配分率 $r_N$ が小さくなれば，社会的余剰ベースでグループ *high* の重みがほとんどゼロになり，社会的余剰にほぼ考慮されなくなるので，グループ *high* 個人の利用者余剰の改悪を助長する形となる．更に，グループ *high* の時間価値比 $r_\alpha$ が小さくなればグループ *high* 個人の需要がより大きくなるので，政策１におけるグループ *high* 個人の道路投資負担がグループ *low* 個人の負担より大きくなり，グループ *high* 個人の利用者余剰の改悪を助長する形となる．

**【逆需要関数の定数比 $r_\beta$ が大きい時】**

次に $r_\beta$ が大きいとき(例えば $r_\beta = 3$ )，つまりグループ *high* 個人の逆需要関数がグループ *low* 個人より比較的大きい場合は領域 $\mathbf{A}_{low+}^{high-}$ が大きい．これは， $r_\beta$ が１のと

き領域$\mathbf{A}_{low-}^{high+}$が大きかったことと比較すると，グループ *high* と *low* の関係が逆転している結果といえる．

このようなことが生じる理由は，政策２に対して政策１を実施したときに，グループ *high* 個人の道路投資負担増加がグループ *low* 個人の負担増加より比較的大きいことを意味している．このとき，グループ *high* 個人の利用者余剰が改悪される領域$\mathbf{A}_{low+}^{high-}$が大きくなる．

しかしながら，**図-３**において$r_\beta$が大きい状況においてもパレート改善領域は存在する．それは人口配分率$r_N$が１に近い領域と，グループ *high* の時間価値比$r_\alpha$が$r_\beta$にほぼ等しい領域である．前者は，利用者がほとんどグループ *high* となるときである．このとき時間価値比に関係なくパレート改善が達成される．後者については，以下で説明する．

**【逆需要関数の定数比$r_\beta$に関わらず】**

**図-３**で示されるように，ある逆需要関数の定数比$r_\beta$の値に対して，時間価値比$r_\alpha$がほぼ１：１になるような領域（**図-３**の各グラフにおいて点線で示された付近の領域）では，人口配分比$r_N$に関わらず必ずパレート改善する．$r_\alpha$が$r_\beta$と１：１になるとき，政策２では各グループの需要が等しくなる．また政策１では，仮に混雑料金が時間費用に対して比較的小さい場合，各グループの需要がほぼ等しくなる．

**【$r_\alpha$と$r_\beta$の組み合わせ】**

**図-３**から得られた結果として，パレート改善領域$\mathbf{A}_{low+}^{high+}$の他に，混雑料金の賦課によって時間価値の低い利用者の余剰が改善され，高い利用者の余剰が改悪される領域$\mathbf{A}_{low+}^{high-}$，またその逆の状況となる領域$\mathbf{A}_{low-}^{high+}$が示された．これら３つの領域に分けられるのはパラメータ$r_\alpha, r_\beta, r_N$の組み合わせによるものである．ただし，パラメータの組み合わせの現実性がなければ，そのパラメータの組み合わせの下で検討した結果も現実性がない．

そこで，３つのパラメータ$r_\alpha, r_\beta, r_N$の経済学的な組み合わせを考慮するにあたり，人口配分率$r_N$は他の２つと独立していると考えられるので，$r_\alpha$と$r_\beta$の組み合わせについて現実性を検討する．いま，人口配分率$r_N=0.5$における**図-２**右の立方体の断面図を**図-４**に表す．

**図-４**では左上から右下にかけて，グループ *high*，*low* の個人の利用者余剰がそれぞれ改悪，改善される領域，パレート改善領域，そしてグループ *high*，*low* の個人の利用者余剰がそれぞれ改善，改悪される領域の３つの領域に分かれている．それぞれの領域のパラメータの組み合わせは$r_\alpha < r_\beta$，$r_\alpha \quad r_\beta$，$r_\alpha > r_\beta$となっている．

順に領域１，２，３とする．領域１（$r_\alpha < r_\beta$）に関しては，時間価値比が上がる以上に支払意思額の比も上がる（需要が増加）．すなわち，交通需要が所得増加以上に増加する場合を示しており，例えばレジャー交通が

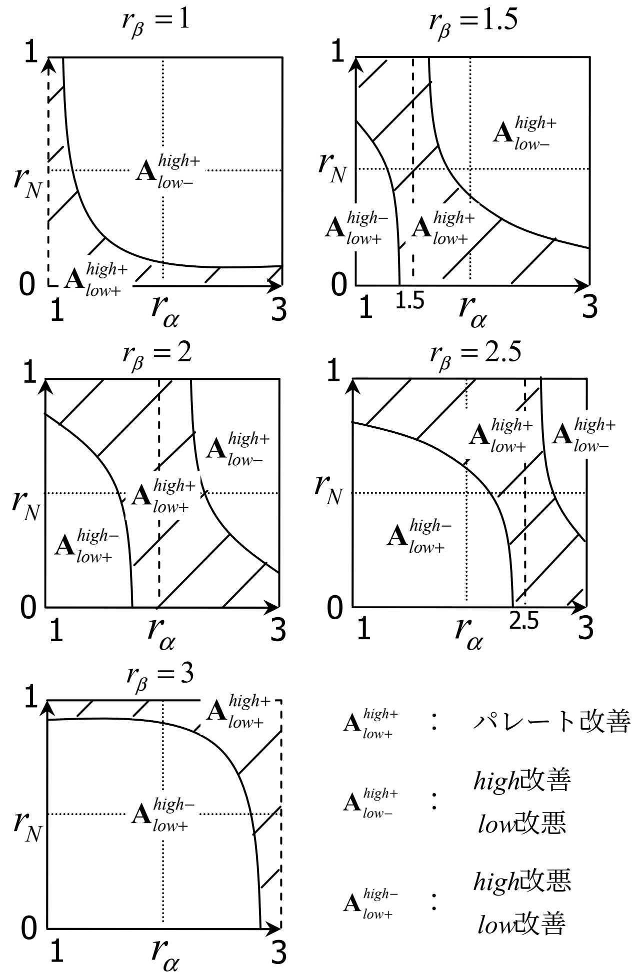


**図-３　$r_\beta$を与えたときの$r_\alpha$，$r_N$のパレート改善領域**

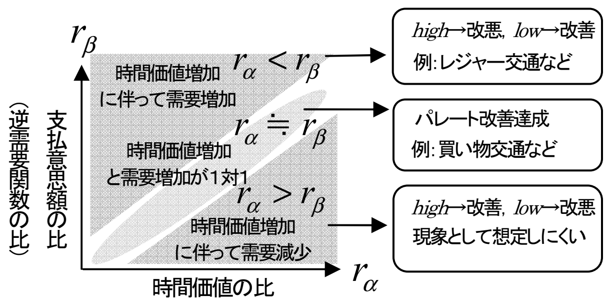


**図-４　$r_\alpha$と$r_\beta$の組み合わせにおけるパレート改善**

当てはまる．次に，領域２（$r_\alpha \quad r_\beta$）に関しては，時間価値の比が上がった分だけ支払意思額（需要）の比も上がる．交通需要が所得増加と比例して増加する場合を示しており，例えば買い物交通が当てはまる可能性がある．一方，領域３（$r_\alpha > r_\beta$）に関しては，時間価値の比の増加に対して支払意思額（需要）の比の増加が低い．これは，交通が正常財であるとすると，現実的でない．すなわち，領域３となる交通は想定しにくい．

結局，現実的に存在可能性が高いのは，グループ *high*，*low* の個人の利用者余剰がそれぞれ改悪，改善される領域１，および両グループの利用者余剰が増加するパレート

改善領域２である．一方，グループ *high*，*low* の個人の利用者余剰がそれぞれ改善，改悪される領域３は現実的な交通を想定しにくいといえる．

道路投資がない短期においては，混雑料金の適切な配分なしで混雑料金政策を行うと，低所得利用者の余剰は必ず悪くなる．しかしながら，道路投資がある長期においては，道路投資を最適化した政策２に対して混雑料金と道路投資を最適化した政策１の実施によって，むしろ低所得利用者が改悪されるケースが想定しにくいことが分かった．この理由を直感的に述べると，混雑料金は需要に応じた道路投資負担となる性質（利用者負担原則）があるためである．結局，最適な混雑料金・道路投資政策は，社会的余剰最大化のみならず低所得利用者の余剰改善にとっても望ましい政策である可能性が高い．

### (4) 数値分析による $\tau_1$，$\tau_2$ の大小比較

数値分析では政策１及び政策２の単位交通量あたりの道路資本額，すなわち $\tau_1$，$\tau_2$ を求めている．定性的にはこの２つの値の大小を比較することはできなかった．しかし，結果として３つのパラメータ $r_\alpha, r_\beta, r_N$ のあらゆる組み合わせをとっても，必ず $\tau_1 > \tau_2$ が成り立つことが分かった．ここで，$\tau$ の逆数を考えると，単位投資額あたりの交通量であるから，それは道路の混雑度を表す．よって，この結果を言い換えると，政策２より政策１の混雑度の方が，どのような状況においても小さいことを意味している．つまり，政策２に対して政策１を実施すると混雑は確実に小さくなる．この点も混雑料金賦課と道路投資を最適に行う政策の持つ大きな利点となる．

## ４．結論

結論として，１リンクにおいて利用者の交通需要関数を特定化した下で，低所得利用者に対する高所得利用者の時間価値比，需要関数の比，高所得利用者の全人口に対する人口配分率といった各要素の組み合わせの状況によって政策２に対し政策１を実施する際にパレート改善が達成される場合があることを示した．

さらに，最適な混雑料金・道路投資政策は，道路投資に対する利用者負担原則が成立し，低所得利用者の余剰を改悪させることはむしろ想定しにくいことが分かった．そのため，社会的余剰最大化のみならず低所得利用者の余剰改善にとっても望ましい政策である可能性が高い．

本研究では，交通需要の弾力性が１の場合のパレート改善性の条件を明らかにした．ただし，弾力性が１以外の交通需要関数については今後の研究が必要である．

**謝辞**：第 30 回土木計画学研究発表会（秋大会）において福田敦先生および匿名の査読者から有益なコメントをいただいた．ここに記して感謝する．

### 付録A　政策１の均衡式

政策１の均衡式(2e)～(2g)の導出を行う．$\lambda_i (i = h, l)$ をラグランジュ乗数として，ラグランジュ関数は

$$
\begin{aligned}
L = &Nr_N \left[ \int_0^{Q_{h1}} P_h(q)dq - Q_{h1}P_h(Q_{h1}) \right] \\
&+N(1-r_N)\left[ \int_0^{Q_{l1}} P_l(q)dq - Q_{l1}P_l(Q_{l1}) \right] \\
&+\tau_1 Q_1 - K_1 + \lambda_h \left[ \alpha r_\alpha T(Q_1, K_1) + \tau_1 - P_h(Q_{h1}) \right] \\
&+\lambda_l \left[ \alpha T(Q_1, K_1) + \tau_1 - P_l(Q_{l1}) \right]
\end{aligned} \tag{Aa}
$$

$Q_{h1}$，$Q_{l1}$，$\tau_1$，$K_1$，$\lambda_h$，$\lambda_l$ に関する１階条件は以下の通り．ただし簡便化のために，ある関数の偏微分を，サブスクリプトに偏微分に用いる変数を付して表す．

$$
\begin{aligned}
L_{Q_{h1}} = &-Nr_N Q_{h1} P_{hQ_{h1}}(Q_{h1}) + Nr_N \tau_1 \\
&+\lambda_h \left[ \alpha r_\alpha T_{Q_{h1}}(Q_1, K_1) - P_{hQ_{h1}}(Q_{h1}) \right] \\
&+\lambda_l \alpha T_{Q_{h1}}(Q_1, K_1) = 0
\end{aligned} \tag{Ab}
$$

$$
\begin{aligned}
L_{Q_{l1}} = &-N(1-r_N)Q_{l1}P_{lQ_{l1}}(Q_{l1}) + N(1-r_N)\tau_1 \\
&+\lambda_h \alpha r_\alpha T_{Q_{l1}}(Q_1, K_1) \\
&+\lambda_l \left[ \alpha T_{Q_{l1}}(Q_1, K_1) - P_{lQ_{l1}}(Q_{l1}) \right] = 0
\end{aligned} \tag{Ac}
$$

$$
L_{\tau_1} = Q_1 + \lambda_h + \lambda_l = 0 \tag{Ad}
$$

$$
\begin{aligned}
L_{K_1} = &-1 + \lambda_h \alpha r_\alpha T_{K_1}(Q_1, K_1) \\
&+\lambda_l \alpha T_{K_1}(Q_1, K_1) = 0
\end{aligned} \tag{Ae}
$$

$$
L_{\lambda_h} = \alpha r_\alpha T(Q_1, K_1) + \tau_1 - P_h(Q_{h1}) = 0 \tag{Af}
$$

$$
L_{\lambda_l} = \alpha T(Q_1, K_1) + \tau_1 - P_l(Q_{l1}) = 0 \tag{Ag}
$$

ところで，(2d)を用いて以下の式が成り立つ．

$$
T_{Q_h} = T_{Q_1}\, \partial Q_1 / \partial Q_h = Nr_N T_{Q_1} \tag{Ah}
$$

$$
T_{Q_l} = T_{Q_1}\, \partial Q_1 / \partial Q_l = N(1-r_N) T_{Q_1} \tag{Ai}
$$

(Ah)，(Ai)は，任意のグループの個人の交通回数増加による所要時間増加が，単位道路交通量増加による所要時間増加をそのグループの人口で乗じた値に等しいことを表している．

また，所要時間関数の０次同次性より以下のオイラーの式が成り立つ．

$$
Q_1 T_{Q_1}(Q_1, K_1) + K_1 T_{K_1}(Q_1, K_1) = 0 \tag{Aj}
$$

(2d)，(Ab)～(Aj)より，政策１の $Q_{h1}$，$Q_{l1}$，$\tau_1$，$K_1$ に関する均衡式は以下のようになる．

$$
\begin{aligned}
\tau_1 = &Nr_N \left[ Q_{h1} \cdot \alpha r_\alpha T_{Q_1}(Q_1, K_1) \right] \\
&+N(1-r_N)\left[ Q_{l1} \cdot \alpha T_{Q_1}(Q_1, K_1) \right]
\end{aligned} \tag{Ak}
$$

$$
K_1 = Q_1 \tau_1 \tag{Al}
$$

$$
\alpha r_\alpha T(Q_1, K_1) + \tau_1 - P_h(Q_{h1}) = 0 \tag{Am}
$$

$$\alpha T(Q_1, K_1) + \tau_1 - P_l(Q_{l1}) = 0 \tag{An}$$

(Ak)について，右辺第１項はグループ *high* の個人において限界費用から平均費用を引いた値を，グループ *high* の人口で乗じたものである．つまり，グループ *high* 全体の混雑費用である．同様に右辺第２項はグループ *low* 全体の混雑費用である．したがって，政策１の最適混雑料金は各グループの混雑費用の和である．

一方(Al)について，右辺は混雑料金に道路交通量を乗じたものであるから，混雑料金収入であるといえる．したがって，最適道路資本額は最適混雑料金からの収入と等しくなり，この混雑料金収入を道路投資に用いれば混雑料金収入の利用者への還元の必要がなくなる．

政策１の均衡式(Ak)～(An)について，内生変数が $Q_{h1}$ , $Q_{l1}$ , $\tau_1$ , $K_1$ の４つのままであると，以後のパレート改善性の分析が困難となるため，式(Al)を用いて $K_1$ を消去する．まず(Al)を変形して

$$\tau_1 = K_1 Q_1^{-1} \tag{Ao}$$

式(Ao)から混雑料金は政策１における単位交通量あたりの道路資本額を表している．さて，所要時間関数に着目すると，０次同次性から以下の式が成り立つ．

$$T(Q_1, K_1) = T(xQ_1, xK_1)$$

ここで， $x = Q_1^{-1}$ を代入すると

$$T(Q_1, K_1) = T(1, K_1 Q_1^{-1}) = T(\tau_1) \because \text{(Ao)} \tag{Ap}$$

また，(Ao)，(Ap)を用いて以下の式も成り立つ．

$$\begin{aligned} T_{Q_1}(Q_1, K_1) &= T_{Q_1}(\tau_1) = T_{\tau_1}(\tau_1)\frac{\partial \tau_1}{\partial Q_1} \\ &= -K_1 Q_1^{-2} T_{\tau_1}(\tau_1) = -\tau_1 Q_1^{-1} T_{\tau_1}(\tau_1) \end{aligned} \tag{Aq}$$

単位交通量あたりの道路資本額である $\tau$ に関して，所要時間関数 $T(\tau)$ は単調減少，下に凸であると仮定する．つまり $T_\tau(\tau) < 0$ ， $T_{\tau\tau}(\tau) > 0$ である．以上，(Ao)～(Aq)を(Ak)，(Am)，(An)に代入，整理すると，政策１の $Q_{h1}$ , $Q_{l1}$ , $\tau_1$ に関する均衡式(2e)～(2g)が求められる．

## 付録B　政策２の均衡式

政策２の均衡式(2l)～(2o)の導出を行う． $\lambda_i (i = h, l)$ をラグランジュ乗数として，ラグランジュ関数は

$$\begin{aligned} L = {} & Nr_N\left[\int_0^{Q_{h2}} P_h(q)dq - Q_{h2}P_h(Q_{h2})\right] \\ & + N(1-r_N)\left[\int_0^{Q_{l2}} P_l(q)dq - Q_{l2}P_l(Q_{l2})\right] \\ & - K_2 + \lambda_h\left[\alpha r_\alpha T(Q_2, K_2) - P_h(Q_{h2})\right] \\ & + \lambda_l\left[\alpha T(Q_2, K_2) - P_l(Q_{l2})\right] \end{aligned} \tag{Ba}$$

$Q_{h2}$ , $Q_{l2}$ , $K_2$ , $\lambda_h$ , $\lambda_l$ に関する一階条件は

$$\begin{aligned} L_{Q_{h2}} = {} & -Nr_N Q_{h2} P_{hQ_{h2}}(Q_{h2}) \\ & + \lambda_h\left[\alpha r_\alpha T_{Q_{h2}}(Q_2, K_2) - P_{hQ_{h2}}(Q_{h2})\right] \\ & + \lambda_l \alpha T_{Q_{h2}}(Q_2, K_2) = 0 \end{aligned} \tag{Bb}$$

$$\begin{aligned} L_{Q_{l2}} = {} & -N(1-r_N)Q_{l2}P_{lQ_{l2}}(Q_{l2}) \\ & + \lambda_h \alpha r_\alpha T_{Q_{l2}}(Q_2, K_2) \\ & + \lambda_l\left[\alpha T_{Q_{l2}}(Q_2, K_2) - P_{lQ_{l2}}(Q_{l2})\right] = 0 \end{aligned} \tag{Bc}$$

$$\begin{aligned} L_{K_2} = {} & -1 + \lambda_h \alpha r_\alpha T_{K_2}(Q_2, K_2) \\ & + \lambda_l \alpha T_{K_2}(Q_2, K_2) = 0 \end{aligned} \tag{Bd}$$

$$L_{\lambda_h} = \alpha r_\alpha T(Q_2, K_2) - P_h(Q_{h2}) = 0 \tag{Be}$$

$$L_{\lambda_l} = \alpha T(Q_2, K_2) - P_l(Q_{l2}) = 0 \tag{Bf}$$

(Bb)～(Bf)，(2d)，(Ah)～(Aj)より，政策２の $Q_{h2}$ , $Q_{l2}$ , $K_2$ に関する均衡式は以下のようになる．

$$K_2 = \frac{1}{1+\varepsilon} Q_2 \underline{\left\{ \begin{aligned} & Nr_N\left[Q_{h2}\cdot \alpha r_\alpha T_{Q_2}(Q_2, K_2)\right] \\ & + N(1-r_N)\left[Q_{l2}\cdot \alpha T_{Q_2}(Q_2, K_2)\right] \end{aligned} \right\}} \tag{Bg}$$

$$\alpha r_\alpha T(Q_2, K_2) - P_h(Q_{h2}) = 0 \tag{Bh}$$

$$\alpha T(Q_2, K_2) - P_l(Q_{l2}) = 0 \tag{Bi}$$

ただし，

$$\varepsilon = T_{Q_2}(Q_2, K_2)\left\{ \begin{aligned} & Nr_N \alpha r_\alpha\left[-P_{hQ_{h2}}(Q_{h2})\right]^{-1} \\ & + N(1-r_N)\alpha\left[P_{lQ_{l2}}(Q_{l2})\right]^{-1} \end{aligned} \right\} (>0) \tag{Bj}$$

(Bg)について，右辺下線部は政策１における混雑料金の式(Ak)と構造的に全く等しい．これは政策２における各グループの混雑費用の和であるといえる．これに道路交通量 $Q_2$ を乗じた値は，政策２における仮想的な混雑料金収入と考えられ，この仮想混雑料金収入に $0 < 1/(1+\varepsilon) < 1$ なる係数を乗じた値が，政策２において最適な道路資本額であると解釈できる．

次に，政策１の内生変数 $Q_{h1}$ , $Q_{l1}$ , $\tau_1$ に対応して，政策２においても変数の変換を行う．政策１の(Ao)に対応して単位交通量あたりの道路資本額 $\tau_2$ を定義する．

$$\tau_2 \equiv K_2 Q_2^{-1} \tag{Bk}$$

この $\tau_2$ を用いて，政策１と同様にして政策２においても所要時間関数に関して次式が成り立つ．

$$T(Q_2, K_2) = T(1, K_2 Q_2^{-1}) = T(\tau_2) \tag{Bl}$$

$$T_{Q_2}(Q_2, K_2) = -\tau_2 Q_2^{-1} T_{\tau_2}(\tau_2) \tag{Bm}$$

以上，(Bk)～(Bm)を(Bg)～(Bj)に代入して整理すると，政策２の $Q_{h2}$ , $Q_{l2}$ , $\tau_2$ に関する均衡式(2l)～(2n)の３式と， $\varepsilon$ の式 (Bn)が求められる．

$$\varepsilon = -\frac{\tau_2}{Q_2} T_{\tau_2}(\tau_2)\left\{ \begin{aligned} & Nr_N \alpha r_\alpha\left[-P_{hQ_{h2}}(Q_{h2})\right]^{-1} \\ & + N(1-r_N)\alpha\left[P_{lQ_{l2}}(Q_{l2})\right]^{-1} \end{aligned} \right\}$$

$$(\varepsilon > 0) \tag{Bn}$$

ここで，政策２の均衡式(2m)の両辺を $\tau_2$ で微分，変形

すると以下の式(Bo)を得る．

$$\alpha r_\alpha T_{\tau_2}(\tau_2) - P_{hQ_{h2}}(Q_{h2})\frac{\partial Q_{h2}}{\partial \tau_2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad -\frac{\partial (Nr_N Q_{h2})}{\partial \tau_2} = Nr_N \alpha r_\alpha T_{\tau_2}(\tau_2)\left[-P_{hQ_{h2}}(Q_{h2})\right]^{-1} \tag{Bo}$$

同様に(2n)の両辺を$\tau_2$で微分，変形すると以下の式(Bp)を得る．

$$-\frac{\partial(N(1-r_N)Q_{l2})}{\partial\tau_2} = N(1-r_N)\alpha T_{\tau_2}(\tau_2)\left[-P_{lQ_{l2}}(Q_{l2})\right]^{-1} \tag{Bp}$$

(Bo)，(Bp)の両辺の和をとり，式(2d)，(Bn)を代入して整理すると，式(2o)を得る．

$$\begin{aligned} &-\partial\left[Nr_NQ_{h2}+N(1-r_N)Q_{l2}\right]/\partial\tau_2 \\ &= T_{\tau_2}(Q_2,K_2)\left\{ \begin{aligned} &Nr_N\alpha r_\alpha\left[-P_{hQ_{h2}}(Q_{h2})\right]^{-1} \\ &+N(1-r_N)\alpha\left[P_{lQ_{l2}}(Q_{l2})\right]^{-1} \end{aligned}\right\} \\ &\Leftrightarrow \quad \varepsilon = -(\tau_2/Q_2)\partial Q_2/\partial\tau_2 \quad (>0) \end{aligned}$$

## 付録C　利用者余剰変化の式

$\tau_1$，$\tau_2$及びパラメータで表された各グループ個人の利用者余剰変化の式(3d)，(3e)の導出を行う．まず(3a)に(2d)，(3c)を代入・整理すると，次式(Ca)，(Cb)を得る．

$$\Delta\mathrm{CS}_h = \beta r_\beta \ln(Q_{h1}/Q_{h2}) + \left[r_N Q_{h2} + (1-r_N)Q_{l2}\right]\tau_2 \tag{Ca}$$

$$\Delta\mathrm{CS}_l = \beta \ln(Q_{l1}/Q_{l2}) + \left[r_N Q_{h2} + (1-r_N)Q_{l2}\right]\tau_2 \tag{Cb}$$

また，政策１の均衡式(2f)，(2g)および政策２の均衡式(2m)，(2n)に(3c)を代入して次式(Cc)～(Cf)を得る．

$$\alpha r_\alpha T(\tau_1) + \tau_1 = \beta r_\beta Q_{h1}^{-1} \tag{Cc}$$

$$\alpha T(\tau_1) + \tau_1 = \beta Q_{l1}^{-1} \tag{Cd}$$

$$\alpha r_\alpha T(\tau_2) = \beta r_\beta Q_{h2}^{-1} \tag{Ce}$$

$$\alpha T(\tau_2) = \beta Q_{l2}^{-1} \tag{Cf}$$

以上，(Cc)～(Cf)を用いて(Ca)，(Cb)から$Q_{h1}$，$Q_{l1}$，$Q_{h2}$，$Q_{l2}$を消去・整理すると$\tau_1$，$\tau_2$及びパラメータで表された各グループ個人の利用者余剰変化の式(3d)，(3e)を得る．

## 付録D　図-２左の導出過程

パレート改善指標式(3h)，(3i)および，政策１の$\tau_1$及び政策２の$\tau_2$を決定する方程式 (3j)，(3l)を変形し，以下の陰関数$F_{\psi h}, F_{\psi l}, F_1, F_2$を定義する．

$$\begin{aligned} &\psi_h - \alpha r_\alpha T(\tau_2)\cdot\exp\left(\omega\tau_2\left[\alpha T(\tau_2)\right]^{-1}\right) + \left[\alpha r_\alpha T(\tau_1)+\tau_1\right] \\ &\qquad \equiv F_{\psi h}(\psi_h,\tau_1,\tau_2;r_\alpha,r_\beta,r_N) = 0 \end{aligned} \tag{Da}$$

$$\begin{aligned} &\psi_l - \alpha T(\tau_2)\cdot\exp\left(\omega r_\beta\tau_2\left[\alpha T(\tau_2)\right]^{-1}\right) + \left[\alpha T(\tau_1)+\tau_1\right] \\ &\qquad \equiv F_{\psi l}(\psi_l,\tau_1,\tau_2;r_\alpha,r_\beta,r_N) = 0 \end{aligned} \tag{Db}$$

ただし　$\omega = \left[r_\beta r_N + (1-r_N)r_\alpha\right](r_\alpha r_\beta)^{-1} \quad (>0)$

$$\begin{aligned} &\alpha T_{\tau_1}(\tau_1) \\ &+\frac{\alpha\left[r_\beta r_N + (1-r_N)r_\alpha\right]T(\tau_1) + (r_\beta r_N + 1 - r_N)\tau_1}{\alpha r_\alpha(r_\beta r_N + 1 - r_N)T(\tau_1) + (r_\alpha r_\beta r_N + 1 - r_N)\tau_1} \\ &\qquad \equiv F_1(\tau_1;r_\alpha,r_\beta,r_N) = 0 \end{aligned} \tag{Dc}$$

$$\begin{aligned} &\alpha T_{\tau_2}(\tau_2) + \left[\frac{r_\alpha r_\beta r_N + (1-r_N)r_\alpha}{r_\beta r_N + (1-r_N)r_\alpha} - \frac{\tau_2}{\alpha T(\tau_2)}\right]^{-1} \\ &\qquad \equiv F_2(\tau_2;r_\alpha,r_\beta,r_N) = 0 \end{aligned} \tag{Dd}$$

$\psi_h,\psi_l,\tau_1,\tau_2$は内生変数，$r_\alpha,r_\beta,r_N$はパラメータである．(Da)～(Dd)について任意の１つのパラメータ$x = r_\alpha, r_\beta, r_N$のみが変化するとして陰関数定理を用いると，内生変数の微係数を表す式(De)～(Dh)を得る．

$$\frac{d\psi_h}{dx} = -\underbrace{F_{\psi h\tau_1}}_{-}\frac{d\tau_1}{dx} - \underbrace{F_{\psi h\tau_2}}_{+}\frac{d\tau_2}{dx} - \underbrace{F_{\psi hx}}_{*} \tag{De}$$

$*: x = r_\beta \to +\ ,\ \ x = r_\alpha \cdot r_N \to +,-$

$$\frac{d\psi_l}{dx} = -\underbrace{F_{\psi l\tau_1}}_{+}\frac{d\tau_1}{dx} - \underbrace{F_{\psi l\tau_2}}_{-}\frac{d\tau_2}{dx} - \underbrace{F_{\psi lx}}_{**} \tag{Df}$$

$**: x = r_\alpha \to +\ ,\ x = r_\beta \to -\ ,\ r_N \to +,-$

$$\frac{d\tau_1}{dx} = -\underbrace{F_{1x}}_{-}\Big(\underbrace{F_{1\tau_1}}_{+,-}\Big)^{-1} \tag{Dg}$$

$$\frac{d\tau_2}{dx} = -\underbrace{F_{2x}}_{-}\Big(\underbrace{F_{2\tau_2}}_{+}\Big)^{-1} \quad (>0) \tag{Dh}$$

ただし　$x = r_\alpha, r_\beta, r_N$

式中の各項下部の符号は，陰関数$F_{\psi h}, F_{\psi l}, F_1, F_2$をそれぞれの変数で偏微分した結果および$T_\tau(\tau) < 0$，$T_{\tau\tau}(\tau) > 0$の仮定から判別したものである．

(De)における陰関数の偏微分の結果は以下の通り．

$$\begin{aligned} &F_{\psi h\tau_1} \\ &= -\frac{(r_\alpha - 1)(1-r_N)\left[\alpha r_\alpha T(\tau_1)+\tau_1\right]}{\alpha r_\alpha(r_\beta r_N + 1 - r_N)T(\tau_1) + (r_\alpha r_\beta r_N + 1 - r_N)\tau_1} < 0 \end{aligned}$$

途中，(3j)を使用　(Di)

$$F_{\psi h\tau_2} = -\alpha r_\alpha r_\beta^{-1}(r_\beta - 1)(1-r_N)T_{\tau_2}(\tau_2)\cdot\exp X_h \geq 0$$

途中，(3l)を使用　(Dj)

$$\begin{aligned} &F_{\psi hr_\alpha} = \alpha T(\tau_1) \\ &-\alpha T(\tau_2)\underbrace{\left\{\begin{aligned} &r_\alpha^{-1}r_N\left[-\alpha T_{\tau_2}(\tau_2)\right]^{-1} \\ &+(1-r_N)\left[r_\alpha + r_N(r_\beta - 1)\right] \end{aligned}\right\}}_{+}\cdot\exp X_h \end{aligned}$$

途中，(3l)を使用　(Dk)

$$F_{\psi hr_\beta} = r_\alpha r_\beta^{-2}(1-r_N)\tau_2\cdot\exp X_h > 0 \tag{Dl}$$

$$F_{\psi hr_N} = (r_\alpha - r_\beta)r_\beta^{-1}\tau_2\cdot\exp X_h < 0 \quad ; \ \text{if} \quad r_\alpha < r_\beta \tag{Dm}$$

ただし　$X_h = \omega\tau_2\left[\alpha T(\tau_2)\right]^{-1} \quad (>0)$

(Df)における陰関数の偏微分の結果は以下の通り．

$$F_{\psi l\tau_1} = \frac{(r_\alpha - 1) r_\beta r_N \left[\alpha T(\tau_1) + \tau_1\right]}{\alpha r_\alpha (r_\beta r_N + 1 - r_N) T(\tau_1) + (r_\alpha r_\beta r_N + 1 - r_N)\tau_1} > 0$$

途中，(3j)を使用　(Dn)

$$F_{\psi l\tau_2} = \alpha (r_\beta - 1) r_N T_{\tau_2}(\tau_2) \cdot \exp X_l \le 0$$

途中，(3l)を使用　(Do)

$$F_{\psi l r_\alpha} = r_\alpha^{-2} r_\beta r_N \tau_2 \cdot \exp X_l > 0 \quad \text{(Dp)}$$

$$F_{\psi l r_\beta} = -r_\alpha^{-1} r_N \tau_2 \cdot \exp X_l < 0 \quad \text{(Dq)}$$

$$F_{\psi l r_N} = (r_\alpha - r_\beta) r_\alpha^{-1} \tau_2 \cdot \exp X_l < 0 \ \ ; \ \text{if} \ \ r_\alpha < r_\beta \quad \text{(Dr)}$$

ただし　$X_l = \omega r_\beta \tau_2 \left[\alpha T(\tau_2)\right]^{-1} \ \ (>0)$

(Dg)における陰関数の偏微分の結果は以下の通り．

$$F_{1\tau_1} = T_{\tau_1\tau_1}(\tau_1) - \underbrace{\alpha r_\beta r_N (1 - r_N)(r_\alpha - 1)^2 \left[T(\tau_1) - \tau_1 T_{\tau_1}(\tau_1)\right] Y^{-2}}_{+} \quad \text{(Ds)}$$

$$F_{1r_\alpha} = -r_\beta r_N (1 - r_N) \left[\alpha T(\tau_1) + \tau_1\right]^2 Y^{-2} < 0 \quad \text{(Dt)}$$

$$F_{1r_\beta} = -(r_\alpha - 1) r_\beta r_N^2 \left[\alpha T(\tau_1) + \tau_1\right]\left[\alpha r_\alpha T(\tau_1) + \tau_1\right] Y^{-2} < 0 \quad \text{(Du)}$$

$$F_{1r_N} = -(r_\alpha - 1) r_\beta \left[\alpha T(\tau_1) + \tau_1\right]\left[\alpha r_\alpha T(\tau_1) + \tau_1\right] Y^{-2} < 0 \quad \text{(Dv)}$$

ただし

$$Y = \alpha r_\alpha (r_\beta r_N + 1 - r_N) T(\tau_1) + (r_\alpha r_\beta r_N + 1 - r_N)\tau_1 \quad (>0)$$

(Dh)における陰関数の偏微分の結果は以下の通り．

$$F_{2\tau_2} = \alpha T_{\tau_2\tau_2}(\tau_2) + \alpha^{-1}\left[T(\tau_2) - \tau_2 T_{\tau_2}(\tau_2)\right]\left[T(\tau_2)\right]^{-2} Z^{-2} > 0 \quad \text{(Dw)}$$

$$F_{2r_\alpha} = -r_\alpha^{-2} r_\beta^{-1} r_N (r_\beta r_N + 1 - r_N)\left\{\omega Z\right\}^{-2} < 0 \quad \text{(Dx)}$$

$$F_{2r_\beta} = -r_\alpha^{-1} r_\beta^{-2} r_N (r_\alpha - 1)(1 - r_N)\left\{\omega Z\right\}^{-2} < 0 \quad \text{(Dy)}$$

$$F_{2r_N} = -(r_\alpha r_\beta)^{-1}(r_\alpha - 1)\left\{\omega Z\right\}^{-2} < 0 \quad \text{(Dz)}$$

ただし　$Z = \dfrac{r_\alpha (r_\beta r_N + 1 - r_N)}{r_\beta r_N + (1 - r_N) r_\alpha} - \dfrac{\tau_2}{\alpha T(\tau_2)}$

(Dg)より，政策１において$\tau_1$は任意のパラメータに関して単調増加あるいは減少するか不明であった．また(Dh)より，政策２において$\tau_2$は全てのパラメータに関して単調増加であった．

次に，(Dg)，(Dh)をそれぞれ(De)，(Df)に代入すると各パレート改善指標の任意のパラメータに関する微係数の式(DA)，(DB)を得る．

$$\frac{d\psi_h}{dx} = \underbrace{F_{\psi h\tau_1} F_{1x}\left(F_{1\tau_1}\right)^{-1}}_{+,-} + \underbrace{F_{\psi h\tau_2} F_{2x}\left(F_{2\tau_2}\right)^{-1}}_{-} - \underbrace{F_{\psi hx}}_{*}$$

$$* : x = r_\beta \to + \ \ , \ \ x = r_\alpha \cdot r_N \to +,- \quad \text{(DA)}$$

$$\frac{d\psi_l}{dx} = \underbrace{F_{\psi l\tau_1} F_{1x}\left(F_{1\tau_1}\right)^{-1}}_{+,-} + \underbrace{F_{\psi l\tau_2} F_{2x}\left(F_{2\tau_2}\right)^{-1}}_{+} - \underbrace{F_{\psi lx}}_{**}$$

$$** : x = r_\alpha \to + \ , \ x = r_\beta \to - \ , \ r_N \to +,- \quad \text{(DB)}$$

ただし　$x = r_\alpha, r_\beta, r_N$

任意のパラメータ変化に対するパレート改善指標の微係数$d\psi_h/dx, d\psi_l/dx$の全体としての符号が分かると，そのパラメータの変化に対するパレート改善指標の単調性が分かり指標の正負を調べる際の重要な判断材料となる．しかしながら，改めてパレート改善指標の微係数を表す式(DA)，(DB)を観察すると，$d\psi_h/dx, d\psi_l/dx$の正負の区別が容易に判断できないことが分かる．そこで，正負の区別が比較的表れやすいと思われる，各パラメータ$r_\alpha, r_\beta, r_N$が極端な値に近づく場合を考える．既に求めた各陰関数の偏微分式(Di)〜(Dz)及び各パレート改善指標の微係数の式(DA)，(DB)を基にして，各パラメータのいずれか１つが$r_\alpha \to 1$，$r_\alpha \to \infty$，$r_\beta \to 1$，$r_\beta \to \infty$，$r_N \to 0$，$r_N \to 1$という極限をとった場合の各パレート改善指標の微係数$d\psi_h/dx, d\psi_l/dx$の符号を調べると，**表-１**を得る．

**表-１**において注目すべき点は３つ存在する．１点目として，$r_\alpha \to 1$の行の太枠で囲まれた欄に注目すると，グループ*high*の人口配分率$r_N$に関する各パレート改善指標の微係数が同時に正であることが分かる．これは，$r_\alpha \to 1$の状況において各パレート改善指標が人口配分率$r_N$に関して同時に単調増加していることを意味している．よって，時間価値比$r_\alpha$が１に近い場合，人口配分率$r_N$が大きくなるほど各パレート改善指標が大きくなり，人口配分率$r_N$が十分に大きくなると各パレート改善指標が共に正となってパレート改善が達成される．

２点目として，$r_\beta \to \infty$の行の太枠で囲まれた欄に注目すると，グループ *high* の人口配分率$r_N$に関する各パレート指標の微係数が同時に正であることが分かる．これは，$r_\beta \to \infty$の状況において各パレート改善指標が人口配分率$r_N$に関して同時に単調増加していることを意味している．よって，逆需要関数の定数比$r_\beta$が大きい場合，人口配分率$r_N$が大きくなるほど各パレート改善指標が

**表-１　各パラメータの極限に対する各パレート改善指標の微係数の符号**

| | $\frac{d\psi_h}{dx}$ | | | $\frac{d\psi_l}{dx}$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $r_\alpha$ | $r_\beta$ | $r_N$ | $r_\alpha$ | $r_\beta$ | $r_N$ |
| $r_\alpha \to 1$ | | − | ＋ | | ＋ | ＋ |
| $r_\alpha \to \infty$ | | 不明 | 不明 | | 不明 | 不明 |
| $r_\beta \to 1$ | 不明 | | 不明 | 不明 | | 不明 |
| $r_\beta \to \infty$ | 不明 | | ＋ | − | | ＋ |
| $r_N \to 0$ | 不明 | − | | ゼロ | ゼロ | |
| $r_N \to 1$ | 不明 | ゼロ | | 不明 | 不明 | |

大きくなり，人口配分率 $r_N$ が十分に大きくなると各パレート改善指標が共に正となってパレート改善が達成される．

３点目として， $r_N \to 0$ の行の太枠で囲まれた欄に注目すると，逆需要関数の定数比 $r_\beta$ に関するグループ *high* のパレート改善指標の微係数が負で，グループ *low* の微係数がゼロであることが分かる．これは， $r_N \to 0$ の状況においてグループ *high* のパレート改善指標が定数比 $r_\beta$ に関して単調減少し，グループ *low* の指標が定数比 $r_\beta$ に関して変動しないことを意味している．よって，人口配分率 $r_N$ が小さい場合，逆需要関数の定数比 $r_\beta$ が大きくなるほどグループ *high* の余剰が大きくなる．一方でグループ *high* の人口配分率 $r_N$ が十分小さいとき，つまりグループ *low* の人口比率が十分大きいとき，社会的余剰を最大化させる政策１はグループ *low* の利用者余剰を十分に大きくしていると考えられ，したがって，人口配分率 $r_N$ が小さい場合に定数比 $r_\beta$ が十分に大きくなるとパレート改善が達成される．

以上３点の，パレート改善が達成されると考えられるパラメータの組み合わせの領域を空間的に示したものが**図-２**左である．

**参考文献**


1) Vickrey, W.S. : Congestion Theory and Transportation Investiment, *American Economic Review,* 59, 251-261, 1969
2) Arnott, R., de Palma, A. and Lindsey, R. : Route Choice with Heterogeneous Drivers and Group-specific Congestion Costs, *Regional Science and Urban Economics*, 22, 71-102, 1992
3) Arnott, R., de Palma, A. and Lindsey, R. : The Welfare Effects of Congestion Tolls with Heterogeneous Commuters, *Journal of Transport Economics and Policy*, 2, 139-161, 1994
4) Verhoef, E.T. and Small, K.A. : Product Differentiation on Roads: Constrained Congestion Pricing with Heterogeneous Users, *Journal of Transport Economics and Policy*, 38, 1, 127-156, 2004
5) Verhoef, E.T. : Second-best congestion pricing in general static transportation networks with elastic demands, *Regional Science and Urban Economics,* 32, 281-310, 2002.


## 混雑料金・道路投資政策による異質な利用者のパレート改善性*


田中大輔**・河野達仁***



混雑料金政策は社会厚生最大化の観点から望ましい政策である．しかし，混雑料金を賦課すると支払能力の低い利用者が先行的に排除されるという利用者間の不公平性が生じる．そこで本研究では，時間価値の異なる２主体の利用者の存在下で，通行無料を前提とした費用便益分析に基づく道路投資政策に対して混雑料金賦課を前提とした同政策のパレート改善性を分析する．結果として，２主体の時間価値比，交通の逆需要関数の大きさの比，人口配分の３要素の組み合わせによってパレート改善があることおよびその条件を示す．また，混雑料金賦課を前提とした道路投資政策は，むしろ支払い能力の低い利用者の効用を増加させる可能性が高いことを示す．


## Pareto Improvement of Heterogeneous Users by Congestion Toll and Investment Policy*


By Daisuke TANAKA**・Tatsuhito KONO***



Pareto improvement can be achieved by congestion toll policy if toll revenue is appropriately redistributed to users. However, such redistribution is very difficult particularly if users are heterogeneous. This paper analyzes Pareto improvement conditions of the first-best policy optimizing both congestion toll and road investment against the policy optimizing only road investment with tax financing the investment. The results of the analysis show the existence of Pareto improvement and that the Pareto improvement conditions depend on the ratios of value of time, inverse demand function and population between high-income and low-income users.