企業と家計の相互作用を考慮した始業･出発時刻均衡モデル*
A Simultaneous Equilibrium Model of Work Start Time & Departure Time Choices with Bottleneck Congestion *

佐藤慎太郎**・赤松隆***
By Shintaro SATO** and Takashi AKAMATSU***

1．はじめに

毎朝，CBD へ向かう道路では，慢性的な交通渋滞が発生している．この要因は，時間的に集中する発生交通量に対して，ボトルネック容量が制限されている点にある．しかし，TDM の観点から考えれば，この交通渋滞の根本的な要因は，企業の定める始業時刻が集中している点にあるといえる．このことから従来，TDM の一環として，企業の始業時刻を分散させる施策について議論がなされてきた．

家計（通勤者）の立場からは，交通渋滞による時間損失等の費用負担を軽減することができるので，始業時刻を分散させることは望ましい．この家計のみの通勤行動を扱った既存研究としては，C.Hendrickson[1]がある．一方，企業の立場では，始業時刻が分散すると，企業間の相互取引機会が減少し，生産性が低下するので，始業時刻の分散は望ましくない．このことは企業の始業時刻選択問題を扱った J.V.Henderson[2]や文[3]，鉄道通勤を対象とした奥村・小林・田中[4]の既存研究においても指摘されている．このように，始業時刻の分散を推進する TDM 施策は，社会的には家計の通勤混雑解消と，企業の生産性低下のトレードオフ関係を内包していることがわかる．ゆえに，よりマクロな視点で，企業間の始業時刻集積とボトルネック混雑の社会的是非を議論するためには，企業と家計双方の行動を合わせて考える必要がある．

本稿では，企業の始業時刻選択と，ボトルネック混雑を考慮した家計の始業・出発時刻選択の両方を内生化したモデルを構築し，その均衡パターンを解析する．その上で，社会的に望ましい時刻選択パターンはどのような均衡パターンであるかを明らかにする．その結果から，現実問題との対応を考慮しつつ，効果的な通勤混雑緩和施策について検討する．

*キーワーズ：TDM，発生交通量，ボトルネック混雑
**学生員，東北大学大学院情報科学研究科
（〒980-8579　仙台市青葉区荒巻青葉6-6
TEL022-795-7507，FAX022-795-7505）
***正会員，工博，東北大学大学院情報科学研究科
（〒980-8579　仙台市青葉区荒巻青葉6-6
TEL022-795-7507，FAX022-795-7505）

2．モデルの定式化

(1)都市と交通条件の設定

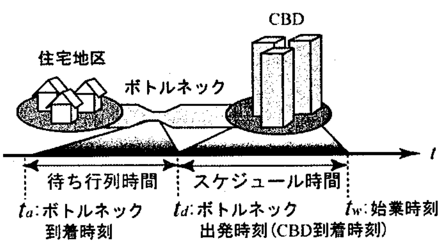
本モデルでは，毎朝総数 N の通勤者が住宅地区から CBD へ自動車で通勤する都市を想定する．図 1 に示すように，彼／彼女らのトリップは単一 OD であり，唯一のボトルネックを通過する．このボトルネックには，物理的な渋滞長を考慮しない point queue モデルを仮定する．ここで，通勤者は毎朝通勤行動を繰り返すことで，経験的に住宅の出発時刻とボトルネックの到着･出発時刻の関係を把握できる．このことから，各通勤者はボトルネック出発時刻 t_d を選択することで，間接的に住宅の出発時刻とボトルネック到着時刻 t_a，待ち行列時間も選択していると考える．

この通勤行動で，通勤者が消費する時間は，ボトルネックでの待ち行列時間 q と，CBD 到着時刻から始業時刻までの空き時間であるスケジュール時間 $s = |t_w - t_d|$のみと仮定する．このとき，通勤者が経験する通勤費用は，これらの通勤時間をそれぞれ機会費用として金額に換算した待ち行列費用 $C_Q(q)$と，スケジュール費用 $C_S(s)$である．$C_Q(q)$は q に対して線形，$C_S(s)$は s に対して 2 次関数と定義する（付録 1 参照）．

$$C_Q(q(t_d)) \equiv q(t_d) \tag{1}$$

$$C_S(t_d, t_w) \equiv \beta \cdot |t_w - t_d|^2 \tag{2}$$

ここで，β はスケジュール時間に対する時間価値パラメータであり，その時間価値は待ち行列時間 q を正規化したものとする．



図－1 都市空間と時間軸の関係

(2)各主体の行動

本稿で構築するモデルに登場する主体は，同質な総数Nの家計と，一企業あたりLの家計を雇用する総数Mの企業である．以降では，混乱のない限り，一家計＝一労働者＝一通勤者として議論をすすめる．各主体の行動は以下のように表される．

a）企業の行動

企業は，自らの利潤を最大にするように始業時刻 t_w を選択する．ここで，企業の生産性には，企業間での相互取引による正の外部性が発生し，これは始業時刻 t_w の選択によって異なる．すなわち，この外部性は業務を行っている企業間でのみ作用するため，始業時刻 t_w を選択した企業の生産性は，t_w でより多くの企業が始業しているほど高くなる．ここに企業の生産性についての始業時刻集積の経済が発生する．また，生産要素投入量に対する生産額は k で一定とみなす．これらの仮定から，始業時刻集積の効果を考慮した企業の生産関数 $F(t_w)$を次式のように定義する：

$$F(t_w) \equiv k\left(\int_{t_0}^{t_w} m(\omega)d\omega + \int_{t_w}^{T} \{1-\alpha\cdot(\omega-t_w)\}\cdot m(\omega)d\omega\right) \quad (3)$$

式(3)で，$m(\omega)$は始業時刻 ω の企業数，t_0 は最初に始業する企業の始業時刻，T は最後に始業する企業の始業時刻である．第 1 項は始業時刻 t_w で既に始業している企業から作用する正の外部性であり，第 2 項は t_w より後から始業する企業から作用する外部性である．すなわち，始業時刻 t_w を選択する企業に対して，t_w より後から始業する企業からの外部性は，各々の始業時間差について α の割合で線形に減衰する．

この式(3)で与えられる生産性の条件下で，各企業は利潤 π を最大化するように始業時刻 t_w を選択する．

$$\max_{t_w} \pi(t_w) = \max_{t_w}[F(t_w) - W^*(t_w)\cdot L] \quad (4)$$

式(4)で，$W(t_w)$は始業時刻選択 t_w を選択する企業の労働者（家計）への支払い賃金，L は一企業あたりの雇用者数である．

b）家計の行動

式(1),(2)で与えられる待ち行列費用とスケジュール費用の条件下で，各家計は次のような 2 段階の時刻選択行動を行う．まず，効用 z を最大化するように，就職先企業，すなわち始業時刻 t_w を選択し，次に総通勤費用 $C_T(t_d, t_w)$を最小化するようにボトルネック到着時刻 t_d を選択する．この選択の際に，各家計は待ち行列時間 q を考慮してボトルネック出発時刻 t_d を選択するので，ボトルネック到着時刻 t_a も同時に選択していることになる．ここで，家計の効用関数は，合成財消費量に対して準線形な効用関数と定義すると，家計の 2 段階の選択行動は以下の式で定式化される：

$$\max_{t_w} z(t_w) = \max_{t_w}[W(t_w) - C_T\ (t_w)] \quad (5)$$

$$\min_{t_d} C_T(t_d, t_w) = \min_{t_d}[C_Q\{q(t_d)\} + C_S\{s(t_d, t_w)\}] \quad (6)$$

(3)均衡条件の定式化

本モデルにおける均衡状態とは，企業と家計が選択する始業時刻と，家計の選択するボトルネック出発時刻が同時に均衡する状態である．この状態では，家計の均衡効用とボトルネック出発家計数，待ち行列時間，ボトルネック到着家計数が全て内生的に定まる．そこで，本節では，この均衡状態を決定するための条件を定式化する．

a）企業の始業時刻選択についての均衡条件

均衡状態では，どの企業も始業時刻 t_w を変更しても，利潤を増加させることができない．従って，時刻 t_w に始業する企業が存在する場合には，その企業の利潤は完全競争下での均衡利潤 π^*=0 に等しく，始業する企業が存在しない場合は，その時刻における利潤は π^*以下である：

$$\begin{cases} F(t_w) - W^*(t_w)L = \pi^* = 0 & if \quad m(t_w) > 0 \\ F(t_w) - W^*(t_w)\cdot L \le \pi^* = 0 & if \quad m(t_w) = 0 \end{cases} \quad \forall t_w \quad (7)$$

ここで，$m(t_w)$は始業時刻 t_w を選択する企業数である．

b）家計の始業時刻選択についての均衡条件

均衡状態では，どの家計も始業時刻 t_w を変更してもその効用を増加させることができない．すなわち，時刻 t_w を始業時刻に選択する家計が存在するならば，その家計の得る効用は均衡効用 z^*に等しく，選択する家計が存在しないならば，その時刻で得られる効用は z^*以下である：

$$\begin{cases} W(t_w) - C_T^*(t_w) = z^* & if \quad \int n(t_d, t_w)dt_d > 0 \\ W(t_w) - C_T^*(t_w) \le z^* & if \quad \int n(t_d, t_w)dt_d = 0 \end{cases} \quad \forall t_w \quad (8)$$

ここで，$n(t_d, t_w)$はボトルネック出発時刻 t_d，始業時刻 t_w を選択する家計数である．

c）家計の出発時刻選択についての均衡条件

均衡状態では，どの家計もボトルネック出発時刻 t_d を変更しもその通勤費用を減少させることがない．従って，時刻 t_d と t_w をそれぞれ出発時刻，始業時刻に選択した家計が存在する場合には，その家計の経験するスケジュール費用と待ち行列費用の和は，均衡通勤費用 $C^*_T(t_w)$に等しく，これらの時刻の組合

せを選択する家計が存在しない場合には，その費用の和は$C^*_T(t_w)$より大きくなっている：

$$\begin{cases} C^*_Q(t_d)+C^*_S(t_d,t_w)=C^*_T(t_w)\ if\ \ n(t_d,t_w)>0 \\ C^*_Q(t_d)+C^*_S(t_d,t_w)\geq C^*_T(t_w)\ if\ \ n(t_d,t_w)=0 \end{cases} \forall t_w,t_d. \quad (9)$$

d) 労働市場での需給均衡条件

正の賃金が成立する始業時刻 t_w では，労働需給が一致しており，賃金が成立しない時刻では，労働需給は一致していない：

$$\begin{cases} m(t_w)\cdot L-\int n(t_d,t_w)dt_d=0\ \ if\ \ W(t_w)>0 \\ m(t_w)\cdot L-\int n(t_d,t_w)dt_d\leq 0\ \ if\ \ W(t_w)=0 \end{cases} \forall t_w. \quad (10)$$

e) ボトルネック容量の条件

渋滞によって，待ち行列費用が発生する時刻 t_dでは，ボトルネック出発家計数はボトルネック容量 μ に等しく，渋滞が発生しない時刻では，出発家計数はボトルネック容量以下である：

$$\begin{cases} \mu-\int n(t_d,t_w)dt_w=0\ \ if\ \ C_Q(t_d)>0 \\ \mu-\int n(t_d,t_w)dt_w\geq 0\ \ if\ \ C_Q(t_d)=0 \end{cases} \forall t_d. \quad (11)$$

f) 主体数の保存条件

本モデルでは企業の雇用者数と家計数について，閉じた都市を考えているので，企業数 $m(t_w)$と家計数 $n(t_d,t_w)$の総和はそれぞれ総企業数 M と総家計数 N に等しい．

$$\int m(t_w)dt_w=M=N/L \quad (12)$$

$$\int\int n(t_d,t_w)dt_w dt_d=N \quad (13)$$

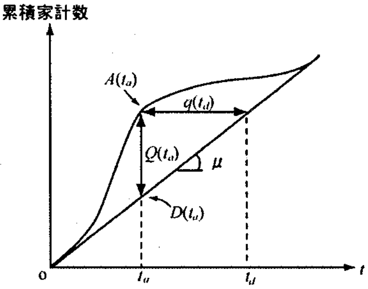
以上で定式化した均衡状態下での家計のボトルネック到着・出発時刻選択パターンを求めるためには，ボトルネックでの待ち行列に関する“物理的条件”を考慮する必要がある．その“物理的条件”とは，次の2つの条件である．1つは，ボトルネック到着時刻 t_aにおける待ち行列長 $Q(t_a)$ が，時刻 t_aまでの累積到着者数 $A(t_a)$と時刻 t_a までの累積出発者数 $D(t_a)$の差で与えられること：

$$Q(t_a)=A(t_a)-D(t_a) \quad (14)$$

である．もう1つは，待ち行列時間と待ち行列長の関係に関する条件：

$$q(t_d)=Q(t_a(t_d))/\mu \quad (15)$$

である．すなわち，時刻 t_dにボトルネックを出発する家計が経験する待ち行列時間 $q(t_d)$ は，到着時刻 t_aに発生する待ち行列長 $Q(t_a(t_d))$ を単位時間当り容量 μ で捌くのに必要な時間である．ここで，時刻 $t_a(t_d)$ は，時刻 t_d にボトルネックを出発した家計



図－2 ボトルネック待ち行列の物理的条件

が，ボトルネックに到着した時刻である．

均衡条件式(7)-(13)で決まる均衡状態下で，ボトルネックの物理的関係式 (14), (15) と整合的な待ち行列時間，累積到着家計数，到着者数を求める手順を示す．まず，本モデルのような単一ボトルネックの問題では，均衡条件(9),(11),(12)のみから，均衡待ち行列費用 $q^*(t_d)$ を決定できる（その証明は，Smith[5]，井料ら [6] を参照）．次に，その均衡待ち行列費用から，時刻 t_dにボトルネックを出発する家計が経験する均衡待ち行列費用 $q^*(t_d)$ を時間に換算して均衡待ち行列時間 $q^*(t_d)$ を求める．この均衡待ち行列時間 $q^*(t_d)$ を用いれば，出発時刻 t_dに対応する到着時刻 t_aが定まる：

$$t_a(t_d)=t_d-q^*(t_d). \quad (16)$$

さらに，式(15)の条件から，到着時刻 $t_a(t_d)$ における待ち行列長 $Q(t_a(t_d))$が定まる．この $Q(t_a(t_d))$と，均衡条件から求まった到着時刻 $t_a(t_d)$ までの均衡累積出発家計数 $D(t_a(t_d))$ を式(14) に代入すれば，到着時刻 $t_a(t_d)$ における均衡累積出発家計 $A(t_a(t_d))$ が得られる．この計算を各時刻 t_d について繰り返せば，各到着時刻 $t_a(t_d)$ に対応した累積到着家計数 $A(t_a(t_d))$ が求められる．また，$t_a(t_d)$ での到着者数 $\lambda(t_a(t_d))$ は，$A(t_a(t_d))$ を時間微分すれば得られる．以上の結果定まる均衡状態での待ち行列の時間的推移は，図2の累積図のように与えられる．

このように本モデルでは，均衡条件式(7)-(13)から各時刻の企業の始業時刻選択についての均衡パターンと，それに対応した家計の始業時刻選択パターン，及びボトルネックの物理的条件と整合的な家計の出発時刻選択均衡パターンが定まる．

3．モデルの解析

前章で定式化したモデルの解析を行い，均衡解として次の2つの時刻選択均衡パターンが存在しうることを明らかにする．1つめは，始業時刻が1点に集

中しているため，企業の生産性は高くなるが，家計の通勤混雑が最も激しくなる均衡パターンである．2つめは，始業時刻が分散しているため，企業の生産性は低下するが，家計の通勤混雑が緩和される均衡パターンである．さらに，ある特定の条件下では，この2つの均衡パターンが同時に成立しうる複数均衡であることを示す．なお，ここでは紙面の都合上，均衡解の安定性についての考察は省略する．

(1)パターン1:始業時刻が1点に集中する場合

この均衡パターンでは，全ての企業が同じ時刻(t_w=0)に始業するため，全ての始業時刻選択パターンのなかで，企業の生産性は最大となる．従って，式(3)で定義した生産関数は，

$$F(0)=k\frac{N}{L} \tag{17}$$

である．始業時刻 t_w=0 における均衡利潤 π^*=0 であるので，企業の時刻選択均衡条件(7)から，企業から家計に支払われる均衡賃金 $W^*(t_w=0)$は，

$$W^*(0)=k\frac{N}{L^2} \tag{18}$$

である．一方，家計にとっては，全ての企業の始業時刻が集中しているため，ボトルネックでの通勤混雑は最も激しい状態となる．この均衡パターンで家計 1 人の負担する均衡交通費用 $C_T^*(t_w=0)$は，条件(9)を用いることで，

$$C_T^*(0)=\frac{\beta N^2}{4\mu^2} \tag{19}$$

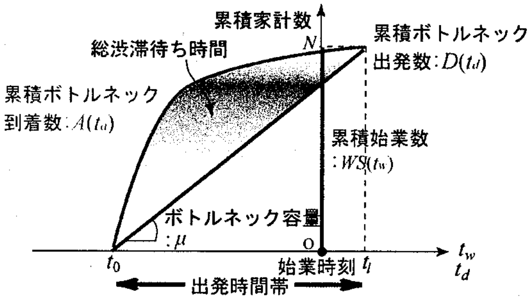
と与えられる．従って，均衡条件(8)から，この均衡パターンにおける家計 1 人当たりの均衡効用 z_1^* は，次式で与えられる：

$$z_1^*=k\frac{N}{L^2}-\frac{\beta N^2}{4\mu^2} \tag{20}$$

また，均衡状態におけるボトルネック出発数と均衡通勤費用が求まれば，ボトルネックの物理的条件(14),(15)から，家計のボトルネック到着パターンが定まり，均衡状態におけるボトルネック混雑の時間的変化は，図3の累積図のように表すことができる．

(2)パターン2:始業時刻が分散する場合

始業時刻が分散する代表的な均衡パターンとして，時間[0,*T*]の間に，単位時間当たりに$\overline{m}$（時刻によらず一定）の企業が，業務を開始する均衡パターンを解析する．ここで，時刻 T は最も遅く業務を開始する企業の始業時刻であり，主体数の保存条件



図－3 始業時刻が1点に集中する場合

(12)から，$T=N/L\overline{m}$ である．この場合，企業始業時刻が連続的に分布するので，企業の生産性は始業時間が 1 点に集中する場合よりも低下する．式(3)の定義から生産関数は，次式で与えられる：

$$F(t_w)\equiv k\left(\int_0^{t_w}\overline{m}d\omega+\int_{t_w}^{T}\{1-\alpha\cdot(\omega-t_w)\}\cdot\overline{m}d\omega\right). \tag{21}$$

企業の均衡利潤は π^*=0 であるので均衡条件式(7)から，始業時刻 t_w の企業から家計に支払われる均衡賃金 $W^*(t_w)$は，

$$W^*(t_w)=\frac{k}{L}\left(\int_0^{t_w}\overline{m}d\omega+\int_{t_w}^{T}\{1-\alpha\cdot(\omega-t_w)\}\cdot\overline{m}d\omega\right) \tag{22}$$

である．一方，始業時刻が分散すると渋滞が緩和されるので，家計が負担する交通費用は削減される．この場合，家計の出発時刻選択についての均衡条件(9)を考慮すると，始業時刻 t_w である家計の均衡交通費用は，

$$C_T^*(t_w)=\int_0^T\frac{dC_S(s(w))}{ds}dw \tag{23}$$

で与えられる（その詳細は，桑原 [7]を参照）．このとき，企業の始業時刻選択についての均衡条件(7)から，家計が得る効用 z_2は，

$$z_2(t_w)=W^*(t_w)-C_T^*(t_w) \tag{24}$$

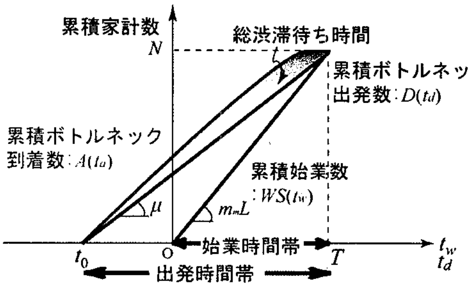
である．この式(24)に，家計の始業時刻選択についての均衡条件：

$$\frac{\partial z_2(t_w)}{\partial t_w}=0 \tag{25}$$

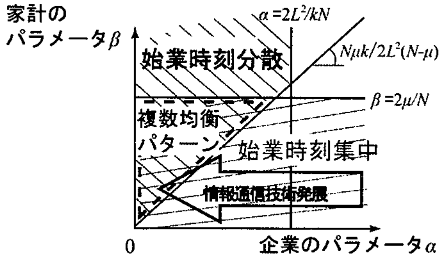
を適用すると，単位時間当たりの始業企業数$\overline{m}$が，

$$\overline{m}=\frac{2\beta L\mu}{2\beta L^2-\alpha k\mu} \tag{26}$$

と定まる．これを用いてこの均衡パターンで 1 人当りの家計が得る均衡効用 z_2^*を求めることができ



図－4　始業時刻が分散する場合



図－5　各均衡パターンの存在領域

る：

$$z_2^* = k\frac{N}{L^2} - \beta\left(\frac{L\overline{m}}{\mu} - 1\right)\cdot\left(\frac{N}{\overline{m}L}\right)^2. \qquad (27)$$

また，均衡パターン1と同様に，ボトルネックの物理的条件(14),(15)から，家計のボトルネック到着パターンを求めることで，均衡状態におけるボトルネック混雑の時間的変化を，図4の累積図で表すことができる．

(3) 均衡パターンの成立条件と複数均衡パターン

本稿で扱っている始業時刻の分散施策に関する議論の本質は，企業の生産性低下と，家計の通勤混雑軽減のトレードオフ関係にある．この点を考慮すると，モデルの解に大きく影響するパラメータは，次の2つのパラメータであることがわかる．1つは，企業の始業時間差に対する生産性減衰パラメータ α である．もう1つは，正規化した待ち行列時間を指標とした家計のスケジュール時間に対する時間価値パラメータ β である．そこで，各均衡パターンの存在領域を α-β 平面上に示すと図5のようになる．

図5から，始業時刻が集中する均衡パターン1は，家計のスケジュール時間に対する時間価値パラメータ β が一定の値より小さいとき，すなわち通勤混雑に対する家計の感じる負効用が小さい条件下でのみ成立しうるといえる．これは，均衡パターン1は極めてボトルネック混雑が激しい均衡状態であることを意味する．また，企業の始業時間差に対する生産性減衰パラメータ α はどんなに大きくても均衡パターン1は成立しうる．これは，均衡パターン1が企業の生産性が最大となる均衡パターンだからである．

一方，企業の始業時刻が分散する均衡パターン2は，次の2つの条件を満たす共通領域で成立する．その条件とは，家計の時間価値パラメータ β が，企業の始業時差に対する生産性減衰パラメータ α よりも相対的に大きいという条件，及び α が一定の値よりも小さいという条件である．前者の条件は，相対的に家計の時間価値 β が企業の生産性 α よりも優先する状況下でのみこの均衡パターン2が成立することを意味する．これは，この均衡パターン2は，企業の生産性を犠牲にして，家計の通勤混雑を軽減する均衡パターンだからである．後者の条件は，家計のパラメータ β がどんなに大きくとも，企業のパラメータ α が一定の値よりも大きい領域では，この均衡パターンは成立しないことを意味する．なぜなら，企業の時間価値選好 α が大きい場合には，企業は生産性を低下させないように始業時間を集中しようとするからである．

図5において破線で囲まれた領域では両方の均衡パターン（複数均衡）が成立することに注意しよう．この領域では，企業の時間価値 α，家計の時間価値 β がどちらも小さく，その中でも相対的に β が α よりも大きい．α, β がそれぞれ小さい領域では，始業時間が分散しても企業の生産性の低下の影響は小さく，始業時刻が集中し通勤混雑が激しくなっても，家計の感じる負効用は小さくなる．それゆえ，この領域では企業，家計の双方の時刻選択について自由度が広がるために複数の均衡が成立するといえる．ただし，この場合でも，企業の生産性減衰のパラメータ α が相対的に家計の時間価値 β よりも大きい領域では，企業は始業時刻を集中して，生産性を低下させないように始業時刻を選択する．

実際に多くの都市で実現している時刻選択パターンは，本稿のモデルで実現する均衡パターン1（始業時刻が集中した均衡パターン）に該当すると考えられる．すなわち，始業時刻が集中しているため多くの都市で慢性的な通勤渋滞が発生している現状を考慮すれば，本モデルでは，均衡パターン1が実際の都市の現状を近似しているといえる．

図5でどちらの均衡パターンにも属さない右上の領域では，解が均衡しないか，あるいは，均衡パターン1，2以外の他の時刻選択均衡パターンが存在する可能性もある．ただし，本稿の目的は，社会経済的に始業時刻は集中した方がよいのか，分散した方がよいのかを明らかにする点にあるので，それぞ

れの最も代表的な2つの均衡パターン1，2のみを扱うことにする（他の均衡パターンについては，付録2参照）．

4．厚生分析

解析の結果から明らかになった2つの均衡パターンについて，(1) 混雑料金を導入できる場合，(2) 混雑料金が導入できない場合，それぞれについて，どちらの均衡パターンが社会的に望ましいのかを明らかにする．ここで，完全競争下で企業の均衡利潤は $\pi^*=0$ となり，企業の生産性変化による社会的余剰は，賃金を介して各家計の均衡効用に帰着する．そこで，社会経済的な効率性を評価するには，2つの均衡パターンの家計の均衡効用を比較すればよい．

(1)混雑料金を導入できる場合

本モデルの枠組みにおいて，社会的に First Best（家計の均衡効用が最大）となるのは，企業の生産性が最大となる始業時刻が集中した状態で，かつ家計の通勤混雑が全く発生しない状態である．この状態を達成する1つの方法として，時間に対して可変的な混雑料金を賦課する施策が考えられる．より具体的には，時間によって変わる待ち行列費用相当の混雑料金を賦課する．その結果，家計の通勤費用を変化させずに，家計の通勤混雑を解消できる．その上で，料金収入を社会的に適切に還元すれば，社会的余剰は最大となる．ゆえに，このような混雑料金を導入できる場合には，始業時刻が集中した均衡パターン1の方が社会的に望ましい．

(2)混雑料金を導入できない場合

混雑料金を導入できない場合には，各パターンの均衡効用(20),(27)を比較して，均衡効用の大きい方が社会的に望ましいことになる．式(27)から式(20)の差をとる：

$$z_2{}^* - z_1{}^* = \beta N^2\left(\frac{\alpha k}{2\beta L^2} - \frac{1}{2\mu}\right)^2 \geq 0\,. \qquad (28)$$

式(28)において，家計のスケジュール時間遅れに対する時間価値パラメータ β は非負であるので，パラメータによらず，$z_2{}^* \geq z_1{}^*$ の関係が成立することが明らかとなった．従って，混雑料金を導入できない場合には，均衡パターン2の方が社会的に望ましい．これは，始業時刻が集中した方が企業の生産性は高くなるが，始業時間を分散させることで，企業の生産性の低下以上に，家計の通勤費用を削減できることを意味する．

5．現実的な通勤混雑緩和施策についての考察

厚生分析の結果から，社会的に First Best な通勤混雑緩和施策は，始業時間を集中させた状態での混雑料金導入，すなわち企業の生産性を低下させないような TDM 施策であることがわかった．しかし，混雑料金の導入については，時間に対して可変的な料金徴収システムの技術的問題，料金収入の適切な還元をどうするか，そして利用者のコンセンサスが得られるかといった課題が多く，実現していないのが現状である．

一方，企業・職場で利用する情報通信技術の発展を考慮すると，始業時間分散による生産性低下の影響は小さくなると考えられる．この理由は，情報通信技術の進展によって，企業間の取引に対して，次の2つの効果が期待できるからである．1つめは，企業間でのリアルな face-to-face の会合の必要性を減少させる効果である．情報通信技術を駆使したバーチャルな face-to-face の会合（eg. インターネットミーティング等）によって，空間／時間的に離れた企業間の取引が可能になり，簡単な取引であればリアルな face-to-face の会合は必要がなくなる．2つめは，リアルな face-to-face の会合が必要となる重要な取引であっても，それを効率化させる効果である．情報通信技術を利用して，お互いが事前に取引の詳細内容を把握できれば，リアルな face-to-face に必要な取引時間も大幅に短縮可能となる．

このように，企業間でのリアルな face-to-face 取引の必要性が減少すれば，企業間での始業時差に起因する都市全体での生産性低下の影響は小さくなると考えられる．この効果を本モデルの枠組みで考えると，企業の生産関数(3)において，企業間の始業時差による生産性減衰パラメータ α が小さくなることを意味する．したがって，情報通信技術の発展により，図5において始業時刻が集中している均衡状態から，企業の時間価値 α が小さい領域，すなわち複数均衡の領域に状態がシフトする可能性がある．この場合には，混雑料金が導入できなくとも，次善の施策として，始業時間を分散させた均衡状態へ誘導するような TDM 施策（始業時間分散のキャンペーンや補助金交付・規制等）が有効であるといえる．

6．おわりに

本稿では，企業の始業時刻選択行動と家計の始業・出発時刻選択の双方を考慮したモデルを定式化

し，それを解析することで，始業時刻が集中した均衡パターンと分散した均衡パターンの2つが存在すること，さらにはそれらが特定の同一条件下で両方成立しうること，すなわち複数均衡が存在することを明らかにした．

次に，この2つの均衡パターンの厚生分析を行い，混雑料金が導入できる場合には始業時刻が集中した均衡パターン，混雑料金が導入できない場合には始業時刻が分散した均衡パターンが社会経済的に望ましいことを示した．

最後に，現実的な通勤混雑緩和についての考察を行い，混雑料金が導入できない場合には，次善策として，始業時間を分散させる均衡へ誘導するTDM施策が有効であるとの結論が得られた．

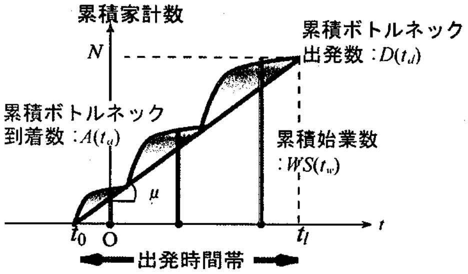
付録1：スケジュール費用の関数形

全ての通勤者の希望到着時刻t_wが同一時刻であるとの仮定をおいて，ボトルネックモデルを解析した研究では，スケジュール費用$C_S(s)$の関数形をスケジュール時間 s に対して線形と定義しているものが多い．しかし，本稿では，通勤者の希望到着時刻（始業時刻）t_wが分散する均衡パターンの解析を行うため，2次のスケジュール費用関数を仮定した．なぜなら，$C_S(s)$が狭義凸関数であるならば，FIFW条件（希望到着時刻 t_wの早い者から順にボトルネックに流入する条件）を満たす時刻選択パターンが一意に定まるからである（詳しくはDaganzo[8] を参照）．なお，本稿では2次のスケジュール費用関数を仮定したが，狭義凸性を満たす関数形であれば，他の関数形であっても本稿と同様の結果が得られる．

付録2：始業時刻が離散的に分散する均衡パターン

本稿で定式化した企業と家計の時刻選択均衡モデルの解は，本文中で示した始業時刻が1点に集中するパターンと始業時刻が分散するパターン以外にも，複数の均衡パターンが存在することがわかった．ここでは，その複数均衡解の1例として，始業時刻が複数の時刻に離散的に分散する均衡パターンを示す．

この均衡パターンでは，時間軸上でのn個の離散的な時刻$\mathbf{t_w}=\{t_1,\ t_2,\ t_3,\cdots,t_n\}$に，それぞれ企業数$\mathbf{m}=\{m_1,\ m_2,\ m_3,\cdots,m_n\}$の企業が業務を開始する．また，始業時刻$t_i, \forall i$の企業に通勤する家計の出発時間帯は，その前後の始業時刻t_{i-1}, t_{i+1}の企業に通勤する家計出発時間帯とオーバーラップがない状態である．この均衡パターンにおいて，各時刻の始業企業数 $\mathbf{m}=\{m_1,\ m_2,\ m_3,\cdots,m_n\}$が満たすべき関係を整理する．



図－6　始業時刻が離散的に分散する均衡パターン

まず，生産関数を離散的に考えると，始業時刻t_wを選択する企業の生産関数は，

$$F(t_w)=k\frac{N}{L}-\alpha\sum_{i=w}^{n}m_i\cdot(t_i-t_w) \qquad \text{(A1)}$$

である．企業の均衡利潤は$\pi^*=0$であるので均衡条件式(7)から，始業時刻t_wの企業から家計に支払われる均衡賃金$W^*(t_w)$は，

$$W^*(t_w)=k\frac{N}{L^2}-\frac{\alpha\sum_{i=w}^{n}m_i\cdot(t_i-t_w)}{L} \qquad \text{(A2)}$$

である．次に，家計の通勤時刻選択に関する条件を整理する．ある始業時刻t_wの企業に通勤する家計の通勤時間帯は，その前後の始業時刻に通勤する家計の通勤時間帯とオーバーラップがないと仮定する：

$$m_w\cdot L=\mu\cdot(t_f^w-t_l^w). \qquad \text{(A3)}$$

ここで，t_f^w, t_l^wはそれぞれ，始業時刻t_wの企業に，最も早い時刻に通勤する家計が選択する出発時刻，及び最も遅い時刻に通勤する家計が選択する出発時刻である．この仮定の下での家計の均衡交通費用は，均衡条件式(9)から，

$$C_T^*(t_w)=\frac{\beta\cdot(L\cdot m_w)^2}{4\mu^2} \qquad \text{(A4)}$$

と与えられる．さらに，家計の通勤時間帯にオーバーラップがない条件(A3)を始業時間差 t_i-t_j を用いて表すと次のようになる：

$$t_i-t_j=\frac{L^2}{\mu^2}\left(\sum_{w=j+1}^{i-1}m_w+\frac{m_j^2+m_i^2}{4}\right)\ (i>j). \qquad \text{(A5)}$$

また，各家計の得る均衡効用z^*は始業時刻選択均衡条件(8)：

$$k\frac{N}{L^2}-\frac{\alpha\sum_{i=w}^{n}m_i\cdot(t_i-t_w)}{L}-\frac{\beta\cdot(Lm_w)^2}{4\mu^2}=z^* \quad \forall\, m_w \qquad \text{(A6)}$$

を満たす必要がある．これらの条件式(A5),(A6)を同時に満たす始業企業数 **m**= $\{m_1,m_2,m_3,\cdots,m_n\}$ と均衡効用z^*が均衡解となるが，始業企業数**m**が満たすべき関係は再帰的関係にあるため，その特質を明らかにするには，数値的な解析が必要となる．この均衡パターンの例として，始業時刻が3つに離散的に分散（n=3）する均衡パターンのボトルネック累積図を図6に示す．

この均衡パターンを，始業時刻が集中する均衡パターン1と比較した場合の定性的特質は，連続的に始業時刻が分散する均衡パターン2と同じである．すなわち，この均衡パターンにおける企業の生産性は，始業時刻が分散するため，始業時刻が集中している均衡パターン1よりも低下する．一方，始業時刻が離散的に分散することで，家計の通勤混雑が解消されるため，家計の支払う均衡交通費用は，均衡パターン1と比較して削減される．始業時刻 $\mathbf{t_w}$ が離散的に分散すればするほど，均衡パターン1に対するこの相対的傾向は顕著になる．一方，家計の均衡効用についても，この均衡パターンで家計が得る均衡効用は，始業時刻が集中する均衡パターン1の均衡効用よりも，大きくなる．

従って，ボトルネック混雑を完全に解消する混雑料金が導入不可能な場合には，このように始業時刻が離散的に分散する均衡パターンへ誘導するTDM施策も有効である．

参考文献

1) Hendrickson,C. and Kocur,G. : Schedule delay and departure time decisions in a deterministic model, *Transportation Sciense*,Vol.15, pp.62-77,1981.
2) Henderson,J.V. : The economics of staggered work hours, *Journal of Urban Economics*, Vol.9, pp.349-364,1981.
3) 文世一：交通混雑の理論と政策【時間・都市空間・ネットワーク】，東洋経済新報社, 2005.
4) 奥村誠・小林潔司・田中成興：鉄道時差出勤の社会的便益と導入インセンティブに関する分析，応用地域学研究,4, pp.63-75,1999.
5) Smith, M.J. : The existence of a time-dependent equilibrium distribution of arrivals at a single bottleneck, *Transportation Science,* Vol.18, pp.385-394, 1984.
6) 井料隆雅・吉井稔雄・朝倉康夫：出発時刻選択問題の均衡状態に関する数理的分析，土木学会論文集，IV-66, pp.105-118, 2005.
7) 桑原雅夫：道路交通における出発時刻選択に関する研究解説，土木学会論文集，IV-41, pp.73-84, 1998.
8) Daganzo, C.F. : The uniqueness of time-dependent equilibrium distribution of arrivals at a single bottleneck, *Transportation Science,* Vol.19, pp.29-37, 1985.

企業と家計の相互作用を考慮した始業・出発時刻均衡モデル

佐藤慎太郎・赤松隆

朝の通勤混雑解消のための TDM 施策の 1 つとして，企業の始業時刻を分散させる時差出勤制の導入がしばしば議論されてきた．しかし，始業時刻が分散すると，企業間の相互取引機会が減少し，社会的に生産性が低下する可能性がある．そこで，本稿では企業と家計の相互作用を考慮した時刻選択モデルを構築し，両者の時刻選択行動から定まる均衡パターンを求めた．この結果，1)複数の均衡パターンが存在すること，2)混雑料金を賦課できない場合には始業時刻が分散した均衡パターンが望ましいこと，3)混雑料金を賦課できる場合には始業時刻が集中する均衡パターンが望ましいこと，が明らかになった．

A Simultaneous Equilibrium Model of Work Start Time & Departure Time Choices with Bottleneck Congestion

By Shintaro SATO and Takashi AKAMATSU

Staggered work hours in a city have been introduced to mitigate commuting congestion. However, it may lead to decline in mutual dealing chances between firms, and there is a possibility that total productivity in the city decreases. In this paper, we construct a model in which work start time choices by firms and departure time choices by commuters determine total productivity and commuting congestion in the city. Analyzing of the model, we show that 1) multiple equilibrium patterns of time choices can occur, 2) the equilibrium pattern where work start time is staggered is desirable if congestion tax cannot be levied, and 3) the equilibrium pattern where work start time is concentrated is desirable if congestion tax can be levied.