

フレックスタイム導入下の通勤・業務交通に対する最適道路交通容量割り当て*

Optimal Allocation of Traffic Capacity between Commuting and Business Trips under Flexible Work Hours*

吉村 充功**・奥村 誠***

By Mitsunori YOSHIMURA** and Makoto OKUMURA***

1. はじめに

道路通勤混雑の緩和策として、多くの都市では時差出勤(始業)やフレックスタイム制度といった時間分散型の交通需要管理(Transportation Demand Management: TDM)施策の導入を検討、実施している。このような施策は、導入が容易で、即効性が期待できるといったメリットから、今後も多くの都市で導入が期待されている。しかしながら、これらの施策が広く導入されると、これまで通勤時間帯が終わってから発生していた業務交通の一部が通勤時間帯においても発生するようになり、通勤交通と業務交通の錯綜によりかえって混雑が悪化し、TDM 施策の所期の目的が十分に発揮できない可能性がある。

ここで、通勤交通が主に郊外から都心への交通流であるのに対し、業務交通は主に都心内を巡回する交通流と考えることができる。そのため、通勤混雑緩和だけに着目し、郊外から都心への道路交通容量のみを拡張したり、信号交差点の現示を優先的に割り振ったりした場合、時間分散型 TDM 施策導入下では業務交通に対して悪影響が現れることになる。

時間分散型 TDM 施策に関する以上の特性を鑑み、本研究では、フレックスタイム下における通勤交通と業務交通の錯綜に対して、道路交通容量の最適割り当て問題を考える。この際、割り当てられた交通容量に対する通勤交通と業務交通の発生時刻分布を求める理論モデルを提案し、通勤・業務交通に対する効率的な道路運用、ならびにインフラ整備投資の配分のあり方を明らかにすることを目的とする。

2. 時間分散型 TDM 施策が業務にもたらす問題

(1) 時間分散型 TDM 施策に関する既往の理論研究

時差出勤やフレックスタイム制度といった時間分散型 TDM 施策の導入により、通勤交通の時間的分布が

分散化し、渋滞の緩和が期待できる。この効果に着目し、時差始業下における鉄道や自家用車による通勤交通について、最適な発生時刻分布を求めようとする理論的研究が実施されている^{1),2)}。

しかしながら、始業時刻の分散化は新たに 2 つの問題を引き起こす可能性がある。1 つは他の企業との業務時間帯のずれによる業務効率の低下を嫌って、企業が制度の導入に消極的であるという問題であり、その効果を考慮した施策の導入効果分析も試みられている^{3),4),5)}。いま 1 つは、業務の中には取引先等への交通を伴うものも多数含まれているため、始業時刻の変化が大きくなると業務交通の発生時間帯が通勤時間帯に重なり、業務トリップの混雑が増大するという問題である。時差出勤が業務交通の発生時刻分布に及ぼす影響について、PT データを用いて推定した研究⁶⁾もなされているが、時間分散型 TDM 施策下における通勤交通と業務交通の錯綜について理論的に分析された例は少ない。

(2) 時間分散型 TDM 施策下の業務交通の考え方

前節において示した始業時刻の分散化がもたらす後者の問題は、通勤交通の円滑な処理を課題とするこれまでの都市交通計画においては看過されてきたが、業務交通は通勤交通よりも自動車分担率が高いため、道路混雑に対する影響力は大きい。もし通勤時間帯を避けて業務交通を行うとすれば、通勤時間帯が終わるまで対外的な業務を実施できず、早く出社したことが生かせないため、始業時刻を早める行動がとられなくなる可能性もある。

以上のことから、時間分散型 TDM 施策下における通勤交通と業務交通の時間的分布に着目し、その重なりがもたらす混雑の悪化を抑えることが必要である。このような視点を持つことにより、例えば TDM 施策などのソフト施策だけでは対応できない大混雑に対して新たなインフラ投資をする際に、通勤交通対策と業務交通対策にどういった投資配分をすべきかを考えることができる。

本研究では、通勤交通と業務交通の錯綜を表現するために、通勤交通が卓越する郊外から都心方向の交通

* キーワーズ: TDM, 交通容量, 道路計画, 交通制御

** 正会員, 博 (工), 日本文理大学 工学部 建設都市工学科
(〒870-0397 大分市一木 1727-162, TEL: 097-524-2611,
E-mail: yoshimuram@nbu.ac.jp)

*** 正会員, 博 (工), 東北大学 東北アジア研究センター
(〒980-8576 仙台市青葉区川内 41, TEL: 022-795-7571,
E-mail: mokmr@cneas.tohoku.ac.jp)

と、業務交通を主体とする都心内部の巡回交通が平面交差する交差点を考える。その上で、この交差点の流入道路それぞれの交通容量をパラメータとして、フレックスタイム制度下の通勤交通と業務交通の重なりをコントロールすることを考える。そのため、ボトルネックを持つ通勤交通の発生時刻分布を最適制御理論を用いて求解したモデル⁷⁾をベースとする理論モデルを提案する。さらにこれを用いて、業務実施による便益から通勤交通と業務交通の双方の交通コストを差し引いた社会的厚生水準を最大にするような交通容量の割り当てを計算する。

3. 問題の設定とモデルの定式化

(1) ネットワークと通勤・業務交通の設定

本研究の主題である通勤交通と業務交通の錯綜を簡潔に表現するため、図-1に示すような簡単な道路ネットワークを想定する。全ての通勤者 $N(\text{人})$ は空間的に散らばりがなく1点で表される郊外のベッドタウンに住み、1点で表されるCBD(都心)に向かう放射方向の道路を用いて自動車通勤する。また、全ての通勤者の勤務先はCBD内にあり、フレックスタイムの利用が認められているとする。そのため、勤務先に到着した通勤者はその後適当な時刻に始業し業務を開始する。この業務は一定の割合で同じCBD内にある取引先に出かけることを必要とする。なお、フレックスタイムの利用については従業者に任されており、実際には従業者は後述する賃金と通勤不効用からなる総効用の大小により、一斉始業を選択するか、フレックスタイムを利用するかを選択する。

CBD内で業務交通を行うための環状道路は、通勤に用いられる放射方向の道路と、CBD外縁部の交差点で平面交差している。放射道路と環状道路は各々 $K_c(\text{台/分})$ 、 $K_b(\text{台/分})$ の流出交通容量を持つため、それを越える流入があればその地点にpoint queueが発生する。本研究では、放射(通勤)道路と環状道路の最適な交通容量の割り当てを求めることから、分析上、2方向の交通容量の配分は制御(決定)できるが、その総和は一定値 K に制約され、また対象とする午前の通勤・業務時間帯を通して一定の値にする必要があると仮定する。このような仮定により、それぞれの道路に対する適切な交通容量計画が可能となる。なお、本研究では各々の道路交通容量、つまりインフラ投資の最適な割り当てに焦点を当てていることから、各々の道路交通容量の割り当てを時間帯にかかわらず一定と仮定している。そのため、交差点における実際の運用では信号制御を時間帯に応じて変動させることにより、時間帯によってより効果的な状況を作り出すことが可能である。

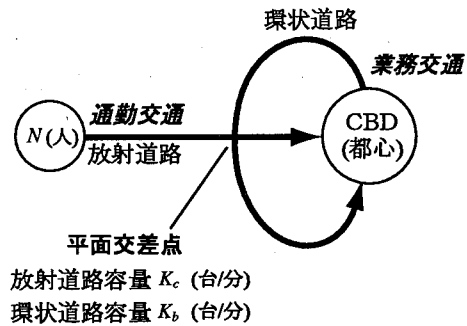


図-1 通勤・業務交通ネットワーク

また、この交差点以外の容量は、交差点容量に比べて十分に大きく自由走行でき、居住空間に散らばりが少ないため、走行時間は全ての車について一定($=0$)と考えてよい。

(2) 通勤不効用のモデル化

時刻 t_c に自宅を出発する通勤者は、全員が必ず出社しているフレックスタイムのコアタイム開始時刻 T を基準に取れば、 $(T - t_c)$ (分)だけ早く自宅を出発する必要がある。そのため、単位時間当たりのスケジュールコストを $c(\text{円/分})$ とすれば、スケジュールコスト $SC(t_c)$ は次式となる。

$$SC(t_c) = c(T - t_c) \quad (1)$$

時刻 t_c 以前に自宅を出発する累積通勤者数を $a(t_c)$ とする。自由走行時間の仮定から、 $a(t_c)$ はボトルネックへの累積到着者数でもある。また、時刻 t 以前にボトルネックを通過(出社)した累積通勤者数を $m(t)$ とすると、 $m(t)$ の不連続点を除き、次式が成立する。

$$\dot{m}(t) \leq K_c \quad (2)$$

ただし、 $\dot{m}(t) = dm(t)/dt$ である。また、定義より $m(t) \leq a(t)$ でなければならない。

ここで、通勤者 i 毎のスケジュールコストおよびボトルネックでの待ち時間による損失額を求めよう。

ボトルネックにおける追い越しを認めないとすると、 i 番目に自宅を出発する通勤者は自宅を $(T - a^{-1}(i))$ (分)だけ早く出発し、ボトルネックにおける待ち時間は $(m^{-1}(i) - a^{-1}(i))$ (分)となる。よって、スケジュールコスト(1)を通勤者 i で書き換えると式(3)に、 i 番目通勤者のボトルネックにおける損失額 $\hat{D}C_c(i)$ は式(4)のようになる。

$$\hat{S}C(i) = c(T - a^{-1}(i)) \quad (3)$$

$$\hat{D}C_c(i) = e(m^{-1}(i) - a^{-1}(i)) \quad (4)$$

ただし、 $m^{-1}(i)$ 、 $a^{-1}(i)$ はそれぞれ累積ボトルネック流出者数 $m(t)$ 、累積自宅出発者数 $a(t)$ の逆関数、 e は効

用を通勤者 i について記述していることを表す。また、 e (円/分) は通勤混雑に関する時間価値である。

以上より、 i 番目に自宅を出発する通勤者の通勤不効用 $\hat{V}(i)$ は式 (3), (4) を用いて、次式で表される。

$$\hat{V}(i) = S\hat{C}(i) + \hat{D}C_c(i) \quad (5)$$

(3) 業務活動のモデル化

従業者は CBD 内の勤務先に到着後業務を開始する。業務は CBD 内の他の従業者との関係の上で実施されるため、時間的集積の経済性が働くことと仮定する⁸⁾。すなわち時刻 t_w に始業する従業者の生産額は、ある時点 τ に CBD 内で労働している従業者数 $n(\tau)$ を取り入れた瞬間的な生産関数 $An(\tau)^\alpha$ を勤務時間について積分したものである。時刻 t_w に始業する従業者のコアタイムまでの労働時間帯 $[t_w, T]$ における生産額 $Y(t_w)$ は次式のようになる。

$$Y(t_w) = \int_{t_w}^T An(\tau)^\alpha d\tau \quad (6)$$

ここで、 A は生産活動の技術水準を表すパラメータであり、1 つの CBD 内では一定値をとるとする。 α は時間的集積の経済性を表す正のパラメータ (< 1) である。 $n(\tau)$ は時点 τ に CBD 内で業務を行っている従業者数 (= 累積始業者数) であり、累積通勤者数 $m(\tau)$ を上回ることとはなく、 $n(\tau) \leq m(\tau)$ を満足する。

累積始業者数 $n(t)$ の不連続点を除き、 $n(t)$ と時刻 t に始業する従業者数 $\rho(t)$ との間に以下の関係がある。

$$\dot{n}(t) \equiv \rho(t) \quad (7)$$

業務の遂行には、業務を行っている従業者数 $n(t)$ に対して一定の割合 r で業務交通を行うことが必要であるとする。すなわち、業務交通の累積出発者数を $u(t)$ とすると、 $u(t)$ の不連続点を除き次式が成立する。

$$\dot{u}(t) = r n(t) \quad (8)$$

業務交通に対する交通容量 K_b の制約から、時刻 t 以前にボトルネックを通過 (流出) する累積業務交通量を $v(t)$ とすると、 $v(t)$ の不連続点を除き次式が成立する。

$$\dot{v}(t) \leq K_b \quad (9)$$

ここで、業務交通を行う従業者 l 毎に、ボトルネックでの待ち時間による損失額を考えよう。

ボトルネックにおける追い越しを認めないとすると、 l 番目に業務に出発する従業者のボトルネックにおける待ち時間は $(v^{-1}(l) - u^{-1}(l))$ (分) であり、それに対する損失額 $\hat{D}C_b(l)$ は以下のようになる。

$$\hat{D}C_b(l) = b(v^{-1}(l) - u^{-1}(l)) \quad (10)$$

ただし、 b (円/分) は業務交通の時間価値である。

次に、上記の業務活動に関するモデル化を踏まえ、時刻 t_w に始業する従業者の賃金を考えよう。

ここでは、全ての企業は労働者管理企業であるとし、また労働以外の生産要素を考えていないため、時刻 t_w に始業する従業者の賃金 $W(t_w)$ は、生産額 (6) から、時点 τ に発生する業務交通の混雑による損失額 $\hat{D}C'_b(\tau)\dot{u}(\tau)$ をその時点の勤務者数 $n(\tau)$ で除した額を勤務時間中について積分したものを差し引いた額がそのまま各従業者に支払われると仮定する。

$$W(t_w) = Y(t_w) - \int_{t_w}^T \left(\frac{\hat{D}C'_b(\tau)\dot{u}(\tau)}{n(\tau)} \right) d\tau \quad (11)$$

ただし、 $\hat{D}C'_b(\tau) = b(u(\tau) - v(\tau))$ とする。なお、 $\hat{D}C'_b(\tau)$ は式 (10) とは異なるが、式 (10) を全ての業務交通を行う従業者について合計したものと、式 (11) の業務交通の混雑による損失額の部分を全従業者について合計したものは等しくなる。

(4) 通勤者の総効用と社会的厚生水準のモデル化

前節までのモデル化により、 i 番目に自宅を出発する通勤者の総効用 $\hat{U}(i)$ は、次式で表される。

$$\hat{U}(i) = \hat{W}(i) - \hat{V}(i) \quad (12)$$

ただし、 $\hat{W}(i)$ は式 (11) を通勤者 i で書き換えたものである。なお、ここでは各通勤者は自宅出発順に始業すると仮定している。

また、通勤者の総効用 (12) を全員について足しあわせたものが、社会的厚生水準 SW となる。

$$SW = \int_0^N \hat{U}(i) di \quad (13)$$

4. 通勤・業務交通の発生時刻分布決定モデル

(1) 一斉始業時の通勤・業務交通発生時刻モデル

フレックスタイム導入下における状況を評価するための準備として、基本モデルである一斉始業のケースを考える。

一斉始業時刻を $T_w (< T)$ とするとき、賃金 $W(T_w)$ は通勤者によって変わらないので、各通勤者は通勤による不効用 $\hat{V}(i)$ を小さくするように、自宅出発時刻を選択する。このとき、どの通勤者もそれ以上通勤不効用を小さくできない (= 等不効用) 自宅出発時刻分布が実現する⁷⁾。解法は付録 A にゆずり、以下では解のみを記述する。

累積自宅出発者数 (= 累積ボトルネック到着者数) $a(t)$ 、累積ボトルネック流出者数 (= 累積出社者数) $m(t)$ は、 $t \in [T_w - N/K_c, T_w]$ の時間帯において、それぞれ次式

で表される。

$$a(t) = \begin{cases} \frac{c+e}{e} \{N - K_c(T_w - t)\} & \text{if } t \leq \bar{T} \\ N & \text{if } \bar{T} < t \leq T_w \end{cases} \quad (14)$$

$$m(t) = N - K_c(T_w - t) \quad (15)$$

ただし、 $\bar{T} \equiv T_w - c/(c+e) \times N/K_c$ である。

これより、通勤不効用 $\hat{V}(i)$ は通勤者によらず次式で表される。

$$\hat{V}(i) = c \left\{ (T - T_w) + \frac{N}{K_c} \right\} \quad (16)$$

時刻 T までの生産額 $Y(T_w)$ は通勤者によって変わらず、次式で表される。

$$Y(T_w) = AN^\alpha (T - T_w) \quad (17)$$

業務交通に関して、累積出発者数 (= ボトルネック流入者数) $u(t)$ 、累積ボトルネック流出者数 (= 累積相手先到着者数) $v(t)$ は、 $t \in [T_w, T]$ の時間帯において、それぞれ次式で表される。

$$u(t) = rN(t - T_w) \quad (18)$$

$$v(t) = \begin{cases} rN(t - T_w) & \text{if } rN \leq K_b \\ K_b(t - T_w) & \text{if } rN > K_b \end{cases} \quad (19)$$

ここで、式(19)上式は、流入者数がボトルネック容量を下回るため、ボトルネックでの混雑が発生しないことを意味する。

上式を用いて、賃金 $W(T_w)$ は次式で計算される。

$$W(T_w) = \begin{cases} AN^\alpha (T - T_w) & \text{if } rN \leq K_b \\ AN^\alpha (T - T_w) - \frac{1}{2}br(rN - K_b)(T - T_w)^2 & \text{if } rN > K_b \end{cases} \quad (20)$$

以上より、社会的厚生水準 SW は次式で表される。

$$SW = \begin{cases} AN^{\alpha+1}(T - T_w) - cN \left\{ (T - T_w) + \frac{N}{K_c} \right\} & \text{if } rN \leq K_b \\ AN^{\alpha+1}(T - T_w) - \frac{1}{2}brN(rN - K_b)(T - T_w)^2 - cN \left\{ (T - T_w) + \frac{N}{K_c} \right\} & \text{if } rN > K_b \end{cases} \quad (21)$$

ここで、社会的厚生水準 SW を最大化するような通勤・業務交通に対する交通容量 K_c^* 、 K_b^* を求めると、 $dSW/dK_c = 0$ を解くことにより、次式で表される。

$$K_c^* = \sqrt{\frac{2cN}{br(T - T_w)^2}} \quad (22)$$

$$K_b^* = K - K_c^* \quad (23)$$

ただし、 $K_b^* \geq rN$ のときは、 $K_b^* = rN$ 、 $K_c^* = K - rN$ である。これより、通勤交通容量 K_c^* は業務交通の係数値 b, r に依存するが、総交通容量 K には依存しない。

(2) フレックスタイム下の最適通勤・業務交通発生時刻モデル

本節では、全ての通勤者にフレックスタイムが認められている状況を想定し、3. で定式化したモデルを用いて、社会的厚生水準(13)を最大化する問題を考える。ここでは、モデルの操作を容易にするため、最大化問題を時刻 t について記述する。このような問題は、最適な自宅出発時刻・始業時刻を求める問題として、 $\mu(t)$ 、 $\rho(t)$ 、 $k_c(t)$ 、 $k_b(t)$ を制御変数 ($\equiv w(t)$) とする社会的厚生水準 SW を最大化する最適制御問題と等価となる。

$$\max_{\substack{\mu(t), \rho(t) \\ k_c(t), k_b(t)}} SW = \int_{T_0}^T [-e\dot{a}(t)(a(t) - m(t)) - c\dot{a}(t)(T - t) + \dot{h}(t)Y(t) - b\dot{u}(t)(u(t) - v(t))] dt \quad (24a)$$

$$s.t. \quad \dot{a}(t) \equiv \mu(t) \quad (24b)$$

$$\dot{m}(t) \equiv k_c(t) \quad (24c)$$

$$\dot{n}(t) \equiv \rho(t) \quad (24d)$$

$$\dot{u}(t) \equiv r n(t) \quad (24e)$$

$$\dot{v}(t) \equiv k_b(t) \quad (24f)$$

$$\dot{Y}(t) \equiv -An(t)^\alpha \quad (24g)$$

$$g_1(w(t)) \equiv -k_c(t) \leq 0 \quad (24h)$$

$$g_2(w(t)) \equiv k_c(t) - K_c \leq 0 \quad (24i)$$

$$g_3(w(t)) \equiv -k_b(t) \leq 0 \quad (24j)$$

$$g_4(w(t)) \equiv k_b(t) - (K - K_c) \leq 0 \quad (24k)$$

$$h_1(x(t)) \equiv a(t) - N \leq 0 \quad (24l)$$

$$h_2(x(t)) \equiv m(t) - a(t) \leq 0 \quad (24m)$$

$$h_3(x(t)) \equiv n(t) - m(t) \leq 0 \quad (24n)$$

$$h_4(x(t)) \equiv -n(t) \leq 0 \quad (24o)$$

$$h_5(x(t)) \equiv v(t) - u(t) \leq 0 \quad (24p)$$

$$h_6(x(t)) \equiv -v(t) \leq 0 \quad (24q)$$

$$a(T_0) = 0, m(T_0) = 0, n(T_0) = 0, \\ u(T_0) = 0, v(T_0) = 0 \quad (24r)$$

$$\theta_1(x(T)) \equiv a(T) - N = 0 \quad (24s)$$

$$\theta_2(x(T)) \equiv m(T) - N = 0 \quad (24t)$$

$$\theta_3(x(T)) \equiv n(T) - N = 0 \quad (24u)$$

$$\theta_4(x(T)) \equiv Y(T) - \int_{T_0}^T An(\tau)^\alpha d\tau \Big|_{T=T_0} = 0 \quad (24v)$$

ここで、 T_0 は最早自宅出発時刻である。また、 $k_c(t)$ 、 $k_b(t)$ はそれぞれ通勤交通、業務交通の時刻別ボトルネック流出者数を表しており、それぞれの交通容量 K_c 、 $K_b (= K - K_c)$ を下回る(式(24h)-(24k))。式(24b)-(24g)は状態変数 $x(t) = (a(t), m(t), n(t), u(t), v(t), Y(t))$ の状態拘束を表す。式(24l)-(24q)は $x(t)$ の状態制約を表し、それぞれ物理的・可能条件である。式(24r)は初期条件、式(24s)-(24v)は終端条件を表す。

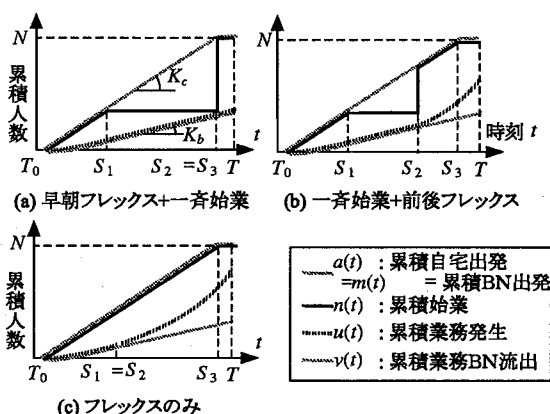


図-2 最適軌道のパターン

本問題は、制御変数 $w(t)$ に関して、汎関数 (24a), 状態拘束 (24b)-(24g) とともに線形であるため、Bang-Bang 制御となり、最適解での制御変数の取りうる値は、0 か状態制約を満たす最大値となる⁹⁾。

最適制御理論を用いて求解を行うと、 $t \in [T_0, T]$ において必要条件を満たす最適通勤・業務発生時刻分布は、a) 一部が早朝にフレックスタイム、残りが一斉始業、b) a) の一斉始業後に、さらに一部がフレックスタイム、c) 全員がフレックスタイム、の3つのパターン(図-2)に分類され、解は解析的に求めることができる。ただし、図中 S_1, S_2, S_3 はそれぞれ最遅早朝フレックス者の始業時刻(業務交通発生率が混雑の発生しない上限)、一斉始業時刻(= 最遅後半フレックス者の始業時刻)、最遅後半フレックス者の始業時刻を表しており、最適軌道 $x^*(t)$ の切り替え点である。

なお、本問題では、時刻別の自宅出発者数 $\mu(t)$ をコントロールすることにより、ボトルネックへの通勤交通の流入が流出容量 K_c と等しい割合で起き、放射道路での渋滞が発生しないようになっている。これは、通勤交通に対してピークロードプライシングを実施し、混雑に応じた混雑料金を課金することで実現できる¹⁰⁾。

また、本研究では、全ての通勤者にフレックスタイムの利用を認めているが、もし一部の通勤者にしかフレックスタイムが認められていない場合でも、一斉始業しか認められていない者の割合が a) もしくは b) のパターンにおける一斉始業者の割合を超えなければ、同様の解が実現できる。

5. 数値計算例

(1) 通勤・業務交通発生時刻分布の数値例

以下の数値例では、係数の値を $c = 40$ (円/分), $e = 30$ (円/分), $b = 50$ (円/分), $N = 5,000$ (人), $\alpha = 0.5$, $r = 2$ (%), コアタイム開始時刻 $T = 10:00$, A は全員が一斉始業している状況で 480(分) 働くと 20,000(円)

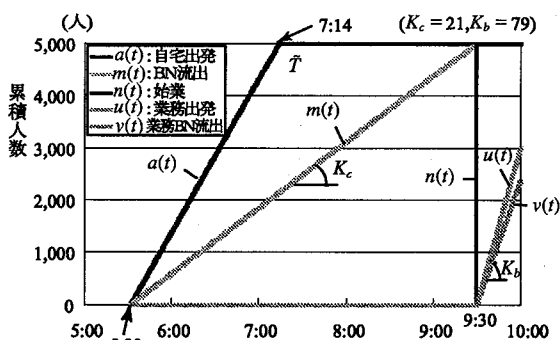


図-3 一斉始業時における通勤・業務時刻分布

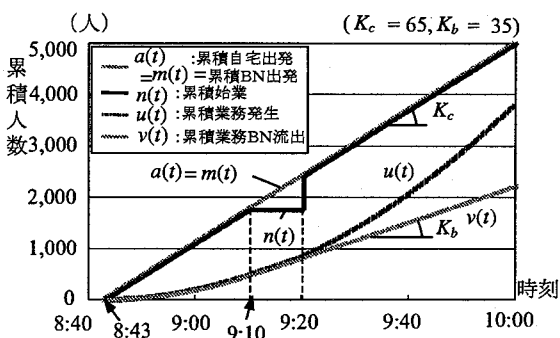


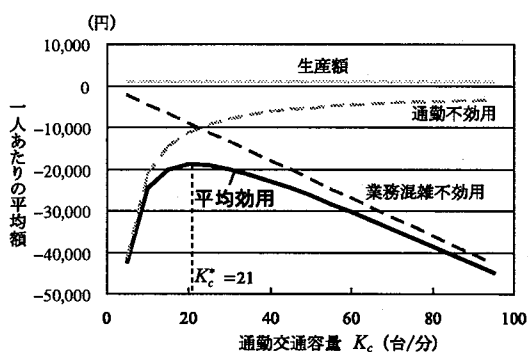
図-4 フレックスタイム下における最適軌道

の生産額が得られるように設定する。また、平面交差点の総交通容量は $K = 100$ (台/分) とする。なお、一斉始業時の場合、一斉始業時刻を $T_w = 9:30$ に設定する。

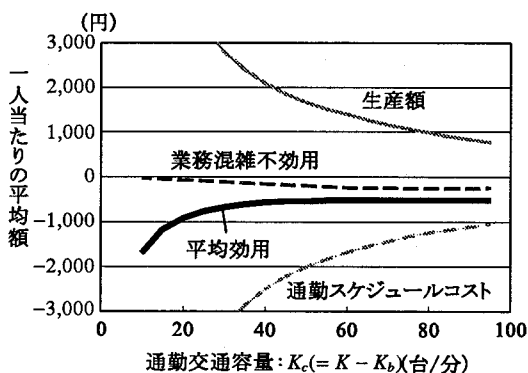
図-3 は、一斉始業時における通勤・業務交通の時刻分布の例である。このとき、通勤交通容量 $K_c^* = 21$ (台/分), 業務交通容量 $K_b^* = 79$ (台/分) である。一斉始業時には、業務発生率が高くなり業務交通による混雑不効用が卓越するため、それを抑えるように業務交通容量 K_b に多く容量が配分される。

なお、本研究では固定的な交通容量の配分を考えているため、上記の解では、業務交通が発生しない通勤時間帯でも環状道路に対して多くの交通容量が割り当てられている。しかしながら、交差点における信号制御に限って言えば時間に対して動的な制御が可能である。そのため、道路交通容量に物理的な余裕がある場合には、通勤時間帯と業務交通時間帯とで信号制御による青信号の割り当てを変更することにより、より最適な状況を作り出せる。

一方、図-4 は、フレックスタイム下における最適通勤・業務交通の時刻分布(最適軌道)の例である。通勤交通容量は $K_c^* = 65$ (台/分), 業務交通容量は $K_b^* = 35$ (台/分) である。ボトルネック流出(出社)分布は、通勤



図－5 一斉始業時の通勤交通容量と平均効用



図－6 フレックス時の通勤交通容量と平均効用

のスケジュールコストを小さくするために、常に最大通勤交通容量 K_c で流出する。このパターンでは、9:10 以前に出社する通勤者は業務交通の混雑による損失がないため、出社と同時に始業するフレックスタイムを行う。9:10 から 9:20 に出社する通勤者は、出社後すぐに始業しても、業務トリップの混雑が発生し、それに見合った生産額が得られないため、9:20 まで待って一斉始業する。この時間帯の業務トリップ発生率は、業務交通容量 K_b に等しいため、業務混雑は発生しない。9:20 以降に出社する通勤者は、業務混雑による混雑に比して、得られる生産額が大きいので、出社と同時に始業する。

以上の例より、フレックスタイムの導入により通勤交通容量の最適配分量が一斉時の $K_c^* = 21$ (台/分) から $K_c^* = 65$ (台/分) に変わっていることが分かる。

(2) 交差点容量の最適割り当て

通勤交通容量 K_c (業務交通容量 $K - K_c$) を変化させた場合の最適解の 1 人あたり平均効用と項目ごとの値について、一斉始業時について図示したものが図－5、フレックスタイム時について図示したものが図－6 である。

一斉始業時は、通勤交通容量を増やすと業務交通による混雑不効用が増大する。一方、通勤不効用は通勤交通容量を極端に少なくした場合に増大する。そのため、多くの容量が業務交通に配分されていることが分かる。

一方、フレックスタイム導入時には、通勤交通容量 K_c が小さいと、通勤時間帯が長くなる。そのため、業務混雑のない早くから始業し、長時間働く通勤者がいるため、得られる生産額は大きく、業務混雑も小さいが、通勤のスケジュールコストがそれ以上に大きくなる。結果として、平均効用が極端に小さく、好ましくない。

K_c が大きくなると、業務交通容量 K_b が小さくなるため、業務混雑が大きくなるが、通勤時間帯が短くなるため、業務コスト以上に通勤のスケジュールコストが小さくなる。結果として、平均効用は大きくなる。

この数値例では、 $K_c = 65$ (台/分) のときに、平均効用 (社会的厚生水準) が最大 (-528 円) になる。これは、通勤交通容量を $K_c = 65$ (台/分)、業務交通容量を $K_b = 35$ (台/分) となるように交通容量を配分すること (図－4) が社会的に最も望ましいことを意味する。これは、一斉始業時に比べ通勤交通容量を 44 (台/分) 増やすことになる。

6. おわりに

本研究では、通勤交通と業務交通の時間的な錯綜問題に着目し、両者に配分された交差点容量のもとで最適となる通勤と業務開始時刻の分布パターンを理論的に分析できるモデルを構築し、求解を行った。さらに、数値例により、最適な状況を作り出すための交差点容量の配分値を定量化できることを示した。理論的な計算のためにかかなり大胆な仮定をおいたことは否めないが、二つの交通のトレードオフと容量配分との基本的な関係を十分表現できたと考える。

本研究では、3.(1) に記述しているとおり、信号スプリットなどの方法で、交通容量の割り当てを時間軸上で連続的に動かすことは考えていない。本研究での仮定は、フレックスタイムを促進する上で、現在の交通容量の割り当てが適当かどうかの評価には使用できると考えられるが、さらなるインフラ投資を考えた場合、フレックスタイムが即効性を期待する施策であるのに対し、インフラ投資には時間的なラグが発生する。そのため、分析の時間スパンが必ずしも一致していない。交通容量の割り当てを時間軸上で連続的に動かすような動的な制御パターンについても、今後求解していくことが必要である。

またここでは通勤交通の内部の混雑の外部性を考え

ないシステム最適の状況を想定して分析を行った。この解は時刻ごとに連続的に差別化されたような混雑税が付加できれば実現できる解ではあるが、現実的には実現することは困難である。現実的には少数の段階で混雑税率を切り替える状況や、このような税制のない利用者均衡条件下での分析に発展させることが必要である。

さらに、本研究では理論的な計算を可能とし、通勤交通と業務交通の関係を解析的に分析する手段を提供するため、非常に単純なネットワークを対象に、通勤交通と業務交通がそれぞれ独立した道路を利用する状況を想定した。他の目的のトリップが混在するケースや大規模なネットワークに拡張し、より実際的な状況を扱う場合、一般均衡分析などを用いて数値計算による方法を用いることになる。そのため、解析的な解を導出することが非常に困難になることから、解析的に扱える範囲でどの程度モデルを実際的に近づけられるかについて、より検討を加える必要がある。

参考文献

- 1) 奥村 誠・永野光三・小林潔司：始業時刻の設定が鉄道通勤交通に及ぼす影響に関する研究, 土木計画学研究・論文集, No.15, pp.831-840, 1998.
- 2) 赤松 隆・早崎俊和・前田祐希：道路交通における通勤混雑緩和のための最適勤務開始時刻分布, 土木計画学研究・論文集, No.16, pp.979-989, 1999.
- 3) 文 世一・米川 誠：フレックスタイムが交通混雑に及ぼす影響, 日交研シリーズ A-260, 日本交通政策研究会, 1999.
- 4) 吉村充功・奥村 誠：鉄道通勤における最適フレックスタイムパターンの研究, 土木計画学研究・論文集, Vol.18, No.5, pp.779-786, 2001.
- 5) 吉村充功・奥村 誠：自動車・鉄道の分担を考慮したフレックスタイム制度下の最適通勤・始業時刻分布の分析, 土木計画学研究・論文集, Vol.20, No.4, pp.903-912, 2003.
- 6) 吉村充功・奥村 誠・塚井誠人：都市内業務トリップにおける時間的集積の経済性, 都市計画論文集, No.34, pp.217-222, 1999.
- 7) Yoshimura, M. and Okumura, M. : Optimal commuting and work start time distribution under flexible work hours system on motor commuting, Proceedings of the Eastern Asia Society for Transportation Studies, Vol.3, No.2, pp.455-469, 2001.
- 8) Henderson, J.V. : The economics of staggered work hours, Journal of Urban Economics, Vol.9, pp.349-364, 1981.
- 9) 志水清孝：最適制御の理論と計算法, コロナ社, pp.54-104, 1994.
- 10) 吉村充功・奥村 誠・松本寛史：フレックスタイム制度下における最適ピークロードプライシング, 土木計画学研究・論文集, Vol.19, No.4, pp.823-830, 2002.

付録 A 一斉始業時における通勤・業務交通発生時刻分布の解法

通勤時において、 $m(t) < K_c$ の時間帯があるとすると、この時間帯は混雑が発生しない。このとき、通勤不効用の定義より、他の時間に通勤する通勤者は、この時間帯に通勤時間帯を変更することで、スケジュールコストを節約することが出来る。そのため、通勤者がいる時間帯では、常に次式が成立する。

$$m(t) = K_c \quad (25)$$

また、スケジュールコストの定義より、最遅通勤者 N の出社時刻は始業時刻 T_w に等しい。以上より、微分方程式(25)を解くと、式(15)が得られる。

最終的に、通勤者はどの自宅出発時刻を選択しても被る通勤不効用は等しくなり(等効用条件)、次式が成立する。

$$\frac{\partial \hat{V}(t)}{\partial t} = 0 \quad (26)$$

式(15)、初期条件 $a^{-1}(0) = m^{-1}(0)$ を用いて、式(26)を解くと、式(14)が得られる。

全通勤者が時刻 T_w に始業することから、累積始業者数 $n(t)$ について、次式が成立する。

$$n(t) = \begin{cases} 0 & \text{if } t < T_w \\ N & \text{if } T_w \leq t < T \end{cases} \quad (27)$$

よって、生産額の定義式(6)より、式(17)が導かれる。また、業務交通の発生者数に関する定義式(8)、ボトルネック容量に関する定義式(9)より、それぞれ式(18)、(19)が導かれる。

フレックスタイム導入下の通勤・業務交通に対する最適道路交通容量割り当て*

吉村 充功**・奥村 誠***

道路通勤混雑の緩和策として、多くの都市では時間分散型の TDM 施策の導入を検討、実施している。しかしながら、これらの施策が広く導入されると、これまで通勤時間帯が終わってから発生していた業務交通の一部が通勤時間帯においても発生するようになる。本研究では、フレックスタイム下における通勤交通と業務交通の錯綜に対して、道路交通容量の最適割り当て問題を考える。この際、割り当てられた交通容量に対する通勤交通と業務交通の発生時刻分布を求める理論モデルを提案し、数値例とともに通勤・業務交通に対する効率的な道路運用、ならびにインフラ整備投資の配分のあり方を明らかにした。

Optimal Allocation of Traffic Capacity between Commuting and Business Trips under Flexible Work Hours*

By Mitsunori YOSHIMURA** and Makoto OKUMURA***

As the relaxation measure of the road congestion, we review and are implementing the introduction of the TDM policy of the time distributed type. However, when these policies are widely introduced, the part of the business trips which occurred after the commuting time band ended so far gets to occur at the commuting time band, too. In this paper, we think the optimal allocation problem with road traffic capacity to the conflict of the commuting traffic and the business traffic under the flexible work hours. We have proposed the theoretical model which demands the time distributions of the commuting and the business traffics.
