

プローブデータに基づく推定経路交通量への観測誤差の影響分析と推定経路交通量の更新手法*

Influence of Measurement Errors of Input Data on Path Flow Estimations from Probe Vehicle Information and Modification of Estimated Path Flows*

堀場庸介**・松本幸正***・松井寛****・高橋政稔*****

By Yosuke HORIBA**・Yukimasa MATSUMOTO***・Hiroshi MATSUI****・Masami TAKAHASHI*****

1. はじめに

経路交通量は、断面交通量やOD交通量では把握できない、車両の走行経路を捉えることができ、情報提供や交通管制などの交通運用施策を実施する上で、重要な指標の1つとなる。特に、代替経路が存在する複数経路ネットワークを効率的に運用するためには、経路交通量の把握は不可欠であり、得られた経路情報をもとに交通量の空間的な平準化を図ることが求められる。しかしながら、経路交通量を直接観測することは未だ容易ではなく、経路交通量を推定する手法の確立が急務である。

一方、車両感知器では道路上の地点交通量を直接観測することが可能なことから、観測リンク交通量からOD交通量を推定する問題は、これまでに多くの研究者を惹きつけてきた。リンク交通量とOD交通量の関係を記述するには、OD交通量を経路交通量に細分する必要がある。一般に、OD交通量に経路利用率を乗じることによって経路交通量を表現する。この際、経路利用率の与え方によってOD交通量の推定モデルは大別される。1つは経路利用率を固定値として与えるモデル¹⁾²⁾であり、1つは交通混雑に応じて変化する値として与えるモデル^{3) 4) 5)}である。経路交通量を観測リンク交通量に基づいて推定する方法として、Bellら⁶⁾は経路選択率を確率均衡配分から与えられるとしてモデルを定式化し、Matsumoto⁷⁾らは経路選択率をDial配分により得られるとして動的な経路交通量の推定モデルを提案している。しかしながら、以上のモデルは、現況の道路状況におけるドライバーの経路選択行動を反映したモデルとはなっていない。

最近では、ITSの普及により、詳細な交通データの収集も可能となってきた。中でも、プローブカー情報はドライバーの経路選択行動のデータが収集可能であり、我

が国でも既に実験が始まっており、近い将来の普及・実用化が見込まれる。同様に、VICSやDSRCなどを利用した車両の走行情報の取得も可能となり、さらに今後、様々な形でドライバーの経路選択行動に関する情報の入手が可能となってくると考えられる。そのような中、北村ら⁸⁾は、幹線の交通状況が細街路通過交通に及ぼす影響を見るため、現地調査より取得した幹線、細街路の速度データとプローブカーの速度データに基づく分析を行い、プローブカーデータが調査の速度データを補完・代替するために有効であることを示している。また、プローブデータにより、現地調査では収集が困難である細街路中の車両の挙動や、細街路通過前後の経路について詳細なデータを得ることが可能となることが示されている。三輪ら⁹⁾は、プローブデータを用いた予測所要時間の更新方法を提案し、三輪ら¹⁰⁾はプローブカーデータを用いた動的な経路選択モデルを提案している。このように、実際の道路状況を的確に表す情報源としてのプローブデータの利用は着々と進んできている。

OD交通量を推定する際の経路選択率としてプローブデータを利用した研究として、小根山ら¹¹⁾は交通流シミュレーション上で、プローブデータと車両感知器のデータを用いて時間帯別OD交通量の推定手法を提案している。三谷ら¹²⁾は、プローブパーソンデータを経路データとして利用し、動的OD交通量をシミュレータによって推定している。しかしながらこれらのモデルは、シミュレーションによりOD交通量が推定されており、その推定経路交通量の特性はシミュレーションに大きく依存しており、解析的に明らかにすることも難しい。

観測交通量に基づいて経路交通量を推定するは、一般に、事前OD交通量、経路選択率、観測リンク交通量などが入力データとして必要であるが、実際には、これらのデータ間には、調査時期や調査範囲の不一致、あるいは低いサンプル率などを原因とした不整合が生じている場合が少なくない。楊ら¹³⁾が、観測リンク交通量と利用者均衡状態が不整合な場合には、解が求まらないことを解析的に明らかにしているように、入力データ間や仮定する経路選択規範に不整合が生じる場合には、経路交通量の推定値は得ることができない。

本研究では、プローブカーから得られる経路情報のデ

*キーワード：プローブ、経路交通量、観測誤差

**学生員，名城大学大学院理工学研究科

***正員，博(工)，名城大学理工学部建設システム工学科
(名古屋市天白区塩釜口1-501， TEL:052-832-1151，

E-mail:matumoto@civil.meijo-u.ac.jp)

****フェロー，工博，名城大学理工学部建設システム工学科

*****正員，博(工)，名城大学理工学部環境創造学科

ータと車両感知器から得られる観測リンク交通量を用いて経路交通量を推定する数理モデルを提案する。提案モデルは、リンク交通量を確定的制約条件とするのではなく、目的関数に組み込む。この考え方はWillumsen²⁾、小根山ら¹⁴⁾の既往研究と基本的に同一であり、観測誤差や入力データ間に不整合が生じている場合でも、経路交通量の推定値を求めることが可能である。しかしながら、得られた経路交通量の推定精度は入力データの信頼性に依存するため、信頼性が低い入力データのもとでは、経路交通量の推定精度は低くなる。そこで本研究では、事前OD交通量、経路選択率、観測リンク交通量などの入力データ間に不整合が生じている場合においても経路交通量を精度良く推定できるように、信頼性の高い観測値を用いて不整合が生じている入力データ自体を修正する手法を提案する。これにより、既往研究を経路交通量の推定モデルに適用した場合よりも経路交通量の精度向上が期待される。

はじめに、モデルの基本部分を展開した後、各種の観測誤差が経路交通量の推定値に及ぼす影響を分析する。続いて、信頼度の高い観測値に基づいて、入力データを修正しながら、経路交通量の精度を向上させる手法について説明し、提案手法を用いた適用計算結果について報告する。

2. 経路交通量推定モデルの定式化

本研究では、プローブカー情報と車両感知器のデータに基づいて経路交通量を推定するモデルを、同時生起確率最大化による方法で定式化する。このモデルでは、先験確率を事前に与える必要があるが、観測値を確定的制約条件として扱わなくても良いことから、観測値に誤差が含まれている場合や、観測値間および入力データとの間に不整合が生じている場合にも経路交通量の推定が可能である。

経路交通量の推定モデルとして、総交通量を不変とする総交通量ベースモデルと、OD交通量を不変とするOD交通量ベースモデルの2種類を定式化する。総交通量ベースモデルでは、先験確率で与えられるODパターンの構造が観測値に従って変化することが許されるが、OD交通量ベースモデルでは、ODパターンおよびOD交通量の変化は許されない点異なる。ただし、それぞれのモデルにおいて、総交通量およびOD交通量を変動させることができる場合には、OD交通量ベースモデルの方が直接的にODパターンおよびOD交通量を変化させることが容易となる。

両モデルにおいて用いるプローブカー情報は、ODペアごとに集計され、OD間の経路利用率の算出に利用可能であると仮定する。

(1) 総交通量ベースモデル(モデル1)

総交通量を不変とするモデルは、与えられた総交通量のもとで、OD交通量に関する同時生起確率、経路交通量に関する同時生起確率およびリンク交通量に関する同時生起確率のそれぞれを最大化にする問題として、以下の数理最適化問題として定式化される。ただし、OD交通量、経路交通量、リンク交通量はそれぞれ互いに独立であると仮定する。

$$\max \left[\frac{\hat{T}!}{\prod_i \prod_j q_{ij}! \prod_i \prod_j (\hat{b}_{ij})^{q_{ij}}} \right] \times \left[\prod_i \prod_j \frac{q_{ij}!}{\prod_k h_{ijk}! \prod_k (\hat{p}_{ijk})^{h_{ijk}}} \right] \times \left[\frac{\hat{V}!}{\prod_l v_l! \prod_l (\hat{g}_l)^{v_l}} \right] \quad (1)$$

$$\text{subject to} \quad \hat{T} = \sum_i \sum_j q_{ij} \quad (2a)$$

$$v_l = \sum_i \sum_j \sum_k \delta_{ijk}^l h_{ijk} \quad \forall l \quad (2b)$$

$$q_{ij} = \sum_k h_{ijk} \quad \forall ij \quad (2c)$$

$$\hat{V} = \sum_{l \in L} v_l \quad (2d)$$

ここで、記号 $\hat{\cdot}$ は与件であることを表し、各変数の意味は以下のである。

- $\hat{T}$: 総交通量
- q_{ij} : ゾーン*i-j*間のOD交通量
- $\hat{b}_{ij}$: ゾーン*i-j*間のOD比率
- $\hat{V}$: 観測リンク交通量の総和
- v_l : リンク*l*のリンク交通量
- $\hat{g}_l$: リンク*l*の観測リンク比率
- h_{ijk} : ゾーン*i-j*間の第*k*経路の交通量
- $\hat{p}_{ijk}$: ゾーン*i-j*間の第*k*経路の経路利用率
- δ_{ijk}^l : ゾーン*i-j*間の第*k*経路がリンク*l*を通る時1, その他を0とするダミー変数
- L : 観測リンク交通量の集合

OD比率、リンク比率は、与件の事前OD、観測リンク交通量を用いて以下のように算出される。

$$\hat{b}_{ij} = \frac{\hat{q}_{ij}}{\sum_i \sum_j \hat{q}_{ij}} \quad \forall ij \quad (3)$$

$$\hat{g}_l = \frac{\hat{v}_l}{\sum_i \hat{v}_i} \quad \forall l \quad (4)$$

目的関数の対数を取り、スターリングの公式を用いて、その目的関数を変形したうえで、制約条件にラグランジュ乗数を導入する。式(2a)に対するラグランジュ乗数を η 、式(2b)に対するラグランジュ乗数を λ_l 、式(2d)に対するラグランジュ乗数を ν を導入した。なお、式(2c)に対する

ラグランジェ乗数は消去されたのち、式(5)が導出される。
一次の必要条件から以下の式が導かれる。

$$h_{ijk} = \hat{p}_{ijk} \hat{b}_{ij} e^{\sum_l \lambda_l \delta_{il}^{jk}} e^\eta \quad \forall ij, \forall k \quad (5)$$

$$v_i = \hat{g}_i e^{\nu - \lambda_i} \quad \forall i \quad (6)$$

$$\lambda_i = \frac{1}{2} \log \frac{\hat{g}_i e^\nu}{\sum_j \sum_k \sum_l \delta_{ijl}^{jk} \hat{p}_{ijk} \hat{b}_{ij} e^{\sum_{n \neq i} \lambda_n \delta_{in}^{jk}} e^\eta} \quad \forall i \quad (7)$$

$$\eta = \log \frac{\hat{T}}{\sum_i \sum_j \sum_k \hat{p}_{ijk} \hat{b}_{ij} e^{\sum_l \lambda_l \delta_{il}^{jk}}} \quad (8)$$

$$\nu = \log \frac{\hat{V}}{\sum_i \hat{g}_i e^{-\lambda_i}} \quad (9)$$

経路交通量の推定値は、式(7)、(8)、(9)を収束条件を満たすまで繰り返し計算したのち、得られたそれぞれの値を式(5)に代入することにより求められる。同様に、式(6)からリンク交通量の推定値が求められる。

(2) OD交通量ベースモデル(モデル2)

OD交通量を不変とするモデルは、与えられたOD交通量のもとで、経路交通量に関する同時生起確率およびリンク交通量に関する同時生起確率のそれぞれを最大化にする問題として、以下の数理最適化問題として定式化される。ただし、経路交通量、リンク交通量はそれぞれ互いに独立していると仮定する。

$$\max \left[\prod_i \prod_j \frac{\hat{q}_{ij}!}{\prod_k h_{ijk}!} \prod_k (\hat{p}_{ijk})^{h_{ijk}} \right] \cdot \left[\frac{\hat{V}!}{\prod_i v_i!} \prod_i (\hat{g}_i)^{v_i} \right] \quad (10)$$

$$\text{subject to} \quad \hat{q}_{ij} = \sum_k h_{ijk} \quad \forall ij \quad (11a)$$

$$v_i = \sum_j \sum_k \sum_l \delta_{ijl}^{jk} h_{ijk} \quad \forall i \quad (11b)$$

$$\hat{V} = \sum_{i \in L} v_i \quad (11c)$$

目的関数の対数を取り、スターリングの公式を用いることにより目的関数を変形したうえで、式(11a)の制約条件に対するラグランジェ乗数を μ_{ij} 、式(11b)の制約条件に対するラグランジェ乗数を λ_i 、式(11c)の制約条件に対するラグランジェ乗数を ν とし、一次の必要条件から以下の式が導かれる。

$$h_{ijk} = \hat{p}_{ijk} e^{\sum_l \lambda_l \delta_{il}^{jk}} e^{\mu_{ij}} \quad \forall ij, \forall k \quad (12)$$

$$v_i = \hat{g}_i e^{\nu - \lambda_i} \quad \forall i \quad (13)$$

$$\lambda_i = \frac{1}{2} \log \frac{\hat{g}_i e^\nu}{\sum_j \sum_k \sum_l \delta_{ijl}^{jk} \hat{p}_{ijk} e^{\sum_{n \neq i} \lambda_n \delta_{in}^{jk}} e^{\mu_{ij}}} \quad \forall i \quad (14)$$

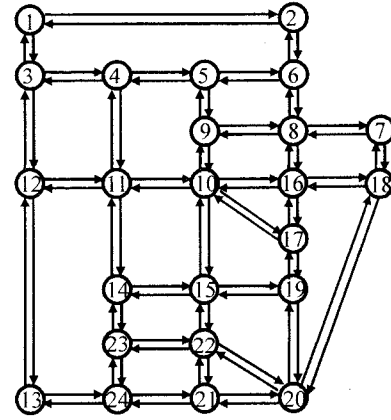


図-1 テストネットワーク

$$u_{ij} = \log \frac{\hat{q}_{ij}}{\sum_k \hat{p}_{ijk} e^{\sum_l \lambda_l \delta_{il}^{jk}}} \quad \forall ij \quad (15)$$

$$\nu = \log \frac{\hat{V}}{\sum_i \hat{g}_i e^{-\lambda_i}} \quad (16)$$

経路交通量の推定値は、式(14)、(15)、(16)を収束条件を満たされるまで繰り返し計算したのち、得られたそれぞれの値を式(12)に導入することにより求められる。同様に、式(13)からリンク交通量の推定値が求められる。

3. 誤差の影響分析

上記に示した、経路交通量推定モデルを適用するうえで、総交通量、事前 OD 交通量、プローブデータから得られる経路利用率、観測リンク交通量などが入力データとして必要である。しかし、これらのデータ間には、観測精度、調査範囲、調査時点の不一致などの不整合による誤差が生じている場合も少なくない。そこで、本研究ではどの入力データの誤差が経路交通量の推定値に影響を与えるかを把握するため、2種類の経路交通量推定モデルをテストネットワークに適用し、モデルによる推定値の差異、観測値に含まれる誤差の影響などを分析する。

(1) 検証データの作成

図-1に、ノード数 24、リンク数 76、OD ペア数 552 のテストネットワークを示す。OD 交通量は、一様乱数を用いて値を設定し、最小値は 570 台、最大値は 41939 台となった。リンクコスト関数には BPR 関数を利用し、利用者均衡配分を行った。配分結果から得られたリンク交通量を観測リンク交通量とし、経路交通量は、松本ら¹⁵⁾のモデルを用いて、観測リンク交通量に一致するように求めた。なお、観測リンク交通量の最小値は 41122 台、最大値は 227613 台となった。

OD 間の個々のトリップを一定の割合でランダムにサンプリングしたものをプローブカーと見なし、そのサンプリング率をプローブカーの混入率とした。サンプリング方法は、OD ペアごとにサンプリングする方法と、ネットワーク全体からサンプリングする方法の2種類が考えられる。本研究では、前者の方法でサンプリングを行う。なお、同一の経路交通量の推定精度を得るには、OD ペアごとのサンプリングよりも、ネットワーク全体からのサンプリングの方が、高いサンプリング率を必要とする¹⁶⁾。プローブカーの混入率は、1%から100%までの間で複数設定した。プローブカーが走行する状況も複数作り出すため、サンプリングはそれぞれの混入率で10回ずつ行い、モデルの適用計算もそれぞれのサンプリングごとに10回ずつ行った。このプローブカーから、OD 間の経路利用率を算出した。

なお、適用計算をするにあたり、経路交通量推定値に対して、欠測リンクの影響、観測リンク交通量や既存のOD 交通量に誤差がある場合の影響を把握する。

(2) 欠測リンクの影響

観測するリンクがネットワーク上の全てではなく、一部が欠測している場合において、提案モデルによる推定値がどのような影響を受けるかを分析する。欠測リンク数が全76リンク中の20リンクと30リンクの2つの場合を検証する。ただし、経路上に一点も観測リンクが存在しない場合、提案モデルでは、リンク交通量による経路交通量の修正が不可能となる。また、プローブデータが欠測している経路は経路交通量を求めることが不可能である。そこで、プローブデータが存在し、経路上に少なくとも一点の観測リンクが存在する経路のみを精度検証の対象とする。

図-2はモデル1でのプローブ混入率と推定経路交通量のRMS誤差の平均との関係を、欠測リンク数ごとに図示したものである。図-3はモデル2でのプローブ混入率と推定経路交通量のRMS誤差の平均との関係を、欠測リンク数ごとに図示したものである。図より、プローブ混入率は経路交通量の推定精度に直接的に大きく影響していることがわかる。一方、両モデルとも欠測リンク数の影響は非常に小さく、モデルの違いによる差異も小さいことがわかり、リンク観測値に誤差がない場合で、経路上に1点以上のリンク観測値が存在する場合には、リンク欠測による推定経路交通量に対する影響はほとんど無いと言える。

(3) 観測リンク誤差の影響

経路交通量の推定時点とリンク交通量の観測時点が異なる場合、その時点の違いによる誤差が考えられる。そこで、観測リンク交通量が誤差を有する場合を作り出す

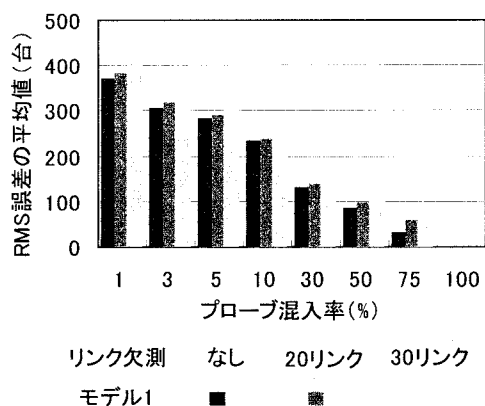


図-2 欠測リンク数ごとのプローブ混入率とRMS誤差平均との関係(モデル1)

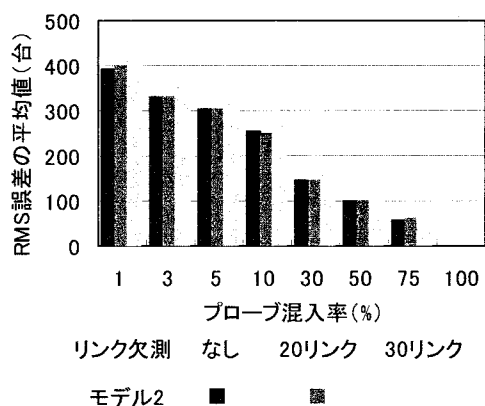


図-3 欠測リンク数ごとのプローブ混入率とRMS誤差平均との関係(モデル2)

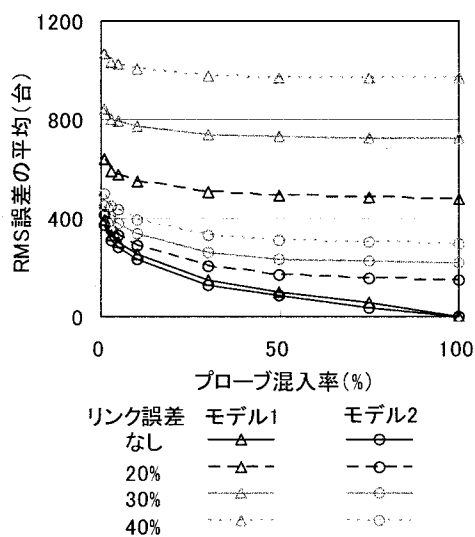


図-4 観測リンク誤差ごとのプローブ混入率とRMS誤差の平均との関係

ため、観測リンク交通量の値から $\pm 20\%$ 、 $\pm 30\%$ 、 $\pm 40\%$ の範囲で、一様乱数を用いて誤差を与えた。

図-4は、プローブ混入率と推定経路交通量RMS誤差の平均との関係を、観測リンク誤差の大きさごとに示している。図より、観測リンクの誤差が大きいほど、プローブの混入率の差異による影響が小さくなることがわかる。モデルに関しては、モデル2に比べるとモデル1の方が観測リンクの誤差の影響を大きく受けることがわかるが、これは、モデル2ではOD交通量を不変にしているが、モデル1では観測値に応じてOD交通量も変化するというモデルの特性によると考えられる。

両モデルにおいて、プローブ混入率が高い場合においても推定誤差が生じているのは、観測交通量に含まれる誤差のため、データ間に不整合が生じていることによる。しかしながら、このようなデータ間に不整合が生じているような場合においても、提案モデルでは経路交通量の推定が可能であることがわかる。

(4) 事前OD交通量からの変化の影響

提案する両モデルにおいては、事前OD交通量あるいはそれから得られる事前OD比率が与件であるが、この事前OD交通量から推定時点でのOD交通量に変化が存在する場合を考える。事前OD交通量としては、道路交通センサやPT調査など過去に調査されたOD交通量データを用いることが多いが、調査データはサンプルに基づくものであり、小さなOD交通量の変化までは表現できない。また、調査データは過去のものであり、推定時点ではOD交通量が変化している場合なども考えられ、推定時のOD交通量が調査時のOD交通量と比較して変化している場合に、推定値がどのような影響があるか検討しておく必要がある。

OD交通量に、観測リンク交通量が誤差を有する場合と同様に、 $\pm 20\%$ 、 $\pm 30\%$ 、 $\pm 40\%$ の範囲で、一様乱数を用いて変化を与えた。図-5はOD交通量に変化を与えた場合における経路交通量のRMS誤差の平均を示している。

図より、OD交通量の変化が大きいほど、曲線の傾きがゆるやかになり、プローブ混入率の差異による影響が小さくなることがわかる。モデルに関しては、モデル1の方がモデル2に比べて、全体的にRMS誤差の平均値が小さいことがわかる。これは、モデル1ではOD交通量が観測値に基づいて変化できるのに対して、モデル2では事前OD交通量の値に固定されてしまうことによる。

両モデルにおいて、プローブ混入率が高い場合においても、経路交通量の推定誤差が大きくなる場合もあるという結果になった。これも、ODパターンが変化しているため、事前OD交通量と推定時点での観測交通量の間に整合がとれていないことによる。

図-6に、推定経路交通量の一例として、OD交通量の

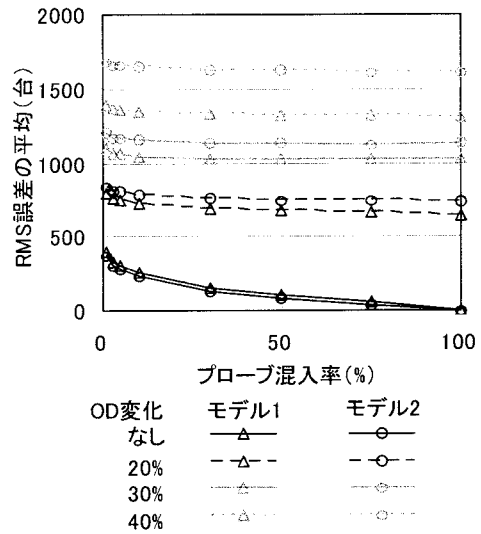


図-5 OD変化ごとのプローブ混入率とRMS誤差の平均との関係

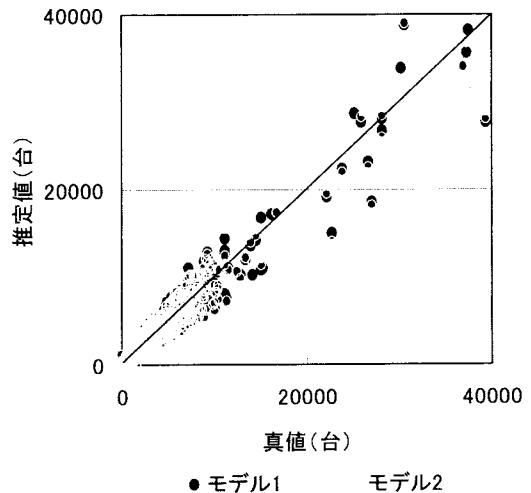


図-6 プローブ混入率 75%経路交通量の推定結果

変化 $\pm 40\%$ 、プローブ混入率75%における推定値と真値の散布図を示す。図より、両モデルとも45度線周辺に点がプロットされ、良好な推定結果であることがわかるが、モデル2の方がモデル1に比べて、特にOD交通量の値が小さな場合においてばらつきが大きいこともわかる。なお、相関係数はモデル1が0.94、モデル2が0.91であった。

(5) 観測リンク誤差とOD交通量変化の影響

ここまでは、リンク交通量の観測誤差の影響とOD交通量の変化の影響を別々に検討したが、ここでは、リンク交通量に誤差が含まれ、かつ、OD交通量が変化した場合

を考える。

図-7は、リンク交通量に観測誤差がありOD交通量が変化したときの、経路交通量のRMS誤差の平均を示す。図より、これまでの結果と同様、リンク交通量誤差およびOD交通量変化が大きいほど、プローブの混入率の差異による影響が小さくなることがわかる。リンクあるいはOD交通量のみが差を有していたときに比べると、両モデルの差異は小さくなっている。また、モデル2では、OD交通量だけに誤差が存在する場合より、推定誤差が減少している。

この原因を検証するために、図-8にリンク誤差やOD交通量の変化とRMS誤差の平均との関係として、観測誤差および変化が±40%の場合を示す。図より、経路交通量の推定誤差は、観測リンク誤差のみ存在する場合は、プローブ混入率が高くなるに従って、推定誤差は小さくなっているが、OD変化がある場合にはその変化が大きくないことがわかる。これは、プローブ混入率が高いほど、経路選択率が高い精度で与えられ、その結果、各種観測値との間の不整合が大きくなることによるものと考えられる。

差の種類に着目すると、リンク交通量の観測誤差よりも、OD交通量の変化による経路交通量の推定誤差の方が大きいことがわかる。しかしながら、OD交通量の変化よりも、OD交通量の変化とリンク交通量の観測誤差が同時にある場合の方が、経路交通量の推定誤差が小さくなっていることが見て取れる。これは、リンク交通量の観測誤差がOD交通量の変化を吸収していることによるものであると考えられる。ただし、本研究では観測リンク交通量の誤差、OD交通量の変化をそれぞれ独立な一様乱数を用いて発生させたため、OD交通量のパターンとリンク交通量のパターンによっては両者の影響が打ち消された結果とも考えられる。

4. 推定誤差に基づく経路交通量の修正手法

これまでの分析結果から、推定時点のOD交通量が事前OD交通量から変化している場合には、経路交通量の推定精度が大きく低下することが明らかとなった。さらに、プローブの混入率が低い場合でも、経路交通量の推定精度が低下することが明らかとなった。一方、観測リンク交通量の誤差の影響は、OD交通量の変化による影響よりも小さいことがわかった。

事前OD交通量と観測リンク交通量を入手データとして比較した場合、観測リンク交通量の方が入手は容易であり、また、観測も容易であることから情報の信頼性も高い。そこで本研究では、入力データとして入手が容易で信頼性の高いリンク交通量を用いて、他の入力データ自体を修正する手法を提案し、経路交通量の精度の向上

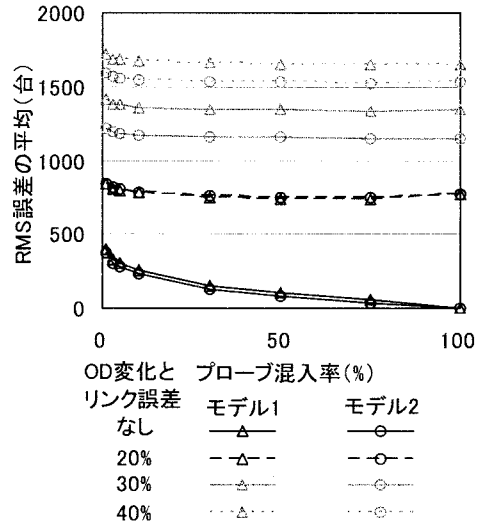


図-7 リンク誤差とOD変化ごとのプローブ混入率とRMS誤差の平均との関係

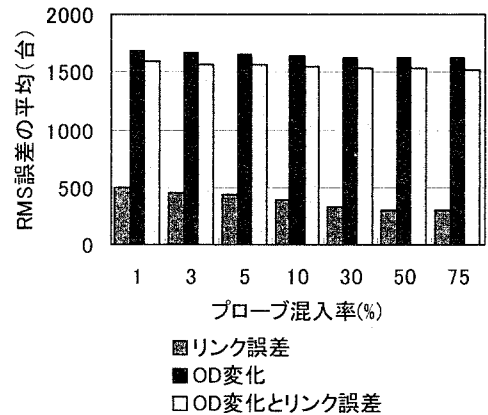


図-8 各種観測誤差とプローブ混入率とRMS誤差の平均との関係

を図る。入力データとしては総交通量または事前OD交通量、プローブデータから得られる経路利用率、観測リンク交通量の3種類がある。基本的な考え方は、2つの入力データは信頼性が高いデータであると仮定し、残り1つは信頼性が低い入力データである時、信頼性が高い2つの入力データを用いて、信頼性の低い入力データ自体を修正するというものである。これらの3種類の入力データの修正パターンを表-1に示す。

まず、信頼性が高い観測リンク交通量とプローブデータから得られる経路利用率が得られ、総交通量や事前OD交通量の信頼性が低い場合、経路交通量の推定結果に影響を及ぼす総交通量および事前OD交通量を修正する手法を提案する。事前OD交通量の修正手法に関しては、2種類の方法で定式化する。さらに、信頼性が高い観測リ

リンク交通量と事前 OD 交通量が得られ、プローブデータから得られる経路利用率の信頼性が低い場合を仮定し、経路利用率を修正する手法も提案する。

(1) 推定リンク誤差に基づく総交通量修正手法

総交通量ベースモデルでは、総交通量を変数とすると多くの場合は劣決定問題となり解が得られないが、総交通量を不変とすると経路交通量と共に、リンク交通量の推定値も得られる。しかしながらこの推定されたリンク交通量と観測されたリンク交通量は必ずしも一致しない。これは、総交通量ベースモデルでは総交通量を不変としており、信頼性の低い総交通量の入力データであれば、リンク交通量の推定誤差も大きくなることによる。そこで、ここでは不変としてきた総交通量を変数とみなし、以下に示す総交通量の関数である推定リンク交通量と観測リンク交通量の残差二乗和が、最小となるような総交通量を、総交通量の修正値とする。

$$\min \sum_l (v_l(T) - \hat{v}_l)^2 \quad (17)$$

ここで、リンク交通量は総交通量の関数として、以下のように表される。

$$v_l(T) = \sum_i \sum_j \sum_k \delta_{ijk}^l h_{ijk}(T) \quad \forall l \quad (18)$$

上式に式(5)、(8)を代入し、式(18)を(17)の目的関数に代入し、総交通量で偏微分すると以下の式が導かれ、総交通量の修正値を得る。

$$T = \frac{\sum_l \hat{v}_l}{\sum_i \sum_j \sum_k \frac{\delta_{ijk}^l \hat{p}_{ijk} \hat{b}_{ij} e^{\sum_{n \neq j} \delta_{nk}^l \hat{p}_{nk}}}{\sum_i \sum_j \sum_k \hat{p}_{ijk} \hat{b}_{ij} e^{\sum_{n \neq j} \delta_{nk}^l \hat{p}_{nk}}}} \quad (19)$$

この T を修正総交通量とすればよいことになり、経路交通量を総交通量ベースモデルの入力データとして与え、経路交通量を再度、推定し直すことにより、リンク誤差が小さな経路交通量の推定値が得られることになる。

(2) 残差二乗和最小化による OD 交通量修正手法

(残差手法)

OD 交通量ベースモデルでは、事前 OD 交通量を不変として扱い、経路交通量の推定時点における OD 交通量が事前 OD 交通量と大きく変化がない場合には、高い精度で経路交通量の推定値が得られる。一方、事前 OD 交通量と推定時点の OD 交通量との間に差がある場合には、経路交通量の推定精度は大きく低下する。しかしながら、事前 OD 交通量を変数とすると、多くの場合は劣決定問題となり解が得られない。

そこで、観測リンク交通量の情報を用いて、事前 OD 交通量を修正する手法を提案する。OD 交通量ベースモデルにより推定されるリンク交通量は、事前 OD 交通量

表-1 入力データの修正パターン

パターン	信頼度が高く与件の入力データ		信頼性が低く修正する入力データ
1	観測 リンク 交通量	経路利用率	総交通量
2		経路利用率	事前 OD 交通量
3		事前 OD 交通量	経路利用率

の関数と見なすことができ、総交通量ベースモデルと同様に推定リンク交通量と観測リンク交通量の残差二乗和を最小化する問題が定式化できる。ただし、観測リンク交通量の情報のみでは問題が劣決定となり、事前 OD 交通量を一意に修正することができない。そこで、推定された経路交通量から求まる推定 OD 交通量を固定値とし、それと事前 OD 交通量の残差二乗和項を付加した以下のモデルを定式化する。

$$\min \sum_l (v_l(q_{ij}) - \hat{v}_l)^2 + \sum_i \sum_j (q_{ij} - \sum_k h_{ijk})^2 \quad (20)$$

この目的関数を事前 OD 交通量で偏微分すると以下のようになる。

$$\frac{\partial E}{\partial q_{ij}} = 2 \sum_l (v_l(q_{ij}) - \hat{v}_l) \frac{\partial v_l(q_{ij})}{\partial q_{ij}} + 2(q_{ij} - \sum_k h_{ijk}) \quad \forall ij \quad (21)$$

ここで、リンク交通量は事前 OD 交通量の関数として、以下のように表される。

$$v_l = \sum_i \sum_j \sum_k \delta_{ijk}^l \hat{p}_{ijk} q_{ij} \quad \forall l \quad (22)$$

上式よりリンク交通量の降下方向は、式(22)を事前 OD 交通量で偏微分することにより、次のようになる。

$$\frac{\partial v_l(q_{ij})}{\partial q_{ij}} = \sum_k \delta_{ijk}^l \hat{p}_{ijk} \quad \forall ij \quad \forall l \quad (23)$$

これを式(21)に代入することにより、以下の事前 OD 交通量の修正値を得る。

$$q_{ij} = \frac{\sum_k h_{ijk} + \sum_l (\sum_k \delta_{ijk}^l \hat{p}_{ijk})(\hat{v}_l - \sum_{n \neq j} (\sum_k \delta_{nk}^l \hat{p}_{nk}) q_n)}{1 + (\sum_k \delta_{ijk}^l \hat{p}_{ijk})^2} \quad \forall ij \quad (24)$$

修正された事前 OD 交通量を、経路交通量の OD 交通量ベースモデルの入力データとして与え、経路交通量を再度、推定し直すことにより、リンク誤差が小さな経路交通量の推定値が得られることになる。

(3) リンク誤差分配による OD 交通量修正手法

(分配手法)

観測リンク交通量の情報を用いて、事前 OD 交通量を修正する方法をもう一つ提案する。推定されたリンク交通量と観測リンク交通量の誤差を用いて OD 交通量を修正する方法は、加藤ら¹⁷⁾によって提案されているが、本研究では、事前 OD 交通量の修正にプローブカーより得

られる経路情報を用いるという点が異なる。また、この経路情報の利用により、式(23)からわかるように、観測リンク交通量と推定リンク交通量の残差二乗和の降下方向となるので、収束が効率的になると考えられる。

はじめに、式(13)から算出されたリンク交通量と観測リンク交通量の差分を、式(23)の降下方向ベクトルの大きさを用いて分配する。

$$\varphi_{ij}^l = (\hat{v}_l - v_l) \times \frac{\sum_k \delta_{ijk}^l \hat{p}_{ijk}}{\sum_l \sum_j \sum_k \delta_{ijk}^l \hat{p}_{ijk}} \quad \forall ij \quad (25)$$

次に、分配された修正量 φ_{ij}^l を全リンク分足し合わせることによって、OD 交通量の修正量 Δq_{ij} を算出する。

$$\Delta q_{ij} = \sum_l \left(\varphi_{ij}^l \times \frac{\sum_k \delta_{ijk}^l \hat{p}_{ijk}}{\sum_l \sum_j \sum_k \delta_{ijk}^l \hat{p}_{ijk}} \right) \quad \forall ij \quad (26)$$

事前 OD 交通量の修正量 Δq_{ij} を用いて、修正事前 OD 交通量 q'_{ij} を計算する。

$$q'_{ij} = q_{ij} + \Delta q_{ij} \quad \forall ij \quad (27)$$

修正事前 OD 交通量の誤差が、収束判定条件を満たさない場合には、再度、事前 OD 交通量の修正計算を行う。変数の更新として、事前 OD 交通量とリンク交通量を再度算出する。

$$q_{ij} = q'_{ij} \quad \forall ij \quad (28)$$

$$v_l = \sum_i \sum_j \sum_k \delta_{ijk}^l \hat{p}_{ijk} q_{ij} \quad \forall l \quad (29)$$

本研究で提案した事前 OD 交通量の修正手法と経路交通量の推定手法を同時に行う計算アルゴリズムを以下に示す。

Step0: 収束回数 $n_1=1$, $m=1$ とし、制約条件(11)に対するラグランジェ未定乗数 $\lambda_l^{(1)}$, $u_{ij}^{(1)}$, $v_l^{(1)}$ の初期値を設定する。

Step1: 式(14)より、 $\lambda_l^{(n_1)}$ を求める。

Step2: 式(15),(16)より、 $\lambda_l^{(n_1)}$ を用いて $u_{ij}^{(n_1)}$, $v_l^{(n_1)}$ を求める。

Step3: $\lambda_l^{(n_1)}$, $u_{ij}^{(n_1)}$, $v_l^{(n_1)}$ の値が経路交通量推定モデルの収束条件を満たしていれば Step4 に進む。そうでなければ、 $n_1=n_1+1$ として Step1 へ戻る。

Step4: 式(12),(13)より、 h_{ijk} と v_l の値を求める。

Step5: 収束回数 $n_2=1$ とし、式(26)で $\Delta q_{ij}^{(n_2)}$ を計算し、式(27)で $q_{ij}^{(n_2)}$ を求める。

Step6: 式(29)で $v_l^{(n_2)}$ を求める。

Step7: $q_{ij}^{(n_2)}$ の値が OD 交通量修正モデルの収束条件を満たしていれば Step8 に進む。そうでなければ $n_2=n_2+1$ として Step5 へ戻る。

Step8: 両モデルの収束条件を満たしていれば終了。そうでなければ $m=m+1$ として Step1 へ戻る。

(4) 経路利用率の修正手法

プローブデータから算出される経路利用率の信頼性は、プローブカーの混入率に依存しているため、混入率が低ければ十分な経路利用率の信頼性を得ることはできない。この場合、信頼性の低いプローブデータに依存した経路交通量が算出され、観測リンク交通量と推定リンク交通量の間に誤差が生じる。そこで、事前 OD 交通量と観測リンク交通量は十分な信頼度を有している一方、十分な混入率のプローブデータが入手できない場合、より精度の高い経路交通量の推定値を得るため、観測リンク交通量と推定リンク交通量が一致するように、プローブデータにより算出される経路利用率を修正する。修正モデルとしては、以下に示す算出された経路利用率と修正経路利用率の残差二乗和最小化問題とした。

$$\min \sum_i \sum_j \sum_k \left(\frac{p_{ijk} - \hat{p}_{ijk}}{\hat{p}_{ijk}} \right)^2 \quad (30)$$

$$\text{subject to} \quad \hat{v}_l = \sum_i \sum_j \sum_k \delta_{ijk}^l p_{ijk} \hat{q}_{ij} \quad \forall l \quad (31a)$$

$$\sum_k p_{ijk} = 1.0 \quad \forall ij \quad (31b)$$

各変数の意味は以下のようである。

p_{ijk} : ゾーン i - j 間第 k 経路の修正経路利用率

K : ゾーン i - j 間の経路数

制約条件にラグランジェ乗数 λ_l , μ_{ij} を導入し、目的関数を解くことにより、一次の必要条件から以下の式が導かれる。

$$p_{ijk} = \hat{p}_{ijk} - \hat{p}_{ijk}^2 \frac{\sum_l \lambda_l \delta_{ijk}^l \hat{q}_{ij} + \mu_{ij}}{2} \quad \forall ij \quad \forall k \quad (32)$$

$$\lambda_l = \frac{\sum_i \sum_j \sum_k \delta_{ijk}^l \left(2h_{ijk} - \hat{p}_{ijk}^2 \hat{q}_{ij} \mu_{ij} - \hat{p}_{ijk}^2 \hat{q}_{ij} \sum_{n \neq l} \lambda_n \delta_{ijk}^n \hat{q}_{ij} \right) - 2\hat{v}_l}{\sum_i \sum_j \sum_k \delta_{ijk}^l \hat{p}_{ijk}^2 \hat{q}_{ij}^2} \quad \forall l \quad (33)$$

$$\mu_{ij} = \frac{2 \sum_k \hat{p}_{ijk} - \sum_k \hat{p}_{ijk}^2 \sum_l \lambda_l \delta_{ijk}^l \hat{q}_{ij} - 2.0}{\sum_k \hat{p}_{ijk}^2} \quad \forall ij \quad (34)$$

修正された経路利用率を、経路交通量の OD 交通量ベースモデルの入力データとして与え、経路交通量を再度、推定し直すことにより、経路利用率の誤差が小さな経路交通量の推定値が得られることになる。

(5) 適用事例

表-2 は、プローブ混入率 75%, 100% の場合における総交通量の修正前後での、経路交通量の推定結果を示す。表より、修正後では経路交通量の RMS 誤差が修正前より大きく減少しているのがわかる。また、OD 交通量の変化に関係なく、修正後の精度は等しくなっていること

表-4 観測リンク交通量の推定結果

OD 変化	40%	修正前	修正後
リンク 交通量	RMS 誤差 相関係数	6357.13 0.98	0.80 1.00

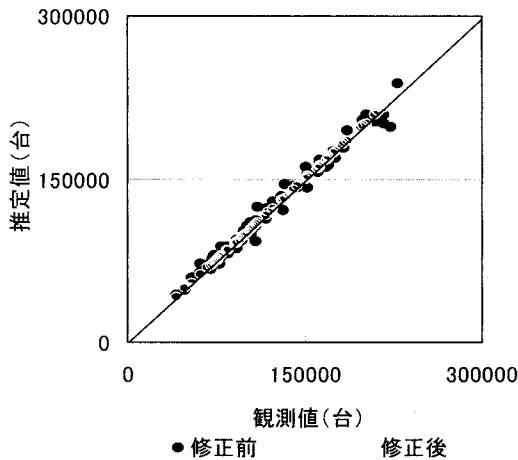


図-10 観測リンク交通量の修正結果

がわかる。これはモデルの特性で、事前OD交通量が変化しないことによるものと考えられる。プローブ混入率で比較すると、プローブデータが多少の誤差を有していても、経路交通量の推定精度は大きく変わらないことがわかる。

表-3は、プローブ混入率75%、100%の場合におけるOD交通量の修正前後での、経路交通量の推定結果を示す。表より、両モデルとも経路交通量の推定精度が向上していることがわかる。モデルによる差異は、モデル1のほうがモデル2よりも若干精度が高いことがわかる。次に、プローブ混入率で比較すると、プローブデータに多少の誤差を与えても、推定精度は変わらないことがわかる。

図-9は、OD交通量の変化を30%与え、プローブ混入率が75%の場合の経路交通量の修正結果を示す。図より、本修正手法では、定式化が比率を元とした修正となっているため経路交通量が大きい経路ほど、修正量が大きくなっていることがわかる。また、モデル1の方が修正量大きいこともわかる。

図-10は、OD交通量の変化を40%与えた場合のリンク交通量の修正結果の一例を示す。また、表-4はOD交通量の修正前後でのリンク交通量のRMS誤差と相関係数の関係を示している。これらより、リンク交通量はOD交通量を修正した後で、推定経路交通量よりも大きく精度が向上し、ほぼ観測リンク交通量と一致しているのがわかる。

表-2 総交通量の修正による経路交通量の推定結果

	OD 変化	経路交通量 RMS 誤差 (台)		
		20%	30%	40%
混入率 75%	修正前	19391.18	19150.01	19554.00
	修正後	37.74	37.74	37.74
混入率 100%	修正前	19394.36	19153.16	19557.19
	修正後	0.07	0.07	0.07

表-3 OD交通量の修正による経路交通量の推定結果

混入率 75%	OD 変化	経路交通量 RMS 誤差 (台)		
		20%	30%	40%
OD 修正	修正前	768.54	1196.96	1450.91
	修正後	686.32	1076.64	1342.53
残差手法 分配手法	修正後	690.93	1093.49	1364.22
	100%			
OD 修正	修正前	768.03	1196.96	1450.18
	修正後	683.25	1076.64	1341.73
残差手法 分配手法	修正後	687.10	1093.73	1366.08

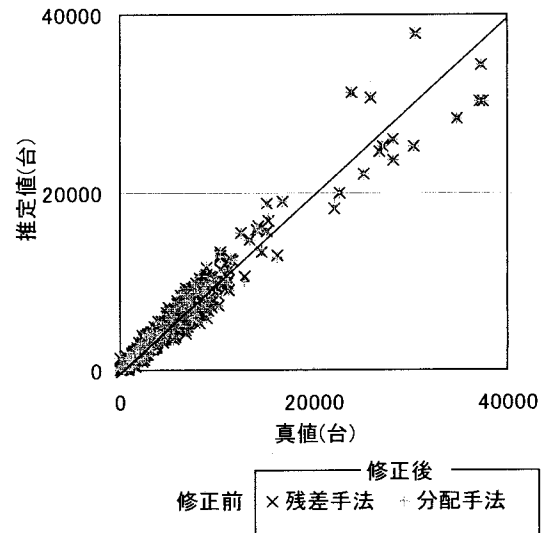


図-9 経路交通量の修正結果

以上より、観測リンク交通量とプローブデータを用いてOD交通量を修正する手法を2種類提案したが、両提案モデルともOD交通量を修正することにより、経路交通量の推定精度を向上させることができることがわかった。特に、両モデルともプローブデータに多少の誤差が存在する場合でも、経路交通量の推定精度を向上させることが可能であることがわかった。

次に、経路利用率の修正結果を見る。表-5は、プローブデータの修正モデルによる経路交通量の修正結果を示す。表より、経路利用率の修正後では、経路交通量のRMS誤差が減少しているのがわかる。

図-11 にプローブ混入率 10%の場合における経路交通量の修正結果の一例を示す。ただし、OD ペアに経路が 1 本しか存在しない経路は省いた。図より、修正前は経路交通量にばらつきが見られるが、修正後経路交通量が大きい経路ほど修正量が大きいたことがわかる。

図-12 に、プローブ混入率 10%での経路利用率の修正結果の一例を示す。ただし、先ほどと同様に OD ペアに経路が 1 本しか存在しない場合は省いた。図より、プローブデータの修正後は 45 度線付近にプロットされているのがわかる。なお、相関係数は、修正前が 0.97、修正後は 0.98 となり若干だが向上した。

以上のことから、観測リンク交通量と事前 OD 交通量に基づいて、経路利用率を修正した場合も、OD 交通量修正モデルと同様に、経路交通量の推定精度が向上することがわかった。また、OD 交通量修正モデルと経路利用率修正モデルの両モデルとも、経路交通量が大きい経路ほどその推定精度が向上していることがわかった。

6. おわりに

本研究では、プローブカーと車両感知器のデータに基づいて、経路交通量を同時生起確率最大化による方法で推定する手法を定式化した。はじめに、経路交通量の推定モデルとして、総交通量を不変とする総交通量ベースモデルと、OD 交通量を不変とする OD 交通量ベースモデルの 2 種類を定式化した。そして、観測リンク交通量、事前 OD 交通量に誤差を含ませるなど幾つかの条件を設定し、モデルによる推定値の差異、観測値に含まれる誤差の影響などを分析した。

続いて、入力データに観測誤差がある場合に経路交通量の推定精度を向上させるため、観測リンク交通量とプローブデータを用いた総交通量修正手法および事前 OD 交通量修正手法を提案した。また、観測リンク交通量と OD 交通量を用いた経路利用率の修正手法を提案した。

以下、本研究で得られた主な知見をまとめる。

- ① 本研究で提案した総交通量ベースモデルと、OD 交通量ベースモデルでは、観測誤差が経路交通量の推定精度に与える影響が異なることがわかった。観測リンクの誤差の影響は、総交通量ベースモデルの方が大きく受け、OD 交通量の変化の影響は OD 交通量ベースモデルの方が大きく受けることがわかった。
- ② リンク欠測による推定経路交通量に対する影響はほとんどないことがわかった。プローブの混入率が高い場合において推定誤差が大きくなる原因として、経路選択率と入力データ間の不整合が考えられた。さらに、OD 交通量の変化と観測リンク交通量の誤差が同時に発生した場合、リンク誤差が OD 交通量の変化を吸収してしまう場合があることが明らかと

表-5 経路交通量の推定結果

	混入率	1%	3%	5%
修正前	RMS 誤差	384.84	311.12	306.54
	相関係数	0.99	0.99	0.99
修正後	RMS 誤差	253.82	179.44	182.26
	相関係数	0.99	0.99	0.99
	混入率	10%	50%	75%
修正前	RMS 誤差	265.22	83.61	34.87
	相関係数	0.99	1.00	1.00
修正後	RMS 誤差	179.74	51.36	20.5
	相関係数	0.99	1.00	1.00

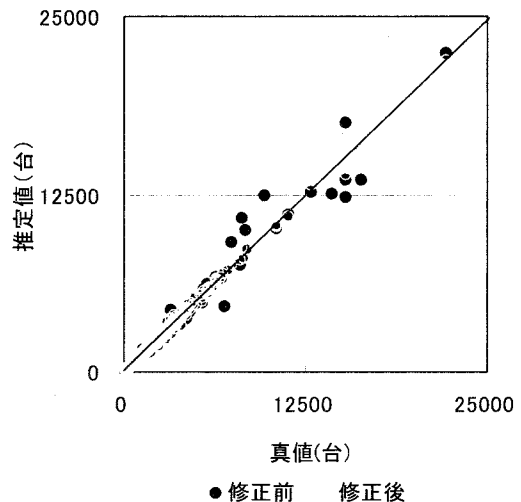


図-11 経路交通量の修正結果

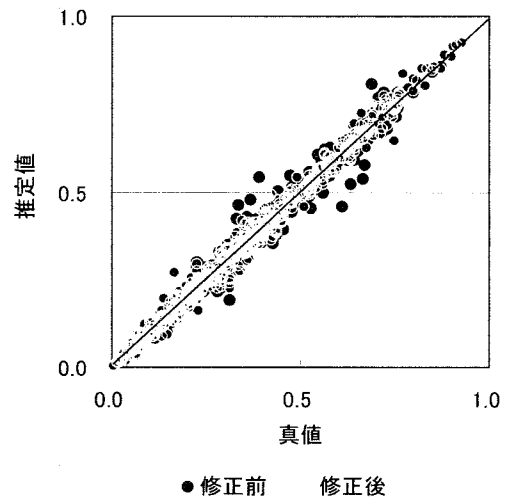


図-12 経路利用率の修正結果

なった。

- ③ プローブデータと観測リンク交通量を用いて総交通量、事前OD交通量を修正する手法を2種類提案した。その結果、総交通量および事前OD交通量を修正できることがわかった。また、経路交通量の推定精度は、修正前と比較して向上することがわかった。
- ④ 観測リンク交通量とOD交通量を用いて経路利用率を修正する手法を提案した。その結果、プローブの混入率によらず、経路利用率が修正可能であることがわかった。また、経路交通量の推定精度は、修正前と比較して向上することがわかった。

本研究では、OD交通量、経路交通量、リンク交通量が互いに独立と仮定したうえで、モデル構築を行っている。今後の課題として、それらの交通量の従属関係が経路交通量の推定精度に及ぼす影響を分析する必要がある。また、OD交通量の変化と観測リンク交通量の誤差の様々な発生パターンを計算し、リンク誤差がOD交通量の変化を吸収するメカニズムの解明する必要がある。本研究ではプローブカーを高い混入率で設定し適用計算をしている場合があるが、現実在即したプローブカーの混入状況を想定したモデルの適用計算を進める必要がある。さらに、本研究で提案した総交通量、事前OD交通量および経路選択率の修正モデルは、その解析的特性が明確になっていない。したがって、得られる解の特性やより効率的な解法について今後さらなる研究を進める必要がある。

参考文献

- 1) Zuylen, H. J. V. and Willumsen, L.G. : The most likely trip matrix estimated from traffic counts, Transportation Research 14B, 281-293, 1980.
- 2) Willumsen, L. G. : Estimating time-dependent trip matrices from traffic count, Ninth International Symposium on Transportation and Traffic Theory, 397-411, 1984.
- 3) 楊海, 朝倉康夫, 飯田恭敬, 佐佐木綱 : 交通混雑を考慮した観測リンク交通量からのOD推計モデル, 土木学会論文集, No.440 / IV-16, pp.117-124, 1992.
- 4) 松本幸正, 藤田素弘, 松井寛 : 交通量観測値に基づく動的OD交通量の再帰的推定に関する研究, 土木学会論文集, No.590 / IV-394, pp.63-78, 1998.
- 5) Cheng, L., Iida, Y., Uno, Y and Wang, W. : Efficient Implementation of Bilevel Programming Model for Origin-Destination Estimation, Proceedings of Infrastructure Planning, Vol.28, p.4, CD-ROM, 2003.
- 6) Bell, M. G. H., Shield, C. M., Busch F. and Kruse, G., (1997) A stochastic user equilibrium path flow estimator, Transportation Research 5C 197-210.
- 7) Matsumoto, Y., Matsui, H. Fujita, M. and Takahashi, M., (1999) Recursive estimation of path flows from traffic counts for real-time traffic control, 6th World Congress on Intelligent Transport Systems, CD-ROM, #381.
- 8) 北村清洲, 山本俊行, 吉井稔雄, 森川高行 : 交差点迂回調査に基づくプローブデータの有用性の検討, 交通工学研究発表会論文報告集, No23, pp153-156, 2003.
- 9) 三輪富生, 多和田雄介, 山本俊行, 森川高行 : 蓄積データによる予測旅行時間の更新手法に関する研究, 土木学会年次学術講演会講演集, No59, CD-ROM, 2004.
- 10) 三輪富生, 倉内慎也, 森川高行 : 意思決定タイミングを内生化した動的な経路選択モデルの構築, 土木計画学研究・講演集, No30, CD-ROM, 2004.
- 11) 小根山裕之・桑原雅夫 : プローブカーの経路情報を用いた時間帯別OD交通量の推定, 第57回年次学術講演概要集, pp813-814, 2002
- 12) 三谷卓摩, 羽藤英二 : プローブ経路データを利用した動的OD交通量の推定, 第24回交通工学研究発表会論文報告集, pp.289-292, 2004
- 13) 楊海, 佐佐木綱 : ネットワーク均衡に基づく観測リンク交通量からのOD交通量推計法に関する検討, 土木計画学研究・論文集, No.9, pp.29-36, 1991
- 14) 小根山裕之, 桑原雅夫 : 路側観測交通量からの時間OD交通量の推定, 交通工学, Vol27, pp5-16, 1997.
- 15) 松本幸正, 黒川卓司, 松井寛 : 利用者均衡リンク交通量に一致する経路交通量推定手法の比較分析, 交通工学研究発表会論文報告集, No23, pp165-168, 2003.
- 16) 堀場庸介, 松本幸正, 松井寛, 黒川卓司 : サンプリングと観測誤差がプローブデータに基づく経路交通量推定値に与える影響, 土木計画学研究・講演集, No30, CD-ROM, 2004.
- 17) 加藤義昭, 小川裕亮, 藤井聡, 菊池輝, 北村隆一 : 交通流シュミレータDEBNETsを利用したOD推定アルゴリズムの開発, 土木計画学研究・講演集, No28, CD-ROM, 2003.

プローブデータに基づく推定経路交通量への観測誤差の影響分析と推定経路交通量の更新手法*

堀場庸介**・松本幸正***・松井寛****・高橋政稔*****

本研究では、プローブデータと車両感知器のデータに基づく経路交通量の推定モデルを、同時生起確率最大化による方法とし、総交通量ベースモデルと、OD交通量ベースモデルの2種類を定式化した。そして、プローブデータ、観測リンク交通量、既存のOD交通量に誤差を含ませるなど幾つかの条件を設定し、2種類の提案モデルでの各種観測誤差の影響を把握した。さらに、経路交通量の精度向上のため入力データ自体を修正する手法として、総交通量、OD交通量の誤差を修正する手法、プローブデータの誤差を修正する手法を提案し、簡単なネットワークで提案モデルの適応性を検証した。その結果、本研究で提案した修正手法により、経路交通量の推定精度は、観測誤差を修正する前と比較し向上させることができた。

Influence of Measurement Errors of Input Data on Path Flow Estimations from Probe Vehicle Information and Modification of Estimated Path Flows*

By Yosuke HORIBA**・Yukimasa MATSUMOTO***・Hiroshi MATSUI****・Masami TAKAHASHI

Total flow and O-D flow based models for estimating path flows using probe vehicle information and traffic counts are constructed as a mathematical programming in which probabilities of simultaneously occurrence are maximized. First, when input data of prior total flow and O-D flows, observed link flows, and a prior probability of each path flow have some errors and inconsistency, differences of two proposed models are analyzed. Secondly, modification methods of input data are proposed to update estimated path flows. The proposed models were applied to a simple network. As a result, link traffic counts and prior O-D flows and total flow had some errors and were inconsistent, the proposed models were able to yield estimations of path flows. Furthermore, it was clarified that accuracy of estimated path flows was improved by using the proposed modification methods.
