

GAによるスケジューリングアルゴリズムの各種工程計画問題への応用*

Application of Network Scheduling Technique Using GA for Construction Project Scheduling*

滑川達**

By Susumu NAMERIKAWA**

1. はじめに

建設プロジェクトにPMの概念を効果的に導入するためには、①目標の明確化、②工程表の作成、③マネジメントの実施、という3つのプロセスを踏むことが肝要である。本研究では、これら3つのプロセスのうち、工程表の作成プロセスを対象として研究を行っている。従来の工程表は作業期間を主に表すものであったが、PMでは期間だけでなく作業相互の関係、および管理に必要なリソース（労務、材料、機械設備の数量、およびコスト）を入れたものを工程表として位置付ける。なお、PMBOK (A Guide to the Project Management Body Of Knowledge)によれば、工程表は、次のような手順で作成される。

①作業リストを整理する、②作業の期間を見積もる、③作業間の順序関係を設定する、④工程表の評価と調整を行う、⑤リソース配分計画も含めた最適工程表を作成する：リソースの使用計画からリソースグラフ（山積み図）を作成し、過負荷の状態を確認する。過負荷が起きているような状態であれば、リソースの平準化（レベリング）を行い、配分の超過を解消する。リソースの配分計画を織り込んだ工程表を作成する、⑥工期超過等のリスク分析をおこなう：各作業日数の不確実性を考慮したリスク分析シミュレーションを行う。

以上の手順は、PMソフトを利用することにより、諸々の計算を自動化できるばかりではなく、スケジュール作成の代替案分析をスピーディーに行うことができる。ここで、上記①～⑥のうち、①②③は、プロジェクト固有の入力情報であり、PMソフトではWBS編集機能、工程ネットワーク編集機能、制約条件設定機能などを有している。また、④にはCPMと呼ばれる確立された技法が存在しており、ほとんどのPMソフトが、このCPMを用いた工程解析機能を有している。しかし、⑤の手順で行われるリソースの平準化は、数理解析的にも非常に難しい問題であり、種々のヒューリスティック法が研究されているとはいえ、いまだに決定的な方法は考案されていない。このため、市販のPMソフトに備わっている

資源平準化ルーティンも、山崩し法と呼ばれているあまり工期短縮能力の低いヒューリスティック法が採用されていることが多く実用性にもかけるため、実際の場面では担当技術者が試行錯誤的に決定しているなど、ツール・技法的な課題が多く残されている手順である。また、⑥の手順で行われるリスク分析では、モンテカルロ法による確率的シミュレーションが推奨されているが、求められた工程表の期待工期や工期の変動リスクをシミュレートするのみで、積極的にタイムオーバーランリスクを低減するようなリソース配分計画を検討できる手法は確立されていない。

以上のような認識のもと、本研究ではこれまで、非常に複雑で大規模な組合せ問題となる資源制約付きのネットワークスケジューリング問題を対象に、同時作業が可能な作業群をあらわすカットとそのカット間順序関係に着目した問題のデコンポジションの方法及び定式化の方法を明らかにしてきた¹⁾。さらに、この分解された限定問題を一個体と捉えた遺伝的アルゴリズム (GA) による近似解法を構築するとともに、これを工期短縮や資源平滑化などの多目的スケジューリングに拡張し、非劣解集合の可能性の高い効率的フロンティアが効率的に求められることを確認してきた²⁾。

本稿では、上記アルゴリズムのさらなる拡張に向け次のような2つの目的を設定する。まず第一に、投入資源量決定問題への拡張に向け、資源制約をパラメトリックに変更させた場合の本アルゴリズムの解精度を確認する。第二に、各作業の所要時間の不確実性を考慮した確率的スケジューリング問題への拡張を行うことを目的とする。

2. ベースアルゴリズムの概要

(1) 問題の定式化

資源制約付きネットワークスケジューリング問題は、プロジェクトの遂行に必要な各アクティビティの所要時間や必要資源、及びアクティビティ間の順序関係が与えられたとき、工期制約・資源制約下で、工期短縮化や資源平滑化などの複数の計画目標を最適にするように、各アクティビティの開始時刻を求める問題と定義されている。また、問題の入力データとしては、アクティビティ i 、アクティビティの所要日数 d_i 、アクティビティの必要資源数 w_i 、資源制約 W を与える。

*キーワード：計画基礎論 計画手法論、施工計画・管理

**正員，工博，徳島大学工学部建設工学科

〒770-8506 徳島市南常三島2-1

TEL (088) 656-9877 FAX (088) 656-7579

いま、アクティビティ数 m をもつプロジェクトスケジューリングは、作業間の順序関係からみても資源の投入量制約からみても「開始可能」となった時刻にすぐさまアクティビティを開始すると仮定することにより、 $m \times m$ のマトリックス（以下スケジュールマトリックス）として表すことができる。ここで、実行可能なバーチャート工程表は、以下のような制約条件を満たしていなければならない。

$$\sum_{k=1}^m a_{ik} x_k = d_i \quad \text{for all } i \quad (2.1)$$

$$\sum_{i=1}^m a_{ik} w_i \leq W \quad \text{for all } k \quad (2.2)$$

$$\text{if } a_{ik} = 1 \cap a_{i'k} = 1$$

$$\text{then } R_{ii'} = 0 \quad \text{for all } k \quad (2.3)$$

$$x_k \geq 0 \quad \text{for all } k \quad (2.4)$$

ここで、 a_{ik} ；スケジュールマトリックスの k 列におけるアクティビティの実施状況（1 or 0）、 x_k ； k 列の区間長で式（3.1）の連立方程式を解くことによって求められる、 $R_{ii'}$ ；工程ネットワークの可達行列の要素である。

そして、計画目標となる目的関数は以下のようである。

1) 全体工期 λ の最小化：プロジェクトの早期完了を目的とする。

$$\min \lambda = \sum_{k=1}^m x_k \quad (2.5)$$

2) 必要資源の分散 V の最小化：プロジェクトコストへの負担を軽減することを目的として、最小化を図る。

$$\min V = \frac{1}{\sum_{k=1}^m x_k} \sum_{k=1}^m \left(\sum_{i=1}^m a_{ik} \cdot w_i - \bar{w} \right)^2 \times x_k \quad (2.6)$$

$$\bar{w} = \frac{1}{\sum_{k=1}^m x_k} \sum_{k=1}^m \left(\sum_{i=1}^m a_{ik} w_i \right) \times x_k \quad (2.7)$$

$\bar{w}$ ：必要資源の平均値

またこれらの計画目的を次のように標準化し、多目的問題における適合度を計算する。

（2.5）式、（2.6）式に対応する適合度を次のように表す。

1) f_1 ：工期に関する適合度

$$f_1 = (\lambda - \lambda_{\min}) / (\lambda_{\max} - \lambda_{\min}) \quad (2.8)$$

$\lambda_{\max}$ ：最大工期

（同時実施を行わない場合の工期、すなわち全アクティビティ所要日数の総和）

$\lambda_{\min}$ ：最小工期

（資源制約を考慮しないPERT計算による最短工期）

2) f_2 ：必要資源の有効利用に関する適合度

$$f_2 = \sqrt{V} / \bar{w} \quad (\text{日々の資源使用量の変動係数}) \quad (2.9)$$

$\sqrt{V}$ ：必要資源の標準偏差

さらに、次のようにして総合的な適合度関数を表す。

$$F = \alpha f_1 + \beta f_2 \quad (2.10)$$

F ：総合適合度

また、 α 、 β については施工計画者の当該工事の特性を考慮し設定したり、各計画目標のウェイトをパラメータとし $\alpha + \beta = 1$ の範囲内で0.01づつ増減させるかたちでパラメトリック分析を行うことができる。

なお、多目的最適化問題におけるパレート最適集合を求めるためのGAの構成法としては、これまで、

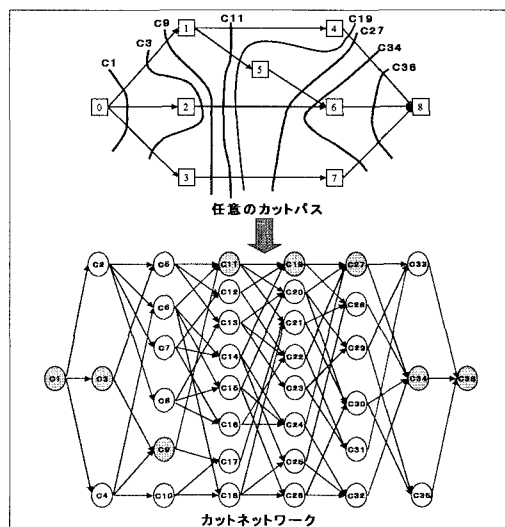
①各々の目的関数について独立に選択演算を行う

②解の優越関係に基づいて選択演算を行う

という考え方に基づいた方法が提案されており計算コスト面での向上を図る努力がなされている。しかし、本研究において、目的関数間のウェイトを変化させ繰り返し計算を行う従来からのパラメトリック分析をあえて採用したのは、計画者にとって、複数目標間に対する重要度・優先順位の設定や決定如何とそれから得られる成果予測との関係を把握することが重要な計画情報となるものと考えたためである。

（2）カット理論による個体表現

上述のスケジュールマトリックス表現では、任意の列内の資源配分状態をアクティビティ間の順序関係を満



図ー1 カットネットワーク

足したかたちで決定していかなければならないことから、複雑な組合せ最適化問題となり計算が非常に困難となる。しかも、ネットワーク規模が大きくなり、各アクティビティ間順序関係の複雑性が増すと、現実的に最適解を求めることは不可能である。そこで本研究では、この問題における効率的解法としてカット理論を適用する。カットを、AON 工程ネットワークの始点ノードを含むアクティビティ集合と終点ノードを含むアクティビティ集合とに二分するアーク集合のうち順方向アークのみから構成される並列関係にあるアーク集合として定義する。そして、このカットの終了ノード（アクティビティ）集合のうち、集合内に先行アクティビティを持たない実施可能なアクティビティ群は、同時に実施可能なアクティビティ集合と考えることができる。ここでは、このアクティビティ群をカットに対応する同時実施可能なアクティビティ群と定義する。また、カットを交差させることなく遷移させることでアクティビティ間の順序関係の制約を満たしたカットの遷移過程を作成でき、この遷移過程をカットパスと呼ぶこととする。

カットパスの要素であるカットがアクティビティを越えていく違いに着目すると、「カットネットワーク」を作成することができる。このとき、図-1に示すカットネットワーク上の一本の経路（カットパス）は、カットがアクティビティ間の順序関係を満たしながらアクティビティを越えていく連続過程のパターンの違いを示しており、カットネットワーク全体ではすべての実行可能な代替案が表現されることとなり、最適解を求めるスケジューリング問題は理論的にはこのカットネットワーク上の最適経路探索問題と等価となる。しかし、ここでも対象ネットワークの大規模化・複雑化に伴い、カットネットワークも巨大化し最適解の探索は困難となる。そこで、この最適経路探索問題の近似解法として本研究ではGAの適用を図ることとする。つまり、カットネットワーク上の経路である任意のカットパスを個体としている。そして、各個体のスケジュール計算には列生成法による収束

改良計算を適用し適合度を算出している。

なお、GAによるベースアルゴリズムの全体フローを図-2に示しておくが、詳細については参考文献2)を参照されたい。

3. 投入資源量検討ツールとしての可能性分析

建設プロジェクトの工程表作成においてPMでは、CPMなどのネットワーク工程計画モデルを導入することが推奨されている。しかし、プロジェクトへの資源の投入量決定とその投入資源の有効利用という本質的な観点から、従来のPERT/CPM系の工程計画モデルを眺める研究はほとんどない。例えば、本研究でも取り上げてきた資源制付きのネットワークスケジューリングでは、解法面において山崩し法などの理論的に大きな問題の残された解法しか確立していないことは前述した通りであるが、さらに実用上の観点からみれば、投入可能資源量が非常に厳しい制約として与えられているため、各作業への資源の投入量の決定に自由度がない場合等には、無駄な遊休時間が多くなり、このままの問題設定であると、実用上有効な手法になり得ないともいえる。

つまり、プロジェクト全体への投入資源量の増減が工期や資源の有効利用にどのような影響を与えるかを、常に検討に値しうる効率的な資源配分計画代替案群を比較分析しながら資源投入量を検討できる手法が必要である。そこで本節では、投入資源量を変化させたときのベースアルゴリズムの解精度の安定性を確認し、投入資源量検討ツールとしての可能性を考察する。

(1) 分析の手順

分析の手順を以下に示すとともに、分析の全体フローを図-3に示す。

- 手順1 Input dataを入力する。
- 手順2 設定された数の初期カットパス群を生成する。
- 手順3 カットパスをスケジュールマトリックスに変換し、列生成による改良収束計算を行い、各個体の適合度 F を算出する。
- 手順4 求められた適合度に基づきランキング選択を行い交叉、突然変異、エリート選択を通して、設定された終了世代数まで目的関数に対して最適なカットパスを探索することとする。
- 手順5 探索終了後 $\alpha + \beta = 1$ の範囲内でそれぞれの値を0.01増減させてパラメータを変更後手順2へ戻る。
- 手順6 設定された全パラメータパターンの計算終了後、入資源量（資源制約）を変更し手順2へ戻る。
- 手順7 設定された必要資源の投入量を検討後終了

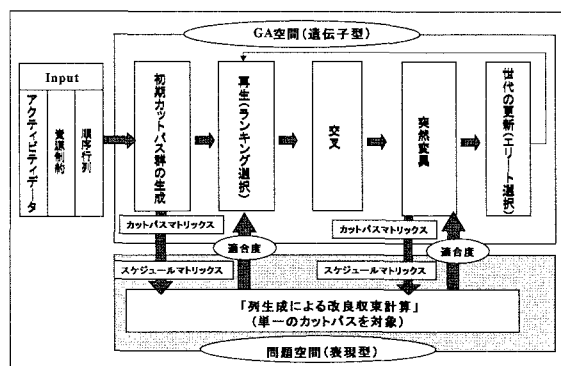


図-2 ベースアルゴリズム

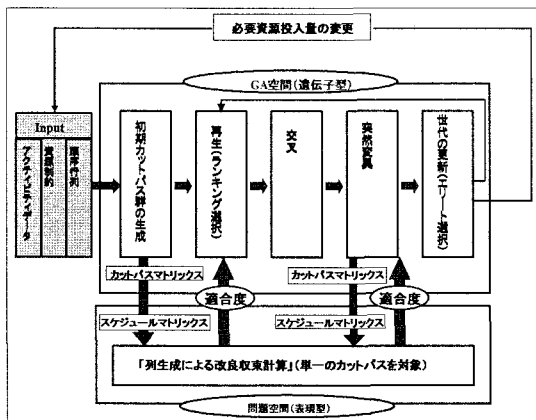


図-3 分析のための全体フロー

(2) 分析結果

分析に使用した例題ネットワークは、図-4に示す実アクティビティ数65のネットワークである。ここで、終始ノードは所要日数、必要資源数ともに0のダミーアクティビティである。アクティビティデータは表-1のようである。そして、資源の投入量として15、20、30の3ケースの計算を行い、その解精度を山崩し法と比較することとする。なお、GAパラメータとして、初期カットパス群の生成数=70、ランキング選択 $\eta^+=1.6$ 、交叉確率 $P_c=0.9$ 、突然変異確率 $P_m=0.6$ 、各世代の個体数 $N_p=300$ に設定し計算を行った。

結果を図-5に示す。図-5の縦軸は工期を、横軸は日々の資源使用量の変動係数を表している。図中の大円の点は、本アルゴリズムで求められた非劣解候補をプロットしたものである。また小円の点の分布は資源使用にコンフリクトが発生した場合のアクティビティの優先順位規則をランダムに変化させた結果(300000回)であり、不完全ではあるものの、実行可能解空間を表している。さて、四角でプロットした点が山崩し法での計算結果で

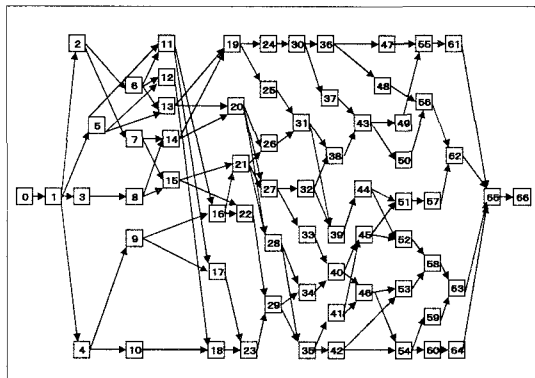


図-4 例題ネットワーク

あるが、この結果をみると山崩し法で求められる資源配分計画は常に劣解しか求められておらず、特に、資源制

約が厳しくなるに従い工期の精度が下がるとともに、逆に投入資源量を増やし余裕を持たせるにつれ資源の有効利用度の精度が悪化していることがわかる。これに対し、本アルゴリズムでは、投入資源量の多少に影響を受けることなく、常に安定して非劣解の可能性の高い効率的フロンティアが求められており、資源投入量の検討に際して有効なツールとなり得るものとする。

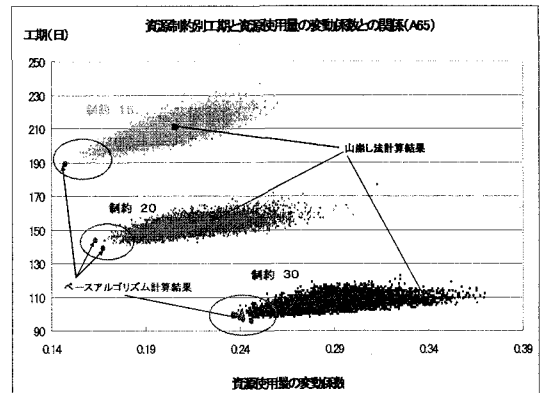


図-5 分析結果

4. 確率的スケジューリング問題への拡張

ここでは、各アクティビティの所要時間の不確実性を考慮した確率的スケジューリングの検討ツールとしてベースアルゴリズムの拡張を図る。

(1) 問題の定式化

ここでの確率的スケジューリング問題を次のように設定する。すなわち、「与えられた資源制約と作業間順序関係の制約のもとで、期待工期と工期変動リスク（ここでは変動係数）の最小化を目的とする多目的最適化問題」とする。なお、各アクティビティの所要時間は三角分布に従う確率変数として、アクティビティデータとしてT個のシナリオを用意する。以上の問題を定式化すれば以下のようである。

1) 目的関数1：期待工期の最小化

$$\min \quad \bar{\lambda} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^m x_{tk} \quad (4.1)$$

2) 目的関数2：工期の変動係数の最小化

$$\min \quad CV = \frac{S}{\bar{\lambda}}$$

$$S = \sqrt{V} = \left[\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\lambda_t - \bar{\lambda})^2 \right]^{1/2} \quad (4.2)$$

3) 制約条件

subject to

$$\sum_{k=1}^m a_{tik} x_{tk} = \tilde{d}_{it} \quad \text{for all } t, i \quad (4.3)$$

$$\sum_{i=1}^m a_{tik} w_i \leq W \quad \text{for all } t, k \quad (4.4)$$

$$\text{if } a_{nik} = 1 \cap a_{n'k} = 1$$

$$\text{then } R_{it'} = 0 \quad \text{for all } t, k \quad (4.5)$$

$$x_{tk} \geq 0 \quad \text{for all } t, k \quad (4.6)$$

ここで、 $\bar{\lambda}$: 期待工期、 CV : 工期の変動係数、 S : シナリオ t における工期の標準偏差、 x_{tk} : シナリオ t における列 k の区間長、 $\tilde{d}_{it}$: シナリオ t におけるアクティビティ i の所要日数で三角分布に従う確率変数、 a_{nik} : シナリオ t 、列 k におけるアクティビティ i の実施状態 (1or0) である。

(2) 分析の手順

分析の手順を以下に示すとともに、分析の全体フローを図-6に示す。なお、ここでも前節同様、投入資源量の多少による解精度の安定性についても検証する。

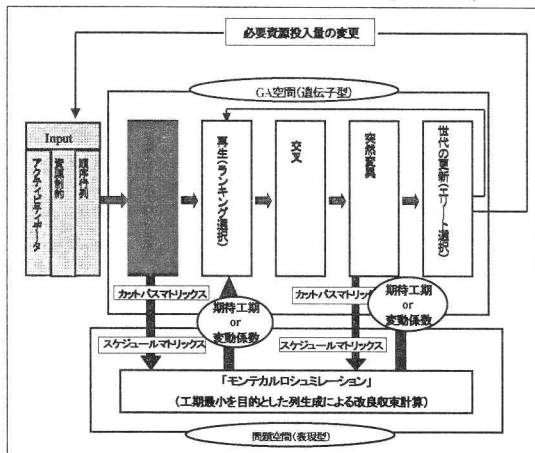


図-6 分析の全体フロー

手順1 Input data を入力する。

手順2 ランダム発生させた 30 のカットパスの中から、工期最小化スケジューリング ($\alpha=1, \beta=0$) から得られる適合度が上位 10 個体を初期カットパス群として生成する。

手順3 カットパスをスケジュールマトリックスに変換し、工期最小化を目的 ($\alpha=1, \beta=0$) とした列生成による改良収束計算によるモンテカルロシミュレーションを設定回を行い、各個体の期待工期 $\bar{\lambda}$ 、変動係数 CV を求め適合度を算出する。

手順4 求められた適合度に基づきランキング選択を行い交叉、突然変異、エリート選択を通して、設定された終了世代数まで目的関数に対して最適なカットパスを探索することとする。

手順5 必要資源の投入量 (資源制約) を変更し手順2へ戻る。

手順6 設定された必要資源の投入量を検討後終了

(3) 例題ネットワーク

ここでの適用ネットワークは、図-7に示すアクティビティ数 30 (アクティビティ 0、31 はダミー) の例題ネットワークを用いる。またアクティビティデータは、三角分布を用いて各アクティビティに対して 1000 個の所要日数を発生させる。その各値から、1000 個のシナリオ

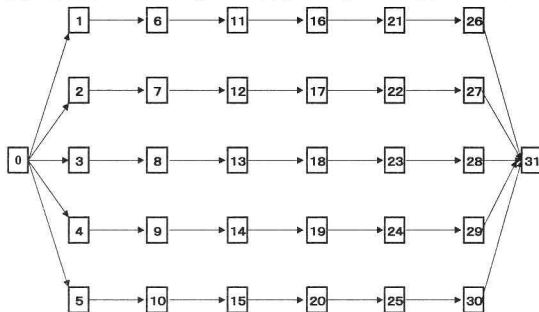


図-7 例題ネットワーク

表-1 アクティビティデータ

アクティビティ	楽観値	最頻値	悲観値	変動係数
0	0	0	0	0
1	1	2	12.3	0.5
2	1	2	12.3	0.5
3	1	2	12.3	0.5
4	1	2	12.3	0.5
5	1	2	12.3	0.5
6	1.5	3	18.45	0.5
7	1.5	3	18.45	0.5
8	1.5	3	18.45	0.5
9	1.5	3	18.45	0.5
10	1.5	3	18.45	0.5
11	2	4	24.6	0.5
12	2	4	24.6	0.5
13	2	4	24.6	0.5
14	2	4	24.6	0.5
15	2	4	24.6	0.5
16	1	2	12.3	0.5
17	1	2	12.3	0.5
18	1	2	12.3	0.5
19	1	2	12.3	0.5
20	1	2	12.3	0.5
21	1.5	3	18.45	0.5
22	1.5	3	18.45	0.5
23	1.5	3	18.45	0.5
24	1.5	3	18.45	0.5
25	1.5	3	18.45	0.5
26	2	4	24.6	0.5
27	2	4	24.6	0.5
28	2	4	24.6	0.5
29	2	4	24.6	0.5
30	2	4	24.6	0.5
31	0	0	0	0

を持つアクティビティデータを作成し、モンテカルロシミュレーションを行う。表-1は、例題ネットワークのアクティビティデータ作成時における、各アクティビティの三角分布における「最小値」・「最頻値」・「最大値」・「変動係数」を表にまとめたものである。今回は全てのアクティビティの変動係数を 0.5 に統一している。

(4) 分析結果

構築したスケジューリングアルゴリズムを、アクティビティ数 30 の例題ネットワークに対して適用した結果を必要資源の投入量別に示す。今回、評価指標のベンチマークは、山崩し法を用いたモンテカルロシミュレーション結果を用いることとする。山崩し法計算については、

前述した 1000 シナリオのアクティビティデータを用いそれぞれのシナリオに対して山崩し法のスケジュール計算を用い、期待工期と工期の変動係数を求めている。必要資源の投入量は、12、22、32 の 3 ケースを設定した。適用結果を図-8に示す。

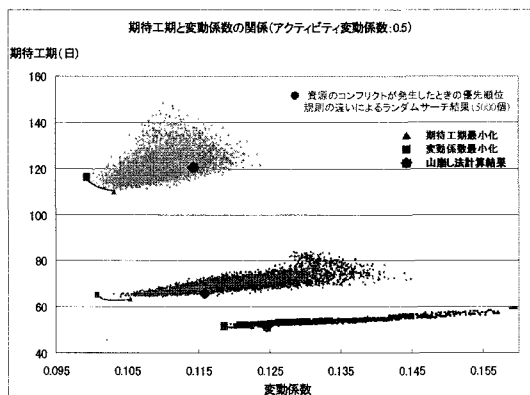


図-8 分析結果

図-8の縦軸は、期待工期を表し、横軸は工期の変動係数を表している。そして、図中の三角の点は期待工期最小化を、四角の点は変動係数最小化を目的として本アルゴリズムで求められた最良解をプロットしたものである。また、菱形でプロットした点が山崩し法での計算結果であるが、この結果より山崩し法で求められる資源配分計画は前節同様、常に劣解しか求められておらず、資源制約が厳しくなるに従い期待工期、工期の変動リスクである変動係数ともに精度が下がる傾向となる。これに対し、本アルゴリズムでは、投入資源量の多少に影響を受けることなく、常に安定して非劣解の可能性の高い効率的フロンティアが求められている。

5. おわりに

本稿では、本研究がこれまで構築してきたGAによるスケジューリングアルゴリズムを、投入資源量決定問題および確率的スケジューリング問題を検討ツールとして拡張した。得られた成果は以下のとおりである。

- ① 投入資源量決定問題の例題分析より、山崩し法で常に劣解しか求められず、特に、資源制約が厳しくなるに従い工期の精度が下がり、投入資源量を増やすにつれ資源の有効利用度の精度が悪化する。これに対し、本アルゴリズムでは、安定して非劣解の可能性の高い効率的フロンティアが求められる。
- ② 確率的スケジューリング問題の例題分析においても、山崩し法では資源制約が厳しくなるに従い期待工期、工期の変動リスクである変動係数ともに精度が下がるのに対し、本アルゴリズムは、安定して効率的フロンティアが求められる検討ツールとなり得ることがわかった。

今後としては、本アルゴリズムをシミュレーションツールとして活用し、ネットワーク構造・アクティビティデータ・資源投入量と効率的フロンティア曲線との関係分析を行い、より簡便な近似解法を開発する必要がある。

参考文献

- 1) 春名攻, 滑川達: PERT/MANPOWER 問題の最適解の開発研究—カットネットワークにおける最適資源配分問題への変換を用いた新しい解法—土木計画学研究・論文集 No. 15, pp. 41-48, 1998.
- 2) 滑川達, 山中英生, 吉田健: 工期短縮と資源の有効利用を考慮したGAによるプロジェクトスケジューリング, 土木計画学研究・論文集 No. 21, no. 1, pp. 75-82, 2004.

GAによるスケジューリングアルゴリズムの各種工程計画問題への応用*

滑川達**

本稿では、本研究がこれまで構築してきたGAによるスケジューリングアルゴリズムに対し、投入資源量決定問題および確率的スケジューリング問題のための検討ツールとして拡張を行った。2つの問題の例題分析を通して、本アルゴリズムが投入資源量の多少に影響を受けることなく、常に安定して非劣解の可能性の高い効率的フロンティアが求められる検討ツールとなり得る可能性が高いことが明らかとなった。

Application of Network Scheduling Technique Using GA for Construction Project Scheduling*

By Susumu NAMERIKAWA**

In this study, It had been developed that new-type systematic scheduling procedure by use of GA. In this paper, GA based scheduling algorithm developed in this study is extend to analytic tool for determination problem of total resources amount allocated to project network and stochastic scheduling problem.