【土木計画学研究・論文集 Vol.22 no.1 2005年10月】

不確実性を考慮した公共事業評価スキームの設計手法に関する考察*

A Methodology of Designing Simple Evaluation Schemes for Public Projects Incorporating Uncertainty*

織田澤利守**・長谷川専*** 小林潔司****

by Toshimori OTAZAWA**, Atsushi HASEGAWA*** and Kiyoshi KOBAYASHI****

1. はじめに

公共事業の効率性やアカウンタビリティの向上を目的とした体系的な公共事業評価システムの構築が進められており，公共事業の新規事業採択時評価（事前評価），再評価制度の見直しおよび事後評価制度の導入が行われている[1)-4)]．平成16年に国土交通省が策定した「公共事業評価の費用便益分析に関する技術指針」では，初めて再評価における費用便益分析の取り扱いについて統一的な見解が示された[5)]．そこでは，「再評価における費用便益分析は，原則として，『残事業の投資効率性』と『事業全体の投資効率性』の両者による評価を実施する」ものとし，２つの投資効率性がそれぞれの基準値を上回るか，下回るかの組合せに対応して，事業の継続，中止あるいは事業内容の見直しのいずれを選択すべきかが整理されている．しかし，事前・再評価システムの枠組みや事業の継続や中止を決定するための基準値に関する理論的基盤に関しては，必ずしも明確ではない．

一方，公共事業の動学的な事前・再評価モデルに関しては，リアルオプション理論を用いた分析[6)-8)]が蓄積されている．事業の事前・再評価システムにおいては，事業の事前評価の段階においても，将来の再評価時点において，事業内容を休止したり，中止する可能性を考慮することが必要となる．そこで，このような再評価時点における事業の休止・中止オプション価値を明示的に考慮した公共事業の効率性評価モデルが開発されている．さらに，長谷川ら[9)]は，再評価における事業継続・中止（あるいは，休止）に関する基準値を事業のリスク特性や再評価時点における事業の進捗状況に応じて最適に決定するための事前・再評価モデルを提案している．しかし，長谷川等による事前・再評価モデルは，理論モデルとして構築されており，評価ルールを求める方法が非常に複雑であるため，提案された方法をそのまま実務に適用することは困難であると言わざるを得ない．事前・再評価モデルを実務に適用するためには，事前・再評価モデルがもたらす知見を最大限に活用しながらも，可能な限り簡便で操作性の高い事前・再評価スキームを設計することが必要となる．

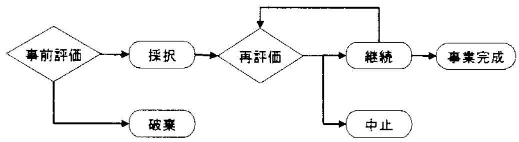
本研究では，事前・再評価モデルをベンチマークモデル（以下，BMモデルと呼ぶ）と位置づけ，それと可能な限り整合的であり，かつ簡便な事前・再評価スキームを設計するための方法論を開発する．その際，公共評価の事前・再評価結果に大きな影響を及ぼすと考えられる要因として便益リスクと遅延リスクに着目する．その上で，公共事業をとりまくリスク特性を可能な限り合理的に反映しうるような事前・再評価スキームを提案することとする．以下，２．では，本研究の基本的な考え方を述べ，３．では事前・再評価モデル（BMモデル）について説明する．４．では，BMモデルに基づいて，事前・再評価スキームを設計する方法を示す．５．では適用結果について考察する．

2. 本研究の基本的な考え方

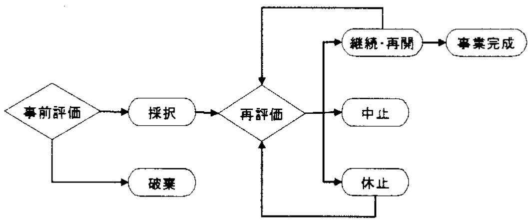
(1) 既存研究の概要

公共事業を不確実性・不可逆性下の意思決定問題と捉え，リアルオプション理論を用いた研究が蓄積されている[10),11)]．さらに，時間軸に沿って実施される評価制度がもたらすオプション価値と事業に内在するリスクについて明示的に考慮した公共事業の最適事前・再評価モデルも提案されている[8)]．しかし，実務における事業評価への適用には，いくつかの問題点が存在している．まず，最適な事業評価スキームに基づく事業実施戦略が状態依存的となるため，たとえ同一の事業でも事業環境の違いによって異なる採択基準を適用するなど意思決定手続きが煩雑になる点がある．そのため，実務的な運用が困難である上に，異なる採択基準が導出される根拠を一般の市民に説明しにくいという難点がある．評価スキームの実行可能性とアカウンタビリティーを確保するためにも，事業評価の制度化においては個別事業の評価問題を取り扱う以前の段階で，事業のタイプごとに評価方法を決定しておくことが望ましい．また，事業採択基準の決定に必要となる公共事業に関するリスク情報の蓄積が不十分な点が挙げられる．リスク情報を獲得するためには，時系列的にデータを捕捉する必要がある．しかし，これまで公共事業の実施過程における便益や進捗度，コストなど関

*キーワーズ：公共事業評価法，システム分析
**正員 博(工) 東北大学大学院情報科学研究科人間社会情報科学専攻(〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉06 TEL022-795-7502, FAX 022-795-7500)
***正員 工修 （株）三菱総合研究所 政策科学システム研究部(〒100-8141 東京都千代田区大手町2-3-6 TEL 03-3277-0712/FAX 03-3277-3462)
****フェロー 工博 京都大学大学院工学研究科都市社会工学専攻(〒606-8501 京都市左京区吉田本町 TEL・FAX 075-753-5071)

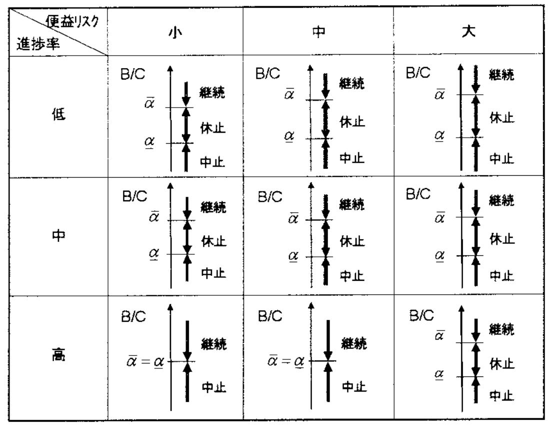


a) 休止オプションが存在しないケース



b) 休止オプションが存在するケース

図－１　評価プロセス



図－２　簡便評価スキームの概念図

する時系列的なデータの蓄積がほとんどなされていない．今後，再評価や事後評価の結果を収集，分析，蓄積することによりリスク情報を蓄積していくことが期待されるものの，現在のところ個別事業ごとに信頼性の高いリスク情報を獲得し，事業評価を実施することは困難である．したがって，現実的には事業のタイプごとにリスク特性を特定し，それを用いて個別事業評価を実施せざるを得ないだろう．そこで，本研究では，できる限りBMモデルとの整合性を保った上で，実務的利用を想定した簡便な事業評価スキームの設計手法を提案する．なお，本提案する手法を用いて評価スキームを設計する主体としてはあくまでも専門家であり，設計された評価スキームを利用する主体として実務者を想定している．

(2) 事業の事前・再評価プロセス

本研究で取り上げる評価プロセスの構造を**図－１**に示す．事業便益リスク，遅延リスクという２種類のリスクが存在する事業の実施環境の下で，事前評価時点においては，１）事業を採択するか，２）事業を採択しないかを選択する．事前評価時点における意思決定は，実際の評価制度に則り，「now-or-never 原則」に基づいて行われるものとし，「意思決定を留保する」という延期オプションはとりあげないものとする．なお，事前評価時点における延期オプションを考慮したモデルへの拡張は容易である．また，事業はそれが完成するまで一定の期間を要する．しかし，事業には，その完成が遅延するという遅延リスクが存在する．事前評価において事業が採択された後，一定期間を経過した時点で事業が完成していない場合，事業の再評価が実施される．再評価において，事業の休止オプションが存在するか否かによって２つの評価プロセスを考慮することができる．**図－１ a)** は，休止オプションが存在しないケースの評価プロセスを示している．再評価において当該時点における事業の進捗状態とその時点で評価された事業価値に基づいて，１）事業を継続するか，２）事業を中止するかが決定される．事業が完成した場合，直ちに供用が開始され事業便益が発生する．再評価時点よりさらに一定期間を経過した時点で事業が完成していない場合，改めて再評価が実施される．事業を中止する場合は，中止費用が必要となる．一方，**図－１ b)** は，休止オプションが存在する場合の評価プロセスである．休止が選択されると事業の進捗は停止し，次の再評価時点において改めて事業の再開，休止の継続，中止が決定される．

本研究では，便益リスクの大きさと再評価時点における事業の進捗度に基づいて，事業をタイプ分けし，それに応じて適用される評価ルールを決定する簡便な評価スキームを提案する．まず，便益リスクと進捗度に関して，離散的な有限個のカテゴリーに分割する．事業のタイプをカテゴリーの組合せによって定義する．続いて，各タイプに属する事業に適用すべき評価ルールを決定する．**図－２**には，休止オプションを考慮した評価スキームの概念図を示している．ここでは，便益リスクと進捗度をそれぞれ３つのカテゴリーに分割している．図中の各セルには，各タイプに属する事業に適用すべき評価ルールが示されている．図中の$\bar{\alpha}, \underline{\alpha}$は，事業の継続，休止，中止を判定する臨界的な基準値を示している．評価ルールとは，費用便益比が基準値$\bar{\alpha}$を上回ったときには事業を継続し，$\bar{\alpha}$と$\underline{\alpha}$の間にあるときは休止，$\underline{\alpha}$を下回ったときは中止するというルールである．$\bar{\alpha}=\underline{\alpha}$が成立する場合は，休止は存在せず，事業の中止と継続のみが選択される．**図－２**のような事業のタイプ毎の評価ルールのテーブルをあらかじめ作成しておくことにより，再評価において事業の継続，休止，中止の決定を実務レベルにおいて簡便に実施することが可能である．事業の遅延リスクや便益リスクは多様に異なるが，同一タイプに分類された事業に対しては，同一の評価ルールが適用されることになる．**図－２**に示すような評価ルールが最適である保証はなく，最適評価モデルによって導出される評価ルールとは異なる．すな

わち，簡便評価スキームを採用したことによる意思決定のエラー（例えば，本来不採択なはずの事業が採択される誤り等）がもたらす損失が発生する．本研究では，このような損失をできる限り小さくするような評価スキームの設計方法を提案する．

3. 最適評価モデルの概要

(1) 前提条件

本研究ではBMモデルとして，著者等が提案した遅延リスクを考慮した事業の事前・再評価モデルを用いる．モデルの詳細は参考文献[9]に譲るが，本節では読者の便宜を図るために，モデルの概要について説明することとする．いま，遅延リスク，事業便益リスクという２種類のリスクが存在する事業の実施環境の下で，事業の事前評価・再評価を実施する問題を考える．本研究で対象とする事前・再評価問題の構造を**図－１**に示す．すなわち，１）事前評価時点では，事業の採択，不採択という２つの選択肢が，２）再評価時点では，事業の継続，中止，休止という３つの選択肢が存在する．事業が採択された場合，事業への投資が開始される．

事業にはその完成が遅延するという遅延リスクが存在する．事前評価において事業が採択された後，一定期間を経過した時点で事業が完成していない場合，事業の再評価が実施される．再評価時点よりさらに一定期間を経過した時点で事業が完成していない場合，改めて再評価が実施される．事業便益には不確実性が介在し，再評価時点で投資費用に見合うだけの便益が期待できない場合は，事業の中止，もしくは休止が選択されることとなる．再評価時点で事業の休止が選択された場合，事業への投資は中断され，次の再評価時点まで事業は進捗しない．事業を中止する場合は，中止費用が必要となる．その場合，事業への既投資額は完全に埋没すると仮定する．事業に係わる費用としては，投資総額C，中止費用C_a，休止時の維持費用C_p，再評価費用C_eがある．事業が完成した場合，直ちに供用が開始され事業便益が発生する．また，簡単のために，事業は部分供用や暫定供用は行われず，完成後はじめて便益を発生すると仮定する．

時点tにおける事業の進捗状態を$(M+1)$段階の離散的な状態変数$h_t = m(m = 0, 1, \cdots, M)$を用いて記述する．進捗状態$z(h_t)$ $(0 \leq z(h_t) \leq 1)$は全投資額に対して時点tまでに投資された既投資額の占める割合で定義され，状態変数h_tを用いて次式のように定義する．

$$z(h_t) = \frac{h_t}{M} \tag{1}$$

初期時点から初回の再評価時点までの期間，再評価時点間の期間はいずれもτであり，τ個の単位期間により構成される．事業の進捗状態h_tがマルコフ連鎖に従うと仮定し，単位期間で進捗状態mからm'に推移する確率を

$$\mathrm{Prob}\Bigl(h_{t+1} = m' | h_t = m\Bigr) = p_{mm'} \tag{2}$$

と定義する．推移確率$p_{mm'}$を(m, m')要素とする推移確率行列を$\boldsymbol{P}$で表現する．推移確率は外生的に与えられ，いずれの主体もその値を制御できないと仮定する．ただし，$\sum_{m'=0}^{M} p_{mm'} = 1$, $p_{mm'} \geq 0$を満足する．評価期間τにおける進捗状態h_tの推移は，推移確率行列$\boldsymbol{Q}(\tau) = \boldsymbol{P}^{\tau}$に従う．$\boldsymbol{Q}(\tau)$の$(m, m')$要素を$q^{\tau}_{mm'}$と表す．任意の時点$t$における事業価値$B_t$を，その時点で仮に事業が完成し供用が開始されたと想定した場合の当該時点から将来にわたって発生するであろう期待総便益（当該時点における現在価値）と定義する．再評価時点tで事業価値$\hat{B}_t$を観測した下で，つぎの再評価時点$t+\tau$で観測される事業価値$B_{t+\tau}$の分布を表す確率密度関数を$f(B_{t+\tau}|\hat{B}_t)$と表す．確率密度関数$f(B_{t+\tau}|\hat{B}_t)$は各時点tで定義できるが，その形式は時点tに依存せず，事業価値$\hat{B}_t$と評価間隔τのみに依存すると仮定する．

(2) 再評価問題の定式化

i回目の再評価時点$t_i = t_0 + i\tau$まで事業が継続され，事業の進捗状態が$h_{t_i} = m$ $(m < M)$であり，事業価値$B(t_i) = \hat{B}_{t_i}$が観測されたとしよう．以上の情報を用いて，再評価時点で事業を「継続する」か「中止する」か，あるいは「休止する」かを決定する問題を考える．以後，表記の簡便化のために，$\hat{B}_{t_i}$の添え字t_iを省略する．当該時点において事業を継続し，それ以降最適に意思決定を実施した時に獲得できる期待純事業価値の最大値を$\tilde{\Omega}_m(\hat{B})$と表そう．事業を継続した場合，１）つぎの再評価時点$t_{i+1} = t_i + \tau$までに事業が完成する，２）時点t_{i+1}において，再度事業の再評価が実施される，という２つの場合が考えられる．まず，１）の場合に着目しよう．時点t_iで事業の進捗状態がmであるときに，時点$t'_i = t_i + s$ $(1 \leq s \leq \tau)$に事業が完成する確率ξ^s_mは行列推移確率行列$\boldsymbol{Q}(s) = \boldsymbol{P}^s$の$(m, M)$要素$q^s_{mM}$で表される．残投資額$C(1-m/M)$は事業完成時に一括して支出される．時点$t'_i$で事業が完成した場合に獲得される追加的純事業価値（当該時点での現在価値）は$\eta(B(t'_i)) = B(t'_i) - C(1-m/M)$である．ただし，時点$t_i$において事業価値$B(t'_i)$（以下，$B$と略記する）は確定的に把握することはできず，確率密度関数$f(B|\hat{B}, s)$に従うことのみが把握できる．$f(B|\hat{B}, s)$は$f(B_{t_i+s}|\hat{B}_{t_i})$を表す．時点$t_i$に事業の進捗状態$m$，事業価値$\hat{B}$が観測された下で，時点$t'_i$に事業が完成した場合に獲得できる期待追加的純事業価値の当該時点での現在価値$E(\eta(B)|\hat{B}, m, s)$は次式で表される．

$$\begin{aligned} &E\Bigl(\eta(B)|\hat{B}, m, s\Bigr) \\ &\quad = \int_0^{\infty} \left\{B - C\left(1 - \frac{m}{M}\right)\right\} f(B|\hat{B}, s)dB \end{aligned} \tag{3}$$

したがって，つぎの再評価時点までに事業が完成して獲得できる期待純事業価値（時点t_iでの現在価値）$W_m(\hat{B})$は，

$$W_m(\hat{B}) = \sum_{s=1}^{\tau} \xi_m^s E\Big(\eta(B)|\hat{B}, m, s\Big)(1+r)^{-s} \quad (4)$$
$$(m = 0, \cdots, M-1)$$

と表せる．ただし，rは社会的割引率である．つぎに，2）の場合に着目する．再評価時点$t_{i+1} = t_i + \tau$に事業が完成せず，進捗状態が$h_{t_{i+1}} = m'$ $(m \leq m' < M)$となる推移確率は$q^{\tau}_{mm'}$である．この時点で進捗状態m'，事業価値が$\hat{B}$である事業に対して，それ以降最適に意思決定を実施した時に獲得できる期待純事業価値の最大値を表す最適値関数を$\tilde{\Psi}_{m'}(\hat{B})$と表す．時点$t_i$から時点$t_{i+1}$までの投資額は一括して時点$t_{i+1}$に支出されると考える．事業が再評価時点$t_{i+1}$までに完成しない場合，時点$t_i$で評価した当該事業の期待純事業価値$\tilde{R}_m(\hat{B})$は，

$$\begin{aligned}
&\tilde{R}_m(\hat{B}) \\
&= \tilde{\tilde{R}}_m(\hat{B}) + \lambda_m \Big\{ \int_0^{\infty} \tilde{\Psi}_m(B) f(B|\hat{B}) dB - C_e \Big\} \quad (5) \\
&\tilde{\tilde{R}}_m(\hat{B}) = \lambda \sum_{m'=m+1}^{M-1} q^{\tau}_{mm'} \Big\{ \int_0^{\infty} \tilde{\Psi}_{m'}(B) f(B|\hat{B}) dB \\
&\quad -C \cdot \frac{m'-m}{M} - C_e \Big\} \ (m = 0, \cdots, M-1)
\end{aligned}$$

と表される．ただし，$\lambda = (1+r)^{-\tau}$は割引因子，$\lambda_m = \lambda q^{\tau}_{mm}$である．この時，時点$t_i$において，進捗状態$m$，事業価値$\hat{B}$の事業を継続した場合に獲得できる期待純事業価値の最大値$\Omega_m(\hat{B})$ $(m = 0, \cdots, M-1)$は

$$\tilde{\Omega}_m(\hat{B}) = W_m(\hat{B}) + \tilde{R}_m(\hat{B}) \quad (6)$$

と表される．一方，時点t_iで事業を休止した場合に，時点t_{i+1}で獲得できる期待純事業価値の最大値$\Xi_m(\hat{B})$は，

$$\Xi_m(\hat{B}) = \int_0^{\infty} \tilde{\Psi}_m(B) f(B|\hat{B}) dB - C_e \quad (7)$$

と表される．したがって，時点t_iにおいて事業を休止したことにより獲得できる期待純事業価値（当該時点の現在価値）は$\lambda\Xi_m(\hat{B}) - C_p$である．また，時点$t_i$において事業を中止したときの純事業価値は$-C_a$である．したがって，最適値関数$\tilde{\Psi}_j(\hat{B})$は再帰的に

$$\tilde{\Psi}_m(\hat{B}) = \max\Big\{ \tilde{\Omega}_m(\hat{B}),\ \lambda\Xi_m(\hat{B}) - C_p,\ -C_a \Big\} \quad (8)$$

と定義できる．いま，

$$\frac{d\tilde{\Omega}_m(\hat{B})}{d\hat{B}} \geq \lambda \frac{d\Xi_m(\hat{B})}{d\hat{B}} \geq 0 \quad (9)$$

が成立することに留意しよう．この時，再評価問題(8)の解として以下の3つの場合が考えられる（詳細は参考文献[9]参照のこと）．

(Case 1)
$$\tilde{\Psi}_m(\hat{B}) = \begin{cases} \tilde{\Omega}_m(\hat{B}) & \hat{B} \geq \overline{B}^*_m \text{の時} \\ -C_a & \overline{B}^*_m > \hat{B} \text{の時} \end{cases} \quad (10)$$

(Case 2)
$$\tilde{\Psi}_m(\hat{B}) = \begin{cases} \tilde{\Omega}_m(\hat{B}) & \hat{B} \geq \overline{B}^*_m \text{の時} \\ \lambda\Xi_m(\hat{B}) - C_p & \overline{B}^*_m > \hat{B} \geq \underline{B}^*_m \text{の時} \\ -C_a & \underline{B}^*_m > \hat{B} \text{の時} \end{cases} \quad (11)$$

(Case 3)
$$\tilde{\Psi}_m(\hat{B}) = \begin{cases} \tilde{\Omega}_m(\hat{B}) & \hat{B} \geq \overline{B}^*_m \text{の時} \\ \lambda\Xi_m(\hat{B}) - C_p & \overline{B}^*_m > \hat{B} \text{の時} \end{cases} \quad (12)$$

ただし，$\overline{B}^*_m$, $\underline{B}^*_m$は事業の中止，休止，継続を判定するために用いられる事業価値であり，臨界事業価値と呼ぶ．

1) Case 1が成立する場合

Case 1が成立するための必要十分条件は，

$$\tilde{\Omega}_m(\overline{B}^*_m) = -C_a \quad (13)$$

を満足する臨界な事業価値$\overline{B}^*_m$に対して，

$$\lambda\hat{\Xi}_m(\overline{B}^*_m) - C_p \leq -C_a \quad (14)$$

が成立することである[9]．ただし，

$$\hat{\Xi}_m(\hat{B}) = \int_0^{\overline{B}^*_m} -C_a f(B|\hat{B}) dB + \int_{\overline{B}^*_m}^{\infty} \tilde{\Omega}_m(B) f(B|\hat{B}) dB - C_e \quad (15)$$

である．条件(14)は，式(13)を満足する臨界事業価値$\overline{B}^*_m$において，今期に事業を休止し，次期に必ず実施した場合に獲得できる次期以降の期待純事業価値が，中止した場合の純事業価値$-C_a$より小さくなることを意味している．進捗状態m $(< M)$において事業を継続することが正当化されるような事業価値を示す継続集合$\mathcal{L}_m$を

$$\mathcal{L}_m = \{\hat{B} | \hat{B} \geq \overline{B}^*_m\} \ (m = 0, \cdots, M-1) \quad (16)$$

と定義しよう．式(5),(6)より，任意の$\hat{B} \in \mathcal{L}_m$に対して，

$$\begin{aligned}
&\tilde{\Omega}_m(\hat{B}) = \Lambda_m(\hat{B}) + \lambda_m \int_{\overline{B}^*_m}^{\infty} \tilde{\Omega}_m(B) H(B, \hat{B}) dB \quad (17a) \\
&\Lambda_m(\hat{B}) = W_m(\hat{B}) + \tilde{\tilde{R}}_m(\hat{B}) - \lambda_m C_e \\
&\quad -\lambda_m C_a \int_0^{\overline{B}^*_m} H(B, \hat{B}) dB \quad (17b) \\
&\tilde{\Omega}_m(\overline{B}^*_m) = -C_a \quad (17c)
\end{aligned}$$

が成立する．ただし，$H(B, \hat{B}) = f(B|\hat{B})$である．すなわ

ち，積分方程式(17a)を境界条件(17c)の下で解く問題となる．この時，最適値関数は式(10)で与えられる．

2) Case 2が成立する場合

Case 2では事業の継続と休止が互いに無差別となる臨界事業価値$\overline{B}^*_m$，および事業の休止と中止が無差別となる臨界事業価値$\underline{B}^*_m$が存在する．進捗状態m $(< M)$に対して事業を休止することが正当化される休止集合$\mathcal{S}_m$を

$$\mathcal{S}_m = \{\hat{B} | \overline{B}^*_m > \hat{B} \geq \underline{B}^*_m\} \tag{18}$$

と定義しよう．この時，任意の$\hat{B} \in \mathcal{S}_m$に対して，

$$\tilde{\Psi}_m(\hat{B}) = \lambda \Xi_m(\hat{B}) - C_p \tag{19}$$

が成立する．式(7)を展開することにより，

$$\begin{aligned}\Xi_m(\hat{B}) = &\int_0^{\underline{B}^*_m} -C_a \cdot f(B|\hat{B})dB \\ &+ \int_{\underline{B}^*_m}^{\overline{B}^*_m} \tilde{\Psi}_m(B) f(B|\hat{B})dB \\ &+ \int_{\overline{B}^*_m}^{\infty} \tilde{\Omega}_m(B) f(B|\hat{B})dB - C_e\end{aligned} \tag{20}$$

と表せる．式(19)より，休止集合$\mathcal{S}_m$内において

$$\tilde{\Psi}_m(\hat{B}) = \Theta_m(\hat{B}) + \lambda \int_{\underline{B}^*_m}^{\overline{B}^*_m} \tilde{\Psi}_m(B) H(B, \hat{B}) dB \tag{21}$$

$$\begin{aligned}\Theta_m(\hat{B}) = &-\lambda C_a \int_0^{\underline{B}^*_m} H(B, \hat{B})dB \\ &+\lambda \int_{\overline{B}^*_m}^{\infty} \tilde{\Omega}_m(B) H(B, \hat{B}) dB - \lambda C_e - C_p\end{aligned} \tag{22}$$

が成立する．式(21)は未知関数$\tilde{\Psi}_m(\hat{B})$に関する積分方程式となっている．積分方程式(21)の解を$\tilde{\Psi}^*_m(\hat{B})$と表そう．さらに，任意の$\hat{B} \in \mathcal{L}_m$に対しては，式(5),(6)より，

$$\tilde{\Omega}_m(\hat{B}) = \Lambda_m(\hat{B}) + \lambda_m \int_{\overline{B}^*_m}^{\infty} \tilde{\Omega}_m(B) H(B, \hat{B}) dB \tag{23}$$

$$\begin{aligned}\Lambda_m(\hat{B}) = &W_m(\hat{B}) + \tilde{\overline{R}}_m(\hat{B}) - \lambda_m C_e \\ &-\lambda_m C_a \int_0^{\underline{B}^*_m} H(B, \hat{B}) dB \\ &+\lambda_m \int_{\underline{B}^*_m}^{\overline{B}^*_m} \tilde{\Psi}^*_m(B) H(B, \hat{B}) dB\end{aligned} \tag{24}$$

が成立する．積分方程式(23)より$\tilde{\Omega}^*_m(\hat{B})$を得る．最適値関数$\tilde{\Psi}^*_m(\hat{B})$，$\tilde{\Omega}^*_m(\hat{B})$に対して境界条件

$$\tilde{\Psi}^*_m(\overline{B}^*_m) = \tilde{\Omega}^*_m(\overline{B}^*_m) \tag{25a}$$

$$\tilde{\Psi}^*_m(\underline{B}^*_m) = -C_a \tag{25b}$$

が成立する．再評価問題は積分方程式(21),(23)と境界条件(25a),(25b)を満足するような未知関数$\tilde{\Psi}^*_m(\hat{B})$, $\tilde{\Omega}^*_m(\hat{B})$と臨界事業価値$\underline{B}^*_m$, $\overline{B}^*_m$を求める積分方程式問題に帰着する．ただし，積分方程式(21),(23)には互いに未知関数$\tilde{\Psi}_m(\hat{B})$, $\tilde{\Omega}_m(\hat{B})$を含んでおり，単純な積分方程式問題ではない．その解法の詳細は参考文献[9)]に譲る．

3) Case 3が成立する場合

Case 3は，Case 2の特殊ケースであり，$\hat{B} = 0$において$\lambda \Xi_m(\hat{B}) - C_p \geq 0$が成立する．積分方程式(21),(23)において$\underline{B}^*_m = 0$とすることにより最適値関数を求めることができる．

事前評価時点t_0においては，「事業を採択するか」，あるいは「事業を採択しないか」を決定する．当該時点では事業は進捗しておらず，$h_{t_0} = 0$が成立する．この時点で観測された事業価値を$\hat{B}$と表記すれば，事業を採択した場合に獲得できる期待純事業価値の最大値は，

$$\tilde{\Omega}_0(\hat{B}) = W_0(\hat{B}) + \tilde{R}_0(\hat{B}) \tag{26}$$

と表される．ただし，関数$W_0(\hat{B})$, $\tilde{R}_0(\hat{B})$は式(4),(5)で定義される．また，不採択の場合の純事業価値はゼロである．事前評価時点t_0における最適値関数$\tilde{\Phi}(\hat{B})$は，

$$\tilde{\Phi}(\hat{B}) = \max\{\tilde{\Omega}_0(\hat{B}),\ 0\} \tag{27}$$

と表される．解法に関しては，参考文献[9)]に譲りたい．

4. 事前・再評価スキームの設計

(1) 評価スキーム設計の基本的な考え方

BMモデルでは，事業の便益リスク，遅延リスクに応じて，最適な事業評価スキームを決定できる．この方法に基づけば，個別事業ごとに最適な評価スキームを設計できる．その反面，事業ごとに評価方法が異なり，意思決定手続きが煩雑となる．さらに，事業評価に精通していない一般住民にとっては，事業ごとに評価ルールを恣意的に変更しているという誤解を招く可能性もある．事業評価の結果に関するアカウンタビリティを高めるためには，個別の事業評価問題を取り扱う以前の段階で，事業のタイプごとに評価ルールを決定しておくことが望ましい．そこで，事業の便益リスク，遅延リスクに基づいて，事業タイプをあらかじめ整理しておき，事業タイプに適した標準的な評価スキームを設計する問題をとりあげる．本研究では，評価スキームを２段階の手順に従って設計する．まず，第１段階として，事業の遅延リスク事象，便益リスク事象をそれぞれ有限個のカテゴリーに分類し，各リスクについてのカテゴリーの組合せにより事業タイプを定義する．第２段階として，事業タイプ毎に事業の継続，中止（あるいは，休止）を判断するための評価ルールを決定する．しかし，標準化された評価スキームを用いた評価結果が，BMモデルを用いた評価結果と一致する保証はない．したがって，評価スキームを用いて評価した結果

と，BMモデルによる結果との乖離ができるだけ小さくなるように評価スキームを設計することが重要な課題となる．本研究では，評価スキーム決定のため効率性指標を提案し，ミニマックス基準に基づく評価スキームの設計手法について検討する．

(2) 事業リスクの特定化

評価スキームの設計にあたっては，遅延リスク，便益リスクの計測が重要な課題となる．しかし，数多くの事業に対して，リスクを共通に計測できるような方法論を開発することは容易ではない．現実の事業評価にあたっては，対象となる事業のタイプに応じて，遅延リスク，便益リスクのプロトタイプを設計せざるを得ない．このようなプロトタイプ自体，大きな研究課題であるが，ここでは事業のタイプによって標準的なリスクタイプが設定できた場合を考える．まず，事業の遅延リスクがマルコフ連鎖モデル(2)で記述されると考えよう．さらに，評価対象となる事業の遅延リスクがすべて標準的なマルコフ連鎖モデルで記述できると考える．一方，便益リスク（事業価値）は幾何ブラウン過程に従うと仮定しよう．この時，時点t_iにおける事業価値の観測値$\hat{B}$の下で再評価時点t_{i+1}における事業価値Bの確率分布に関する条件付き確率密度関数$f(B|\hat{B})$は対数正規分布[12]

$$f(B|\hat{B}) = \frac{1}{\sqrt{2q\tau}\sigma B}\exp\left\{-\frac{(\ln B-\zeta)^2}{2\sigma^2\tau}\right\} \tag{28}$$
$$\zeta = \ln\hat{B} + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau$$

で表される．しかし，現時点では，リスク情報に関するデータの蓄積が不十分であるためこれらの仮定の妥当性に関する検証を行うことは困難である．そうしたデータの蓄積が図られるまでは，事業関係者の経験，類似事例に基づくリスク分析やこれらの主観的な情報と客観的なデータとを融合させたリスク分析によってパラメータを設定する必要があろう[13]．このとき，入手可能データの量及び推計精度の観点から，比較的に単純な過程を採用することが正当化される．また，他のより高度な確率過程が生み出す予測誤差と比較するためのベンチマークとなるという点でも有用である．本研究において，遅延リスクならびに事業便益リスクの確率過程に関するマルコフ性（ランダムウォーク）を仮定している．これにより，パラメーター数が減り，推計が比較的容易になるとともに，専門家の意見をモデルへ取り入れやすくなるという利点がある．

(3) 事業評価スキーム代替案

a) 事業タイプの設定

事業評価スキームは，1）事業タイプの分類と，2）事業タイプごとに設定された評価ルールにより構成される．事業の進捗度，便益リスクに着目して，事業タイプを複数のカテゴリーに分類する．BMモデルは，任意の時点tにおける事業の進捗状態を，$M+1$個の離散的な状態変数$h_t = m\ (m = 0,\cdots,M)$で表現する．いま，事業の進捗状態を表す$M+1$個の状態変数$m$を，それより数の少ない$J+1\ (\leq M)$個のカテゴリー$C_j^{d_1}\ (j=1,\cdots,J)$に集約化する政策$d_1 \in D_1$を考えよう．ただし，$D_1$は集約化政策の集合である．集約化政策$d_1 \in D_1$は，事業の進捗度を$J+1$個のカテゴリー

$$\{(\underline{m}_1,\cdots,\overline{m}_1),\cdots,(\underline{m}_J,\cdots,\overline{m}_J),m_J\} \tag{29}$$

に分類する．ただし，$\underline{m}_1 = 0, \overline{m}_J = M$であり，$m_J = M$は完成状態を表し，他の状態とはグループ化されない孤立状態変数である．集約化政策$d_1 \in D_1$を表現するために，状態変数$h_t = m\ (m = 0,\cdots,M)$がいずれのカテゴリーに属するかを表すダミー変数$\xi_j^{d_1}(m)(j = 1,\cdots,J; m = 0,\cdots,M)$を

$$\xi_j^{d_1}(m) = \begin{cases} 1 & : \text{進捗状態mがカテゴリー} \\ & \quad C_j^{d_1}\text{に属する場合} \\ 0 & : \text{それ以外の場合} \end{cases}$$

と定義しよう．ただし，$\xi_1^{d_1}(0) = 1, \xi_J^{d_1}(M) = 1$が成立する．さらに，ダミー変数$\xi_j^{d_1}(m)$は，制約条件

$$\sum_{j=1}^{J}\xi_j^{d_1}(m) = 1 \tag{30a}$$
$$\sum_{m=0}^{M}\sum_{j=1}^{J}\xi_j^{d}(m) = M+1 \tag{30b}$$
$$\{\xi_j^{d_1}(m) - \xi_j^{d_1}(m+1)\}\{\xi_j^{d_1}(m) - \xi_{j+1}^{d_1}(m+1)\} = 0,$$
$$(1 \leq j \leq J; m = 0,\cdots,M-1) \tag{30c}$$

を満足する．なお，式(30c)は，隣り合う進捗状態mと$m+1$は同一のカテゴリーか，隣り合うカテゴリーのいずれかに属することを表す条件である．この条件により，分割後のカテゴリー$j\ (j=1,\cdots,J)$が進捗度の小さい順に順序づけられる．この時，進捗状態の集約政策$d_1 \in D_1$はカテゴリー数Jとダミー変数ベクトル$\boldsymbol{\xi}^d = (\xi_j^{d_1}(m)\ (j = 1,\cdots,J; m = 0,\cdots,M))$で表される．

つぎに，事業の便益リスクを，複数個のカテゴリーに分類する政策を考えよう．ベンチマークケースでは，式(28)における事業価値リスクのボラティリティーσを，離散的なパラメータ$\sigma_n\ (n = 0,\cdots,N)$で表現しよう．その上で，$\sigma$を表す$N+1$個のパラメーターを，それより数の少ない$K\ (\leq N)$個のカテゴリー$C_k^{d_2}\ (k = 1,\cdots,K)$に集約化することを考える．すなわち，各カテゴリーに属するパラメーターを

$$\{(\sigma_{\underline{n}_1},\cdots,\sigma_{\overline{n}_1}),\cdots,(\sigma_{\underline{n}_K},\cdots,\sigma_{\overline{n}_K})\} \tag{31}$$

と集約しよう．ただし，$\sigma_{\underline{n}_1} = \sigma_0 (= 0)$，$\sigma_{\overline{n}_K} = \sigma_N$が成立する．なお，$d_2 \in D_2$は$\sigma$の集約化政策を表し，$D_2$は$\sigma$の集約化政策の集合である．集約化政策$d_2$のもとで，状態変数$\sigma_n\ (n = 1,\cdots,N)$がいずれのカテゴリーに属するか

を表すダミー変数$\xi_k^{d_2}(n)(k=1,\cdots,K;n=0,\cdots,N)$を

$$\xi_k^{d_2}(n)=\begin{cases}1 & : \sigma_n \text{がカテゴリー} \\ & \quad C_k^{d_2}\text{に属する場合} \\ 0 & : \text{それ以外の場合}\end{cases}$$

と表す．ただし，$\xi_1^{d_2}(0)=1,\xi_K^{d_2}(N)=1$であり，ダミー変数$\xi_k^{d_2}(n)$は，制約条件

$$\sum_{k=1}^{K}\xi_k^{d_2}(n)=1 \tag{32a}$$

$$\sum_{n=0}^{N}\sum_{k=1}^{K}\xi_k^{d_2}(n)=N+1 \tag{32b}$$

$$\{\xi_k^{d_2}(n)-\xi_k^{d_2}(n+1)\}\{\xi_k^{d_2}(n)-\xi_{k+1}^{d_2}(n+1)\}=0,$$
$$(1\leq k\leq K-1;0\leq n\leq N-1) \tag{32c}$$

を満足する．便益リスクの集約政策$d_2\in D_2$はカテゴリー数Kとダミー変数ベクトル$\boldsymbol{\xi}^{d_2}=(\xi_k^{d_2}(n)\ (k=1,\cdots,K;n=0,\cdots,N))$で表される．ここで，集約化政策$d=(d_1,d_2)\in D(=(D_1,D_2)$により，任意の事業は$(J+1)\times K$個のタイプのいずれかに分割されることになる．例えば，進捗度mと便益リスクσ_nの事業に対して，集約政策dの下で$\xi_j^{d_1}(m)=1,\xi_k^{d_2}(n)$が成立する場合，当該事業はタイプ$(j,k)$に分類される．タイプ$(j,k)$に属する事業の集合は次式のように定義される．

$$T_{(j,k)}^{d}=\left\{(m,n)|\xi_j^{d_1}(m)=1 \quad \text{and} \quad \xi_k^{d_2}(n)=1\right\} \tag{33}$$

b) 評価ルールの設計

進捗状態のカテゴリー$C_j^{d_1}$ $(j=1,\cdots,J)$と事業リスクσ_nのカテゴリー$C_k^{d_2}$ $(k=1,\cdots,K)$を与件とし，$(J+1)\times K$個のタイプの事業それぞれに対して評価ルールを設計しよう．いま，評価ルールとして，1）継続，中止という2つのオプションのみを採用する場合（ルール1），2）継続，休止，中止オプションという3つのオプションを採用する場合（ルール2）という2つを考える．評価ルール1を定義するために，事業の継続か中止かを決定する臨界的な費用便益比（以下，臨界B/C比と呼ぶ）$\check{\alpha}_{j,k}(j=1,\cdots,J;k=1,\cdots,K)$を導入する．評価ルール1を用いる場合，タイプ$(j,k)$のB/C比$\alpha$の事業は，

$$\begin{cases}\text{継続する} & \alpha\geq\check{\alpha}_{j,k} \\ \text{中止する} & \alpha<\check{\alpha}_{j,k}\end{cases} \tag{34}$$

と評価される．さらに，臨界B/C比ベクトルを$\boldsymbol{\alpha}^1=(\check{\alpha}_{1,1},\cdots,\check{\alpha}_{1,K},\check{\alpha}_{2,1},\cdots,\check{\alpha}_{J,K})$と定義する．つぎに，評価ルール2の場合を考えよう．評価ルール2では，事業の継続か休止かを判定する臨界B/C比$\overline{\alpha}_{j,k}$と事業の休止か，中止かを判定する臨界B/C比$\underline{\alpha}_{j,k}$が用いられる．この時，評価ルール2は，事業のB/C比αに対して

$$\begin{cases}\text{継続する} & \alpha\geq\overline{\alpha}_{j,k} \\ \text{休止する} & \overline{\alpha}_{j,k}>\alpha\geq\underline{\alpha}_{j,k} \\ \text{中止する} & \underline{\alpha}_{j,k}>\alpha\end{cases} \tag{35}$$

と定義される．さらに，臨界B/C比ベクトルを$\boldsymbol{\alpha}^2=\{(\overline{\alpha}_{1,1},\underline{\alpha}_{1,1}),\cdots,(\overline{\alpha}_{J,K},\underline{\alpha}_{J,K})\}$と定義する．このとき，評価ルール1を用いた評価スキーム$\gamma^1\in\Gamma^1$は，事業タイプの集約化政策dと意思決定ルール$\boldsymbol{\alpha}^1$を用いて$\gamma=(d,\boldsymbol{\alpha}^1)$と表される．ただし，$\Gamma^1$はルール1を用いた評価スキーム集合を表す．評価ルール2を用いた場合，評価スキームは$\gamma^2=(d,\boldsymbol{\alpha}^2)$と表される．

(4) 評価スキームと事業評価

a) 評価ルール1を用いる場合

評価スキームγ^1を与件としよう．タイプ(j,k)の事業に対する臨界B/C比は$\check{\alpha}_{j,k}$と表される．いま，タイプ(j,k)に属する事業$(m,n)\in T_{j,k}^d$が，再評価時点t_iで事業価値$\hat{B}\in(0,\infty)$を持つと考えよう．この事業を評価スキームγ^1を用いて評価した場合，式(17c)より，当該事業から将来にわたってもたらされる期待純事業価値$\Omega_{mn}^{\gamma^1}(\hat{B})$は，

$$\Omega_{mn}^{\gamma^1}(\hat{B})=\Lambda_{mn}^{\gamma^1}(\hat{B})$$
$$+\lambda_m\int_{\check{B}_{(j,k)}^{\gamma^1}(m)}^{\infty}\Omega_{mn}^{\gamma^1}(B)H(B,\hat{B})dB \tag{36a}$$

$$\Lambda_{mn}^{\gamma^1}(\hat{B})=W_{mn}^{\gamma^1}(\hat{B})+\tilde{\overline{R}}n^{\gamma^1}(\hat{B})-\lambda_mC_e$$
$$-\lambda_mC_a\int_0^{\check{B}_{(j,k)}^{\gamma^1}(m)}H(B,\hat{B})dB \tag{36b}$$

$$H(B,\hat{B})=f(B|\hat{B}) \tag{36c}$$

と表される．ただし，$\check{B}_{(j,k)}^{\gamma^1}(m)$は，評価スキーム$\gamma^1$の下で進捗状態$m\in C_j^{d_1}$の事業に対して臨界B/C比$\check{\alpha}_{j,k}$を適用した場合の臨界事業便益であり，臨界B/C比と残事業費$C_m=(1-m/M)C$との積$\check{B}_{(j,k)}^{\gamma^1}(m)=\check{\alpha}_{j,k}C_m$で表わされる．また，$\tilde{\overline{R}}_n^{\gamma^1}(\hat{B})$は

$$\tilde{\overline{R}}n^{\gamma^1}(\hat{B})=\lambda\sum_{m'=m+1}^{M}q_{mm'}^{\tau}\Big\{\int_0^{\infty}\tilde{\Psi}_{m'n}^{\gamma^1}(B)H(B,\hat{B})dB$$
$$-C\cdot\frac{m'-m}{M}-C_e\Big\}\ (m=0,\cdots,M-1) \tag{37}$$

と表される．評価スキームγ^1を用いた事業価値は積分方程式(36a)を解く問題に帰着する．積分方程式(36a)は，基本的に積分方程式(5)と同じ内容になっている．しかし，積分方程式(5)と異なり，積分区間を表す臨界事業価値$\check{B}_{(j,k)}^{\gamma^1}(m)$が評価スキーム$\gamma^1$の下で外生パラメータとして与えられている．

b) 評価ルール2を用いる場合

評価スキームγ^2を与件としよう．タイプ(j,k)の事業の継続・休止，休止・中止を決定する臨界B/C比を$\overline{\alpha}_{j,k}$,

$\underline{\alpha}_{j,k}$と表す．タイプ(j,k)に属する事業$(m,n) \in T^d_{(j,k)}$に着目する．再評価時点t_iで観測された事業価値$\hat{B}$が，$\underline{B}^{\gamma^2}_{(j,k)}(m) < \hat{B} < \overline{B}^{\gamma^2}_{(j,k)}(m)$を満足する場合を考える．この時，当該事業は休止されるが，事業が有する期待純価値$\tilde{\Psi}^{\gamma^2}_m(B)$は，積分方程式(21)と同様に，

$$\tilde{\Psi}^{\gamma^2}_{mn}(B) = \Theta^{\gamma^2}_{mn}(B) + \lambda \int_{\underline{B}^{\gamma^2}_{(j,k)}(m)}^{\overline{B}^{\gamma^2}_{(j,k)}(m)} \tilde{\Psi}^{\gamma^2}_{mn}(B) H(B,\hat{B}) dB \tag{38a}$$

$$\Theta^{\gamma^2}_{mn}(B) = -\lambda C_a \int_0^{\underline{B}^{\gamma^2}_{(j,k)}(m)} H(B,\hat{B}) dB + \lambda \int_{\overline{B}^{\gamma^2}_{(j,k)}(m)}^{\infty} \tilde{\Omega}^{\gamma^2}_{mn}(B) H(B,\hat{B}) dB - \lambda C_e - C_j \tag{38b}$$

を満足する．積分方程式(21)と異なり，積分方程式(38a)では積分区間が臨界事業価値$\underline{B}^{\gamma^2}_{(j,k)}(m), \overline{B}^{\gamma^2}_{(j,k)}(m)$が外生的に与えられている．積分方程式(38a)の解を$\tilde{\Psi}^{*\gamma^2}_{mn}(B)$と表そう．任意の$\hat{B} \geq \overline{B}^{\gamma^2}_{(j,k)}(m)$に対して，

$$\tilde{\Omega}^{\gamma^2}_{mn}(\hat{B}) = \Lambda^{\gamma^2}_m(\hat{B}) + \lambda_m \int_{\overline{B}^{\gamma^2}_{(j,k)}(m)}^{\infty} \tilde{\Omega}^{\gamma^2}_{mn}(B) H(B,\hat{B}) dB \tag{39a}$$

$$\Lambda^{\gamma^2}_{mn}(\hat{B}) = W^{\gamma^2}_{mn}(\hat{B}) + \bar{\bar{R}}^{\gamma^2}_{mn}(\hat{B}) - \lambda_m C_e - \lambda_m C_a \int_0^{\underline{B}^{\gamma^2}_{(j,k)}(m)} H(B,\hat{B}) dB + \lambda_m \int_{\underline{B}^{\gamma^2}_{(j,k)}(m)}^{\overline{B}^{\gamma^2}_{(j,k)}(m)} \tilde{\Psi}^{*\gamma^2}_{mn}(B) H(B,\hat{B}) dB \tag{39b}$$

が成立する．なお，最適評価モデルが自由境界条件付き連立積分方程式として定式化されたのに対し，本問題は積分方程式(38a), (39a)を満足するような未知関数$\tilde{\Psi}^{\gamma^2}_{mn}(B)$, $\tilde{\Omega}^{\gamma^2}_{mn}(B)$を求める固定境界条件付き連立積分方程式問題に帰着する．

事前評価時点t_0における最適値関数$\tilde{\Phi}^{\gamma^2}_0(\hat{B})$は，最適評価モデルと同様の手順に従えば，

$$\tilde{\Phi}^{\gamma^2}_{0n}(\hat{B}) = \max\{\tilde{\Omega}^{\gamma^2}_{0n}(\hat{B}),\ 0\} \tag{40}$$

と表される．

(5) 評価スキーム決定基準

評価ルール1は，評価ルール2の特殊ケースに相当するため，以下では評価ルール2をとりあげよう．いま，評価スキーム案$\gamma^2 \in \Gamma^2$を与件としよう．事業$(m,n) \in T^d_{(j,k)}$の事業価値が$\hat{B}$である時，BMモデルのもとで達成可能な期待事業価値の最大値$\Psi^*_m(\hat{B})$は積分方程式(21),(23)を境界条件(25a),(25b)の下で解くことにより求まる．一方，評価スキームγ^2の下で達成可能な期待事業価値$\tilde{\Psi}^{\gamma^2}_m(\hat{B})$は積分方程式(38a), (39a)を解くことにより求まる．ここで，評価スキームγ^2を導入によって発生する期待損失$\Delta^{\gamma^2}_{(m,n)}(\hat{B})$は，次式で表される．

$$\Delta^{\gamma^2}_{(m,n)}(\hat{B}) = \Psi^*_{mn}(\hat{B}) - \tilde{\Psi}^{\gamma^2}_{mn}(\hat{B}) \tag{41}$$

この時，評価時点における事業便益の観測値$\hat{B}$と期待損失$\Delta^{\gamma^2}_{(m,n)}(\hat{B})$の比率を表す期待損失比率$\epsilon^{\gamma^2}_{(m,n)}(\hat{B})$を，

$$\epsilon^{\gamma^2}_{(m,n)}(\hat{B}) = \frac{\Delta^{\gamma^2}_{(m,n)}(\hat{B})}{\hat{B}} \tag{42}$$

と定義しよう．ある事業$(m,n) \in T^d_{(j,k)}$に対して評価スキームγ^2を適用した場合，BMモデルとは異なる評価結果が生じるケースとして，1）本来，休止すべき事業を中止，あるいは継続すべき事業を休止，中止とする誤り，2）本来，休止すべき事業を継続する誤り，あるいは中止すべき事業を継続，休止する誤り，が考えられる．再評価時点において継続するという意思決定は，事業への追加的投資の実施を伴い，事業へ投資された費用が埋没するという意味において不可逆性の高い意思決定である．また，中止すべき事業を継続，休止することは，公共事業の信頼性を損なう原因ともなる．したがって，ケース2）のような誤りが生じる場合を避けなければならない．本研究では，評価スキームの決定基準として，ケース2）のような誤りが生起しないという条件のもとで，評価スキームの導入により生起し得る期待損失の最大値を最小とするような基準を採用する．なお，そのような基準を条件付きミニマックス基準と呼ぶ．すなわち，標準スキーム設計問題は，期待損失比率$\epsilon^{\gamma^2}_{(m,n)}(B)$に関するミニマックス基準を満足するような集約化政策d, 評価ルール$\boldsymbol{\alpha}^2$を決定する問題を定式化する．いま，評価スキーム$\gamma^2 = (d, \boldsymbol{\alpha}^2)$におけるタイプ$(j,k)$のカテゴリーにおいて生起し得る最大損失比率は，

$$\epsilon^{\gamma^2}_{(j,k)}(B^*_{(m^*,n^*)}) = \max_{(m,n)\in T^d_{(j,k)}, B\in\mathcal{B}} \{\epsilon^{\gamma^2}_{(m,n)}(B)\} \tag{43}$$

と表される．ただし，事業価値は$[0,\infty)$で定義されているが，実用的には実現可能な便益$\bar{B}$を上界とする有限区間$\mathcal{B} = [0, \bar{B}]$で定義すれば十分である．タイプ$(j,k)$に属する事業のうち，事業$(m^*,n^*)$が実現した場合に，期待損失比率が最大となるとしよう．この時，ミニマックス基準に基づく標準的評価スキーム設計問題は，

$$\min_{\gamma^2\in\Gamma^2} \max_{j,k} \{\epsilon^{\gamma^2}_{(j,k)}(B^*_{(m^*,n^*)})\} \tag{44a}$$

subject to

$$\overline{\alpha}^{\gamma^2}_{(j,k)} \geq \frac{\overline{B}^*_m}{C_m} \quad \forall (m,n) \in T^d_{(j,k)} \tag{44b}$$

$$\underline{\alpha}^{\gamma^2}_{(j,k)} \geq \frac{\underline{B}^*_m}{C_m} \quad \forall (m,n) \in T^d_{(j,k)} \tag{44c}$$

$$(j = 1,\cdots,J; k = 1,\cdots,K)$$

と定式化できる．ここに，$\overline{B}^*_m, \underline{B}^*_m$は，BMモデルで求めた臨界事業便益である．制約条件(44b),(44c)は，それと

表－1 パラメータ

総投資額	$C=100$億円
評価費用	$C_e=0.1$億円
中止費用	$C_a=0.0$億円
維持費用	$C_p=5.0\times z(h_t)$億円
トレンド	$\mu=0.0$
ボラティリティ	$\sigma=0.05\sim0.5$ (0.05刻み)
推移確率	$p_{mm'}=\begin{cases}0.3\ (m'=m)\\0.7\ (m'=m+1)\\0.0\ (m'<m, m'>m+1)\end{cases}$

同値な制約条件

$$\overline{\alpha}^{\gamma^2}_{(j,k)}=\max\{\frac{\overline{B}^*_m}{C_m}:\forall(m,n)\in\mathcal{T}^d_{(j,k)}\} \tag{45a}$$

$$\underline{\alpha}^{\gamma^2}_{(j,k)}=\max\{\frac{\underline{B}^*_m}{C_m}:\forall(m,n)\in\mathcal{T}^d_{(j,k)}\} \tag{45b}$$

$$(j=1,\cdots,J;k=1,\cdots,K)$$

と書き換えることができる．すなわち，集約化政策$d\in D$が決定されれば，臨界B/C比は式(45a),(45b)より自動的に決定されるため，問題(44a)-(44c)は集約化政策$d\in D$を求める問題に帰着される．

(6) 集約化政策の解法

集約化政策dの解は，0または1を成分とする$(J\times M)\times(K\times N)$次元のダミー変数ベクトル$(\xi^{d_1},\xi^{d_2})$によって表されるが，ダミー変数の制約条件(30c)(32c)を考慮すれば，実行可能な解の個数を${}_{J+M-1}C_J\times{}_{K+N-1}C_K$に限定することが可能である．以下では，この実行可能解について網羅的に探索する方法を採用する．集約化政策$d^*\in D$の計算手順は以下のステップで構成される．

Step 1: BMモデルにおいて自由境界条件付き積分方程式問題を解き，最適値関数$\Psi^*_{mn}(B)$および臨界事業便益$\overline{B}^*_m,\underline{B}^*_m$を求める．

Step 2: 集約化政策$d_{(l)}$ $(l=1,\cdots,{}_{J+M-1}C_J\times{}_{K+N-1}C_K)$を与える．式(45a),(45b)より，$\overline{\alpha}^{\gamma^2_{(l)}}_{(j,k)}$，$\underline{\alpha}^{\gamma^2_{(l)}}_{(j,k)}$が決定する．

Step 3: タイプ(j,k)の事業$(m,n)\in\mathcal{T}^{d_{(l)}}_{(j,k)}$について，$\overline{\alpha}^{\gamma^2_{(l)}}_{(j,k)}$，$\underline{\alpha}^{\gamma^2_{(l)}}_{(j,k)}$を積分区間とする固定境界条件付き積分方程式を解き，$\tilde{\Psi}^{\gamma^2}_{mn}(B)$を求め，期待損失比率$\epsilon^{\gamma^2}_{(m,n)}(\hat{B})$を導く．さらに，事業便益$\hat{B}$に関して一次元探索を行い，期待損失比率を導く．

Step 4: 同一タイプ内において各事業の期待損失比率のうち最大のものを選び，当該タイプの最大損失比率$\epsilon^{\gamma^2}_{(j,k)}(B^*_{(m^*,n^*)})$とする．

Step 5: 各タイプの最大期待損失比率のうち最大のものを集約化政策$d_{(l)}$における最大損失比率とする．

Step 6: 集約化政策$d_{(l)}$ $(l=1,\cdots,{}_{J+M-1}C_J\times{}_{K+N-1}C_K)$における最大損失比率のうち最小のものが解となる．

表－2 最適集約化政策・評価ルール

a) $J\times K=2\times2$のケース

J×K=2×2 のケース	σ=0.05～0.25 (k=1)	σ=0.3～0.5 (k=2)
m=0～6 (j=1)	2.02	2.67
	1.00	0.68
m=7～9 (j=2)	1.09	1.69
	1.00	1.00

b) $J\times K=3\times3$のケース

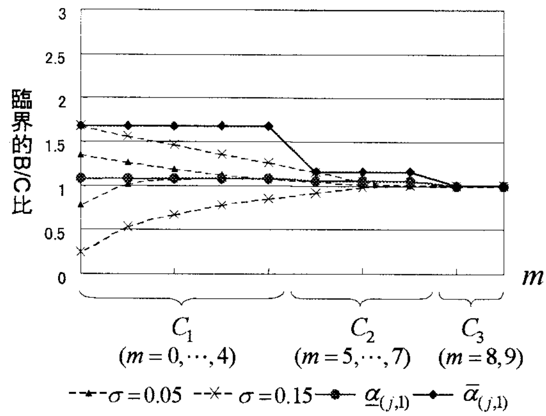
J×K=3×2 のケース	σ=0.05～0.15 (k=1)	σ=0.20～0.30(k=2)	σ=0.35～0.50(k=3)
m=0～4 (j=1)	1.68	2.17	2.67
	1.08	0.72	0.42
m=5～7 (j=2)	1.15	1.53	2.14
	1.05	0.99	0.75
m=8～9 (j=3)	1.00	1.34	1.34
	1.00	1.00	1.00

なお，BMモデルおよび本モデルにおける積分方程式の解法については紙面の都合上省略する．詳細は長谷川ら[9]を参照されたい．

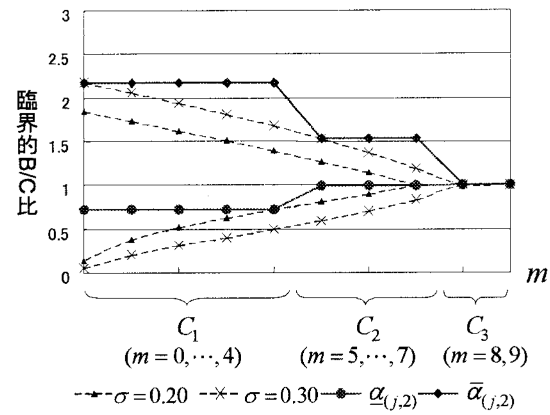
5. 数値計算事例

(1) 数値計算事例の想定

本研究で提案する評価スキーム設計手法を道路事業の評価問題に適用しよう．いま，道路事業の代表的なリスク事象である事業の遅延リスクと便益リスクをとりあげ，事業の遅延リスクがマルコフ連鎖モデル(2)により，便益リスク（事業価値）が幾何ブラウン過程(28)に従うものと考え，**表－1**に示すようなケースを設定する．なお，評価間隔を$\tau=5$年と設定する．さらに，モデルの単位期間（1ステップの期間）を1年に設定するとともに，事業の進捗を10個の状態変数$h_t=0,\cdots,9$で表す．**表－1**に設定した計算ケースは，最短事業期間$\overline{T}_0=10$(年)，平均事業期間が14.3年，標準偏差が2.5年となるような道路事業グループを想定している．また，事業リスクのボラティリティーσについては，0.05から0.5までを0.05刻みで10個のパラメーターを設定した．ここで，本数値計算事例の設定の下での事業価値リスクの大きさについて検討しよう．いま仮に，ある評価時点における事業価値の観測値が100(億円)である場合に次回の評価時点における事業価値の分布は，最もボラティリティーが小さい場合（$\sigma=0.05$）には，1シグマが89(億円)から111(億円)の範囲となり，最もボラティリティーが大きい場合（$\sigma=0.5$）には，17(億円)から164(億円)の範囲となる．本研究の数値計算では，ボラティリティの取り得る範囲をかなり大きく定義している．



図－3　カテゴリーC_jと臨界B/C比（k=1の場合）



図－4　カテゴリーC_jと臨界B/C比（k=2の場合）

言い換えれば，評価対象の中に極めてリスク大きい事業が含まれている．当然のことながら，ボラティリティの範囲の大小により，評価スキームの内容が異なることは言うまでもない．一方，進捗度およびボラティリティーのカテゴリー分割案は，数多く考えられるが，カテゴリー数を数多く採用することは実用上の取り扱いが煩瑣となるため，本研究ではできる限りカテゴリー分割を絞ることとした．以下では，カテゴリー分割数として，$J\times K=2\times 2$と$J\times K=3\times 3$と設定した種類のケースを設定する．なお，以上の分析結果は膨大な量にのぼるが，評価ルール１を採用したケースは評価ルール２を用いた場合の特殊ケースに相当するため，以下では評価ルール２を用いた数値計算事例について示すこととする．

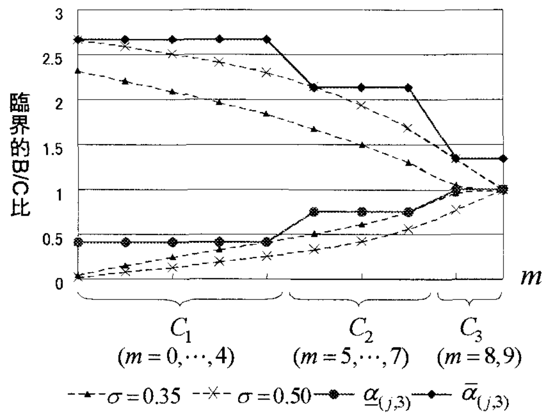
(2) 計算結果

表－2は，a)$J\times K=2\times 2$のケースおよびb)$J\times K=3\times 3$のケースにおいて，本研究で提案した評価スキーム設計手法を用いて求めた最適集約化政策，ならびに事業のタイプ毎の評価ルールをとりまとめて示している．表中の各セル内の数字は，事業タイプ毎に臨界B/C比$\overline{\alpha}^{\gamma^2}_{(j,k)},\underline{\alpha}^{\gamma^2}_{(j,k)}$の値を表している．各種の道路事業種別ごとに，あらかじめ**表－2**に示すような評価スキームを計算しておけば，実務者が再評価の対象となる事業のリスク特性に応じた評価ルールを適用して，再評価時点に観測される事業価値において事業を継続するか，休止するか，中止するかの意思決定を簡便に実施することができる．同表に示すように，最適な集約化政策のもとでの期待損失比率は，a)$J\times K=2\times 2$のケースでは0.286，b)$J\times K=3\times 3$のケースでは0.215となっている．当然のことながら，カテゴリー分割数を増やすことによって評価スキームの効率性は向上することとなる．**図－3**-**図－5**は，カテゴリー分割数を$J\times K=3\times 3$と設定したケースにおいて，事業リスクが各カテゴリー$C^{d_2}_k$ $(k=1,2,3)$に属する事業に関して，再評価時点での進捗度の各カテゴリー$C^{d_1}_j$における臨界B/C比を求めた結果を示している．

図では，実線を用いて$\overline{\alpha}^{\gamma^2}_{(j,k)},\underline{\alpha}^{\gamma^2}_{(j,k)}$を示している．さらに，各図には事業リスクが各カテゴリー$C^{d_2}_k$ $(k=1,2,3)$に属する事業に関してBMモデルを用いて求めた最適臨界B/C比を点線で示している．各図を比較すれば，提案モデル，BMモデル共に事業便益リスクのボラティリティーが大きいほど，事業を休止すべき領域が大きくなる．ただし，いずれの図においても，再評価時点で事業が進捗するにつれて休止領域は狭まり，臨界B/C比が１に近づくことがわかる．これは，事業の進捗に伴って事業遅延リスクが減少する結果，事業便益リスクが減少することに起因する．一方，各図において提案モデルの臨界B/C比（実線）とBMモデルの最適臨界B/C比（点線）の形状に着目すれば，提案スキームに基づく評価ルールが，本来，休止すべき事業を継続する誤りや中止すべき事業を継続，中止する誤りが発生しないように設計されていることがわかる．なお，本計算事例では，もっとも事業便益リスクの小さいタイプに属する事業においても，臨界B/C比が約1.7と高い値となっている．この結果は，想定する事業便益リスクのボラティリティーの取り得る範囲を大きく設定したためである．前述したように，評価対象とするボラティティリティの範囲の設定は事業評価スキームの設計にあたって重要な課題である．特に，ボラティリティの上限値の設定に関しては，道路事業に関する事後評価の蓄積を待たざるを得ない．

6. おわりに

本研究では，事業評価の結果に大きな影響を及ぼすリスクである事業便益リスクと事業遅延リスクのリスク特性を可能な限り合理的に反映しうる事前・再評価システムの提案を目的とし，事前・再評価のための実用的評価スキームの設計手法を開発した．具体的には，事業に介在する便益リスクの大きさと再評価時点における進捗度に基づき事業をタイプ分けし，それに応じて適応される評価ルールを決定するための方法論を提案した．さらに，数



図－5 カテゴリーC_jと臨界B/C比（k=3の場合）

値計算事例を通じて，本研究で開発した評価スキーム設計のための方法論の有効性について検証した．なお，提案手法を用いて設計した評価スキームは，事業に関する意思決定の判断材料を提供する簡便的な感度分析ツールとしても利用することができる．

本研究で構築した方法論の実用化に向けては，対象となる事業ごとに，介在するリスク特性を把握し，標準的なリスクタイプを設定する必要がある．現在のところ，事業リスクに関する情報は十分に蓄積されているわけではなく，今後，事業の再評価，事後評価の結果を収集，分析，蓄積することにより，これらのリスク情報を蓄積することが不可欠である．また，マクロ経済指標や人口データとプロジェクトの便益過程との間の相関性を明らかにすることを通じて，予測精度の向上を図る必要がある．

最後に，本研究は,（株）三菱総合研究所との共同研究である．

参考文献

1) 国土交通省：国土交通省所管公共事業の新規事業採択時評価実施要領，2001.
2) 国土交通省：国土交通省所管公共事業の再評価実施要領，2001.
3) 建設省：建設省所管公共事業の再評価実施要領，1998.
4) 運輸省：運輸関係公共事業の再評価実施要領，1998.
5) 国土交通省：公共事業評価の費用便益分析に関する技術指針, 2004.
6) 上田孝行: 事前・事中・事後評価の共通フレームに向けて，土木学会第55回年次学術講演会・講演概要集，2000.
7) 織田澤利守, 小林潔司：プロジェクトの事前評価と再評価，土木学会論文集，No.737/IV-60，pp.189-202, 2003.
8) 織田澤利守・小林潔司・松田明広:評価費用を考慮したプロジェクトの事前評価と再評価，土木学会論文集, No.751/IV-62, pp.97-110，2003.
9) 長谷川専・織田澤利守・小林潔司: 遅延リスクを考慮した公共事業の事前・再評価，土木計画学研究・論文集，Vol.21, No.1, pp.63-74，2004.
10) 小林潔司，横松宗太，織田澤利守：サンクコストと治水経済評価：リアルオプションアプローチ，河川技術に関する論文集，第7巻，pp.417-422, 2001.
11) 長江剛志，赤松 隆：連鎖的な意思決定構造を持つプロジェクトの動学的評価法 ”，土木学会論文集IV-65 (No.772), pp.185-202, 2004.
12) たとえば, Baxter, M. and Rennie, A.: *Financial Calculus: An Introduction to Derivative Pricing*, Cambridge University Press, 1996.
13) Vose,D.:*Risk Analysis-A Quantitative Guide*,Wiley,2000 (長谷川専・堤盛人訳:入門リスク分析,勁草書房,2003).

不確実性を考慮した公共事業評価スキームの設計手法に関する考察*

織田澤利守**，長谷川専***，小林潔司****

これまでに著者らが提案した公共事業の事前・再評価モデルは理論モデルであり，評価スキームの実行可能性およびアカウンタビリティーの観点から実務への適用に限界があった．本研究は，理論モデルと可能な限り整合的であり，かつ簡便な事前・再評価スキームを設計するための方法論を開発する．その際，公共事業評価の事前・再評価結果に大きな影響を及ぼすと考えられる要因として便益リスクと遅延リスクに着目し，公共事業をとりまくリスク特性を可能な限り合理的に反映しうる実用的な事前・再評価スキームを提案する．さらに，数値計算事例を通じて本研究で提案した評価スキーム設計手法の有効性について検証する．

A Methodology of Designing Simple Evaluation Schemes for Public Projects Incorporating Uncertainty*

By Toshimori OTAZAWA**, Atsushi HASEGAWA*** and Kiyoshi KOBAYASHI****

The pre- and re-evaluation models presented by the authors are theoretical ones and limited to be applied in practice. In this paper, a system methodology of designing simple evaluation schemes for public projects, which are tractable and consistent with theoretical models, is presented, whereby two major risk factors, benefits risk and project delay risk, are explicitly considered in order to incorporate the risk characteristics of public projects into evaluation. The paper is concluded by illustrating numerical examples to demonstrate the availability of the methodology.