総合評価値一斉法の提案*

A Proposal of Total Concurrent Convergence Method of Evaluation Value*

杉浦伸**・木下栄蔵***
By Shin SUGIURA**・Eizo KINOSHITA***

1．はじめに

AHP[1)2)]は1970年代，アメリカ人OR学者T.L.Saatyによって提案された人々の様々な決定を数学的に導く合理的な意思決定プロセスである．

AHPのモデルにはSaatyの従来型AHP，ANP[1)2)]に加え，木下・中西[3)]によって提案された支配型AHPや，同様に木下・中西[4)]によって提案された一斉法などの発展モデルがある．これらの従来型および発展モデルについては，すでにいくつかの精緻な構造の解説や一般式の解説がなされている[4)−6)9)10)]．

さて，従来型AHPやANP，新しいモデルである支配型AHPや一斉法において，これまでのAHPはいずれの手法においても代替案の評価値は唯一普遍であることが前提とされ，仮に不安定な状況下にあるとしてもANPや一斉法は評価基準の重みのみが不安定である場合に限られていた．そして，代替案の評価値が複数存在するという視点に立脚する手法は存在しなかった．

しかし，AHPを利用する上での実際の意思決定においては，評価基準の重みが不安定である以前に複数の意思決定者の存在や，不確実性などの要因から代替案の評価値そのものが不安定である，あるいは複数出現することが多いと考えられる．また，そうした場合に対応できる手法が必要である．そのため，そうした代替案の評価値の不安定さを修正する新しいAHPの手法として杉浦・木下[7)8)]は「評価値一斉法」を提案している．

本稿では，新たに「総合評価値一斉法」を提案し，この総合評価値一斉法が評価基準の重みのずれを修正する「重み一斉法」と代替案の評価値のずれを修正する「評価値一斉法」を内包し，総合評価値一斉によって一斉法の体系が構築されていることを示す．

*キーワーズ：計画基礎論，計画手法論

**学生員，都市情報学，名城大学大学院都市情報学研究科
(岐阜県可児市虹ケ丘四丁目三番地の三,
TEL:0574-69-0100，E-mail:p0481003@urban.meijo-u.ac.jp)
***正員，工博，名城大学都市情報学部都市情報学科
(岐阜県可児市虹ケ丘四丁目三番地の三,
TEL:0574-69-0100，E-mail:kinoshit@urban.meijo-u.ac.jp)

2．重み一斉法[4)−6)9)10)]

本章では重み一斉法[4)−6)9)10)]について説明する．重み一斉法の解説の前に，まず，重み一斉法の基礎となる支配型AHP[3)4)]について説明する．支配型あるいは支配代替案の支配とはあるひとつの代替案に着目し，その代替案を基準（ベンチマークとも呼ぶ）に評価基準の評価を行うことを意味する．本章では，代替案1と代替案2が支配代替案である場合について説明する．さて，代替案1からみた重みベクトル，代替案2からみた重みベクトルをW，代替案の評価値をMとし，さらに評価単価比マトリックスM_nを次のように定義する．

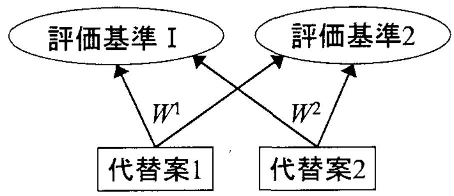
$$W=\left(W^1,W^2\right) \tag{1}$$

$$M=\begin{bmatrix} a_{1\mathrm{I}} & a_{1\mathrm{II}} \\ a_{2\mathrm{I}} & a_{2\mathrm{II}} \\ a_{3\mathrm{I}} & a_{3\mathrm{II}} \end{bmatrix} \tag{2}$$

$$M_n=M\cdot\begin{bmatrix} 1/a_{n\mathrm{I}} & 0 \\ 0 & 1/a_{n\mathrm{II}} \end{bmatrix}=M\cdot A_i^{-1} \tag{3}$$

ただし，$A_i=\begin{bmatrix} a_{i\mathrm{I}} & 0 \\ 0 & a_{i\mathrm{II}} \end{bmatrix}$，$i$，$n$=1，2，3とする．

その入力データの概念図は図−1のように表現できる．



図−1　各評価基準からの視点の模式図

このとき，支配代替案1から支配代替案2へのベンチマークの変更，つまり代替案1の視点からからみた代替案2の評価基準の重みは，W^1から$M_2A_1^{-1}W^1$と導出できる．

一方，支配代替案2から支配代替案1へのベンチマー

クの変更，つまり代替案 2 の視点からからみた代替案 1 の評価基準の重みは W^2 から $M_1A_2^{-1}W^2$ と導出できる．

ここで，重みベクトル W^1 と重みベクトルの導出値 $M_1A_2^{-1}W^2$ に「ずれ(ギャップ)」が生じる場合を考える．重みベクトル W^2 と重みベクトルの導出値 $M_2A_1^{-1}W^1$ との「ずれ」も同様である．つまり，代替案ごとの視点によって言い換えると，ある特定の代替案に着目するという行為（ベンチマーク）が評価基準の重みに違いを生じさせていることを意味している．このような評価基準の重みの異なりが生じない場合は，「支配代替案間の互換性」[5]と呼ばれる理想的な推移状態である．しかし，現実には互換性が保たれることは稀で，評価基準の重みの異なりが生じることが多い．そこで，このような「ずれ」を調整する方法を，木下・中西は「一斉法」，つまり重み一斉法として提案しているのである．

つづいて，重み一斉法について代替案 1，2，3 の場合で説明する．重み一斉法は複数の支配代替案が存在する意思決定状況である．すべてが支配代替案であるとは，すなわち，代替案ごとにすべての評価基準の重みが異なるということである．

ここで，支配代替案 1 からみた重みベクトルの調整値 W^1 は，最初に与えられる支配代替案 1 からの重み導出値 W^{11}，支配代替案 2 からの重み導出値 W^{12}，支配代替案 3 からの重み導出値 W^{13} の平均値として導出される．ただし e^T は評価基準の重みを全体で 1 にする正規化を表している．すると，

$$W^1 = \frac{1}{3}\left\{W^{11} + W^{12} + W^{13}\right\}$$
$$= \frac{1}{3}\left\{\frac{M_1A_1^{-1}W^1}{e^TM_1A_1^{-1}W^1} + \frac{M_1A_2^{-1}W^2}{e^TM_1A_2^{-1}W^2} + \frac{M_1A_3^{-1}W^3}{e^TM_1A_3^{-1}W^3}\right\} \tag{4}$$

となる．同様にして，支配代替案 2，3 からみた重みベクトルの調整値 W^2，W^3 はそれぞれ次のようになる．

$$W^2 = \frac{1}{3}\left\{W^{21} + W^{22} + W^{23}\right\}$$
$$= \frac{1}{3}\left\{\frac{M_2A_1^{-1}W^1}{e^TM_2A_1^{-1}W^1} + \frac{M_2A_2^{-1}W^2}{e^TM_2A_2^{-1}W^2} + \frac{M_2A_3^{-1}W^3}{e^TM_2A_3^{-1}W^3}\right\} \tag{5}$$

$$W^3 = \frac{1}{3}\left\{W^{31} + W^{32} + W^{33}\right\}$$
$$= \frac{1}{3}\left\{\frac{M_3A_1^{-1}W^1}{e^TM_3A_1^{-1}W^1} + \frac{M_3A_2^{-1}W^2}{e^TM_3A_2^{-1}W^2} + \frac{M_3A_3^{-1}b^{W3}}{e^TM_3A_3^{-1}W^3}\right\} \tag{6}$$

さらに，新しい重みベクトル W^n（n=1，2，3）と古い重みベクトル W^n との間に「ずれ(ギャップ)」がなくなり，評価基準の重みが収束するまでこの手順を繰り返すことになる．そして，最終的に，評価単価比マトリックス M_n と収束した評価基準の重み W^n の積 $E=M_n \cdot W^n$ によって得られた評価値を正規化したものを総合評価値として得るのである．以上が重み一斉法である．

3．重み一斉法の例[6]

本章では重み一斉法の例[6]を示す．各代替案からみた評価基準の重み W，代替案の評価値 M をそれぞれ

$$W = (W^{11}, W^{21}, W^{31}) = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.7 & 0.2 \\ 0.6 & 0.3 & 0.8 \end{bmatrix} \tag{7}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1/6 & 3/5 \\ 1/3 & 3/10 \\ 1/2 & 1/10 \end{bmatrix} \tag{8}$$

とすると，その重み一斉法が収束するまでの過程を表すと表−1 のようになる．

表−1　重み一斉法の例

評価単価比マトリックス M_n

M_1	I	II	M_2	I	II	M_3	I	II
1	1	1	1	1/2	2	1	1/3	6
2	2	1/2	2	1	1	2	2/3	3
3	3	1/6	3	3/2	1/3	3	1	1

重み一斉法の収束過程

	1		2		3	
	I	II	I	II	I	II
①	0.4	0.6	0.7	0.3	0.2	0.8
			0.727	0.273	0.923	0.077
	0.363	0.632			0.913	0.087
	0.014	0.986	0.053	0.947		
②	0.261	0.739	0.493	0.507	0.679	0.321
			0.585	0.145	0.864	0.136
	0.196	0.804			0.814	0.136
	0.105	0.895	0.319	0.681		
③	0.187	0.813	0.466	0.534	0.784	0.214
			0.479	0.521	0.806	0.194
	0.179	0.821			0.794	0.194
	0.169	0.831	0.449	0.551		
④	0.178	0.822	0.465	0.535	0.796	0.204

その結果，代替案からみた評価基準の重みの収束値は，

$$W^1=\begin{bmatrix}0.178\\0.822\end{bmatrix}\quad W^2=\begin{bmatrix}0.465\\0.535\end{bmatrix}\quad W^3=\begin{bmatrix}0.796\\0.204\end{bmatrix}$$

となる．

したがって，支配代替案 1，支配代替案 2，支配代替案 3 の評価単価比マトリックス M_n と収束した評価基準の重み W^n の積による評価値はそれぞれ，

$$\begin{bmatrix}1&1\\2&1/2\\3&1/6\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0.178\\0.822\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\0.767\\0.671\end{bmatrix} \tag{9}$$

$$\begin{bmatrix}1/2&2\\1&1\\3/2&1/3\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0.465\\0.535\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1.3025\\1\\0.8725\end{bmatrix} \tag{10}$$

$$\begin{bmatrix}1/3&6\\2/3&3\\1&1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0.796\\0.204\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1.4893\\1.1427\\1\end{bmatrix} \tag{11}$$

となる．そして，上記 3 つの評価値は，正規化すると，すべて

$$E=\begin{bmatrix}0.410\\0.314\\0.276\end{bmatrix} \tag{12}$$

となり唯一の総合評価値として得られるのである．

4．評価値一斉法[7)8)]

本章では評価値一斉法について説明する．評価値一斉法は，特に集団合意形成などの複数の意思決定者や，追加情報による意思決定状況の変化によって評価値が複数出現した場合に，出現した複数の評価値を一つに統一する際に有効な手法である．なお，評価値一斉法に関しては評価基準の重みは一定（安定している）である．

評価基準 2 つ，代替案 3 つの場合について，評価基準を A，B，代替案を X，Y，Z とすると，異なる 3 種類の評価値を次のように表現できる．

$$M(i)=\begin{bmatrix}1&1\\U_{21}(i)&U_{22}(i)\\U_{31}(i)&U_{32}(i)\end{bmatrix} \tag{13}$$

$$M(j)=\begin{bmatrix}U_{11}(j)&U_{12}(j)\\1&1\\U_{31}(j)&U_{32}(j)\end{bmatrix} \tag{14}$$

$$M(k)=\begin{bmatrix}U_{11}(k)&U_{12}(k)\\U_{21}(k)&U_{22}(k)\\1&1\end{bmatrix} \tag{15}$$

そして，代替案の評価値から次に新たに視点としたい評価値の逆数を対角要素とし，それ以外の要素を 0 にした行列をかける事によって評価値の支配代替案の変更をする演算を行うことができる．つまり，重み一斉法における評価単価比マトリックスの演算と同様の概念である．

以下の式が，ある代替案から視点の変更をする場合の演算方法である．

①視点 X の評価値からの代替案 Y を視点とする変換式

$$M(i)\cdot\begin{bmatrix}1/U_{21}(i)&0\\0&1/U_{22}(i)\end{bmatrix}=M'(i) \tag{16}$$

②視点 X の評価値からの代替案 Z を視点とする変換式

$$M(i)\cdot\begin{bmatrix}1/U_{31}(i)&0\\0&1/U_{32}(i)\end{bmatrix}=M''(i) \tag{17}$$

③視点 Y の評価値からの代替案 X を視点とする変換式

$$M(j)\cdot\begin{bmatrix}1/U_{11}(j)&0\\0&1/U_{12}(j)\end{bmatrix}=M'(j) \tag{18}$$

④視点 Y の評価値からの代替案 Z を視点とする変換式

$$M(j)\cdot\begin{bmatrix}1/U_{31}(j)&0\\0&1/U_{32}(j)\end{bmatrix}=M''(j) \tag{19}$$

⑤視点 Z の評価値からの代替案 X を視点とする変換式

$$M(k)\cdot\begin{bmatrix}1/U_{11}(k)&0\\0&1/U_{12}(k)\end{bmatrix}=M'(k) \tag{20}$$

⑥視点 Z の評価値からの代替案 Y を視点とする変換式

$$M(k)\cdot\begin{bmatrix}1/U_{21}(k)&0\\0&1/U_{22}(k)\end{bmatrix}=M''(k) \tag{21}$$

つづいて，上のようにして得られた値から各視点の値ごとにステップごとに列の平均をする（図−2 参照）．

step 1	$M(i)$	$M(j)$	$M(k)$
		$M'(i)$	$M''(i)$
	$M'(j)$		$M''(j)$
	$M'(k)$	$M''(k)$	
step 2	$M(i+1)$	$M(j+1)$	$M(k+1)$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

図−2　評価値一斉法の流れ

つまり，重み一斉法と同様にステップ 1 からステップ 2 は列の平均であり，

$$\frac{M\ (i) + M\ '(j) + M\ '(k)}{3} = M\ (i+1) \tag{22}$$

$$\frac{M\ (j) + M\ '(i) + M\ ''(k)}{3} = M\ (j+1) \tag{23}$$

$$\frac{M\ (k) + M\ ''(i) + M\ ''(j)}{3} = M\ (k+1) \tag{24}$$

となり，

$$M(i+1) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ U_{21}(i+1) & U_{22}(i+1) \\ U_{31}(i+1) & U_{32}(i+1) \end{bmatrix} \tag{25}$$

$$M(j+1) = \begin{bmatrix} U_{11}(j+1) & U_{12}(j+1) \\ 1 & 1 \\ U_{31}(j+1) & U_{32}(j+1) \end{bmatrix} \tag{26}$$

$$M(k+1) = \begin{bmatrix} U_{11}(k+1) & U_{12}(k+1) \\ U_{21}(k+1) & U_{22}(k+1) \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{27}$$

と導出できる．

これらのステップを重み一斉法同様に数回繰り返し，評価値が収束すると，

$$M(i) = M(i+1), M(j) = M(j+1), M(k) = M(k+1)$$

となり，これら $M(i+1), M(j+1), M(k+1)$ はすべて

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{1+U_{21}(i+1)+U_{31}(i+1)} & \frac{1}{1+U_{22}(i+1)+U_{32}(i+1)} \\ \frac{U_{21}(i+1)}{1+U_{21}(i+1)+U_{31}(i+1)} & \frac{U_{22}(i+1)}{1+U_{22}(i+1)+U_{32}(i+1)} \\ \frac{U_{31}(i+1)}{1+U_{21}(i+1)+U_{31}(i+1)} & \frac{U_{32}(i+1)}{1+U_{32}(i+1)+U_{32}(i+1)} \end{bmatrix}$$

$=$

$$\begin{bmatrix} \frac{U_{11}(j+1)}{U_{11}(j+1)+1+U_{31}(j+1)} & \frac{U_{12}(j+1)}{U_{12}(j+1)1+U_{32}(j+1)} \\ \frac{1}{U_{11}(j+1)+1+U_{31}(j+1)} & \frac{1}{U_{12}(j+1)+1+U_{32}(j+1)} \\ \frac{U_{31}(j+1)}{U_{11}(j+1)+1+U_{31}(j+1)} & \frac{U_{32}(j+1)}{U_{12}(j+1)+1+U_{32}(j+1)} \end{bmatrix}$$

$=$

$$\begin{bmatrix} \frac{U_{11}(k+1)}{U_{11}(k+1)+U_{21}(k+1)+1} & \frac{U_{12}(k+1)}{U_{12}(k+1)+U_{22}(k+1)+1} \\ \frac{U_{21}(k+1)}{U_{11}(k+1)+U_{21}(k+1)+1} & \frac{U_{22}(k+1)}{U_{12}(k+1)+U_{22}(k+1)+1} \\ \frac{1}{U_{11}(k+1)+U_{21}(k+1)+1} & \frac{1}{U_{12}(k+1)+U_{22}(k+1)+1} \end{bmatrix} \tag{28}$$

を満たし，正規化することで唯一の評価値が得られる．以上が，異なる複数の評価値を一つに収束させる，評価値一斉法の導出方法である．

5．評価値一斉法の構造

本章では，改めて一般的に評価基準 n 個，代替案 m 個における評価値一斉法について定式化する．代替案 i を視点とした評価値 M (i) は (29) 式のように表せる．つまり，ある代替案の各評価基準における評価を 1 とした評価値が代替案の数だけ，存在することを意味している．

$$M(i) = \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} & \cdots & U_{1i} & \cdots & U_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ U_{j1} & U_{j2} & & U_{ji} & & U_{jn} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ U_{m1} & U_{m2} & \cdots & U_{mi} & \cdots & U_{mn} \end{bmatrix} \tag{29}$$

すなわち，M (i) は i 行目の評価をすべて 1 とするような m 個ある評価値郡の第 i 番目である．そして代替案 j への視点の変更，つまり評価単価比マトリックスの導出は (16) ～ (21) 式と同様にして (30) 式のように表せる．

$$M^{j}_{(i)} = M(i) \cdot \begin{bmatrix} 1/U_{j1} & 0 & & 0 \\ 0 & 1/_{j2} & & \\ \vdots & & & \vdots \\ & & \ddots & 0 \\ 0 & & 0 & 1/U_{jn} \end{bmatrix} \tag{30}$$

そして，前章の (22) ～ (24) 式の一連の導出方法と同様に各ステップの列の平均は，(31) 式となる．

$$M(i) = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^{m} M^{i}_{(k)} (k \neq i) \tag{31}$$

そして，収束した評価値は M (i) $=M$ (i+1) となる．演算によって得られた評価値は代替案の数だけ存在するが総合評価値 E は (32) 式にようにいずれの評価値を正規化しても同一の値を与え，唯一の総合評価値が得られる．ただし，評価値を全体で 1 となるように正規化する

ことは必ずしも必要ではない．なぜなら一斉法においては代替案の評価値は代替案ごとの視点を持つこと前提しているからである．

$$E = \frac{M(k)}{\sum_{k=1}^{m} M(k)} \tag{32}$$

以上が評価値一斉法の一般式である．

6．総合評価値一斉法

2，3 章で示したように，木下・中西[4)5)]によって提案された従来の一斉法・重み一斉法は一種類の評価値からなり，評価基準の重みのみが不安定である．それを代替案ごとのベンチマーク，つまり各代替案の評価値を 1 にするような評価単価比マトリックスを代替案の数だけ用意し，それを基準に異なる代替案への評価基準の重みを次々と導出し収束へと導いている．そして，重み一斉法では収束した各代替案の評価基準の重みと評価単価比マトリックスの積をとる．その積による評価値は代替案の数だけ存在するが，それらは正規化するとどれも同一の値となる．

そのため，重み一斉法では演算の手続きで出現するのは評価基準の重みのみであり，最終的な全体の評価である総合評価値は最後にしか得られない．また，計算が複雑であり，また収束した評価基準の重みが最初に与えられた配分比率と異なって出現するといった問題が指摘されている．本章ではそうした問題点を解消し，重み一斉法を総合評価値の評価値一斉法として演算する総合評価値一斉法について説明する．

総合評価値一斉法は文字通り，評価値一斉法を総合化したものである．総合評価値一斉法は重み一斉法における評価基準の不安定さを評価値一斉法に内在化させ，単純にして総合評価値の一斉法として演算することを可能にした手法である．

評価基準2つ，代替案3つの場合の総合評価値一斉法の導出方法を記述する．

総合評価値一斉法のみならずAHPにおける，導出方法の根本原理は各代替案の評価値と各評価基準の重みであるベクトルの積により総合評価を導出することにある．つまり，評価基準の重みをW，代替案の評価値をMとすると，総合評価値Eは，

$$E \equiv M \cdot W \tag{33}$$

という定理式によって与えられる．

さて，評価基準（A，B）のもとでの代替案（X，Y，Z）の評価値Mと，代替案（X，Y，Z）からみた評価基準の重み，つまり各代替案からの重みのずれWを，それぞれ

$$M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix} \tag{34}$$

$$W = (W_X, W_Y, W_Z) = \begin{bmatrix} w_{11}^X & w_{11}^Y & w_{11}^Z \\ w_{21}^X & w_{21}^Y & w_{21}^Z \end{bmatrix} \tag{35}$$

とする．

ここで代替案Xを視点とした評価値である，評価単価比マトリックスM_Xは，

$$M_X = M \cdot \begin{bmatrix} 1/a_{11} & 0 \\ 0 & 1/a_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ a_{21}/a_{11} & a_{22}/a_{12} \\ a_{31}/a_{11} & a_{32}/a_{12} \end{bmatrix} \tag{36}$$

として導出でき，同様に代替案Y，Zを視点とした評価値である，評価単価比マトリックスM_Y，M_Zは，

$$M_Y = M \cdot \begin{bmatrix} 1/a_{21} & 0 \\ 0 & 1/a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}/a_{21} & a_{12}/a_{22} \\ 1 & 1 \\ a_{31}/a_{21} & a_{32}/a_{22} \end{bmatrix} \tag{37}$$

$$M_Z = M \cdot \begin{bmatrix} 1/a_{31} & 0 \\ 0 & 1/a_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}/a_{31} & a_{12}/a_{32} \\ a_{21}/a_{31} & a_{22}/a_{32} \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{38}$$

として導出できる．

さらに，不安定なままの総合評価値について，それぞれ，

$$E_X = M_X \cdot W_X = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ a_{21}/a_{11} & a_{22}/a_{12} \\ a_{31}/a_{11} & a_{32}/a_{12} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_{11}^X \\ w_{21}^X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ E_{21}^X \\ E_{31}^X \end{bmatrix} \tag{39}$$

$$E_Y = M_Y \cdot W_X = \begin{bmatrix} a_{11}/a_{21} & a_{12}/a_{22} \\ 1 & 1 \\ a_{31}/a_{21} & a_{32}/a_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_{11}^Y \\ w_{21}^Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{11}^Y \\ 1 \\ E_{31}^Y \end{bmatrix} \tag{40}$$

$$E_Z = M_Z \cdot W_Z = \begin{bmatrix} a_{11}/a_{31} & a_{12}/a_{32} \\ a_{21}/a_{31} & a_{22}/a_{32} \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_{11}^Z \\ w_{21}^Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{11}^Z \\ E_{21}^Z \\ 1 \end{bmatrix} \tag{41}$$

としてE_X，E_Y，E_Zが導出できる．

そして，E_X，E_Y，E_Zはそれぞれの代替案の視点を持った，すなわち各代替案の評価値を1とする異なる評価値群となる．そのため，4，5章において示した評価値一斉法の演算を適用することが可能になる．つまり，総合評価値一斉法とは，重み一斉法が実は不安定なままの総合評価値の評価値一斉法として内包されて存在しているということである．総合評価値一斉法は重み一斉法のよう

に評価基準の重みに視点を置くのでなく，意思決定モデルとしてあくまで総合評価値の決定に視点を置いている点が最大の特徴である．

7．総合評価値一斉法の構造

前章では，総合評価値一斉法の視点と導出方法について，重み一斉法，評価値一斉法と対比させるために評価基準（A，B），代替案（X，Y，Z）の場合について説明した．本章では総合評価値一斉法の一般式について改めて記述する．評価基準 n 個，代替案を m 個とする．各評価基準の下での代替案の評価値を

$$M=\begin{bmatrix} U_{11} & \cdots & U_{1j} & \cdots & U_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ U_{i1} & \cdots & U_{ij} & \cdots & U_{in} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ U_{m1} & \cdots & U_{mj} & \cdots & U_{mn} \end{bmatrix} \tag{42}$$

と表現する．総合評価値一斉法も重み一斉法と同様に代替案ごとに評価基準の重みの配分に違いがあるという視点に立っている．改めて評価基準の重みベクトルを

$$W=\left(W_1,\cdots,W_j,\cdots,W_m\right) \tag{43}$$

と表現する．このとき，W_j は代替案 j からの評価基準の重みを表している．そして，代替案 j の評価基準の重み W_j には評価基準 n 個分の重みが含まれているため，

$$W_j=\begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} \tag{44}$$

と表現できる．ただし，評価基準の重みは全体で 1 となるため，$\Sigma w_k=1$ である．つづいて，評価単価比マトリックスとして（45）式の演算を行う．

$$M^j=M\cdot\begin{bmatrix} 1/U_{j1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1/U_{jn} \end{bmatrix} \tag{45}$$

つまり，（45）式は最初に与えられた代替案の評価値から代替案 j を視点とし，言い換えると代替案 j の評価値を 1 にするような演算を行っているのである．

そして，導出式として

$$E_1^j=M^j\cdot W_j=M\cdot\begin{bmatrix} 1/U_{j1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1/U_{jn} \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} u_1^j \\ \vdots \\ u_m^j \end{bmatrix} \tag{46}$$

として初期値を得る．ここで，（46）式における初期値は代替案の数 m だけ存在するため，全体で平均し新たに

$$E_2^j=\frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m}\frac{E_1^j}{u_k^j} \tag{47}$$

が導出される．同様にして，

$$E_{n+1}^j=\frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m}\frac{E_n^j}{u_k^j} \tag{48}$$

となる．そして，ステップを繰り返し $E_{n+1}^j=E_n^j$ となったとき演算は収束となる．そして，収束した E_{n+1}^j から，

$$E_{n+1}^j=\begin{bmatrix} u_1^j \\ \vdots \\ u_m^j \end{bmatrix} \tag{49}$$

が導かれ，最終的な総合評価値 E は（49）式を正規化し，

$$E=\frac{u_k^j}{\sum_{k=}^{m}u_k^j} \tag{50}$$

として得ることができる．つまり，総合評価値一斉法では最終的に収束した値は各代替案の評価値を1とする評価値が代替案の総数であるmだけ存在する．しかし，それらはいずれも正規化することにより，唯一の総合評価値として導出できるのである．以上が総合評価値一斉法の構造である．

8．総合評価値一斉法の例

3 章の重み一斉法の例 [6]を用いて，総合評価値一斉法の例を示す．6 章の導出方法と 7 章での定式化をあてはめる．

最初に重み一斉法の例における（8）式の支配代替案ごとの評価値と，個々の不安定な評価基準の重みである（7）式の積による不安定なままの総合評価値を導出する．つまり，（8）式を（36）～（38），（45）式にあてはめ評価単価比マトリックスを導出し，（7）式の評価基準の重みの積をとる．

すると，代替案 1，代替案 2，代替案 3 の不安定な総合評価値はそれぞれ

$$E_1=\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0.5 \\ 3 & 0.167 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.6 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 \\ 1.1 \\ 1.3 \end{bmatrix} \tag{51}$$

$$E_2 = \begin{bmatrix} 0.5 & 2 \\ 1 & 1 \\ 1.5 & 0.334 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.7 \\ 0.3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.95 \\ 1 \\ 1.15 \end{bmatrix} \tag{52}$$

$$E_3 = \begin{bmatrix} 0.333 & 5.988 \\ 0.667 & 2.994 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.857 \\ 2.529 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{53}$$

として導出される．そして，(46) ～ (48) 式から総合評価値一斉法が収束していく過程は，次のようになる．

Step1

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1.1 \\ 1.3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0.95 \\ 1 \\ 1.15 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 4.875 \\ 2.529 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.909 \\ 1 \\ 1.182 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0.769 \\ 0.846 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1.053 \\ 1.211 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0.826 \\ 0.87 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.521 \\ 0.206 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1.921 \\ 1 \\ 0.395 \end{bmatrix}$$

Step2

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.891 \\ 0.906 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1.26 \\ 1 \\ 0.909 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2.151 \\ 1.415 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1.122 \\ 1 \\ 1.017 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1.104 \\ 0.983 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.794 \\ 0.721 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1.386 \\ 1.1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.658 \\ 0.465 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1.52 \\ 1 \\ 0.707 \end{bmatrix}$$

Step3

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.781 \\ 0.697 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1.301 \\ 1 \\ 0.878 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1.547 \\ 1.166 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1.28 \\ 1 \\ 0.892 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1.435 \\ 1.121 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.796 \\ 0.675 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1.482 \\ 1.139 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.754 \\ 0.646 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1.327 \\ 1 \\ 0.858 \end{bmatrix}$$

Step4

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.768 \\ 0.673 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1.303 \\ 1 \\ 0.876 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1.488 \\ 1.142 \\ 1 \end{bmatrix}$$

これら 3 つを正規化すると，唯一の評価値として

$$E = \begin{bmatrix} 0.41 \\ 0.315 \\ 0.275 \end{bmatrix} \tag{54}$$

が得られる．

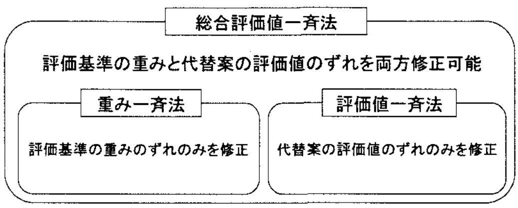
そして，この総合評価値一斉法によって得られた評価値を正規化した (54) 式の値は 3 章の重み一斉法の例で示した最終的な (12) 式の総合評価値と完全に一致していることがわかる．以上示してきたように，重み一斉法は総合評価値の一斉法，つまり総合評価値一斉法として導出されるのである．

9．おわりに

本稿では，AHPの発展モデルである評価基準の重みのみが不安定である場合にそれを修正するモデルである「重み一斉法」，代替案の評価値が不安定である場合にそれを修正する手法である「評価値一斉法」を説明した．そして新たに評価基準の重みと代替案の評価値から導かれる評価単価比マトリックスの積により導出される「総合評価一斉法」を提案し，重み一斉法の演算が総合評価値一斉法として導出可能であり，重み一斉法が総合評価値一斉法に内包されていることを示した（図ー3参照）．

重み一斉法ではその演算の中で評価基準の重みが収束

されていく過程のみが記述されており，代替案ごとの評価単価比マトリックスと収束した評価基準の重みの積により最終的な総合評価値が導出されるため，計算が複雑となり合理的な意思決定モデルであるとは言いがたい．一方，重み一斉法を総合評価値一斉法として導出した場合，評価基準の重みは評価値の中に含まれ，総合評価値のみが導出されるため演算の複雑さがなく有効である．



図－3　一斉法の体系

つまり，総合評価値一斉法は不安定な評価基準の重みを評価値に内在化させるため意志決定者に余分な情報を与えることがないのである．ただし，総合評価値一斉法では意思決定の過程を評価単価比マトリックスによる総合評価値の導出という形でブラックボックスにしてしまっているため，合意形成モデルとしてこれらのAHPの発展モデルが使用された場合にその過程が目に見えず不明瞭であるという指摘も考えられる．そのためAHPの発展モデルである重み一斉法，評価値一斉法，その二つを内包する総合評価値一斉法がもつ意思決定過程がいかなるものであるか，実務の場面で応用させていくことよって明らかにすることを今後の研究課題としたい．

参考文献

1)　木下栄蔵：入門AHP，日科技連，2000.
2)　木下栄蔵：孫子の兵法の数学モデル，講談社，2000.
3)　木下栄蔵，中西昌武：AHPにおける新しい視点の提案，土木学会論文集，No.569/Ⅳ-36，pp.1-8，1997.
4)　木下栄蔵，中西昌武：支配代替案法における追加データの処理手法「一斉法」の提案，土木学会論文集No. 611/Ⅳ-42，pp.13-19，1999.
5)　木下栄蔵編著：AHPの理論と実際，日科技連，2000.
6)　高橋磐郎：Saaty型Supermatrix法と木下・中西型一斉法の比較，第40回日本OR学会シンポジウム，pp.5-8，1998.
7)　杉浦伸，木下栄蔵：評価値一斉法，2003年春季研究発表会アブストラクト集，日本オペレーションズリアサーチ学会，pp.224-225，2003.
8)　杉浦伸，木下栄蔵：評価値一斉法の提案，土木計画学研究・論文集Vol.21，pp.33-40，2004.
9)　木下栄蔵：支配型AHPと一斉法，オペレーションズリサーチ，48（11），pp.840-848.
10)　E.Kinoshita,K.Sekitani,J.SHI：Mathematical Properties of Dominant AHP and Concurrent Convergence Method，Journal of Operations Research Society of Japan，Vol.45，No2，pp198-213，2002.
11)　高橋磐郎：連載講座　AHP から ANP への諸問題Ⅰ～Ⅵ，オペレーションズ・リサーチ，1 月～6 月号，1998.

総合評価値一斉法の提案*

杉浦伸**・木下栄蔵***

本論文では，総合評価値一斉法を提案する．杉浦・木下はAHPの新しい手法である評価値一斉を提案している．評価値一斉法は代替案の評価値のずれを修正するモデルである．また，杉浦・木下は従来の一斉法と評価値一斉法を区別するため，従来の一斉法を重み一斉法と命名している．

本論文では，新たに提案した総合評価値一斉法によって，重み一斉法と評価値一斉法の統合化をはかり，総合評価値一斉法がAHPにおける新しい視点を持つモデルである一斉法の完全な体系の構築を提案している．

A Proposal of Total Concurrent Convergence Method of Evaluation Value*

By Shin SUGIURA**・Eizo KINOSHITA***

This research shows "Total Concurrent Convergence Method of Evaluation Value".

Shin SUGIURA and Eizo KINOSHITA have already proposed Concurrent Convergence Method of Evaluation Value（CCM of Evaluation Value）.CCM of Evaluation Value is a new AHP model that modifies gap of alternative evaluation value. And Shin SUGIURA and Eizo KINOSHITA have named General CCM（proposed by KINOSHITA and NAKANISHO）"Weight CCM".

Newly Total Concurrent Convergence Method of Evaluation Value combines Weight CCM and CCM of Evaluation Value and structure complete hierarchy outline of new AHP model "CCM".