【土木計画学研究・論文集 Vol.22 no.1 2005年10月】

道路ネットワークの分権的運営モデル*

Modeling Decentralized Management of Highway Network*

榊原弘之** ・ 高橋啓介*** ・ 坂元鉄兵****
By Hiroyuki SAKAKIBARA** ・ Keisuke TAKAHASHI*** ・ Teppei SAKAMOTO****

1．はじめに

道路ネットワークは，歴史的な整備の経過などに依存して，国，都道府県，市町村，公団，民間企業などの異なる主体によって管理・運営されている．また，道路公団民営化や，BOT 方式による道路整備に見られるように，意図的に運営主体を分離，分割するケースも存在する．本論文ではこのように複数主体による道路ネットワークの管理・運営を「道路ネットワークの分権的運営」と呼ぶこととする．

一般に，道路ネットワークを構成する各リンクは，交通量配分を通じて高い相互連関性を有しており，集権的に運営することが望ましいと考えられる．従って，単一の主体が運営する状況と比較して，分権的な道路ネットワーク運営において非効率性が生じるのは自明であるとも考えられる．しかし，意思決定の迅速化等の組織論的要請から，分権的なネットワーク運営が選択されるケースも多いと考えられる．このような場合，分割しても効率性が損なわれないような運営形態にすることが必要となる．

本論文では維持管理問題を対象に，有料道路のネットワークを分割して分権的に運営した場合の個別の運営者の行動をゲーム論的にモデル化する．その際，各運営者は国等のネットワーク整備主体から契約関係に基づいて道路ネットワーク運営を委託されているものと仮定する．また契約により，運営者は通行料金を自ら設定することができず，維持管理問題にのみ選択の自由度が与えられているものとする．従って運営者は，補修水準の低下に伴う交通量の減少を考慮しつつ，補修費用の節減に努めることとなる．

本論文では，構築されたモデルを用いて，非協力ゲームの均衡解として得られた補修戦略と，ネットワークを集権的に運営した場合の補修戦略を比較する．その上で，都市配置，分割パターンと補修の効率性の関係について分析を行う．

*キーワーズ：道路ネットワーク，分権的運営，ゲーム理論
**正員，博（工），山口大学工学部社会建設工学科
(山口県宇部市常盤台2-16-1
TEL0836-85-9355，FAX0836-85-9301)
***学生員，山口大学大学院理工学研究科
****正員，修（工），名田島農産

2．道路ネットワークの分割問題

本論文では，道路ネットワークが分権的に維持管理される状況をゲーム理論に基づいてモデル化する．ネットワーク構造の形成に関するゲーム論的分析として，Myerson[1]はプレイヤー間の相互協力関係をグラフにより記述した上で，そのグラフの構造によって定義される利得の配分解を定式化している．高野ら[2]は，Myerson[1]の配分解を流域下水道事業の費用配分問題に適用している．また Dutta and Mutuswani[3]は，グラフ型の協力関係の形成自体を非協力ゲームとした「Link Formation Game」のモデルを提示している． このモデルにおいては，グラフの各ノードがゲームのプレイヤーに相当し，他のノード（プレイヤー）に対してリンクを形成するか否かの選択が戦略に相当する．

道路ネットワークを対象として，Link Formation Game と同様にノードをプレイヤー，リンク形成を戦略としたモデル分析に Fukuyama[4]がある．Fukuyama[4]は，都市（ノード）が自発的に隣接都市との間に道路リンクを形成するゲームをモデル化し，都市規模分布とゲームの均衡点との関係を明らかにした．

一方本論文では，道路ネットワーク自体は内生的に形成されるものではなく，所与としている．ここでは，個々の都市（ノード）を行動主体とみなさない．また，ネットワークの一部リンクの運営を独立した意思決定が可能な主体に委ねることを想定している．従って，個々の主体は道路リンクの集合として定義される．

本論文において，道路ネットワークの運営者（以下運営者）の利得は，通行料収入と維持管理に要する費用の差として定義される．また運営者の行動原理は，利得の期待値の最大化である．ネットワークを分権的に運営する場合，あるリンクの状態が低下することにより，他のリンクは以下の 2 種類の影響を受けると考えられる．

競合効果：あるルート上のリンクの状態が低下した場合，他のルートへ利用者が転移すること．

補完効果：ある OD ペアについて，あるルート上のリンクの状態が低下した場合，OD 需要自体が減少すること．

本論文では，この双方の効果を考慮して，分権的ネットワーク運営の下での意思決定モデルを構築する．

3．ネットワークの分権的運営モデル

（1）モデルの構造

図－1 に有料道路ネットワークにおける補修に関する分権的な意思決定モデル（ネットワークの分権的運営モデル）の構成を示す．以下にモデルの構成要素について説明する．

・ネットワーク分割パターンの決定

有料道路ネットワークをグラフ $G=\{K,L\}$ により定義する．ここで K はネットワークの結節点となるノード（都市等）の集合，L は道路リンク（以下リンク）の集合を指すものとする．この有料道路ネットワークにおいて，道路利用者は L の要素である各リンクを利用するごとに通行料を支払うものとする．

ここで，運営者の数を J とし，ネットワークの分割パターン D を以下のように L の分割として定義する．

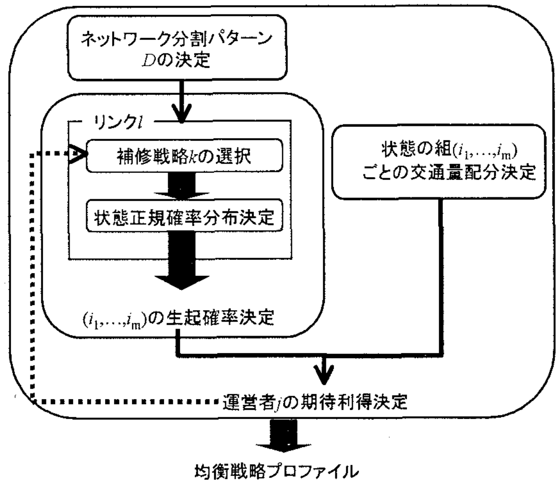
$$D=\{L_1,\dots,L_J\},\ \bigcup_{j=1}^{J} L_j = L,$$

$$L_{j1}\cap L_{j2}=\{\varnothing\} \quad \forall L_{j1},L_{j2}\in D \tag{3.1}$$

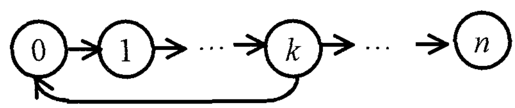
ここで L_j は運営者 j が管理するリンクの集合を意味する．

・補修戦略の選択

ネットワークの分割パターン D を所与として，運営者 j は L_j の要素である各リンクについて「どの状態に達したら補修を行うか」に関する選択を事前に行うものとする．リンクの劣化過程をマルコフ連鎖により記述し，交通量や他のリンクの劣化状況とは独立とする．各リンクが $i=1,\dots,n$ の n 通りの状態をとり得るものとし，最良の状態($i=1$)を除いた($n-1$)通りの状態について，「状態 i に達したら来期までに必ず補修する」という($n-1$)通りの選択肢が存在するものとする．本論文ではこれを「補修戦略」と呼ぶ．**図－2** は，状態 k に達した時点で必ず補修する補修戦略 k を示している．またこのときの変数 k を当該リンクの戦略変数と呼ぶこととする．



図－1　ネットワークの分権的運営モデル



図－2　補修戦略k

・各リンクの状態生起確率分布の決定

各リンクの劣化過程のマルコフ連鎖が$n\times n$遷移確率行列Tにより記述され，t_{ij} はTのi行j列成分を意味するものとする．補修戦略kの下での修正遷移確率行列T'_k は次式により決定される．

$$T'_k = T + X_k \tag{3.2}$$

ここでX_k は次式のように定義される．

$$X_k = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -t_{k1}+1 & -t_{k2} & \dots & -t_{kn} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -t_{n1}+1 & -t_{n2} & \dots & -t_{nn} \end{pmatrix} \tag{3.3}$$

(3.2)式の遷移確率行列T'_k により記述されるマルコフ連鎖の定常確率分布を求めることにより，運営者がある補修戦略を選択した場合の各状態の生起確率を求めることができる．

・各状態ごとの交通量配分の決定

リンク l の状態が i_l，交通量が v_l であるときのリンク l のリンクコスト関数を $f_l(v_l, i_l)$とする．f_l は v_l，i_l の単調増加関数であるとする．利用者がルート g を選択した場合，ルート g のリンクコスト

lc_gは次式により与えられる．

$$lc_g = \sum_{l \in \Lambda g} f_l(v_l, i_l) \tag{3.4}$$

ここでΛ_gはルート g に含まれるリンクの集合を意味する．利用者はリンクコストlc_gが最小となるルートを選択するものとする．

m 本のリンクから成る道路ネットワークで各リンクの状態の組$(i_1,\dots i_m)$が生起したとき，各リンクの交通量はリンクコスト関数に基づいた利用者均衡配分により決定される．さらに，２．において定義した補完効果を考慮する場合は，OD 交通量はリンク状態の劣化に対して単調に減少するものとする．

以上により，リンク l の交通量は各リンクの状態の組$(i_1,\dots i_m)$に依存するものとし，$v_l(i_1,\dots i_m)$と表す．$(i_1,\dots i_m)$において運営者が自ら管理するリンクlから得る利得を次式で定義する．

$$s_l(i_1,\dots i_m)=d_l(v_l(i_1,\dots i_m)) - c_l(k_l) \tag{3.5}$$

ここで $d_l(v_l(i_1,\dots i_m))$は交通量 $v_l(i_1,\dots i_m)$に規定される通行料収入であり，$c_l(k_l)$はリンク l において選択した補修戦略 k_l の実行に要する期待費用を意味する．

（２）運営者の意思決定

各リンクにおける補修戦略が決定されれば，補修戦略の下での各状態の定常確率分布から，運営者が各リンクから得る利得((3.5)式)の期待値を求めることができる．各リンクにおける補修戦略の組（補修戦略プロファイルと呼ぶ）$(k_1,\dots,k_m)$の下での運営者 j の利得の総和は次式で定義される．

$$p_j(k_1,\cdots,k_m) = \sum_{(i_1,\cdots,i_m)\in I} \phi((i_1,\cdots,i_m),(k_1,\cdots,k_m)) \sum_{l\in L_j} s_l(i_1,\cdots,i_m) \tag{3.6}$$

ここで $\phi((i_1,\dots,i_m),(k_1,\dots,k_m))$ は補修戦略の組$(k_1,\dots,k_m)$の下での各リンクの状態の組$(i_1,\dots,i_m)$の生起確率，I は各リンクの状態の組$(i_1,\cdots,i_m)$の集合である．

運営者は(3.6)式を最大化するように，補修戦略を選択するとする．このとき非協力ゲームにのナッシュ均衡[5)]の概念に基づき，次の均衡補修戦略プロファイルを定義することができる．

定義　均衡補修戦略プロファイル

L_jに含まれるリンクにおける補修戦略の組み合わせθ_jの集合をΘ_j，$L \setminus L_j$に含まれるリンクにおける補修戦略の組み合わせθ_{-j}の集合をΘ_{-j}とする．すべての運営者 j について次式が成立するような補修戦略プロファイル$(k_1^*,\dots,k_m^*)$を均衡補修戦略プロファイルと呼ぶ．

$$p_j(k_1^*,\cdots,k_m^*) \ge p_j(\theta_j,\theta_{-j}^*), \quad \forall\theta_j \in \Theta_j \tag{3.7}$$

ここでθ_{-j}^*は，$L \setminus L_j$に含まれるすべてのリンクについて，$(k_1^*,\dots,k_m^*)$と同じ戦略が選択されていることを意味する．

均衡補修戦略プロファイルは，分権的ネットワーク運営モデルの下での各リンクの整備水準を規定する．

（３）最適補修戦略

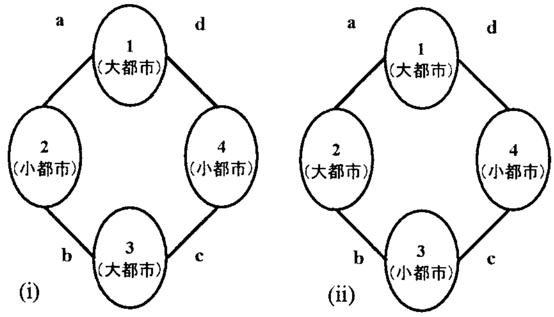
均衡補修戦略プロファイルの比較対象として，ネットワーク G を単一の主体が集権的に運営した場合の最適補修戦略を定義する．まず，補修戦略プロファイル$(k_1,\dots,k_m)$の下でのネットワーク G 全体の利得の期待値は$p_{all}(k_1,\cdots,k_m)$は次式で与えられる．

$$p_{all}(k_1,\cdots,k_m) = \sum_{(i_1,\cdots,i_m)\in I} \phi((i_1,\cdots,i_m),(k_1,\cdots,k_m)) \sum_{l\in L} s_l(i_1,\cdots,i_m) \tag{3.8}$$

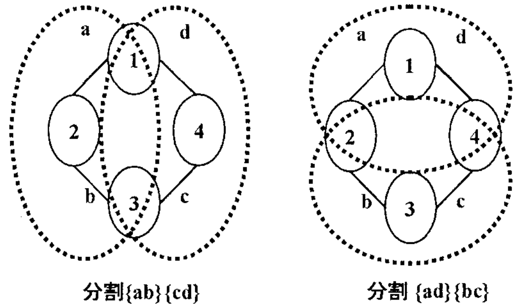
(3.8)式を最大化する補修戦略プロファイル$(k_1,\dots,k_m)$を最適補修戦略と呼ぶこととする．あるネットワーク分割パターンの下での均衡補修戦略プロファイルが最適補修戦略に一致する場合，運営者の観点からはネットワークの分権的運営に伴う非効率性は生じないことを意味する．

（４）数値計算結果に関する考察

本節では，リンク長の等しい四角形ネットワークを対象に，（１）～（３）で提案した分権的ネットワーク運営モデルの数値計算を実施する．都市の配置パターン及びネットワーク分割パターンをそれぞれ**図－３**，**図－４**に示す．都市規模の差はOD 交通量の違いとして与えられる．**図－３(i)**で



図－３　都市の配置パターン



図－４　ネットワークの分割パターン

表－１　数値計算におけるパラメータ・関数の仮定

推移確率行列	$T'_1 = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $T'_2 = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0.8 & 0.2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
2都市$K1,K2$間のOD交通量関数	$Traffic_{K1K2} = \begin{cases} 5000 & (K1,K2\text{とも大都市の場合}) \\ 3000 & (K1,K2\text{の一方が大都市，他方が小都市の場合の場合}) \\ 1000 & (K1,K2\text{とも小都市の場合}) \end{cases}$ IC_1, IC_2 = $K1,K2$間の時計回り，反時計回りの各ルートに含まれるリンクlの状態変数i_lの和 $K1,K2$間のOD交通量= $\dfrac{Traffic_{ij}}{\min(IC_1, IC_2)}$
リンクコスト関数	$f_l(v_l, i_l) = \begin{cases} 2v_l & (i_l = 0) \\ 2v_l + 10 & (i_l = 1) \\ 2v_l + 20 & (i_l = 2) \end{cases}$

は，分割$\{ab\}\{cd\}$において，2 人の運営者は 2 大都市（都市 1，都市 3）を結ぶ 2 つのルート（路線）をそれぞれ独立に運営しており，大都市間の交通を巡って競争関係にある．このような分割パターンを「路線別分割」と呼ぶこととする．一方，分割$\{ad\}\{bc\}$においては，2 人の運営者はそれぞれ異なる大都市を中心とした地域ごとにネットワークを運営しており，2 大都市間の移動に際しては，必ず両者の運営するリンクを利用する必要がある．このような分割パターンを「地域別分割」と呼ぶこととする．図－３(ii)では，分割$\{ab\}\{cd\}$と分割$\{ad\}\{bc\}$共に，どちらか一方の運営者のみが 2 大都市（都市 1，都市 2）間のリンクを運営しており，もう一方の運営者は大都市－小都市間及び小都市間のリンクを運営している．この場合，運営者間で通行料収入に格差が生じると考えられる．このときの分割パターンを「大都市－地方型分割」と呼ぶこととする．

以下では，リンクの状態数を 3 (n=2)とし，表—１に示すようにリンクの状態の遷移確率行列T'_k，各リンクの状態の組$(i_1,\dots i_m)$から OD 交通量を与える関数，リンクコスト関数を仮定して数値計算を行った結果を示す．利得関数((3.5)式)は，ケースに応じて通行料収入の原単位と補修費用を変化させる．表－２～表－５に利得関数を変化させたときの分割パターンごとの均衡補修戦略プロファイルと，ネットワークを集権的に運営する場合の最適補修戦略の計算例を示す．通行料が増加し，補修費用が低下すれば利得は大きくなり，通行料の単価が減少して，補修費用が上昇すれば利得は小さくなる．表中の 4 つ 1 組の数値は，リンク a, b, c, d に関する均衡補修戦略プロファイルを表している．例えば(1,1,2,2)の場合，リンク a, b において状態 1 に達した時点で補修が実施され，リンク c, d において状態 2 に達した時点で補修が実施されるような戦略の組が均衡補修戦略プロファイルであることを意味する．結果の比較から，以下の点が明らかとなった．

- 表－２では，4 つのケースすべてにおいて，分割$\{ad\}\{bc\}$（地域別分割）の均衡補修戦略プロファイルと最適補修戦略が一致している．このうち，ケース 3 においては，一方の運営

表－２　図－３の(i)・補完効果・競合効果有の場合

通行料大 補修費用小 ⟷ 通行料小 補修費用大

	ケース1	ケース2	ケース3	ケース4
分割{ab}{cd}（路線別分割）	1,1,1,1	1,1,1,2 2,1,1,1	2,2,2,2	2,2,2,2
分割{ad}{bc}（地域別分割）	1,1,1,1	1,1,1,1	1,1,2,2 2,2,1,1	2,2,2,2
最適補修戦略	1,1,1,1	1,1,1,1	2,2,1,1	2,2,2,2

表－３　図－３の(i)・競合効果のみ有の場合

通行料大 補修費用小 ⟷ 通行料小 補修費用大

	ケース1	ケース2	ケース3
分割{ab}{cd}（路線別分割）	1,1,1,1	1,2,1,1 2,1,1,1	2,2,2,2
分割{ad}{bc}（地域別分割）	1,1,1,1	1,1,1,1	2,2,2,2
最適補修戦略	2,2,2,2	2,2,2,2	2,2,2,2

表－４　図－３の(ii)・補完効果・競合効果有の場合

通行料大 補修費用小 ⟷ 通行料小 補修費用大

	ケース1	ケース2	ケース3	ケース4
分割{ab}{cd} {ad}{bc}（大都市－地方型分割）	1,1,1,1	1,1,2,1	1,2,2,2	2,2,2,2
最適補修戦略	1,1,1,1	1,1,2,1	1,2,2,2	2,2,2,2

分割{ab}{cd}，分割{ad}{bc}の均衡戦略プロファイルは一致

表－５　図－３の(ii)・競合効果のみ有の場合

通行料大 補修費用小 ⟷ 通行料小 補修費用大

	ケース1	ケース2	ケース3
分割{ab}{cd} {ad}{bc}（大都市一地方型分割）	1,1,1,1	2,2,1,1	2,2,2,2
最適補修戦略	2,2,2,2	2,2,2,2	2,2,2,2

分割{ab}{cd}，分割{ad}{bc}の均衡戦略プロファイルは一致

者がリンク $a(c)$を，他方の運営者がリンク $b(d)$を優先的に（状態1に達した時点で）補修する戦略をとることにより，2 つの大都市間に補修水準の高いルート $a-b$ $(c-d)$が確保されている．このとき，ネットワークが分権的に運営されているにも関わらず，運営者間での自発的な補修戦略の調整がなされている．一方，分割{ab}{cd}（路線別分割）の均衡補修戦略プロファイルと最適補修戦略を比較すると，分割{ab}{cd}では補修のタイミングが遅れる．従って，この場合は分割{ab}{cd}（路線別分割）よりも分割{ad}{bc}（地域別分割）の方が望ましい．

- **表－４**では，各ケースを通じて，分割{ab}{cd}と分割{ad}{bc}（大都市一地方型分割）の均衡補修戦略プロファイルはともに，最適補修戦略と一致しており，ネットワークを分割することによる影響は少ない．また，通行料が小さく，補修費用が大きくなった場合，小都市を結ぶリンク c の補修レベルが最初に低下している（ケース 2）．これは，通行料収入と補修費用の差（利得）を最大化しようとする運営者の下では，OD 交通需要の小さい区間の補修水準が低下することが起こりえることを示している．
- **表—３**，**表—５**において，均衡補修戦略プロファイルの下での補修タイミングは，最適補修戦略の場合よりも早い．従って，分権的なネットワーク運営が行われた場合の方が，リンクの補修水準は向上する反面，最適補修戦略から乖離した過大な補修が実施される．これは，**表—３**，**表—５**において，運営者間の競合の影響が顕著となったためと考えられる．

４．簡易モデルを用いた均衡点遷移の解析的分析

（１）簡易モデルの構成

３．（４）の数値計算結果より，分権的運営の下でも，運営者間の自発的な補修戦略の調整により最適補修戦略と同様の均衡補修戦略プロファイル選択される可能性が存在することが示された．本章では，**表－２**の数値計算結果と同様に，対角線上の都市 1,都市 3 が大都市であり（**図－３** (i)），補完効果，競合効果がともに存在する状況において，補修費用増加に伴う均衡点の遷移を解析的に分析する．分割パターンは，地域別分割と路線別分割の 2 通りとする．また，以下の節において，4 つ 1 組の数値(k_1, k_2, k_3, k_4)は補修戦略プロファイルを意味し，k_1, k_2, k_3, k_4 はそれぞれリンク a, b, c, d において選択されている補修戦略（戦略変数）を表す．分析の簡略化のため，以下の仮定に基づいた簡易モデルを構築する．

1. 運営者が補修戦略を決定した時点で，各リンクの交通量が一意に決定されるものとする．すなわち，利用者は各リンクの状態ではなく，運営者の補修戦略のみに依存して交通需要量及びルートを決定する．
2. 対角線上の2都市間には時計回り，反時計回りの2通りのルートが存在する．2都市のOD需要は，これら2通りのルートのうち，該当するリンクの戦略変数の和が小さい（補修水準が高い）ルートの補修戦略に依存して決定される．これは，一方のルートの補修水準が低下しても，他方で補修水準が高く維持されている場合，OD需要が減少しないことを意味している．
3. 対角線上の2都市間の2つのルートについて，それぞれに該当する2本のリンクの戦略変数の和が等しい場合，各ルートの分担率は等しい（50%）とする．また，戦略変数の和が2のルートと3のルートの間の分担率と，戦略変数の和が3のルートと4のルートの間の分担率は等しい．
4. 対角線上の2都市間の2つのルートについて，戦略変数の和が2のルートと4のルートの間の分担率の差は，戦略変数の和が2のルートと3のルートの間の分担率の差の2倍に等しいとする．

一般に，あるリンクにおける補修水準の低下は，他のリンクを利用するOD需要の低下をもたらす．しかし，仮定2が成立する場合，補修水準低下の影響は局所的に限定される．従って仮定2は，分権的運営の下での均衡補修戦略プロファイルが最適補修戦略と一致する可能性を高める効果を有する．また仮定3,4は，簡易モデルにおいて一般に利用者均衡配分が実現しないことを意味している．

以上の仮定に基づき対角線上の2都市間の交通量について，以下の変数を定義する．

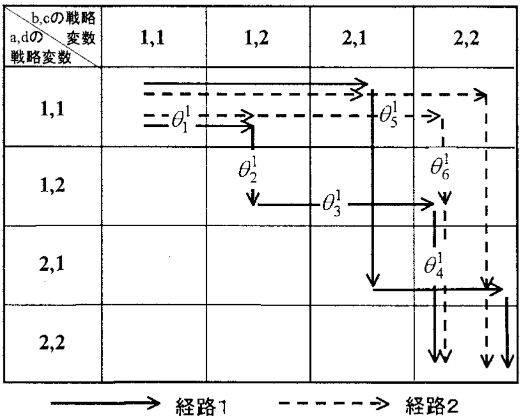
- すべてのリンクに関して補修戦略1が選択されるときの2大都市間のOD交通量をA_1，大都市—小都市間のOD交通量をA_2，2小都市間のOD交通量をA_3とする．また$A_1 \geq 2A_3$が常に成立するとする．つまり，同一の補修水準の下で，2大都市間のOD需要は，小都市間の2倍以上であるとする．
- 対角線上の2都市間の2つのルートのうち，小さい方の戦略変数の和が3のとき，2大都市間のOD需要を$(1-r_1)A_1$，2小都市間のOD需要を$(1-r_3)A_3$とする．ここで，簡略化のため$r_1 = r_3 = r$とする．rに関して$0 < r < 1$であるとする．すなわち，補修水準の低下に伴ってOD需要は減少する．
- 当該リンクの戦略変数が2のとき，大都市—小都市間のOD需要を$(1-r_2)A_2$とする．$0 < r_2 < 1$であるとする．
- 対角線上の2都市間の2つのルートのうち，小さい方の戦略変数の和が4のとき，2大都市間のOD需要を$(1-a_1 r)A_1$，2小都市間のOD需要の減少量を$(1-a_3 r)A_3$とする．ここで，簡略化のため$a_1 = a_3 = a$とする．$1 < a$であるとする．
- 対角線上の2都市間の2つのルートのうち，一方の戦略変数の和が2，他方が3の場合，戦略変数の和が2のルートの分担率を0.5+P，戦略変数の和が3のルートの分担率を0.5-Pとする．2つのルートの戦略変数の和がそれぞれ3,4の場合も同様に，戦略変数の和が3のルートの分担率を0.5+P，戦略変数の和が4のルートの分担率を0.5-Pとする．
- 対角線上の2都市間の2つのルートのうち，一方の戦略変数の和が2，他方が4の場合，戦略変数の和が2のルートの分担率を0.5+2P，戦略変数の和が4のルートの分担率を0.5-2Pとする．また0.5+2P<1である必要から，$0 < P < 1/4$が成立するとする．

（2）均衡点の遷移に関する解析的検討

運営者が，ある1つのリンクについて，補修戦略を1から2に変更することを検討しているとする．このときの期待費用節減額をCとし，すべてのリンクについて同一であるとする．補修戦略1を実施する際の期待費用が大きくなるほど，補修戦略を1から2へ変更（補修水準は低下）することによる費用節減額が大きくなる．一方，補修戦略を1から2へ変更した場合，一般に当該リンクの交通量は減少する．この交通量の減少量を，補修戦略変更に伴う交通量損失と呼ぶこととする．

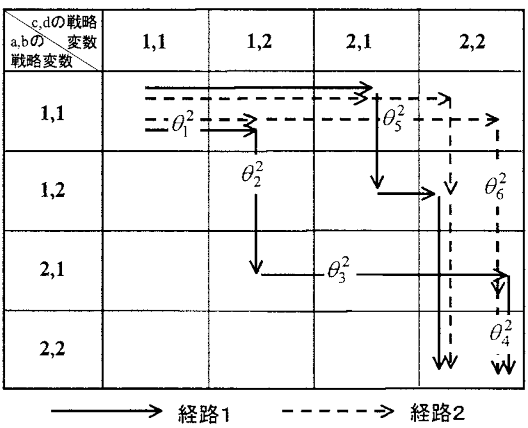
車両1台が1つのリンクを通行する際の通行料金を1に正規化する．このとき，交通量損失がCを上回れば，補修戦略を1から2へ変更することによる通行料収入の減少額が，費用節減額を上回るため，運営者は当該リンクにおいて補修戦略1を維持する．一方，Cが交通量損失を上回れば，補修戦略を1から2へ変更することによる費用節減額が通行料収入の減少額を上回るため，運営者は当該リンクの補修戦略を2へ変更する．従って，Cが増加するとき，交通量損失は補修戦略の変更及び均衡点遷移の閾値となる．

図－3 (i)の都市配置パターンにおいて，2人の運営者は対称である．従って，いずれの運営者が先行して戦略を変更する場合も，均衡点遷移の閾値は同一となる．そこで，以下では地域別分割の場合は{bc}の運営者，路線別分割の場合は{cd}の運営者が先行して戦略を変更するケースに限定して，Cの増加に伴う均衡点の遷移に関する分析を行う．図－5は，地域別分割において，{ad}，{bc}の運営者が取り得る補修戦略の組み合わせを示して



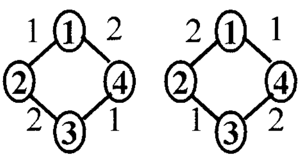
（θは均衡点遷移が起こる期待費用節減額の閾値）

図－５　均衡点遷移の経路（地域別分割の場合）



（θは均衡点遷移が起こる期待費用節減額の閾値）

図－６　均衡点遷移の経路（路線別分割の場合）



図－７　均衡と成り得ないケース
（リンク上の数値は補修戦略を表す）

いる．例えば{ad}の運営者の戦略変数1, 2とは，リンクaにおいて補修戦略1，リンクdにおいて補修戦略2を選択することを意味する．また同様に，図－６は，路線別分割において，{ab}，{cd}の運営者が取り得る補修戦略の組み合わせを示している．ここで，均衡補修戦略プロファイルに関して以下の定理が成立する．

定理１

地域別分割及び路線別分割において，補修戦略プロファイル(1,2,1,2)及び(2,1,2,1)は均衡補修戦略プロファイルと成り得ない．

証明は付録に譲る．**定理１**は，ネットワークの4つのリンクのうち2つで補修戦略1，2つで補修戦略2が選択されている場合，2大都市間で補修戦略の協調が行われない図－７のような状態が均衡と成り得ないことを意味する．

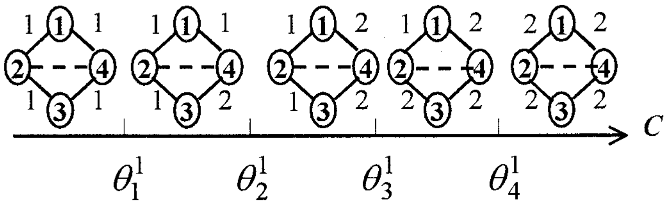
Cが増加し，{bc}の運営者が先行して戦略を変更する場合，**定理１**より，均衡点の遷移は図－５に示すような経路のいずれかを取り得る．そのうち実線の経路，破線の経路はそれぞれ同一の閾値を有している．また{ad}の運営者が先行して戦略を変更した場合も，実線，破線の経路と同一の閾値を有する均衡点遷移の経路が存在する．言い換えれば，地域別分割において，均衡点遷移の経路は実線の経路（経路1）及び破線の経路（経路2）の2パターンしか存在しない．また図－６に路線別分割の場合の均衡点遷移の経路を示す．地域別分割の場合と同様に，均衡点遷移の経路は経路1,2の2パターンしか存在しない．

さらに図－５，図－６中のパラメータは，均衡点遷移の閾値を示す．例えば図－５中のθ_1^1は，地域別分割においてリンクb,cの運営者が，リンクb,c共に補修戦略1を選択している状態から，リンクcのみ補修戦略2を選択した状態に移行するためのCの閾値を示している．

次節以降では，地域別，路線別の各分割パターンにおいて，均衡点遷移の閾値を解析的に求めるとともに，その大小関係を明らかにする．なお，先述のように，行プレイヤー（地域別分割の場合a,dの運営者，路線別分割の場合a,bの運営者）と，列プレイヤー（地域別分割の場合b,cの運営者，路線別分割の場合c,dの運営者）は対称であり，均衡点遷移の過程は一致する．そのため，分析の簡略化のため，どちらの分割パターンにおいても，列プレイヤーが先行して戦略を変更するケースに限定して分析を行う．また以下の分析において，2大都市間の交通量損失を大―大，大都市―小都市間の交通量損失を大―小，2小都市間の交通量損失を小―小と記載する．

（３）地域別分割における均衡点の遷移に関する分析

先述のように，均衡補修戦略プロファイルにおけるリンクa, b, c, dの戦略変数を4つ1組の(k_1, k_2, k_3, k_4)と表記する．地域別分割において，均衡補修戦略プロファイルが(1,1,1,1)から(2,2,2,2)へ遷移する経路は，図－５に示



図－８　地域別分割における均衡点遷移の一例（リンク上の数値は補修戦略を表す）

す2パターン存在する．各パターンより以下の代表的経路を選び，均衡点遷移の閾値（交通量損失）を求める．

経路1：

(1,1,1,1)⇒(1,1,2,1)⇒(1,1,2,2)⇒(1,2,2,2)⇒(2,2,2,2)

経路2：

(1,1,1,1)⇒(1,1,2,1)⇒(1,2,2,1)⇒(1,2,2,2)⇒(2,2,2,2)

経路1

1) (1,1,1,1)⇒(1,1,2,1)

大―大：0，大―小：r_2A_2，小―小：PA_3

より $\theta_1^1 = r_2A_2 + PA_3$

2) (1,1,2,1) ⇒(1,1,2,2)

大―大：0，大―小：r_2A_2，小―小：$(1/2)\,rA_3 + PA_3$

より $\theta_2^1 = r_2A_2 + (1/2)\,rA_3 + PA_3$

3) (1,1,2,2) ⇒(1,2,2,2)

大―大：rA_1，大―小：r_2A_2，小―小：$(1-r)PA_3$

より $\theta_3^1 = rA_1 + r_2A_2 + (1-r)PA_3$

4) (1,2,2,2) ⇒(2,2,2,2)

大―大：$(a-1)rA_1$，大―小：r_2A_2,

小―小：$(1-r)PA_3 + (1/2)(a-1)\,rA_3$

より $\theta_4^1 = (a-1)rA_1 + r_2A_2 + (1-r)PA_3 + (1/2)(a-1)\,rA_3$

次に，4変数$\theta_1^1, \theta_2^1, \theta_3^1, \theta_4^1$の大小比較を行う．

i) θ_1^1とθ_2^1

すべてのパラメータが正であることから，$\theta_1^1 < \theta_2^1$は自明である．

ii) θ_2^1とθ_3^1

$$\theta_3^1 - \theta_2^1 = rA_1 - rA_3\left(\frac{1}{2} + P\right) \tag{4.1}$$

$0 < P < 1/4$かつ$A_1 \geq 2A_3$より(4.1)式は常に正となることから，$\theta_2^1 < \theta_3^1$となる．

iii) θ_3^1とθ_4^1

$$\theta_4^1 - \theta_3^1 = (a-2)rA_1 + \frac{1}{2}(a-1)rA_3 \tag{4.2}$$

(4.2)式は正・負両方のケースが存在する．

経路2

1) (1,1,1,1)⇒(1,1,2,1)

経路1のθ_1^1に等しい．

2) (1,1,2,1)⇒(1,2,2,1)

大―大：rA_1，大―小：r_2A_2，小―小：PA_3

より $\theta_5^1 = rA_1 + r_2A_2 + PA_3$

3) (1,2,2,1) ⇒(1,2,2,2)

大―大：0，大―小：r_2A_2，小―小：$PA_3 + (1/2)\,rA_3 + r\,PA_3$

より $\theta_6^1 = r_2A_2 + PA_3 + (1/2)\,rA_3 + r\,PA_3$

4) (1,2,2,2)⇒(2,2,2,2)

経路1のθ_4^1と等しい．

以下に4変数$\theta_1^1, \theta_5^1, \theta_6^1, \theta_4^1$の比較を行う．

i) θ_1^1とθ_5^1

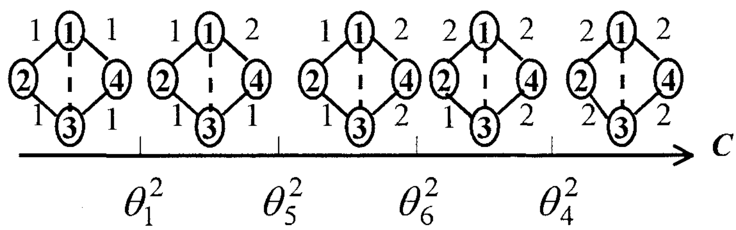
$\theta_1^1 < \theta_5^1$は自明である．

ii) θ_5^1とθ_6^1

$$\theta_6^1 - \theta_5^1 = -rA_1 + \frac{1}{2}rA_3 + rPA_3 \tag{4.3}$$

$0 < P < 1/4$かつ$A_1 \geq 2A_3$より(4.3)式は常に負となり，$\theta_5^1 > \theta_6^1$が成立する．このとき，(1,1,2,1) から(1,2,2,1)への戦略変更がリンク{b, c}の運営者の最適応答反応となるとき，(1,2,2,1)から(1,2,2,2)への戦略変更も同時にリンク{a, d}の運営者の最適応答となる．従って，地域別分割において(1,2,2,1)が均衡点となることはなく，経路2は存在しない．

図－８に，Cの増加とともに変化する均衡点の遷移過程の一例を示す．$C < \theta_1^1$の場合(1,1,1,1)が均衡点となり，ネットワーク上のすべてのリンクにおいて高い補修水準が維持される．Cの増大とともに，補修戦略プロファイルは(1,1,2,1), (1,1,2,2), (1,2,2,2)と遷移し，$\theta_4^1 < C$の場合(2,2,2,2)が均衡点となる．$\theta_2^1 < \theta_3^1$であることから，**表－１**のケース3のように，運営者間で補修戦略の自発的協調が成立して2大都市間に補修水準の高いルートが1つ確保されるケースが必ず存在することがわかる．



図－９　路線別分割における均衡点遷移の一例（リンク上の数値は補修戦略を表す）

（４）路線別分割における均衡点の遷移に関する分析

路線別分割において，均衡補修戦略プロファイルが(1,1,1,1)から(2,2,2,2)へ遷移する経路は，図－６に示す 2 パターン存在する．各パターンより以下の代表的経路を選び，均衡点遷移の閾値を求める．

経路 1：

(1,1,1,1)⇒(1,1,1,2)⇒(2,1,1,2)⇒(2,1,2,2)⇒(2,2,2,2)

経路 2：

(1,1,1,1)⇒(1,1,1,2)⇒(1,1,2,2)⇒(2,1,2,2)⇒(2,2,2,2)

経路 1

1) (1,1,1,1)⇒(1,1,1,2)

大―大：PA_1，大―小：r_2A_2，小―小：0

より $\theta_1^2 = PA_1 + r_2A_2$

2) (1,1,1,2) ⇒(2,1,1,2)

大―大：PA_1+(1/2)rA_1，大―小：r_2A_2，小―小：0

より $\theta_2^2 = PA_1 + (1/2)rA_1 + r_2A_2$

3) (2,1,1,2) ⇒(2,1,2,2)

大―大：(1-r)PA_1，大―小：r_2A_2，小―小：rA_3

より $\theta_3^2 = (1-r)PA_1 + r_2A_2 + rA_3$

4) (2,1,2,2) ⇒(2,2,2,2)

大―大：(1-r)PA_1+(1/2)(a-1)rA_1，大―小：r_2A_2

小―小：(a-1) rA_3

より $\theta_4^2 = (1-r)PA_1 + \dfrac{1}{2}(a-1)rA_1 + r_2A_2 + (a-1)rA_3$

次に，4 変数$\theta_1^2, \theta_2^2, \theta_3^2, \theta_4^2$の大小比較を行う．

i) θ_1^2 とθ_2^2

すべてのパラメータが正であることから，$\theta_1^2 < \theta_2^2$ は自明である．

ii) θ_2^2 とθ_3^2

$$\theta_3^2 - \theta_2^2 = \left(-P - \frac{1}{2}\right)rA_1 + rA_3 \qquad (4.5)$$

$0 < P < 1/4$ かつ$A_1 \geq 2A_3$ より，(4.5)式は常に負であり，$\theta_2^2 > \theta_3^2$ となる．従って，(1,1,1,2) から(2,1,1,2)への戦略変更がリンク{a,b}の運営者の最適応答反応となるとき，(2,1,1,2)から(2,1,2,2)への戦略変更も同時にリンク{c,d}の運営者の最適応答となるため，路線別分割において(2,1,1,2)が均衡点となることはなく，経路 1 は存在しない．

経路 2

1) (1,1,1,1)⇒(1,1,1,2)

経路 1 のθ_1^2 と等しい．

2) (1,1,1,2)⇒(1,1,2,2)

大―大：PA_1，大―小：r_2A_2，小―小：rA_3

より $\theta_5^2 = PA_1 + r_2A_2 + rA_3$

3) (1,1,2,2) ⇒(2,1,2,2)

大―大：$\left(P + \dfrac{1}{2}r + rP\right)A_1$，大―小：$r_2A_2$，小―小：0

より $\theta_6^2 = \left(P + \dfrac{1}{2}r + rP\right)A_1 + r_2A_2$

4) (2,1,2,2)⇒(2,2,2,2)

経路 1 のθ_4^2 と等しい．

以下に 4 変数$\theta_1^2, \theta_5^2, \theta_6^2, \theta_4^2$ の大小比較を行う．

i) θ_1^2 とθ_5^2

$\theta_1^2 < \theta_5^2$ は自明である．

ii) θ_5^2 とθ_6^2

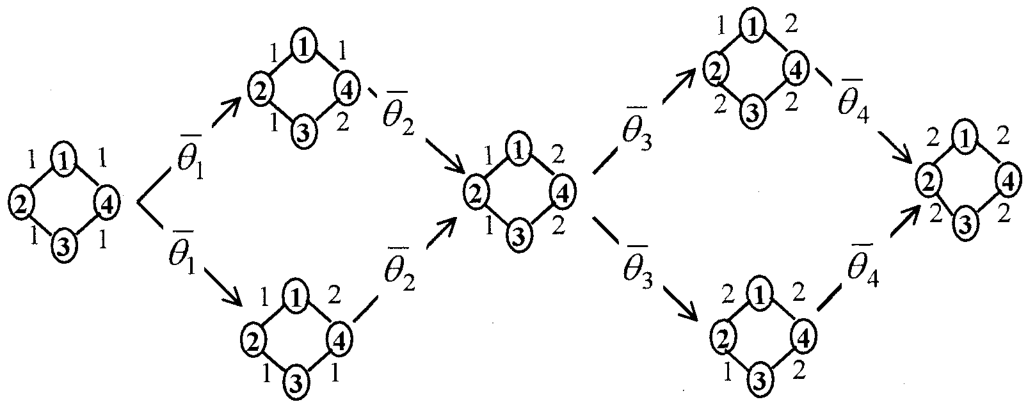
$$\theta_6^2 - \theta_5^2 = \left(\frac{1}{2} + P\right)rA_1 - rA_3 \qquad (4.7)$$

$0 < P < 1/4$ かつ$A_1 \geq 2A_3$ より(4.7)式は常に正であり，$\theta_5^2 < \theta_6^2$ となる．

iii) θ_6^2 とθ_4^2

$$\theta_4^2 - \theta_6^2 = \left(\frac{1}{2}a - 2P - 1\right)rA_1 + (a-1)rA_3 \qquad (4.8)$$

(4.8)式は正・負両方のケースが存在する．



図－１０　最適補修戦略の遷移（リンク上の数値は補修戦略を表す）

図－9に，Cの増加とともに変化する均衡点の遷移過程の一例を示す．$\theta_2^5 < \theta_2^6$であることから，路線別分割においても，地域別分割と同様に，運営者間で補修戦略の自発的協調が成立するケースが必ず存在することがわかる．

（5）最適補修戦略と分割時の均衡点の比較

Cが増加した場合，最適補修戦略も(1,1,1,1)から(2,2,2,2)へと遷移してゆく（図－１０）．地域別分割，路線別分割と同様に，以下の最適補修戦略の遷移の閾値を求める．

1）(1,1,1,1) ⇒ (1,1,2,1),(1,1,1,2)
大—大 : 0，大—小 : r_2A_2，小—小 : 0
より$\bar{\theta}_1 = r_2A_2$
2）(1,1,2,1), (1,1,1,2) ⇒ (1,1,2,2)
大—大 : 0，大—小 : r_2A_2，小—小 : rA_3
より$\bar{\theta}_2 = r_2A_2 + rA_3$
3）(1,1,2,2) ⇒ (1,2,2,2), (2,1,2,2)
大—大 : rA_1，大—小 : r_2A_2，小—小 : 0
より$\bar{\theta}_3 = rA_1 + r_2A_2$
4）(1,2,2,2), (2,1,2,2) ⇒ (2,2,2,2)
大—大 : arA_1，大—小 : r_2A_2，小—小 : arA_3
より$\bar{\theta}_4 = arA_1 + r_2A_2 + arA_3$

ここで，最適補修戦略プロファイルと，地域別・路線別分割の均衡点遷移の閾値を比較する．

地域別分割との比較

i) $\bar{\theta}_1$とθ_1^1

$$\theta_1^1 - \bar{\theta}_1 = PA_3 \tag{4.9}$$

常に$\bar{\theta}_1 < \theta_1^1$となる．

ii) $\bar{\theta}_2$とθ_2^1

$$\theta_2^1 - \bar{\theta}_2 = -(1/2)rA_3 + PA_3 \tag{4.10}$$

(4.10)式は正負双方の値を取り得る．

iii) $\bar{\theta}_3$とθ_3^1

$$\theta_3^1 - \bar{\theta}_3 = (1-r)PA_3 \tag{4.11}$$

常に$\bar{\theta}_3 < \theta_3^1$となる．

iv) $\bar{\theta}_4$とθ_4^1

$$\theta_4^1 - \bar{\theta}_4 = -rA_1 - \left(\frac{1}{2}ar - P + rP + \frac{1}{2}r\right)A_3 \tag{4.12}$$

(4.12)式は正負双方の値を取り得る．

路線別分割との比較

i) $\bar{\theta}_1$とθ_1^2

$$\theta_1^2 - \bar{\theta}_1 = PA_1 \tag{4.13}$$

常に$\bar{\theta}_1 < \theta_1^2$となる．

ii) $\bar{\theta}_2$とθ_5^2

$$\theta_5^2 - \bar{\theta}_2 = PA_1 \tag{4.14}$$

常に$\bar{\theta}_2 < \theta_5^2$となる．

iii) $\bar{\theta}_3$とθ_6^2

$$\theta_6^2 - \bar{\theta}_3 = -\frac{1}{2}rA_1 + PA_1 + rPA_1 \tag{4.15}$$

(4.15)式は正負双方の値を取り得る．

iv) $\bar{\theta}_4$とθ_4^2

$$\theta_4^2 - \bar{\theta}_4 = -\left(ar + rP - P + \frac{1}{2}r\right)A_1 - rA_3 \tag{4.16}$$

(4.16)式は正負双方の値を取り得る．

(4.9)〜(4.16)式に示された閾値の差から，分権的ネットワーク運営が導入された場合の補修戦略への影響について考察を行う．小都市間のOD需要（A_3により規定される）が0の場合，(4.9)〜(4.11)式は0となる．このとき，補修戦略プロファイル(1,1,1,1)から(1,1,2,1)，(1,1,2,1)から(1,1,2,2)，及び(1,1,2,2)から(1,2,2,2)への遷移において，最適補修戦略と地域別分割の閾値は一致する．すなわち，大都市間や大都市・小都市間と比較して小都市間のOD需要を無視し得るとき，地域別分割の下での補修戦略プロファイルは，最適補修戦略に一致する可能性が高い．

一方，路線別分割の場合(4.13)〜(4.15)式はA_1の項を含んでいるため，小都市間のOD需要が0であっても，最適補修戦略との遷移の閾値の乖離は残存している．また(4.13),(4.14)式は常に正であるため，最適補修戦略よりも高い補修水準（補修戦略プロファイル(1,1,1,1)や(1,1,2,1), (1,1,1,2)）が維持される可能性が高いことがわかる．これは，路線別分割においては2大都市間の交通を巡り運営者が競合関係にあるため，ネットワーク全体の利得の最大化という観点からは過大な補修水準が実現するためと考えられる．

5．おわりに

本論文では，道路の整備主体から有料道路の運営を委託された主体（運営者）が分権的に道路ネットワークを運営する状況を想定した．その上で，運営者が自らの利得を最大化するように補修戦略を選択すると仮定し，道路ネットワークの分権的運営モデルを定式化した．分権的運営の下での均衡補修選択プロファイルと，集権的運営の下での最適補修戦略プロファイルを比較することによって，分割パターンや都市配置の効率性に与える影響について分析を行った．

3．（4）に示した数値計算結果から，分割パターンが適切であれば，ネットワークを分割することによって必ずしも非効率性が生じるとは限らないことが明らかとなった．また，ネットワークの分割の可否は，大都市が連担しているか分散しているか等の国土構造にも依存することが明らかとなった．

また4．では，2大都市が対角線上に存在する四角形ネットワークを対象に，簡易モデルを用いて，補修費用の増加に伴う均衡点の遷移過程について解析的検討を行った．その結果，小都市間の交通量が小さい場合，2大都市を中心とした地域別分割での均衡補修戦略プロファイルが，最適補修戦略プロファイルと一致する可能性が高まることが明らかとなった．また，2大都市を結ぶ路線ごとに分割した場合，最適補修戦略プロファイルよりも高い補修水準となる可能性が高いことも明らかとなった．

実際の道路ネットワークは，本論文の四角形ネットワークより大規模でかつ多くの分岐を含んだ複雑な構成となっている．しかし，わが国の高速道路ネットワークにおいても，大都市間に複数のルートが存在し，全体としてループを構成している箇所は多数存在する．このようなループ状のネットワークを分権的に運営する場合，大都市間の中間点に運営主体の境界を設定するか（地域別分割），路線別に異なった主体に運営を委ねるか（路線別分割）が問題となることがあると考えられる．4．の知見は，地域別分割を実施しても，大都市間については補修水準の高いルートが少なくとも1つ確保される可能性が高いことを示しているといえる．

現在のモデルは，有料道路のネットワークとすることにより，運営者に通行料収入確保のための補修水準向上の動機を与えている．その結果として，3．（4）の**表−4**のケース2に見られるように，小都市を結ぶ区間において補修水準の低下が起こり得る．一方，ナショナルミニマムとしての道路ネットワーク整備を分析の対象とした場合，利用者便益の向上等を動機とする運営者を想定可能であると考えられる．しかし，分権的運営の下では，対象となる利用者の範囲の設定等に関して検討が必要であると考えられる．また，運営の委託に当たっての契約に関しても，本論文で前提とした通行料の固定化の他に，補修水準の指定などさまざまな形態が考えられる．これらの点について，今後の課題としたい．

付録　定理1の証明

（地域別分割の場合）

図−5より，補修戦略プロファイル(1,2,1,2)において，$\{b,c\}$の運営者は補修戦略プロファイルを(1,1,2,2)に変更することができる．このとき，$\{b,c\}$の運営者に関して，補修戦略1,2を選択するリンクの数はそれぞれ変わらないため，期待補修費用は変化しない．また，大都市−小都市間，小都市間の交通量も変化しない．一方大都市間については，リンクa, bの補修戦略が共に1となり，補修水準の高いルートが形成されることから，交通量は増加する．

同様に補修戦略プロファイル(2,1,2,1)においても，$\{b,c\}$の運営者が補修戦略プロファイルを(2,2,1,1)に変更することにより，期待補修費用を増加させることなく大都市間の交通量を増加させることができる．従って運営者は補修戦略を変更することによって常に利得を増加させることができることから，補修戦略プロファイル(1,2,1,2), (2,1,2,1)は均衡補修戦略プロファイルと成り得ない．

（路線別分割の場合）

図－６より，補修戦略プロファイル(1,2,1,2)において，{c,d}の運営者は補修戦略プロファイルを(1,2,2,1)に変更することができる．このとき，{c,d}の運営者に関して，補修戦略 1,2 を選択するリンクの数はそれぞれ変わらないため，期待補修費用は変化しない．また，大都市間，大都市－小都市間の交通量も変化しない．一方小都市間については，リンク a, d の補修戦略が共に 1 となり，補修水準の高いルートが形成されることから，交通量は増加する．

同様に補修戦略プロファイル(2,1,2,1)においても，{c,d}の運営者が補修戦略プロファイルを(2,1,1,2)に変更することにより，期待補修費用を増加させることなく小都市間の交通量を増加させることができる．従って運営者は補修戦略を変更することによって常に利得を増加させることができることから，補修戦略プロファイル(1,2,1,2), (2,1,2,1)は均衡補修戦略プロファイルと成り得ない．

参考文献

1) Myerson, R: Graphs and Cooperation in Games, Mathematics of Operations Research, Vol.2, pp.225-229, 1977.
2) 高野浩一・岡田憲夫・榊原弘之・多々納裕一：流域下水道整備事業の費用配分方法に関するゲーム論的考察，土木計画学研究・論文集, Vol.15, pp.283-294, 1998.
3) Dutta, B. and Mutuswani, S. : Stable Networks, Journal of Economic Theory, pp. 322-344, 1997.
4) Fukuyama, K.: Local Consolidation of Link-Type Infrastructures, Proceedings of IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, 2004.
5) 岡田章：ゲーム理論，有斐閣, 1996.

道路ネットワークの分権的運営モデル*

榊原弘之**・高橋啓介***・坂元鉄兵****

一般に，道路ネットワークを構成する各リンクは，相互連関性を有しており，集権的に運営することが望ましい．しかし，意思決定の迅速化等の要請から，分権的なネットワーク運営が選択されるケースも多い．この場合，効率性が損なわれないような運営形態にすることが必要となる．本論文では維持管理問題を対象に，有料道路のネットワークを分割して分権的に運営した場合の個別の運営者の行動をゲーム論的にモデル化する．その上で，非協力ゲームの均衡解として得られた補修戦略と，ネットワークを集権的に運営した場合の補修戦略を比較する．また，分割パターンと補修の効率性の関係について分析を行う．

Modeling Decentralized Management of Highway Network*

By Hiroyuki SAKAKIBARA** • Keisuke TAKAHASHI*** • Teppei SAKAMOTO****

Since the links consisting of road network have high interdependency, a single decision maker should generally manage road network. However, some organizational requirements often force to choose decentralized management scheme. In such a situation, a management scheme should be designed to realize efficient management of the network. In this paper, decentralized managers' maintenance decisions are modeled based on game theory. Maintenance strategies at an equilibrium of the game model are compared with optimum maintenance strategies taken by a single decision maker, and the relationship between network decomposition and efficiency is analyzed.