【土木計画学研究・論文集 Vol.21 no.1 2004年9月】

遅延リスクを考慮した公共事業の事前・再評価*

Pre- and Re-Evaluation System of Public Projects Incorporating Demand Risk and Delay Risk*

長谷川専**・織田澤利守*** 小林潔司****

by Atsushi HASEGAWA**, Toshimori OTAZAWA*** and Kiyoshi KOBAYASHI****

1. はじめに

公共事業の事業期間は長期にわたり，その間に事業を取り巻く経済環境や国民の価値観が変化することが少なくない．その結果，公共事業の社会的必要性や社会的便益は不可避的に変動する．このため，事業採択の時点で予測した事業便益と実現した事業便益が大きく乖離する可能性がある．また，公共事業では，事業関係者間の合意形成が遅れるなどにより，事業の実施が長期化する事例も少なくない．事業の遅延が生じれば，直接的な事業費が増加するだけでなく，事業便益の発現時期が遅れることによって事業の効率性が著しく阻害されることもある．

現在，公共事業の効率性やアカウンタビリティの向上を目的とした体系的な公共事業評価システムの構築が進められており，国土交通省では，公共事業の新規事業採択時評価（事前評価），再評価制度の見直しおよび事後評価制度の導入が行われている[1]．このうち，再評価制度は不確実性の存在を前提として，ひとたび着手した事業の継続の可否を投資効率性の観点から検討し，投資の継続が不適当な事業を中止もしくは休止することによりムダの拡大を回避するという重要な役割がある．従って，合理的な投資意思決定のためには，将来の再評価によって事業が中止される可能性を事前評価において適切に織り込んだ統合的な事前・再評価手法の開発が望まれる．

本研究では，公共事業の主なリスクである1）遅延リスクと2）事業便益リスクに着目し，事業の中止オプションならびに休止オプションを明示的に考慮に入れた公共事業の事前・再評価モデルを開発するとともに，これらのオプションの経済価値を計測する方法論を提案することを目的とする．以下，2．では本研究の基本的な考え方を説明する．3．では，事業の事前・再評価モデルを定式化し，4．でモデルの拡張方法について議論する．5．でモデルの解法を示し，6．で数値計算事例について紹介する．

*キーワーズ：事業評価，遅延リスク，リアルオプション

**正会員 工修 （株）三菱総合研究所 政策科学システム研究部（〒100-8141 東京都千代田区大手町2-3-6 TEL 03-3277-0712 /FAX 03-3277-3462)

***正会員 博(工学) 東北大学大学院情報科学研究科人間社会情報科学専攻(〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉06 TEL022-217-7502, FAX 022-217-7500)

****フェロー会員 工博 京都大学大学院工学研究科都市社会工学専攻（〒606-8501 京都市左京区吉田本町 TEL・FAX 075-753-5071)

2. 本研究の基本的な考え方

(1) 従来の研究概要

不確実性下における投資意思決定問題に関しては膨大な研究の蓄積があり[2)-8)]，土木計画学の分野でも研究の蓄積がある[9)]．さらに，Merton等はプロジェクトの不確実性，不可逆性を明示的に考慮した意思決定理論であるリアルオプション理論を開発し，プロジェクトの投資機会をcall optionと解釈できることを示した[10)-12)]．リアルオプション理論に基づけば，プロジェクトに内在する多様なオプションの価値を計量的に評価できる枠組みを提供することができる[13)-17)]．

公共事業の事前・再評価問題において，織田澤らは事前評価・再評価の見直し機能（事業の延期を含む）の導入がもたらすオプション価値を明示的に考慮した事業評価モデルをリアルオプション理論を用いて構築している[18)]．さらに，評価費用を明示的に考慮することにより，事業の再評価の最適回数を内生的に決定する事業評価モデルを構築している[19)]．しかし，リアルオプション理論をはじめとする投資意思決定モデルでは，事業便益リスク等に代表される単一のリスクを対象とした研究は数多く報告されているものの，複数のリスクを同時に対象とした投資意思決定理論はそれほど進展していないのが実情である．公共事業に関わる意思決定問題では，事業便益リスクと同時に，遅延リスクも大きなリスク要因である．公共事業は，その計画策定・事業執行プロセスを通じて，遅延リスクに晒されており，計画決定の時点で想定した工事完了年度に供用できるとは限らない．当初想定した工事着工及び完了予定年度から遅延している事業が，再評価の結果，社会経済情勢の変化によって中止され，既投資額が便益を生み出さない埋没コストと化してしまう場合もある．近年，事業遅延による社会的損失を評価しようとする試みがある[20)-23)]．しかし，これらは，事業遅延による社会的損失を事後的に評価しているものであり，遅延リスクの下での事前の投資問題を分析しているわけではない．一方，織田澤らは公共事業の遅延リスクに着目し，事業遅延がもたらす経済損失を明示的に考慮した事業評価モデルを構築している[24)]．しかし，そこでは事業便益リスクを取り扱っていない．現実の公共事業の事前・再評価システムでは公共事業の遅延リスクと事業便益リスクの双方を同時に考慮する必要があり，これら複数のリスクを同時に

考慮した事業評価の枠組みを構築することが求められる．さらに，事業評価の結果に基づいて，事業の継続，中止，あるいは休止等を合理的に決定できる方法論を構築することが必要となる．

本研究は，事業便益に関するリスクと事業の遅延リスクという２種類のリスクを同時に考慮して，事業の事前評価時点における事業の採択，不採択と再評価時点における事業の継続，中止，および休止等を合理的かつ整合的に決定しうる公共事業の事前・再評価モデルを構築する点を特徴としている．

(2) 国土交通省の公共事業の事前・再評価制度

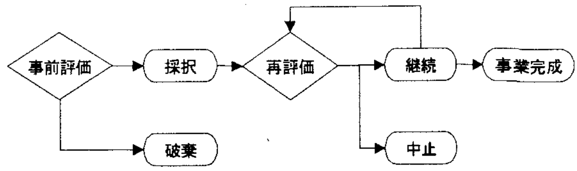
国土交通省における公共事業評価の実施要領[25),26)]では，個別事業の評価は，「事業費の予算化段階における評価」(新規事業採択時評価)，および「事業採択後5年間経過後未着工か，事業採択後10年間経過後継続中，着工準備段階で5年間経過，再評価後5年経過後継続中または未着工という状況にある事業に対する評価」(再評価) で構成される．なお，新規事業採択時評価および再評価は，平成10年度に導入された．

新規事業採択時評価は，事業の投資効率性を評価することに重点がある．一方，再評価では，その時点における事業の投資効率性が改めて確認されるとともに，新規事業採択時における投資効率性の評価結果との差異が発生した理由や事業の進捗見込みが評価される．再評価の結果，事業の中止が決定されれば，当該の事業は廃棄され，再評価時点までに実施された投資の一部または全ては便益を生み出さない埋没コストになってしまう．さらに，原状復旧など中止に伴う追加的コストが必要になる場合もある．現行の再評価制度においては，事業の継続，中止というオプションしかないが，これら以外に事業の休止というオプションも考えることができる．事業の休止とは，事業の継続が一時的に中断されるものの，一定期間が経過した後に改めて再評価され，事業をとりまく社会経済状況等に応じて，再び事業が再開されたり，休止が継続されたり，中止が決定されることを意味する．かつては，休止オプションも旧建設省[27)]，旧運輸省[28)]の再評価制度に位置づけられていたが，平成13年度に国土交通省への統合に伴う制度改定の際に廃止された．

そこで，本研究では平成10年度の再評価制度の導入による効果（継続・休止・中止オプションの導入効果）および平成13年度の休止オプションの廃止による影響を定量的に計測しうる方法論を構築する．これは，本研究で構築した事前・再評価モデルの，公共事業評価の制度設計への適用可能性を示す試みでもある．

(3) 問題設定

本研究では事業便益リスク，遅延リスクという２種類のリスクが存在する事業の実施環境の下で，まず新規事業採択時における事業の事前評価，再評価時点における



図－１ 基本モデルの構造

事業の継続，中止オプションを合理的に評価することを目的とした公共事業の事前・再評価モデル（基本モデル）を開発する．つぎに，再評価時点において事業の休止オプションを意思決定の選択肢として追加したような拡張モデルを開発する．

本研究で取り上げる意思決定プロセスの構造を**図－１**に示す．事前評価時点においては，１）事業を採択するか，２）事業を採択しないかを選択する．本研究では休止オプションの有無など再評価制度の変更が及ぼす影響を分析することに焦点を絞るため，事前評価時点における意思決定は「now-or-never原則」に基づいて行われるものとし，「意思決定を留保する」という延期オプションはとりあげない．また，事業はそれが完成するまで一定の期間を要する．しかし，事業には，その完成が遅延するという遅延リスクが存在する．事前評価において事業が採択された後，一定期間を経過した時点で事業が完成していない場合，事業の再評価が実施される．**3**．の基本モデルでは，再評価においては，当該時点における事業の進捗状態とその時点で評価された事業価値に基づいて，１）事業を継続するか，２）事業を中止するかが決定される．事業が完成した場合，直ちに供用が開始され事業便益が発生する．一方，再評価時点よりさらに一定期間を経過した時点で事業が完成していない場合，改めて再評価が実施される．事業を中止する場合は，中止費用が必要となる．なお，**4**．ではモデルを拡張し，再評価時点における休止オプションを考慮した事前・再評価モデル（拡張モデル）を定式化する．

3. 基本モデルの定式化

(1) モデル化の前提条件

意思決定者は事前評価時点t_0で，「事業を採択するか」，あるいは「事業を採択しないか」を決定する．事業が採択された場合，事業への投資が開始される．事業の進捗状態を$(N+1)$段階の離散的な状態変数$h_t = j$ $(j = 0,1,\cdots,N)$を用いて記述する．任意の時点tにおける事業の進捗率α_tは状態変数h_tを用いて$\alpha_t = \frac{h_t}{N}$と表される．事業の進捗率は，着目している時点までに投資された累積投資額が事業の投資総額に占める割合を用いて定義する．すなわち，$\alpha_t = 0$は事業が進捗ゼロの状態を，$\alpha_t = 1$は完成状態を表す．なお，投資総額は固定されており，当初想定よりも増大するリスク（コスト超過リスク）はないと仮定する．ある評価時点tからつぎの評価時点t'の間に事業の進捗状態がα_tから$\alpha_{t'}$へ進展した場合，投資額

$C \cdot (\alpha_{t'} - \alpha_t)$は時点$t'$で支出される．ただし，$C$は事業の投資総額を表す．事業の進捗プロセスにはリスクが存在し，事業が完成していない段階で「事業がいつ完成するか」は不確実である．事業採択後，一定期間τが経過した時点$t_1 = t_0 + \tau$で事業が完成していない場合，第１回目の再評価が実施される．再評価時点で観測された事業の進捗状態h_{t_1}と事業価値$\hat{B}$に基づいて「事業を継続するか」，あるいは「事業を中止するか」のいずれかが選択される．継続中の事業では，時点t_1から完成するまでの間，一定期間τ毎に再評価が実施される．第i回目の再評価の実施時点は$t_i = t_0 + i\tau$と表される．ただし，再評価の実施には再評価費用C_eが必要となる．一方，再評価により事業の中止が決定された場合，事業は廃棄され，中止費用C_aを要する．その場合，事業への既投資額は完全に埋没すると仮定する．また，簡単のために，事業は部分供用や暫定供用は行われず，完成後はじめて便益を発生するものと仮定する．

(2) 遅延リスクの定式化

事業採択時点から初回の再評価時点までの期間および再評価時点間の期間はいずれもτであり，τ個のステップ（１ステップは，例えば１年などの単位期間）により構成される．いま，$S = \{0, 1, 2, \cdots, N\}$を離散的な$N+1(\geq 2)$個の状態で定義される状態空間とし，事業の進捗状態$h_t$は$S$上で定義されるマルコフ連鎖に従うと仮定する．１ステップで進捗状態jからkに推移する確率を

$$\mathrm{Prob}\Big[h_{t+1} = k | h_t = j\Big] = p_{jk} \tag{1}$$

と定義する．さらに，推移確率p_{jk}を(j,k)要素とする推移確率行列を$\boldsymbol{P}$で表現する．推移確率は外生的に与えられ，いずれの主体もその値を制御できないと仮定する．ある時点で状態jであれば，つぎの時点では取りうる状態のうちどれかには必ず推移するため，

$$\sum_{k=0}^{N} p_{jk} = 1, \; ; \quad p_{jk} \geq 0, \; j, k \in S \tag{2}$$

を満足する．また，事業の進捗はひとたびある状態が実現すれば，その後に手戻り等の発生により後ろ向きに推移することはない（以下，非後退性と呼ぶ）と仮定する．したがって，

$$p_{jk} = 0 \; (j > k) \tag{3}$$

が成立する．つぎに，状態jから出発したマルコフ連鎖$\{h_t\}$が吸収状態Nに到達するステップ数を表す確率変数をT_jと表そう．T_jの確率分布は，

$$\begin{aligned}\xi_j(s) &= \mathrm{Prob}\Big[T_j = s\Big] \\ &= \mathrm{Prob}\Big[h_{t+s} = N, h_{t+l} < N; \; l < s | h_t = j\Big]\end{aligned} \tag{4}$$

と表せる．$\xi_j(s)$ $(s = 1, 2, \cdots)$はh_tが状態jからsステップ後に初めて吸収状態Nに到達する確率を表す．本研究では事業採択から完成までに要する標準的な最短ステップ数$\overline{T}_0$を基準として，事業期間がこれを超えた場合を遅延と定義し，その確率$\sum_{s=\overline{T}_0+1}^{\infty} \xi_0(s)$を遅延リスクと呼ぶ．

評価期間τにおける進捗状態h_tの推移は，推移確率行列$\boldsymbol{\Pi} = \boldsymbol{P}^{\tau}$に従う．推移確率の非後退性より，推移確率行列$\boldsymbol{\Pi}$の$(j,k)$ $(j > k)$要素について$\pi_{jk} = 0$が成立する．また，ひとたび事業が完成（状態がNに到達）すれば，マルコフ連鎖の吸収状態となり，$\pi_{NN} = 1$が成立する．

(3) 事業価値リスクの定式化

いま，任意の時点tにおける事業価値$B(t)$を，その時点で仮に事業が完成し供用が開始されたと想定した場合の，当該時点から将来にわたって発生するであろう期待総便益（当該時点における現在価値）と定義する．事業価値は通常の費用便益分析の方法を用いて評価される．事業価値にはリスクが内在し，ある確率分布に従うものとする．つまり，供用開始時点において実現する値を前もって正確に知ることはできない．時点tにおいて事業価値$\hat{B} = B(t)$が観測された場合，かりに供用開始時点がTになった場合に実現する事業価値$B(T)$は，供用開始までの残事業期間$T - t$に依存する条件付き確率密度関数$f(B|\hat{B}, T-t)$に従って分布すると仮定する．

ここで，再評価時点t_iで事業価値$\hat{B}_i{=}B(t_i)$を観測した下で，つぎの再評価時点t_{i+1}で観測される事業価値B_{i+1}の分布を表す確率密度関数$f(B_{i+1}|\hat{B}_i, \tau)$を，表記の簡便化のために$f(B_{i+1}|\hat{B}_i)$と表し，累積分布関数を$F(B_{i+1}|\hat{B}_i)$と表そう．$B_{i+1}$の確率密度関数$f(B_{i+1}|\hat{B}_i)$は各時点$t_i$ $(i = 0, 1, \cdots)$で定義できるが，その形式は時点t_iに依存せず，事業価値$\hat{B}_i$のみに依存すると仮定する．さらに，任意の自然数nに対して同時確率密度関数

$$\begin{aligned}&f^n(B_{i+n}, \cdots, B_{i+1}|\hat{B}_i) \\ &\quad = f(B_{i+n}|B_{i+n-1}) \times \cdots \times f(B_{i+1}|\hat{B}_i)\end{aligned} \tag{5}$$

を定義する．ここで，i回目の再評価時点に観測された事業価値$\hat{B}_i$に基づき，それからn回目の再評価時点で観測される事業価値B_{i+n}の確率分布を表す確率密度関数を

$$\begin{aligned}f_n(B_{i+n}|\hat{B}_i) &= \int_0^{\infty} \cdots \int_0^{\infty} f^n(B_{i+n}, \cdots, B_{i+1}|\hat{B}_i) \\ &\quad dB_{i+n-1} \cdots dB_{i+1}\end{aligned} \tag{6}$$

と定義する．この時，確率密度関数$f(B_{i+1}|\hat{B}_i)$は以下の条件を満足すると仮定する．

1) 任意のnに対して

$$\max_{B_{i+n} \in (0,\infty)} |f_n(B_{i+n}|\hat{B}_i)| \leq M < \infty \tag{7a}$$

2) 任意の$\hat{B}_i > \tilde{B}_i$と$B_{i+1} \in (0, \infty)$に対して

$$F(B_{i+1}|\hat{B}_i) \leq F(B_{i+1}|\tilde{B}_i) \tag{7b}$$

条件(7a)は確率密度関数$f_n(B_{i+n}|\hat{B}_i)$が上方に有界であることを意味する．条件(7b)は，$\hat{B}_i$の値が大きいほど，B_{i+1}の累積分布関数$F(B_{i+1}|\hat{B}_i)$が一様に右へシフトすることを意味する．すなわち，この条件は現在においてより高い事業価値が観測されるほど，将来により高い事業価値が実現する可能性が大きくなることを要求する．

５．で言及するように，事業の進捗状態を離散化すれば，モデルの最適解を求める手順を進捗率の非後退性という性質を用いて積分方程式に帰着させることができる．

本研究では，数値計算における議論の見通しをよくするため，進捗状態h_tを離散変数，事業価値$B(t)$を連続変数で表現する．なお，進捗状態を連続変数（事業価値を離散変数）としてモデル化することも可能である．

(4) 再評価問題の定式化

再評価時点$t_i = t_0 + i\tau$まで事業が継続され，かつ当該時点までに事業が完成していない場合において，事業の進捗状態が$h_{t_i} = j\ (j < N)$であり，事業価値$B(t_i) = \hat{B}_i$が観測された際に，当該時点で事業を「継続する」か「中止する」かを決定する問題を考える．以後，表記の簡便化のために，$\hat{B}_i$の添え字iを省略する．当該時点において事業を継続し，それ以降最適に意思決定を実施した時に獲得できる期待純事業価値の最大値を$\Omega_j(\hat{B})$と表そう．事業を継続した場合，1）つぎの再評価時点$t_{i+1} = t_i + \tau$までに事業が完成する，2）時点t_{i+1}において，再度事業の再評価が実施される，という２つの場合が考えられる．

まず，1）の場合に着目しよう．時点t_iにおいて事業の進捗状態がjであるときに，時点$t_i' = t_i + s\ (1 \le s \le \tau)$に事業が完成する確率$\xi_j(s)$は式(4)で表される．残投資額$C\cdot(1-j/N)$は事業完成時に一括して支出されると仮定しよう．時点t_i'で事業が完成した場合に獲得される追加的純事業価値（当該時点での現在価値）は$\eta(B(t_i')) = B(t_i') - C\cdot(1-j/N)$である．ただし，時点$t_i$において事業価値$B(t_i')$（以下，$B$と略記する）は確定的に把握することはできず，確率密度関数$f(B|\hat{B},s)$に従うことのみが把握できる．時点t_iに事業の進捗状態j，事業価値$\hat{B}$が観測された下で，時点t_i'に事業が完成した場合に獲得できる期待追加的純事業価値の当該時点での現在価値$E[\eta(B)|\hat{B},j,s]$は次式で表される．

$$E\Big[\eta(B)|\hat{B},j,s\Big] = \int_0^\infty \left\{B - C\left(1 - \frac{j}{N}\right)\right\} f(B|\hat{B},s)dB \quad (8)$$

つぎの再評価時点までに事業が完成して獲得できる期待純事業価値（時点t_iでの現在価値）$W_j(\hat{B})$は，

$$W_j(\hat{B}) = \sum_{s=1}^{\tau} \xi_j(s) E\Big[\eta(B)|\hat{B},j,s\Big](1+r)^{-s} \quad (9)$$

となる．ただし，rは社会的割引率である．$E[\eta(B)|\hat{B},j,s]$は既知関数であり，関数$W_j(\hat{B})$も既知関数である．

つぎに，2）の場合に着目する．つぎの再評価時点$t_{i+1} = t_i + \tau$までに事業が完成せずに，進捗状態が$h_{t_{i+1}} = k\ (j \le k < N)$となる推移確率は$\pi_{jk}$である．この時点で進捗状態$k$，観測された事業価値が$\hat{B}$である事業に対して，それ以降最適に意思決定を実施した時に獲得できる期待純事業価値の最大値を表す最適値関数を$\Psi_k(\hat{B})$と表す．時点t_iから時点t_{i+1}までの投資額は一括して時点t_{i+1}に支出されると仮定する．事業がつぎの再評価時点までに完成しない場合，時点t_iで評価した当該事業の期待純事業価値$R_j(\hat{B})$は，

$$R_j(\hat{B}) = \overline{R}_j(\hat{B}) + \lambda_j\left\{\int_0^\infty \Psi_j(B) f(B|\hat{B})dB - C_e\right\} \quad (10)$$

$$\overline{R}_j(\hat{B}) = \lambda \sum_{k=j+1}^{N-1} \pi_{jk}\left\{\int_0^\infty \Psi_k(B) f(B|\hat{B})dB - C\cdot\frac{k-j}{N} - C_e\right\}$$

と表される．ただし，$\lambda = (1+r)^{-\tau}$は割引因子，$\lambda_j = \lambda\pi_{jj}$である．なお，$\overline{R}_j(\hat{B})$は，後述の式（15a）-(15b)において，事業の最適値関数$\Psi_j(B)$を再帰的に定式化する上で，便宜的に式(10)を$\Psi_j(B)$を含む項とそうでない項の２項に分けるために導入したものである．

したがって，時点t_iにおいて，事業を継続した場合に獲得できる期待純事業価値の最大値$\Omega_j(\hat{B})$は

$$\Omega_j(\hat{B}) = W_j(\hat{B}) + R_j(\hat{B}) \quad (11)$$

と表される．一方，時点t_iで事業を中止した場合，中止費用C_aが必要となる．また，その事業が再開されることはありえず，事業便益は発生しない．したがって，この場合の純事業価値は$-C_a$となる．

(5) 最適化条件

再評価時点t_iで，事業の進捗状態$j \in S$，事業価値$\hat{B} \in (0,\infty)$が観測された時，この時点における事業の最適値関数$\Psi_j(\hat{B})$を再帰的に定義すれば

$$\Psi_j(\hat{B}) = \max\Big\{\Omega_j(\hat{B}),\ -C_a\Big\} \quad (12)$$

を得る．事業価値$\hat{B}$が十分に大きく，事業を継続することが最適であれば$\Psi_j(\hat{B}) = \Omega_j(\hat{B})$が成立する．一方，事業価値$\hat{B}$が小さい場合は，事業を中止することが最適選択となり$\Psi_j(\hat{B}) = -C_a$が成立する．いま，進捗状態がjの時に，事業を継続しても中止しても，互いに無差別となるような臨界事業価値B_j^*が存在し，

$$\Psi_j(\hat{B}) = \begin{cases} \Omega_j(\hat{B}) & \hat{B} \ge B_j^* \text{の時} \\ -C_a & B_j^* > \hat{B} \text{の時} \end{cases} \quad (13)$$

が成立すると考えよう．進捗状態jのもとで再評価が行われた時に，事業が継続される事業価値$\hat{B}$の集合を継続集合と呼び，これを$\mathcal{C}_j = \{\hat{B}|\hat{B} \ge B_j^*\}$と定義しよう．この時，任意の$\hat{B} \in \mathcal{C}_j$に対して

$$\Psi_j(\hat{B}) = \Omega_j(\hat{B}) \quad (14)$$

が成立する．式(11)より，

$$\Psi_j(\hat{B}) = \Xi_j(\hat{B}) + \lambda_j \int_{B_j^*}^\infty \Psi_j(B) H(B,\hat{B})dB \quad (15a)$$

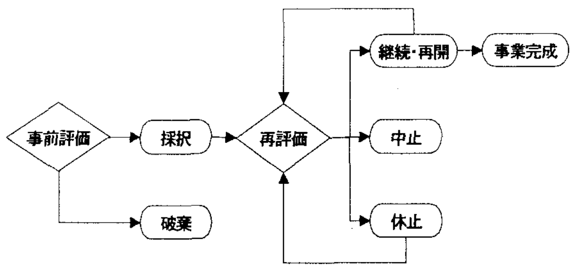
$$\Xi_j(\hat{B}) = W_j(\hat{B}) + \overline{R}_j(\hat{B}) - \lambda_j C_e - \lambda_j C_a \int_0^{B_j^*} H(B,\hat{B})dB \quad (15b)$$

$$H(B,\hat{B}) = f(B|\hat{B}) \quad (15c)$$

が成立する．式(15a)は，未知関数$\Psi_j(B)$に関する積分方程式となっている．積分方程式(15a)には解が一意に存在する[19]．積分方程式(15a)の解を$\Psi_j^*(B)$と表そう．最適値関数$\Psi_j^*(B)$に関して境界条件

$$\Psi_j^*(B_j^*) = -C_a \quad (16)$$

が成立する．再評価問題は，各進捗状態jに関して式(15a)と境界条件(16)を満足する未知関数$\Psi_j^*(B)$と臨界事業価値B_j^*を求める問題に帰着する．ただし，式(15a)を構成



図－2　拡張モデルの構造

する項$\overline{R}_j(\hat{B})$に進捗状態$k=j+1,\cdots,N-1$に関する最適値関数$\Psi_k(B)$が含まれる．このように再評価問題は複雑な入れ子構造をしている．その解法は**5**．で考察する．

(6) 事前評価問題の定式化

事前評価時点t_0では,「事業を採択するか」，あるいは「事業を採択しないか」を決定する．当該時点において事業価値$\hat{B}$が観測されたとする．この時点では事業は進捗しておらず，$h_{t_0}=0$が成立する．式(11)より，事業を採択した場合に獲得できる期待純事業価値の最大値は,

$$\Omega_0(\hat{B}) = W_0(\hat{B}) + R_0(\hat{B}) \tag{17}$$

と表され，不採択の場合の純事業価値はゼロとなる．したがって，事前評価時点t_0における最適値関数$\Phi(\hat{B})$は,

$$\Phi(\hat{B}) = \max\{\Omega_0(\hat{B}),\ 0\} \tag{18}$$

と表される．

4. 休止オプションと事業価値

(1) 拡張モデルの定式化

再評価時点における意思決定問題において,「事業を継続する」,「事業を中止する」というオプションの他に「事業を休止する」というオプションを新しく加えた拡張モデルを考えよう．拡張モデルの構造を**図－2**に示している．なお，拡張モデルにおいても，事前評価時点の延期オプションは考慮しない．再評価時点で「事業を休止する」というオプションが行使された場合，事業への投資は中断され，一定期間τが経過するまで事業は進捗しない．そして，つぎの再評価時点において「事業を再開するか」,「休止を継続するか」,「事業を中止するか」が決定されるものとする．事業の休止が決定された場合，将来時点で事業を再開するオプション価値を獲得できるが，休止期間(τ)中の維持費用として総額C_mを支払う必要がある．いま，時点t_iにおいて，事業の進捗状態$j\in S$，事業価値$\hat{B}\in(0,\infty)$が観測された時，拡張モデルにおける最適値関数を$\tilde{\Psi}_j(\hat{B})$と表す．このとき，時点t_iにおいて事業を継続した場合に獲得できる期待純事業価値$\tilde{\Omega}_j(\hat{B})$は，基本モデルの場合と同様に

$$\tilde{\Omega}_j(\hat{B}) = W_j(\hat{B}) + \tilde{R}_j(\hat{B}) \tag{19}$$

と表される．ただし,

$$\tilde{R}_j(\hat{B}) = \tilde{\overline{R}}_j(\hat{B}) + \lambda_j\Big\{\int_0^\infty \tilde{\Psi}_j(B)f(B|\hat{B})dB - C_e\Big\} \tag{20}$$

$$\tilde{\overline{R}}_j(\hat{B}) = \lambda\sum_{k=j+1}^{N-1}\pi_{jk}\Big\{\int_0^\infty \tilde{\Psi}_k(B)f(B|\hat{B})dB - C\cdot\frac{k-j}{N} - C_e\Big\}$$

が成立する．一方，時点t_iで事業を休止した場合に，時点t_{i+1}で獲得できる期待純事業価値の最大値$Q_j(\hat{B})$は,

$$Q_j(\hat{B}) = \int_0^\infty \tilde{\Psi}_j(B)f(B|\hat{B})dB - C_e \tag{21}$$

と表される．したがって，時点t_iにおいて事業を休止したことにより獲得できる期待純事業価値（当該時点の現在価値）は$\lambda Q_j(\hat{B})-C_m$である．また，時点t_iにおいて事業を中止したときの純事業価値は$-C_a$である．したがって，最適値関数$\tilde{\Psi}_j(\hat{B})$を再帰的に

$$\tilde{\Psi}_j(\hat{B}) = \max\Big\{\tilde{\Omega}_j(\hat{B}),\ \lambda Q_j(\hat{B})-C_m,\ -C_a\Big\} \tag{22}$$

と定義できる．いま,

$$\frac{d\tilde{\Omega}_j(\hat{B})}{d\hat{B}} \geq \lambda\frac{dQ_j(\hat{B})}{d\hat{B}} \geq 0 \tag{23}$$

が成立する（**付録I参照**）ことに留意しよう．この時，再評価問題(22)の解として以下の３つの場合が考えられる．

(Case 1)

$$\tilde{\Psi}_j(\hat{B}) = \begin{cases} \tilde{\Omega}_j(\hat{B}) & \hat{B} \geq \overline{B}_j^* \text{の時} \\ -C_a & \overline{B}_j^* > \hat{B} \text{の時} \end{cases} \tag{24}$$

(Case 2)

$$\tilde{\Psi}_j(\hat{B}) = \begin{cases} \tilde{\Omega}_j(\hat{B}) & \hat{B} \geq \overline{B}_j^* \text{の時} \\ \lambda Q_j(\hat{B})-C_m & \overline{B}_j^* > \hat{B} \geq \underline{B}_j^* \text{の時} \\ -C_a & \underline{B}_j^* > \hat{B} \text{の時} \end{cases} \tag{25}$$

(Case 3)

$$\tilde{\Psi}_j(\hat{B}) = \begin{cases} \tilde{\Omega}_j(\hat{B}) & \hat{B} \geq \overline{B}_j^* \text{の時} \\ \lambda Q_j(\hat{B})-C_m & \overline{B}_j^* > \hat{B} \text{の時} \end{cases} \tag{26}$$

Case 1では，任意の$\hat{B}$に対して，常に

$$\lambda Q_j(\hat{B}) - C_m \leq \max\Big[\tilde{\Omega}_j(\hat{B}), -C_a\Big] \tag{27}$$

が成立し，事業の休止領域が消滅する．Case 1が成立するための条件は,

$$\tilde{\Omega}_j(\hat{B}^*) = -C_a \tag{28}$$

を満足する臨界的な事業価値$\hat{B}^*$に対して,

$$\lambda\hat{Q}_j(\hat{B}^*) - C_m \leq -C_a \tag{29}$$

が成立することである（**付録I参照**）．ただし,

$$\hat{Q}_j(\hat{B}) = \int_0^{\hat{B}^*} -C_a f(B|\hat{B})dB + \int_{\hat{B}^*}^\infty \tilde{\Omega}_j(B)f(B|\hat{B})dB - C_e \tag{30}$$

である．条件(29)は，式(28)を満足する臨界的な事業価値$\hat{B}^*$において，今期に事業を休止し，次期に必ず実施した場合に獲得できる次期以降の期待純事業価値が，中止した場合の純事業価値$-C_a$より小さくなることを意味している．進捗状態j $(<N)$において事業を継続することが正当化されるような事業価値を示す継続集合$\mathcal{C}_j$を

$$\mathcal{C}_j = \{\hat{B}|\hat{B} \geq \overline{B}_j^*\} \tag{31}$$

と定義しよう．この時，基本モデルの場合と同様に，任意の$\hat{B}\in\mathcal{C}_j$に対して，式(19)-(22)より,

$$\tilde{\Omega}_j(\hat{B}) = \Lambda_j(\hat{B}) + \lambda_j\int_{\overline{B}_j^*}^\infty \tilde{\Omega}_j(B)H(B,\hat{B})dB \tag{32a}$$

$$\Lambda_j(\hat{B}) = W_j(\hat{B}) + \tilde{\tilde{R}}_j(\hat{B}) - \lambda_j C_e$$
$$-\lambda_j C_a \int_0^{\overline{B}_j^*} H(B,\hat{B})dB$$
$$\tilde{\Omega}_j(\overline{B}_j^*) = -C_a \tag{32b}$$

が成立する．すなわち，積分方程式(32a)を境界条件(32b)の下で解く問題となる．この問題の解を$\tilde{\Omega}_j^*(\hat{B})$，臨界事業価値を$\overline{B}_j^*$と表そう．

Case 2に着目しよう．Case 2では事業の継続と休止が互いに無差別となる臨界事業価値$\overline{B}_j^*$，および事業の休止と中止が無差別となる臨界事業価値$\underline{B}_j^*$が存在する．いま，進捗状態j $(< N)$において事業を休止することが正当化される事業価値を示す休止集合$\mathcal{S}_j$を

$$\mathcal{S}_j = \{\hat{B}|\overline{B}_j^* > \hat{B} \geq \underline{B}_j^*\} \tag{33}$$

と定義しよう．この時，任意の$\hat{B} \in \mathcal{S}_j$に対して，

$$\tilde{\Psi}_j(\hat{B}) = \lambda Q_j(\hat{B}) - C_m \tag{34}$$

が成立する．式(21)を展開することにより，

$$Q_j(\hat{B}) = \int_0^{\underline{B}_j^*} -C_a \cdot f(B|\hat{B})dB$$
$$+ \int_{\underline{B}_j^*}^{\overline{B}_j^*} \tilde{\Psi}_j(B)f(B|\hat{B})dB$$
$$+ \int_{\overline{B}_j^*}^{\infty} \tilde{\Omega}_j(B)f(B|\hat{B})dB - C_e \tag{35}$$

と表せる．式(34)より，休止集合$\mathcal{S}_j$内において

$$\tilde{\Psi}_j(\hat{B}) = \Theta_j(\hat{B}) + \lambda \int_{\underline{B}_j^*}^{\overline{B}_j^*} \tilde{\Psi}_j(B)H(B,\hat{B})dB \tag{36}$$
$$\Theta_j(\hat{B}) = -\lambda C_a \int_0^{\underline{B}_j^*} H(B,\hat{B})dB$$
$$+\lambda \int_{\overline{B}_j^*}^{\infty} \tilde{\Omega}_j(B)H(B,\hat{B})dB - \lambda C_e - C_m \tag{37}$$

が成立する．式(36)は未知関数$\tilde{\Psi}_j(\hat{B})$に関する積分方程式となっている．積分方程式(36)の解を$\tilde{\Psi}_j^*(\hat{B})$と表そう．さらに，任意の$\hat{B} \in \mathcal{C}_j$に対して，

$$\tilde{\Omega}_j(\hat{B}) = \Lambda_j(\hat{B}) + \lambda_j \int_{\overline{B}_j^*}^{\infty} \tilde{\Omega}_j(B)H(B,\hat{B})dB \tag{38}$$
$$\Lambda_j(\hat{B}) = W_j(\hat{B}) + \tilde{\tilde{R}}_j(\hat{B}) - \lambda_j C_e$$
$$-\lambda_j C_a \int_0^{\underline{B}_j^*} H(B,\hat{B})dB$$
$$+\lambda_j \int_{\underline{B}_j}^{\overline{B}_j^*} \tilde{\Psi}_j^*(B)H(B,\hat{B})dB \tag{39}$$

が成立する．積分方程式(38)より$\tilde{\Omega}_j^*(\hat{B})$を得る．最適値関数$\tilde{\Psi}_j^*(\hat{B})$，$\tilde{\Omega}_j^*(\hat{B})$に対して境界条件

$$\tilde{\Psi}_j^*(\overline{B}_j^*) = \tilde{\Omega}_j^*(\overline{B}_j^*) \tag{40a}$$
$$\tilde{\Psi}_j^*(\underline{B}_j^*) = -C_a \tag{40b}$$

が成立しなければならない．すなわち，再評価問題は積分方程式(36), (38)と境界条件(40a), (40b)を満足するような未知関数$\tilde{\Psi}_j^*(B)$, $\tilde{\Omega}_j^*(B)$と臨界事業価値$\underline{B}_j^*$,$\overline{B}_j^*$を求める積分方程式問題に帰着する．ただし，積分方程式(36),(38)には互いに未知関数$\tilde{\Psi}_j(\hat{B})$, $\tilde{\Omega}_j(\hat{B})$を含んでおり，単純な積分方程式問題ではない．その解法は**5**．で考察する．

最後に，Case 3の場合，積分方程式(36)を

$$\tilde{\Psi}_j(\hat{B}) = \Theta_j(\hat{B}) + \lambda \int_0^{\overline{B}^*} \tilde{\Psi}_j(B)f(B|\hat{B})dB \tag{41}$$

と修正し，境界条件(40a)のみを考慮すればいい．

事前評価時点t_0においては,「事業を採択するか」，あるいは「事業を採択しないか」を決定する．当該時点では事業は進捗しておらず，$h_{t_0} = 0$が成立する．この時点で観測された事業価値を$\hat{B}$と表記すれば，事業を採択した場合に獲得できる期待純事業価値の最大値は,

$$\tilde{\Omega}_0(\hat{B}) = W_0(\hat{B}) + \tilde{R}_0(\hat{B}) \tag{42}$$

と表される．ただし，関数$W_0(\hat{B})$, $\tilde{R}_0(\hat{B})$は式(19)で定義される．また，不採択の場合の純事業価値はゼロである．したがって，事前評価時点t_0における最適値関数$\tilde{\Phi}(\hat{B})$は,

$$\tilde{\Phi}(\hat{B}) = \max\{\tilde{\Omega}_0(\hat{B}),\ 0\} \tag{43}$$

と表される．

(2) 休止オプション価値

事業の休止オプションの導入が事業の採択ルールや期待純事業価値に及ぼす影響を分析しよう．いま，再評価時点で進捗状態j，事業価値$\hat{B}$が観測されたとしよう．事業の休止オプションの経済価値を，拡張モデルの最適値関数$\tilde{\Psi}_j^*(\hat{B})$と基本モデルの最適値関数$\Psi_j^*(\hat{B})$の差

$$\Delta(\hat{B}) = \tilde{\Psi}_j^*(\hat{B}) - \Psi_j^*(\hat{B}) \tag{44}$$

で定義しよう．この時，任意の$\hat{B} \in (0,\infty)$に対して

$$\Delta(\hat{B}) \geq 0 \tag{45}$$

が常に成立する（**付録II**参照）．すなわち，休止オプションを導入することにより，期待純事業価値は必ず同じか増加する．また，再評価時点において事業の進捗状態jの場合の基本モデルの臨界事業価値B_j^*と拡張モデルの臨界事業価値$\underline{B}_j^*$との間には

$$B_j^* \geq \underline{B}_j^* \tag{46}$$

という関係が成立する(**付録II**参照)．事業を一度中止すれば，事業を供用する機会は永遠に失われる．しかし，事業を休止している限り，社会経済状況等の改善に伴ってふたたび事業を再開し，供用できる可能性がある．このように休止オプションには，事業から便益が発生する可能性を残しておくリアルオプション価値が存在するため，拡張モデルの臨界事業価値$\underline{B}_j^*$は（休止集合$\mathcal{S}_j$が存在する場合）基本モデルの臨界事業価値B_j^*よりも小さくなる．一方，このB_j^*と拡張モデルの臨界事業価値$\overline{B}_j^*$の間の大小関係に関する一般的な結論は導けない．以上の議論を次の命題としてまとめる．

命題　任意の$\hat{B}$に対して，最適値関数$\tilde{\Psi}_j^*(\hat{B})$，$\Psi_j^*(\hat{B})$の間に$\tilde{\Psi}_j^*(\hat{B}) \geq \Psi_j^*(\hat{B})$という関係が常に成立する．また，拡張モデルの再評価における臨界事業価値$\underline{B}_j^*$，$\overline{B}_j^*$と基本モデルの再評価における臨界事業価値B_j^*の間に$B_j^* \geq \underline{B}_j^*$が成立する．

5. モデルの解法

(1) 基本モデルの解法

関数方程式(15a),(15b),(16)を解くことにより，進捗状態j $(j=0,1,\cdots,N-1)$に関する最適値関数$\Psi_j^*(B)$および臨界事業価値B_j^*を求めよう．基本モデルにおける再評価問題を再掲しよう．

$$\Psi_j(\hat{B}) = \Xi_j(\hat{B}) + \lambda_j \int_{B_j^*}^{\infty} \Psi_j(B)H(B,\hat{B})dB \quad (47a)$$

$$\Xi_j(\hat{B}) = W_j(\hat{B}) + \overline{R}_j(\hat{B}) - \lambda_j C_e - \lambda_j C_a \int_0^{B_j^*} H(B,\hat{B})dB \quad (47b)$$

$$\overline{R}_j(\hat{B}) = \lambda \sum_{k=j+1}^{N-1} \pi_{jk} \left\{ \int_0^{\infty} \Psi_k(B) f(B|\hat{B})dB - C\cdot\frac{k-j}{N} - C_e \right\} \quad (47c)$$

$$\Psi_j(B_j^*) = -C_a \quad (47d)$$

式(47a)は形式的には最適値関数$\Psi_j(B)$に関する自由境界付き第２種フレドホルム積分方程式[29]となっている．しかし，式(47c)内に未知関数$\Psi_k(B)$ $(k>j)$が含まれており，単純な積分方程式ではない．ここで，式(47c)が$\Psi_k(B)$に関して階層的な構造となっていることに留意しよう．すなわち，進捗状態$N-1$に関する積分方程式から逐次後ろ向きに解いていくことにより，例えば進捗状態jの積分方程式を解く際には最適値関数$\Psi_k(B)$ $(k=j+1,\cdots,N-1)$を既知関数として取り扱うことができる．ただし，積分区間を定義するB_j^*は未知数である．ここで，ひとまずB_j^*を既知と仮定しよう．さらに，

$$H_1(B,\hat{B}) = H(B,\hat{B}) \quad (48a)$$

$$H_n(B,\hat{B}) = \int_{B_j^*}^{\infty} H_{n-1}(\xi,\hat{B})H(B,\xi)d\xi \quad (48b)$$

$$\Gamma(B,\hat{B}) = \sum_{n=1}^{\infty} H_n(B,\hat{B}) \quad (48c)$$

とすれば，積分方程式(47a)の解は，

$$\Psi_j^*(\hat{B}:B_j^*) = \Xi_j(\hat{B}) + \lambda_j \int_{B_j^*}^{\infty} \Gamma(B,\hat{B})\Xi_j(B)dB \quad (49)$$

と表される（**付録I参照**）．上式では積分方程式の解が積分区間を定義するB_j^*に依存することを明示的に示すため，最適値関数を$\Psi_j^*(\hat{B}:B_j^*)$と表している．したがって，再評価問題は

$$\Psi_j^*(\hat{B}:B_j^*) = \Xi_j(\hat{B}) + \lambda_j \int_{B_j^*}^{\infty} \Gamma(B,\hat{B})\Xi_j(B)dB \quad (50a)$$

$$\Psi_j^*(B_j^*:B_j^*) = -C_a \quad (50b)$$

を満足する境界値B_j^*を求める問題に帰着する．以上の数値計算過程は以下のように整理することができる．

1）**Step 1:** $j=N-1, l=0$とし，収束判定パラメータϵを設定する．初期最適値関数$\Psi_j^{(0)}(B)$を設定する．

2）**Step 2:** 初期臨界事業価値$B_j^{(0)}$を設定する．

3）**Step 3:** $\Psi_k^*(B)$ $(j<k\leq N-1)$，$B_j^{(l)}$を与件とし，$\Xi_j^{(l)}(B)$を算出する．

4）**Step 4:** $\Xi_j^{(l)}(B)$を所与とし，積分方程式

$$\Psi_j^{(l)}(\hat{B}:B_j^{(l)}) = \Xi_j^{(l)}(\hat{B}) + \lambda_j \int_{B_j^{(l)}}^{\infty} \Psi_j^{(l)}(B)H(B,\hat{B})dB$$

の解$\Psi_j^{(l)}(\hat{B}:B_j^{(l)})$を求める．

5）**Step 5:** $|\Psi_j^{(l)}(\hat{B}:B_j^{(l)})+C_a|<\epsilon$が成立する場合，$B_j^*=B_j^{(l)}$, $\Psi_j^*(B:B_j^*)=\Psi_j^{(l)}(B:B_j^{(l)})$として**Step 6**へ進む．そうでない場合は，$l=l+1$とし，一次元探索により$B_j^{(l+1)}$を更新した後，**Step 3**に戻る．

6）**Step 6**: $j=0$の場合は計算終了．$j\neq 0$の場合は，$j=j-1, l=0$として**Step 2**へ戻る．

(2) 拡張モデルの解法

関数方程式(32a),(38),(40a),(40b)を解くことにより，最適値関数$\tilde{\Psi}_j^*(B)$,$\tilde{\Omega}_j^*(B)$および臨界事業価値$\underline{B}_j^*$, $\overline{B}_j^*$を求めよう．いま，拡張モデルにおける再評価問題を再掲すると，

$$\tilde{\Psi}_j(\hat{B}) = \Theta_j(\hat{B}) + \lambda \int_{\underline{B}_j^*}^{\overline{B}_j^*} \tilde{\Psi}_j(B)H(B,\hat{B})dB \quad (51a)$$

$$\tilde{\Omega}_j(\hat{B}) = \Lambda_j(\hat{B}) + \lambda_j \int_{\underline{B}_j^*}^{\infty} \tilde{\Omega}_j(B)H(B,\hat{B})dB \quad (51b)$$

$$\tilde{\Psi}_j^*(\overline{B}_j^*) = \tilde{\Omega}_j^*(\overline{B}_j^*) \quad (51c)$$

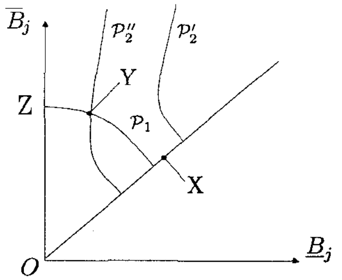
$$\tilde{\Psi}_j^*(\underline{B}_j^*) = -C_a \quad (51d)$$

ただし，

$$\Theta_j(\hat{B}) = -\lambda C_a \int_0^{\underline{B}_j^*} H(B,\hat{B})dB + \lambda \int_{\overline{B}_j^*}^{\infty} \tilde{\Omega}_j(B)H(B,\hat{B})dB - \lambda C_e - C_m \quad (52a)$$

$$\Lambda_j(\hat{B}) = W_j(\hat{B}) + \tilde{\overline{R}}_j(\hat{B}) - \lambda_j C_e - \lambda_j C_a \int_0^{\underline{B}_j^*} H(B,\hat{B})dB + \lambda_j \int_{\underline{B}_j}^{\overline{B}_j^*} \tilde{\Psi}_j^*(B)H(B,\hat{B})dB \quad (52b)$$

である．式(51a)は，基本モデルと同じ構造を持っているが，式(51a),(51b)がそれぞれの積分方程式における未知関数$\tilde{\Psi}_j(B)$,$\tilde{\Omega}_j(B)$を含みあうという相互作用を持っている点が異なる．さらに，基本モデルと同様に，積分方程式(51a),(51b)は，それぞれ未知関数$\tilde{\Psi}_k(B)$, $\tilde{\Omega}_k(B)$ $(j<k\leq N)$を含む階層的な入れ子構造になっている．そこで，本研究では，１）事業進捗状態の非後退性を利用した，進捗状態に関する後ろ向き逐次計算プロセスと，２）第２種フレドホルム積分方程式の解法を応用し，ある進捗状態jに対応する２つの積分方程式(51a), (51b)を同時に反復的に解く計算プロセスを複合的に組み合わせることにより，関数方程式問題(51a)-(51d)を解く方法を提案する．以上の２つの計算プロセスのうち，後ろ向き逐次



注：ただし，$\mathcal{P}'_2$はCase 1における$\mathcal{P}_2$を，$\mathcal{P}''_2$はCase 2における$\mathcal{P}_2$を例示している．

図－3 パス追跡の方法

計算プロセスに関しては基本モデルの解法と共通しており，ここでは2つの積分方程式(51a), (51b)を同時に求める計算プロセスを説明しよう．

いま，進捗状態jの場合を考えよう．問題(51a)-(51d)における未知関数は$\tilde{\Psi}_j(B)$, $\tilde{\Omega}_j(B), \underline{B}_j^*, \overline{B}_j^*$である．さらに，$\tilde{\Psi}_k^*(B), \tilde{\Omega}_k^*(B)$ $(k=j+1,\cdots,N-1)$は後ろ向き逐次計算の結果，進捗状態jの問題においては既知である．さらに，半空間 $u_j=\{(\underline{B}_j,\overline{B}_j)|\overline{B}_j \geq \underline{B}_j,\ \overline{B}_j \geq 0,\ \underline{B}_j \geq 0\}$を定義し，任意の$(\underline{B}_j,\overline{B}_j)\in u_j$に対して積分方程式

$$\tilde{\Psi}_j(\hat{B}) = \Theta_j(\hat{B}) + \lambda \int_{\underline{B}_j}^{\overline{B}_j} \tilde{\Psi}_j(B)H(B,\hat{B})dB \quad (53a)$$

$$\tilde{\Omega}_j(\hat{B}) = \Lambda_j(\hat{B}) + \lambda_j \int_{\overline{B}_j}^{\infty} \tilde{\Omega}_j(B)H(B,\hat{B})dB \quad (53b)$$

を定義し，その解を$\tilde{\Psi}_j^*(\hat{B}:\underline{B}_j,\overline{B}_j)$, $\tilde{\Omega}_j^*(\hat{B}:\overline{B}_j)$と表そう．ここで，半空間$u_j$において2つのパス$\mathcal{P}_1$，$\mathcal{P}_2$を

$$\mathcal{P}_1 = \{(\underline{B}_j,\overline{B}_j)|\tilde{\Psi}_j^*(\overline{B}_j:\underline{B}_j,\overline{B}_j) = \tilde{\Omega}_j^*(\overline{B}_j:\overline{B}_j)\} \quad (54a)$$

$$\mathcal{P}_2 = \{(\underline{B}_j,\overline{B}_j)|\tilde{\Psi}_j^*(\underline{B}_j:\underline{B}_j,\overline{B}_j) = -C_a\} \quad (54b)$$

を定義する．**4.（1）**で考察した3つの場合のそれぞれを，**図－3**を用いて次のように対応づけることができる．

(Case 1)　$\mathcal{P}_1,\mathcal{P}_2$（**図－3**では$\mathcal{P}_2'$）が45度線と交点を持つが，半空間$u_j$で交点を持たない．この場合，積分方程式問題(32a),(32b)を解くことになる．その解は**図－3**に示す45度線上の点（例えば点X）で表される．

(Case 2)　$\mathcal{P}_1,\mathcal{P}_2$（**図－3**では$\mathcal{P}_2''$）は半空間$u_j$で交点$(\underline{B}_j^*,\overline{B}_j^*)$（**図－3**上の点$Y$）を持つ．

(Case 3)　境界条件(51d)を満足するような積分方程式(51b)の解が存在しない．言い換えれば，$\mathcal{P}_2$がu_j上に存在せず，積分方程式(41)を解くことになる．この場合，臨界事業価値は**図－3**の点Zで表される．

拡張モデルの解としては，以上の3つの場合が起こりうる．半空間u_j上で2つのパスを追跡することにより，いずれのケースが生じるかが判定できる．そこで，u_jでパス$\mathcal{P}_1,\mathcal{P}_2$の交点が存在する場合をとりあげ計算過程を説明する．まず，パス$\mathcal{P}_1$を追跡する問題を考える．パスを追跡する方法に関しては不動点問題の分野で研究の蓄積がある[31)]．最適値関数の関数形を求めることが不可能なため，ここでは最適値関数の微分係数に関する情報を必要としない簡便な方法を用いる．パス$\mathcal{P}_1$は任意の$\underline{B}_j$に対して，$\tilde{\Psi}_j^*(\overline{B}_j^\circ:\underline{B}_j,\overline{B}_j^\circ) = \tilde{\Omega}_j^*(\overline{B}_j^\circ:\overline{B}_j^\circ)$が成立するような$\overline{B}_j^*(\underline{B}_j)=\overline{B}_j^\circ$のグラフとして求まる．臨界事業価値を求めるためには，最適値関数$\tilde{\Psi}_j^*(\hat{B}), \tilde{\Omega}_j^*(\hat{B})$を求める必要がある．積分方程式(53a),(53b)を解くために以下のような手順をとる．すなわち，任意のBに対して$\tilde{\Omega}_j(B:B)$を所与として，積分方程式(53a)より最適関数値$\tilde{\Psi}_j(B:\underline{B}_j,B)$を求める．求めた$\tilde{\Psi}_j(B:\underline{B}_j,B)$を所与として積分方程式(53b)より最適関数値$\tilde{\Omega}_j(B:B)$を求める．以上の方法を反復することにより，任意の$B$に対して積分方程式(53a),(53b)を同時に満足する解$\tilde{\Psi}_j^*(B:\underline{B}_j,B)$, $\tilde{\Omega}_j^*(B:B)$を求めることができる．以上の手順に基づいて，任意の$\underline{B}_j$に対して，$\tilde{\Psi}_j^*(\overline{B}_j^\circ:\underline{B}_j,\overline{B}_j^\circ) = \tilde{\Omega}_j^*(\overline{B}_j^\circ:\overline{B}_j^\circ)$が成立するような$\overline{B}_j^*(\underline{B}_j)=\overline{B}_j^\circ$を1次元探索手法により求めることができる．一方，パス$\mathcal{P}_2$に関しても任意の$\overline{B}_j$に対して$\tilde{\Psi}_j^*(\underline{B}_j^\circ:\underline{B}_j^\circ,\overline{B}_j) = -C_a$を満足する$\underline{B}_j^*(\overline{B}_j)=\underline{B}_j^\circ$を1次元探索により求めることができる．なお，パス$\mathcal{P}_1$とパス$\mathcal{P}_2$が半空間$u_j$上で交点を持たない場合には，**4.（1）**で議論したように，それぞれのケースにおける関数解，臨界事業価値を求めることとなる．反復的計算方法は以下のステップとしてとりまとめることができる．

1）**Step 1:**　$j=N-1$, 収束パラメータϵを設置する．

2）**Step 2:**　1次元探索により$\overline{B}_j^*(\underline{B}_j)$を求める．

3）**Step 3:**　1次元探索により$\underline{B}_j^*(\overline{B}_j)$を求める．

4）**Step 4:**　半空間u_j上のパス$\mathcal{P}_1$とパス$\mathcal{P}_2$の交点$(\underline{B}_j^*(\overline{B}_j^*),\overline{B}_j^*(\underline{B}_j^*))$が存在する場合，**Step 5**へ進む．パス$\mathcal{P}_1,\mathcal{P}_2$が45度線と交点を持つが2つのパスが半空間$u_j$上で交点を持たない場合，**Step 6**へ進む．パス$\mathcal{P}_2$がu_j上に存在しない場合，**Step 7**へ進む．

5）**Step 5:** $\underline{B}_j^*$，$\overline{B}_j^*$に基づいて，第2種フレドホルム型積分方程式の解$\tilde{\Psi}_j^*(\hat{B}) = \tilde{\Psi}_j^*(\hat{B}:\underline{B}_j^*,\overline{B}_j^*)$, $\tilde{\Omega}_j(\hat{B}) = \tilde{\Omega}_j^*(\hat{B}:\overline{B}_j^*)$を求める．**Step 8**へ進む．

6）**Step 6:** Case 1の問題である積分方程式(32a)を境界条件(32b)の下で解く．**Step 8**へ進む．

7）**Step 7:** Case 3の問題である積分方程式(41)を境界条件(40a)の下で解く．**Step 8**へ進む．

8）**Step 8:** $j=0$の場合は計算終了．$j\neq 0$の場合，$j=j-1$として**Step 2**へ戻る．

6. 数値計算事例

(1) 数値計算事例の想定

仮想的な道路事業を数値計算事例として想定し，本研究で構築した事前・再評価モデルを適用した評価結果を考察する．この道路事業について，**表－1**に示すベンチマーク（BM）ケースを設定する．なお，評価間隔$\tau=5$年とする．さらに，モデルの単位期間（1ステップの期間）を1年に設定するとともに，事業の進捗を8つの状態変数$h_t=0,\cdots,7$で表す．また，推移確率行列$\boldsymbol{P}$の要素p_{jk}

表－1 数値計算事例（BMケース）

総投資額	$C=100$ 億円
評価費用	$C_e=0.1$ 億円
中止費用	$C_a=0.0$ 億円
維持費用	$C_m=5.0\times\alpha_t$ 億円
トレンド	$\mu=0.0$
ボラティリティ	$\sigma=0.3$
推移確率	$p_{jk}=\begin{cases}0.7 & (k=j)\\ 0.3 & (k=j+1)\\ 0.0 & (k<j, k>j+1)\end{cases}$

を**表－1**に示すとおりに設定する．従って，最短事業期間 $\overline{T}_0=7$(年)，平均事業期間10年となる．*

一方，事業価値が幾何ブラウン過程に従うと仮定し，時点 t_i における事業価値の観測値 $\hat{B}$ の下で再評価時点 t_{i+1} における事業価値 B の確率分布に関する条件付き確率密度関数 $f(B|\hat{B})$ は対数正規分布[30)]

$$f(B|\hat{B})=\frac{1}{\sqrt{2\pi\tau}\sigma B}\exp\left\{-\frac{(\ln B-\zeta)^2}{2\sigma^2\tau}\right\} \tag{55}$$

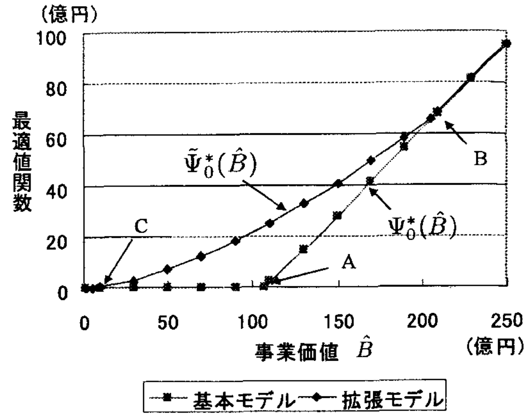
$$\zeta=\ln\hat{B}+\left(\mu-\frac{\sigma^2}{2}\right)\tau$$

で表される．以上の仮定は事業価値分布に関する条件(7a),(7b) を満足する．なお，数値計算にあたっては確率密度関数のパラメータ値を**表－1**に示すように設定する．

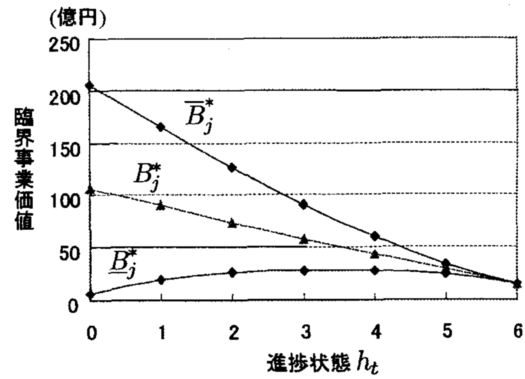
(2) 分析結果の考察

図－4はBMケースで，かつ再評価時点に事業の進捗状態が $h_t=0$ となる場合を想定し，再評価時に観測された事業価値 $\hat{B}$ と，基本モデルおよび拡張モデルのそれぞれにおける期待純事業価値の最大値（最適値関数値）$\Psi_0^*(\hat{B})$ および $\tilde{\Psi}_0^*(\hat{B})$（実線）の関係を表す．**図－4**から，休止オプションの有無が事業評価にもたらす影響を把握できる．まず，休止オプションがない場合（基本モデル），事業の継続・中止を決定する臨界事業価値は110億円である(点 A)．再評価時点で観測した事業価値がこの臨界事業価値を上回れば，事業は継続され，下回れば事業が中止される．一方，休止オプションが存在する場合（拡張モデル）の最適値関数値 $\tilde{\Psi}_0^*(\hat{B})$ は，常に基本モデルの最適値関数値 $\Psi_0^*(\hat{B})$ よりも大きい値をとり，両者の差 $\tilde{\Psi}_0^*(\hat{B})-\Psi_0^*(\hat{B})$ が休止オプション価値 $\Delta(\hat{B})$ である．すなわち，休止オプションの存在は，常に期待純事業価値を増大させることがわかる．事業価値が臨界事業価値211億円(点 B)を上回れば事業が継続され，これを下回れば，事業は休止される．さらに，事業価値がもう一方の臨界事業価値5億円(点 C)を下回れば事業が中止される．すなわち，**命題**に示したように，再評価制度に休止オプションを導入することにより，事業の継続が正当化される臨界事業価値は休止オプションを導入しない場合よりも増加し，事業の中止が決定される臨界事業価値は逆に小さくなる．

図－5は再評価時点における事業の進捗状態 $h_t=j$ と基本モデルにおける臨界事業価値 B_j^* と拡張モデルにおけ



図－4 再評価による事業価値と最適値関数値

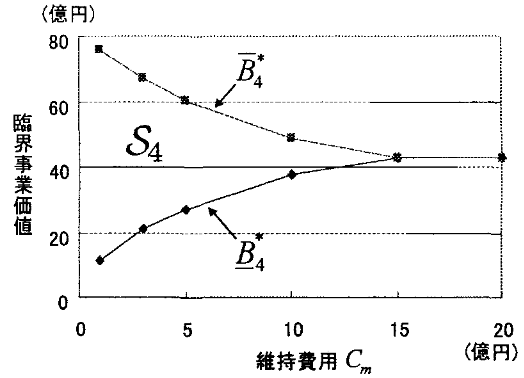


図－5 事業の進捗状態と臨界事業価値

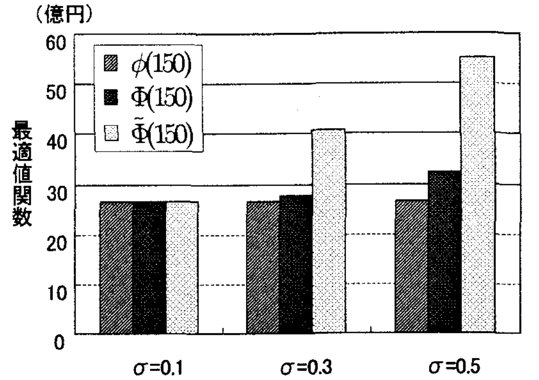
る臨界事業価値 $\overline{B}_j^*$，$\underline{B}_j^*$ との関係を示している．**命題**に示すように，任意の h_t に対して，$\underline{B}_j^*\leq B_j^*$ が成立している．さらに，本ケースの場合，$\underline{B}_j^*<B_j^*\leq\overline{B}_j^*$ が成立する．しかし，再評価時点で事業が進捗するほど，臨界事業価値 B_j^*，$\overline{B}_j^*$ は小さい値をとり，事業が継続される可能性が大きくなる．また，事業が進捗するほど事業の維持費用は大きくなり，事業が中止される臨界事業価値 $\underline{B}_j^*$ は大きくなるが，進捗状態が $h_t=4$ 以上になれば事業の遂行に必要な追加費用が減少するため $\underline{B}_j^*$ は小さくなる．さらに，進捗状態が $h_t=6$ になると休止集合が消滅する．

図－6はBMケースで $h_t=4$ の場合に，事業を休止した場合に要する休止期間中の維持費用 C_m と再評価時点で事業を継続，もしくは中止する臨界事業価値 $\underline{B}_4^*$，$\overline{B}_4^*$ の関係を分析した結果を示している．事業の維持費用が大きくなれば，事業の中止が決定される臨界事業価値は大きくなる．一方，事業が継続される臨界事業価値は小さくなる．維持費用が15億円以下の領域では，事業の休止集合 S_4 は存在する．つまり，この領域内では休止オプションを導入することで事業の効率性を向上させることが可能であることを意味する．

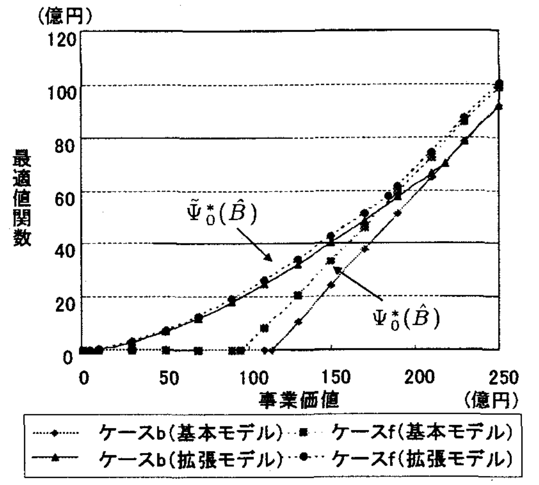
つぎに，再評価制度の経済効果を分析するために，再評価がない場合に達成可能な事業価値を定式化しよう．基本モデル，拡張モデルと同様に，投資額は期間 τ ごとに支出される．事業が完成した場合には，残投資額は事業完成



図－６　維持費用と臨界事業価値



図－７　事業リスクと最適値関数値



図－８　遅延リスクと最適値関数値

時に支出されると仮定しよう．３．(４) で議論したように，事業採択時から最初の再評価時点までに事業が完成した場合に獲得できる期待純事業価値$w(\hat{B}_0)$は，

$$w(\hat{B}_0)=\sum_{s=1}^{\tau}\xi_j(s)E\Big[\eta(B)|\hat{B},j,s\Big](1+r)^{-s} \quad (56)$$

と表せることに留意しよう．ただし，$\hat{B}_0$は事業採択時における事業価値の評価結果を表す．一方，再評価時点t_i^lで事業の進捗状態がj，事業価値の再評価結果が$\hat{B}$の場合に事業を継続することにより獲得可能な事業の当該期価値は積分方程式

$$\psi_j(\hat{B})=\overline{\psi}_j(\hat{B})+\lambda_j\int_0^{\infty}\psi_j(B)H(B,\hat{B})dB \quad (57)$$

$$\overline{\psi}_j(\hat{B})=\lambda\sum_{k=j+1}^{N-1}\pi_{jk}\Big\{\int_0^{\infty}\psi_k(B)H(B,\hat{B})dB - C\cdot\frac{k-j}{N}\Big\}$$

を満足する$\psi_j^*(B)$で表される．したがって，事業採択時の事業価値$\hat{B}_0$の下で実現可能な期待純事業価値は

$$\phi(\hat{B}_0)=w(\hat{B}_0)+\psi_0^*(\hat{B}_0) \quad (58)$$

と表される．

図－７はBMケースに対して，事業便益リスクの程度を表すボラティリティσを変化させ，事前評価時点での最適値関数の値について，再評価がない場合$\phi(\hat{B}_0)$，再評価で継続・中止のみを決定できる場合$\Phi(\hat{B}_0)$(基本モデル)，および再評価で継続・休止・中止を決定できる場合$\tilde{\Phi}(\hat{B}_0)$を比較した結果を表している．なお，$\hat{B}_0=150$とする．事業便益リスクが小さい場合（$\sigma=0.1$の場合），３つの場合の評価結果はほぼ変わらない．再評価がない場合は，再評価費用を必要としないので，その分だけ事業採択時における期待純事業価値は大きくなる．つまり，再評価の導入効果は小さい．しかし，一般に大きな事業便益リスクが存在する公共事業においては，再評価（継続・中止）の導入により期待純事業価値は必ず増加する．また，休止オプションを導入すれば，期待純価値は更に大幅に増加し，事業の効率性は著しく向上する．**図－７**に示す分析ケースにおいては，再評価（継続・休止・中止）の導入効果に占める休止オプションの割合は，$\sigma=0.3$のとき54%，$\sigma=0.5$のとき82%にものぼる．すなわち，休止オプションの廃止によって再評価の導入効果の大半が失われたといえる．

最後に，遅延リスクが最適値関数および休止オプション価値に及ぼす影響について分析を行った．ここでは，平均事業期間を一定に保ちつつ，事業進捗が滞る段階(ボトルネック)の位置が異なる事業遅延リスクとして，ボトルネックが初期にあるケースf

$$p_{jk}=\begin{cases}0.75 & (j=k=0)\\ 0.25 & (j=0,\ k=1)\\ 1.0 & (k=j+1,\ 0<j\le 6,\ j=k=7)\\ 0.0 & (\text{それ以外})\end{cases}$$

ボトルネックが終盤にあるケースb

$$p_{jk}=\begin{cases}1.0 & (k=j+1,\ 0\le j<6\ j=k=7)\\ 0.75 & (j=k=6)\\ 0.25 & (j=6,\ k=7)\\ 0.0 & (\text{それ以外})\end{cases}$$

の２ケースを設定した．**図－８**には，各ケースにおける基本モデルと拡張モデルの結果を示した．いずれのモデルにおいても，ボトルネックが終盤にあるケースbの方がケースfに比べ期待純事業価値が低いことがわかる．ケースbでは，ボトルネックの直前の段階まで確実に事業が進捗し，投資が段階的に実施されるものの，終盤に遅延が発生した場合に結果的に投資費用と事業便益の発生タイ

ミングの差が大きくなる可能性があるためである．次に，ケースfとbの最適値関数の差に着目すれば，基本モデルに比べ拡張モデルの方が小さくなっている．すなわち，休止オプションには，遅延リスクの発現タイミングの違いが期待純事業価値へ及ぼす影響を緩和する効果があることがわかる．なお，本論文で提案した推移確率行列を用いた遅延リスクの定式化では，パラメータ設定の自由度が大きく，実務的に操作性が高いという利点がある一方で，個別の遅延リスク要因が期待純事業価値やオプション価値へ及ぼす影響について分析を行うことは困難である．本数値計算事例に際して，遅延リスクを特徴付ける要因として平均事業期間，事業期間の分散，事業進捗が滞る段階(ボトルネック)の位置に着目して分析を行った．分析の結果，平均事業期間の増加に伴い，期待純事業価値が低下することが示された．一方，事業期間の分散に関しては，結果に顕著な違いが認められなかった．これは，事業遅延リスクが時間に沿って変動せず(定常的)，またオプション行使の有無に応じて変化しない(外性的)というモデルの仮定に依存した結果である．なお，紙面の都合上，上述の分析結果に関する図表は割愛する．

7. おわりに

本研究では，事業便益リスクと事業遅延リスクを同時に考慮した事前・再評価モデルを構築した．事業の進捗状態がマルコフ過程に従って推移するものと仮定し，意思決定者が事業価値と進捗率という２種類の状態変数に関する情報に基づいて，事前評価時点における事業の採択，再評価時点における事業の継続・中止を合理的に決定できるような事前・再評価モデルを構築した．さらに，再評価における休止オプションを追加した事前・再評価モデルを定式化し，休止オプションの価値を計測する方法を構築した．さらに，数値計算事例により，事業をとりまくリスクが事業の事前評価における採択基準，および再評価における継続，休止，中止の基準に及ぼす影響を分析するとともに，休止オプションの経済価値を計測し，本モデルの公共事業評価制度の制度設計への適用可能性を示した．

本研究で構築した方法論の実用化に向けて，今後に残されたいくつかの研究課題が存在する．第１に，本研究では事業遅延リスクを定常とし，外生的に与えた．事業者努力により，事業遅延リスクを部分的には制御することが可能である．事業評価の段階で事業遅延リスクの制御可能性を考慮すべきか否かに関しては議論の余地があろう．しかし，遅延リスク回避の経済効果を分析するためには，この種の拡張モデルを開発することが必要となる．第２に，現在のところ，事業便益リスク，事業遅延リスクに関する情報は十分に蓄積されているわけではない．今後，事業の再評価，事後評価の結果を収集，分析，蓄積することにより，これらのリスク情報を蓄積することが不可欠である．また，実務的には，再評価時において事業価値が中止や休止の領域に入った時に，確実に中止，休止されることが担保されるよう制度設計を適切に検討する必要もある．
最後に，本研究の実施にあたっては，(株) 三菱総合研究所の多大な支援を受けた．ここに謝意を記す．

付録I　継続集合$\mathcal{C}_j$の存在条件

条件(7b)が成立することより$Q_j(\hat{B})$は$\hat{B}$に関する単調増加関数である．$\tilde{\Omega}_j(\hat{B}^*)+C_a \leq 0$が成立する領域$\hat{B} \leq \hat{B}^*$において式(22)を次式のように書き換える．

$$\begin{aligned}\tilde{\Psi}_j(\hat{B}) &= \max[-C_a, \lambda Q_j(\hat{B}) - C_m] \\ &= \max\left[-C_a, \lambda\left\{\int_0^\infty \tilde{\Psi}_j(B)f(B|\hat{B})dB - C_e\right\} - C_m\right]\end{aligned}$$

確率密度関数$f(B|\hat{B})$が条件(7b)を満足する場合，$d\tilde{\Psi}_j(\hat{B})/d\hat{B} \geq 0$が成立することは明らかである．一方，領域$\hat{B} \geq \hat{B}^*$において，$\Upsilon(\hat{B})$を

$$\begin{aligned}\Upsilon(\hat{B}) &= \tilde{\Psi}_j(\hat{B}) - \tilde{\Omega}_j(\hat{B}) \\ &= \max\Bigg[0,\ \lambda\left\{\int_0^\infty \Upsilon(B)f(B|\hat{B})dB\right. \\ &\quad \left. + \int_0^\infty \tilde{\Omega}_j(B)f(B|\hat{B})dB\right\} - \tilde{\Omega}_j(\hat{B})\Bigg]\end{aligned}$$

と定義しよう．確率密度関数$f(B|\hat{B})$が条件(7b)を満たすとき，$d\Upsilon(\hat{B})/d\hat{B} \leq 0$が成立する．以上の結果より，式(23)が成り立つ．つぎに，$\lambda Q_j(\hat{B}^*) - C_m = -C_a$が成立すると仮定する．この場合，$\tilde{\Omega}_j(\hat{B}^*) = -C_a = \lambda Q_j(\hat{B}^*) - C_m$が成立し，$\underline{B}_j^* = \hat{B}^* = \overline{B}_j^*$となる．$\lambda Q_j(\hat{B}^*) - C_m < -C_a$が成立する場合，$\lambda Q_j(\hat{B}^*) - C_m < \tilde{\Omega}_j(\hat{B}^*)$が成立する．条件(23)より$\lambda Q_j(\hat{B}) - C_m$は領域$\hat{B} \geq \hat{B}_j^*$において$\tilde{\Omega}_j(\hat{B})$と交点をもたない．よって，休止領域は存在しない．一方，$\lambda Q_j(\hat{B}^*) - C_m > -C_a$が成立する場合，$\hat{B}^*$に対して$\tilde{\Psi}_j(\hat{B}^*) \geq \lambda Q_j(\hat{B}^*) - C_m > -C_a$が成立する．最適値関数$\tilde{\Psi}_j(\hat{B})$に関して条件(23)が成立することより，$\hat{B}^*$は休止領域に含まれる．よって，意思決定の休止領域が存在することがわかる．以上より，条件(29)は休止領域が存在しないための十分条件である．一方，意思決定の休止領域が存在しない場合，条件(29)が成立することは自明．したがって，条件(29)は休止領域が存在しないための必要十分条件である．

付録II　証明に関する補足説明

1) $\Delta(\hat{B}) \geq 0$：最適値関数$\Psi_{N-1}^*(\hat{B}), \tilde{\Psi}_{N-1}^*(\hat{B})$の定義(12),(22)より，基本モデルで選択可能なオプションは常に拡張モデルにおいても選択が可能であり，任意の$\hat{B}$に対して$\Psi_{N-1}^*(\hat{B}) \leq \tilde{\Psi}_{N-1}^*(\hat{B})$が成立する．また，$\Omega_{N-1}^*(\hat{B}) \leq \tilde{\Omega}_{N-1}^*(\hat{B})$が成立する．推移状態$j$の問題において，任意の$\hat{B}$に対して$\overline{R}_j(\hat{B}) \leq \tilde{\overline{R}}_j(\hat{B})$が成立し，$\Omega_j(\hat{B}) \leq \tilde{\Omega}_j(\hat{B})$. $\tilde{\Psi}_j^*(\hat{B}) > \max\{\tilde{\Omega}_j^*(\hat{B}),\ -C_a\} \geq \max\{\Omega_j^*(\hat{B}),\ -C_a\}$を満たすことより，任意の$\hat{B} \in (0,\infty)$に対して$\Delta(\hat{B}) \geq 0$が常に成立する．**2)** $B_j^* \geq \underline{B}^*$：背理法を用いる．いま，$B_j^* < \underline{B}^*$ならば，$\tilde{\Psi}_j^*(\underline{B}_j^*) = -C_a = \tilde{\Omega}_j^*(\underline{B}_j^*) < \Omega_j^*(B_j^*) = \Psi_j^*(B_j^*)$となる．しかし，これは$\underline{B}^* \leq B \leq \overline{B}^*$において$\Psi_j^*(B) \leq \tilde{\Psi}_j^*(B)$に矛盾する．したがって，$B_j^* \geq \underline{B}_j^*$である．

参考文献

1) 公共事業評価システム研究会：公共事業評価の基本的考え方, 国土交通省, 2002.
2) Marglin, S.A.: *Approaches to Dynamic Investment Planning*, North Holland, 1963.
3) Arrow, K.J. and Fisher, A.C.: Environmental preservation, uncertainty, and irreversibility, *Quarterly Journal of Economics*, Vol.88, pp.312-320, 1972.
4) Henry, C.: Investment decision under uncertainty, The irreversibility effect, *American Economic Review*, Vol.64, pp.1006-1012, 1974.
5) Johansson, P.-O.: *An Introduction to Modern Welfare Economics*, Cambridge University Press, 1991（金沢哲雄訳:現代厚生経済学入門, 勁草書房, 1995）.
6) Johansson, P.-O.: *Cost-Benefit Analysis of Environmental Change*, Cambridge University Press, 1993.
7) Conrad, J.M.: Quasi-option value and the expected value of information, *Quarterly Journal of Economics*, Vol.94, pp.813-820, 1980.
8) Schmutzler, A.: *Flexibility and Adjustment to Information in Sequential Decision Problems: An Systematic Approach*, Springer-Verlag, 1991.
9) 多々納裕一: 開発留保の便益と開発戦略, 応用地域学研究, No.3, pp.21-32, 1998.
10) Merton, R.C.: The theory of rational option pricing, *Bell Journal of Economics and Management Science*, Vol.4, pp.141-183, 1973.
11) Pindyck, R.S.: Irreversibility, uncertainty, and investment, *Journal of Economic Literature*, Vol.29, pp.1110-1148, 1991.
12) Dixit, A.K. and Pindyck, R.S.: *Investment under Uncertainty*, Princeton University Press, 1994（川口有一郎他訳:投資決定理論とリアルオプション, エコノミスト社, 2002）.
13) Trigeorgis, L.(ed.): *Real Options in Capital Investment: Models, Strategies, and Applications*, Praeger, 1995.
14) Trigeorgis, L.: *Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation*, MIT Press, 1996（川口有一郎他訳:リアルオプション, エコノミスト社, 2001）.
15) Brennan, M.J. and Trigeorgis, L.: *Project Flexibility, Agency, and Competition: New Developments in the Theory and Application of Real Options*, Oxford University Press, 2000.
16) Copeland, T. and Antikarov, V.: *Real Options*, Texere, 2001（栃本克之監訳:決定版 リアル・オプション—戦略フレキシビリティと経営意思決定, 東洋経済新報社, 2002）.
17) Schwartz, E.S. and Trigeorgis, L. (eds.): *Real Options and Investment Under Uncertainty: Classical Readings and Contributions*, MIT Press, 2001.
18) 織田澤利守, 小林潔司：プロジェクトの事前評価と再評価, 土木学会論文集, No.737/IV-60, pp.189-202, 2003.
19) 織田澤利守・小林潔司・松田明広:評価費用を考慮したプロジェクトの事前評価と再評価, 土木学会論文集, No.751/IV-62, pp.97-110.
20) 公共事業における時間管理概念の導入手法及び再評価手法に関する基礎的研究調査報告書, 運輸省運輸政策局公共事業調査室, 2000.
21) 中山東太, 福田大輔, 森地茂:事業遅延に伴う時間的損失の計測, 土木学会第55回年次学術講演会・講演概要集, CD-ROM, 2000.
22) 外部コストを組み入れた建設事業コストの低減技術に関する検討委員会：総合的な建設事業コスト評価指針（試案）, 2002.
23) 建設経済研究所：公共事業の遅延による社会・経済的影響の把握に関する調査研究, 2000.
24) 織田澤利守, 四辻裕文, 小林潔司：遅延リスクと事業評価, 建設マネジメント問題に関する研究発表・討論会講演集, Vol.20, pp.147-150, 2002.
25) 国土交通省：国土交通省所管公共事業の新規事業採択時評価実施要領, 2001.
26) 国土交通省：国土交通省所管公共事業の再評価実施要領, 2001.
27) 建設省：建設省所管公共事業の再評価実施要領, 1998.
28) 運輸省：運輸関係公共事業の再評価実施要領, 1998.
29) たとえば, 近藤次郎：積分方程式とその応用, コロナ社, 1959.
30) たとえば, Baxter, M. and Rennie, A.: *Financial Calculus: An Introduction to Derivative Pricing*, Cambridge University Press, 1996.
31) たとえば, 小島政和：相補性と不動点, アルゴリズムによるアプローチ, 産業図書, 1981.

遅延リスクを考慮した公共事業の事前・再評価*

長谷川専**, 織田澤利守***, 小林潔司****

本研究では, 事業便益に関するリスクと事業遅延のリスクを同時に考慮した事前・再評価モデルを構築する. 具体的には, 意思決定者が事業価値と進捗率という２つの状態変数に関する情報に基づいて, 事前評価における事業の採択, 再評価時点における事業の継続・中止を合理的かつ整合的に決定できる事前・再評価モデルを構築する. また, 再評価時点における休止オプションを追加した事前・再評価モデルを定式化する. さらに, 数値計算事例により, 事業をとりまくリスクが事前評価における事業採択基準, および再評価における事業継続基準に及ぼす影響を分析するとともに, 休止オプションの経済価値を計測し, 制度設計への適用可能性を示す.

Pre- and Re-Evaluation System of Public Projects Incorporating Demand Risk and Delay Risk*

By Atsushi HASEGAWA**, Toshimori OTAZAWA*** and Kiyoshi KOBAYASHI****

In this paper, a pre- and re-evaluation model, in which the benefits risk and the project delay risk are simultaneously incorporated, is formulated to evaluate the efficiency of delayed projects at regular intervals. The model provides decision makers with information on the optimal decisions of whether the delayed projects should be continued or scrapped at each re-evaluation timing in infinite time horizon. The model is extended to discuss the benefits derived from reserving decisions at the next re-evaluation timing. This paper illustrates numerical examples to analyze how the evaluation results are controlled by the project characteristics.
