

キャンセルおよびオーバーブッキングを考慮した最適座席数供給量決定問題に関する基礎的研究*

A Basic Study on Seat Inventory Control with Concerning Canceling and Overbooking*

竹林幹雄**・黒田勝彦***・杉田孝****・吉田純土*****

By Mikio Takebayashi**・Katsuhiko KURODA***・Takashi SUGITA・Jundo YOSHIDA*****

1. はじめに

規制緩和・自由化による航空旅客輸送市場におけるプラスの効果として、正当な競争を通じての価格の適正化を挙げることが多い¹⁾。例えば、参入規制の緩和により、わが国では1998年にSkymark Airlinesが羽田-福岡路線に参入し、正規料金の劇的下落が起こったことは記憶に新しい。既存大手3社は価格のマッチングの他に新たなチケット構成（いわゆる「早割」「特割」チケット）の導入を行い、イーロード（シート・マイルごとの利益）の向上を図るに至った。この新たなチケット構成法は、形式は異なるが自由化後の米国において広く行われてきたシート・プロテクションの一種である。現在ではチケットとシートの構成の最適制御（seat inventory control：以下SICと略記）として、イーロード・マネジメントとして一括して説明されることが多い。

航空旅客輸送市場におけるイーロード・マネジメント（以下YM）の必要性は1970年代初頭から既に提唱されており、米国を中心に膨大な量の研究蓄積がなされている。この流れに関してはBelobabaによる包括的なレビュー²⁾がなされているので、詳細は省くことにする。基本的には、その中心的話題はSICである。そして現在のYMの基礎理論はBelobabaの提案した期待収入に基づく方法論であることは衆目の一致するところであろう。

Belobabaの一連の研究は、期待限界座席収入（Expected Marginal Seat Revenue: EMSR）に着目したSICに関する研究である³⁾⁵⁾。すなわち、ある価格の座席の単位量増加が追加的収入の期待値の増加をもたらす程

*キーワード：空港計画，交通計画評価

**正員，工博，神戸大学工学部建設学科

（神戸市灘区六甲台町1-1，

TEL:078-803-6017, E-mail:takebaya@kobe-u.ac.jp)

***正員，工博，神戸大学工学部建設学科

（神戸市灘区六甲台町1-1，

TEL:078-803-6008, E-mail:kurodak@kobe-u.ac.jp)

****学生員，神戸大学大学院自然科学研究科

（神戸市灘区六甲台町1-1，

E-mail:024t120n@y02.kobe-u.ac.jp)

*****正員，工修，国土交通省中部地方建設局

（名古屋市中区三の丸2-5-1，名古屋合同庁舎第2号館）

度に着目したものである。これは運賃クラスごとの需要分布が正規分布と仮定されることで、運賃クラスごとの最適供給量が決定できるというものである³⁾。換言すると、Belobabaの方法に従えば、運賃クラスごとの平均および分散が観測されていれば、その座席数は静的・動的に制御可能であるという、きわめて操作性の高いものであった。しかし、このように操作性の高いBelobabaのモデルではあるが、販売期間そのものは操作変数には組み込まれていない。すなわち、全ての座席クラスは同時に販売されていることを許すものである。これは現在では国際線および米国のノーフリルキャリアのSICには用いることは可能であるが、わが国の市場のように販売期間そのものが戦略に組み込まれている場合には適用が困難である。また、限界座席収入そのものは予約時間および予約状況に対しては独立に決定されるので、現在の米国で一般的に行われているCRSを通じての予約で時々刻々価格が変動するような場合には用いることができない。すなわち、時間的な変動を明示的に取り入れ、時刻ごとの運賃クラスの評価が可能な方法論への拡張が望まれるのである。

1つの拡張モデルとしてはLautenbacherら⁶⁾のマルコフ決定過程をSICに導入する試みが挙げられる。これはEMRSに対して、離散時間間の運賃クラスの予約状況の変化がマルコフ決定過程に従うとし、予約の時間変動を明示的に表現することを可能にした。この方法は理論的には汎用性が高い反面、基本となる推移確率行列を時点ごとに更新しなければならないという極めて複雑な作業を伴う。また、基本的に現在の予約状態からオーバーブッキングの量が決定されるという構造のため、オーバーブッキングの最適供給量がキャンセル行動と独立に評価されるという、エアラインの行動から考えると一見奇妙な状態になる。通常、オーバーブッキングはキャンセルによって生じる損失をヘッジするために設定されるものであり、キャンセル行動と独立に評価することには矛盾がある。

現在要求されている評価モデルは、時々刻々変化する需要と、それに対応した最適な座席数の供給、そしてキャンセルによる損失をヘッジするための最適なオーバーブッキング数を同時に確定できるものである。

本研究は以上のような問題点を鑑み、SICへのリスク

ヘッジアプローチを導入することで、上記の問題が解決できることを論じ、リスクヘッジアプローチを可能とするための基礎的モデルを提案する。そして、数値計算を通じてモデル特性を明らかにする。

2. モデル

(1) 概要

本稿では、リスクヘッジ・アプローチを導入したSICモデル構築のために、まずその基礎となるウィナー過程型SICモデルを提案する。すなわち、時々刻々変化するシートの予約は前期の予約状況のみに影響されるというマルコフ過程に従うが、前期から今期への状態推移は、平均0、分散 β の正規分布に従う、というものである。これはCRSによる予約を行う場合、直前の状態を参考に「即購入/キャンセル」あるいは「購入/キャンセル保留」を決定するというプロセス、およびエアラインは当該フライトに関して十分多くのデータを収集することが可能であることから考えて、ウィナー過程を仮定することは十分妥当性があると考えられる。

さて、ウィナー過程に従うとした場合、状態表記はトレンド項とウィナー過程に従う拡散項に集約されて表記される。これは通常金融工学で開発された計算手法を援用して計算することが可能である。さらに、エアラインが各時点での正確な期待値の割り出しは、ウィナー過程で示された「予約状況のトレンドと分散」および「現在の予約状況」のみを必要入力とするにとどまる。SICを行うに当たり、旅客の選択行動を直接考慮する必要がないという意味でも実用に即したモデルであるといえる。

(2) 定式化

(a) 前提条件

まず、基本的な前提条件を以下に示す。

- ① 各運賃クラスに対するトレンドおよびボラティリティは全て観測可能であるとする。
- ② 特定エアラインの特定フライトについての分析とする。代替するフライトとの競合などは直接考慮しないものとする。
- ③ 総座席数、運賃は与件とし、予約期間中に変更することはないとする。
- ④ 割引運賃は複数設定されるが、低価格のものから先に販売され、次の運賃クラスのもの販売時には既に販売が終了しているものとする。
- ⑤ 予約のキャンセルは購入した運賃クラスの販売期間のないのみ認められるものとする。このとき、ペナルティ料は発生しないものとする。

①および②はフライト固有の値であると考えたためである。③は予約期間内でのエアラインの戦略変更が動的に行えないことを意味する。ただし、販売期間の変更は可能であるとする。④はLittlewood⁷⁾以来、頻繁に用いられてきた仮定である。続く⑤での仮定に従えば、チケットのクラスごとにキャンセルに関わる制約がないため、あえて先に高額のチケットを購入する動機が存在しないことになる。実際にはチケットクラスごとにキャンセルに関する制約が存在するため、この仮定はかなり厳しいことになる。しかしチケットの販売パターンを評価することに限定すれば、基本的な挙動はこの仮定の下でも失われないことから、妥当なものと考えられるため、採用することとした。⑤は④と同様に厳しい仮定である。ペナルティ料は本来、予約キャンセルに対するエアライン側が設定するオプション価格として定義できる。しかし、本モデルではまずオプション価格を決定するための基礎モデルを策定することを目的としているため、期間内ではペナルティ料は発生せず、期間を過ぎてキャンセルをした場合100%のペナルティ料が発生するという、極端なペナルティを仮定している。

(b) 定式化

予約期間を $[0, T]$ とする。ただし、予約開始時刻を0、終了時刻を T とする。運賃クラス i の価格を P_i 、その t 時点での販売数を $S_i(t)$ とする。総座席数 C は与件である。エアラインは運賃クラス i の座席上限 C_i 、その予約期間 t_i を操作変数とし、収入 Z を最大化する。ただし、予約状況はウィナー過程に従って変動するものとする。このとき、エアラインの直面する問題をSIC-Wとして定式化すると以下のようになる。

[SIC-W]

$$Obj: Z(C_i, t_i^0, t_i^E) = \sum_i S_i(t_i^E) P_i \quad (1)$$

Sub. to

$$\sum_i S_i(t_i^E) \leq C \quad (2)$$

$$\sum_i (t_i^E - t_i^0) = T \quad (3)$$

$$t_i^E, t_i^0, C_i \geq 0 \quad \text{for } \forall i \quad (4)$$

ここで t_i^0 : i クラスチケットの販売開始時刻、 t_i^E : i クラスチケットの販売終了時刻を表す。また、状態変数 $S_i(t)$ は以下の状態方程式を満たす。

$$dS_i(t) = a_i(t) S_i(t) dt + b S_i(t) dB(t) \quad (5)$$

ここで $B(t)$: 予約・キャンセル行動に伴う確率の変動要素（ブラウン運動）であり、 b はボラティリティである。

さて、ここで C_i と $S_i(t)$ に関する新たな仮定をおく。座席供給上限 C_i を超えた場合、 $S_i(t)$ の変化は不連続になる。すなわち、

$$\begin{aligned} \text{if } S_i(t) < C_i \text{ and } a_i(t)S_i(t)dt + bS_i(t)dB(t) \\ \text{then } dS_i(t) = 0 \\ \text{otherwise } dS_i(t) = a_i(t)S_i(t)dt + bS_i(t)dB(t) \end{aligned}$$

である。これは $C_i > S_i$ が満足される区間において伊藤積分により解が求められることを意味する。

今、 $a_i(t)$ を以下のように定義する。

$$a_i(t) = \rho r_i + \theta \frac{t}{t_i^E - t_i^0} + \nu \quad (6)$$

ここで ρ は運賃クラスのトレンド、 γ_i は運賃クラス i の予約特性、 θ は予約締切に関する特性パラメータ、 ν は切片である。(5)の解、すなわちある時刻までの運賃クラス i の総売上座席数 $S_i(t)$ は(7)のように特定される。ただし、 $C_i > S_i$ である。

$$S_i(t) = \exp \left[\frac{\rho \gamma_i}{2} t^2 + \left(\nu - \frac{\theta}{2(t_i^E - t_i^0)} \right) t + bB(t) \right] \quad (7)$$

3. 数値計算例

本研究では、モデルの特性上、最適解を解析的に求めることが不可能であるため、モンテカルロ・シミュレーションを用いて数値的に求める。すなわち、平均期待収入が最大となるパターンにおける各クラスの予約受付期間およびシート・プロテクション数を求めることになる。

以下の条件のもとで数値計算を行った。

- ① 機材容量は300席とする。
- ② 運賃クラスは3種類とする。
- ③ 予約受付期間は60日とする。
- ④ 各クラスの最小期間は1日とする。

また、計算時に導入する各種パラメータは、現在入手が極めて困難である。このため、適切であると考えられるパラメータを試行錯誤的に決定した。この点に関しては、後にCRSのデータなどが入手可能となれば解消できる問題であると考えられる。

(1) 基本ケース

ベンチマークとなる基本ケースに使用したパラメータは以下の通りである。

$$\rho=0.15, \theta=0.03, \nu=0.08, b=0.03, \gamma_1=1/0.6, \gamma_2=1/0.8, \gamma_3=1$$

ここで、 γ_i は $i=3$ を正規料金とし、他は事前予約割引率をその選好パラメータとした。正規料金 $P_3=2$ として計算

を行っている。なお、シミュレーション回数は試行錯誤の結果、10,000回を採用した。

ブッキング・リミットに関しては、極めて多数の組み合わせが可能である。ここではそのうちの10パターンに関して最適な販売期間を決定することとする。結果を表-1に示す。なお、ここでは最良と判定されたパターンから5%以内の収益差となっているパターンの平均を示している。()内に表記された値は全サンプルに対する分散を示す。

表から明らかなように、全体的な傾向として、低価格クラスの販売期間を長く取り、売れ残りをできるだけ少なくするという方法を取ることがわかる。このとき、収益の保証は正規運賃であるクラス3のブッキング・リミットを高め設定するというで行われていることがわかる。

一方、安価なクラス1のブッキング・リミットを増加させると、販売期間を増加させるという傾向にあることがわかる。すなわち、低価格クラスの販売期間を長くすることで、できるだけ残席を少なくすることが可能となり、クラス3の販売期間には影響しないことがわかる。

この一連の関係から、低価格で供給されるクラス1が正規運賃であるクラス3の売れ残りリスクをヘッジしたものになっていることがわかる。

座席の充足率については、クラス1は期間が長くなるにつれて好転する傾向を持つ。販売期間が全体の1/2を超えると、そのほとんどで90%以上の充足率を持つ。逆にクラス3に関しては販売期間よりもむしろブッキング・リミットそのものの影響が大きいことがわかる。このことから前述の正規運賃の空席補填をクラス1が確実に行うことができるということを表している。

次に最適販売期間決定の特性について検討する。図-1はブッキング・リミットを(100:100:100)および(150:50:100)を例にとり、平均的予約経路をプロットしたものである。図から、いずれの場合も、最適販売期間は予約数の変化がほとんど消失する付近で決定されていることが認められる。すなわち、最適な販売期間の制御とは、平均的に予約の増加率がゼロとなる時刻をもって販売停止時刻とする、ということができる。

(2) オーバーブッキングの効果

次に、ブッキング・リミットの制約を緩和したオーバーブッキングを導入する効果について評価を行う。

オーバーブッキングに関する数学的な記述はChatwin⁸⁾をはじめとして、いくつか提案されているが、多くは1クラスの運賃構成におけるオーバーブッキングの効果が多期間にわたって評価するものであった。一方、本モデルでは多期間に加え多クラスでの評価を行うことが可能である。ゆえに販売期間とクラスの関係を経営的に評価

表-1 基本ケースの結果

ブッキング・リミット(BL)			販売期間			予約数			TOTAL	期待収入
クラス1	クラス2	クラス3	クラス1	クラス2	クラス3	クラス1	クラス2	クラス3		
50	50	200	27	11	22	42	48	137	227	401.24 (14423)
50	100	150	30	15	15	49	93	99	241	406.16 (9541)
50	200	50	31	22	7	49	165	39	253	401.05 (5762)
100	50	150	37	8	15	99	44	99	242	387.86 (5735)
100	100	100	37	13	10	99	84	70	253	394.11 (9521)
100	150	50	37	16	7	99	118	39	256	385.66 (5418)
150	50	100	41	8	11	146	42	70	258	382.85 (4884)
150	100	50	41	11	8	146	79	39	264	379.2 (3262)
200	50	50	45	7	8	187	42	39	268	369.77 (2159)

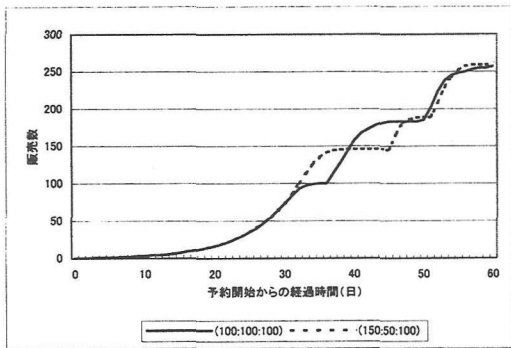


図-1 予約の推移

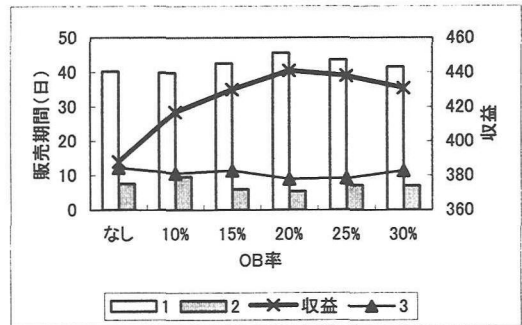


図-3 オーバーブッキングの効果 (150:50:100)

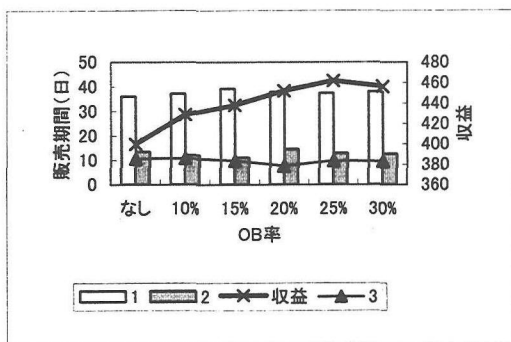


図-2 オーバーブッキングの効果 (100:100:100)

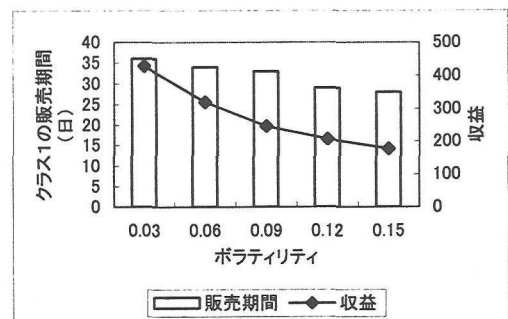


図-4 ボラティリティ変化によるOBの効果 (OB率:10%)

できるという利点を有する。

ここでは例としてクラス1～クラス3のブッキング・リミットを(100:100:100)とした場合(ケース1)および(150:50:100)とした場合(ケース2)について検討する。なお、クラス3販売終了後に座席数を超過する予約が存在する場合、全ての運賃クラスの旅客に対して超過分は正規料金を払い戻す、という方針で運営するものとする。

各ケースに対して、オーバーブッキングで許容する割合を10%-30%まで5%間隔で変化させた場合の感度について測定した。結果を図-2および図-3に示す。

図から、オーバーブッキング率(OB率)を変化させてもクラスごとの販売期間には明確な規則性は認められず、オーバーブッキングを採用したとしても、ほぼ同程度の販売期間となるという結果を得た。無論、より詳細な設定のもとにシミュレーションを行うことで、何らかの規則性が生じる可能性は排除できないが、ここでは分析の枠組みの限界から、これ以上の検討は行わない。

一方、収益に関してはOB率が20-25%までは割合が上昇することにより、向上することが認められる。これは、OB率が上昇することにより、キャンセルによる損失の可能性が減少することになるためである。すなわち、キャンセルによる損失をオーバーブッキングによりヘッジしていることになる。これは座席構成が変更されても同じ傾向を持つことが図-2と図-3を比較することにより理解される。

しかし、25%以上では収益は減少することがわかる。これは過度のオーバーブッキングにより、クラス3販売終了後、全ての運賃クラスで超過した予約客に対して正規料金分を払い戻すためである。この計算例では、(100:100:100)のブッキング・リミットの場合、30%で平均17席の超過が生じ、払い戻しを行うという結果を得た。OB率の違いにより、損益に差異が生じるという結果から、座席構成ごとに最適OB率が存在する可能性が示唆される。すなわち、最適OB率とは「期待される残席数が最小となるもの」であり、本計算例の場合25%-30%の区間に存在すると考えられる。

一方、オーバーブッキングを採用することによる座席販売期間の変化は図からもほとんど認められず明確な規則性も見出せない。ゆえにオーバーブッキングの有無による最適な販売期間そのもの影響はほとんどないといえる。これはオーバーブッキングを採用するにあたり、販売期間を再度調整する必要はないことを意味している。

最後に、予約の安定性によるオーバーブッキングの効果の評価する。このとき、予約のボラティリティを変化させることで検討する。ここでは紙面の都合上、(100:100:100)のシート・プロテクションのみを取り上げ、OB率は10%に固定した場合を評価する。ここではシナリオとしてボラティリティの変動を与え、0.03-0.15の範囲で検

討を加えた。

図-4はクラス1の販売期間の変化と収益の変化を比較したものである。図から明らかにボラティリティが増大するに従い、クラス1の販売期間が減少することがわかる。同様に収益も一貫して減少することがわかる。これは予約傾向の変動が大きい場合、キャンセルの確率が增大することを表すものである。このため、ボラティリティが増大した場合、収益を維持するためにはより高いOB率を設定し、キャンセルによる空席の増大をヘッジする必要があることがわかる。同時に、クラス2ないしは3の販売期間を長く設定することが必要であることが示唆されている。すなわち、予約の変動が大きい場合は、低価格クラスによる空席損失のヘッジの効果は比較的少なく、逆にオーバーブッキングによる空席損失のヘッジ効果が高いことがわかる。

4. おわりに

本稿では、SICにおけるウィナー過程の導入を行い、リスク概念を取り入れた運賃クラス別最適座席数および販売期間決定問題をモデル化した。そして、伊藤積分を用いた最適解導出方法を提案し、モンテ・カルロ・シミュレーションを用いた数値計算を実行することで、モデルの挙動特性およびクラス間の関係を明らかにした。最後にOBの効果についても検討し、ブッキング・リミットに応じた最適OB率が存在することを数値的に示した。特に、予約の変動が大きい場合、運賃クラスによるキャンセルのヘッジよりもOBをより多く実施することによるリスク・ヘッジの方が効果が高いことが示された。これは、競争が特に激しい路線で、かつ日常的にフライトを利用する旅客、例えばビジネスフライトにおけるSICに応用することが考えられる。

本研究で開発した方法論を発展させることで、エアラインの収益性を向上させることが可能となることが期待される。それにとどまらず、エアラインの収益性が改善されることによる路線運営の効率化を実現し、路線そのものの維持の可能性を広げることにもつながると考えられる。特に、繁忙路線における時間帯別最適チケット価格の設定により、路線の効率的利用を促進する、あるいは路線維持そのものが困難とされる離島路線の維持の可能性を検討する際にも適用することが可能である。これら現実の利用に際しては、本モデルはさらに拡張される必要がある。

本モデルの拡張に関しては次のように考えている。3.のオーバーブッキングの項でも述べたように、オーバーブッキングは最終的な空席率の最小化のために行われる。これを応用すると、各時刻において最適なOB率を設定

し、次の時刻の予約上限を動的に制御することで、さらに効率的なイールドを達成することができる。特に、予約の変動が大きな場合、オーバーブッキングが効果的であるため、方法の拡張が望まれるところである。これに関しては、金融工学でいうリアル・オプションと構造的に同じであり、本モデルを直接拡張することで対応可能であると考えられる。

しかし、本稿で示したモデルはまだ開発の初段階であり、実用に即するためには多くの改良を必要とする。以下に、本モデルの主な課題を示す。

- 1) 予約において、オーバーブッキングによるエアラインの支払うペナルティが運賃クラスに反映されず、一律正規運賃を支払うという設定になっている。
- 2) 同一路線における他社との競合が予約行動に反映されていない。同時に、同じエアラインが運航している場合でも時間帯間での選択が存在すると考えられるが、モデル内では一切捨象されている。

特に1)に関しては予約の運賃クラス別オプション価格決定問題となり、より一層複雑化することが考えられる。また、2)に関してはYou⁹⁾の研究で示された複数レグへの予約行動に関するモデルを拡張することで対処できると考えている。

以上のような課題および発展に関しては、現在研究を継続中であり、機会を改めて発表することとしたい。

参考文献

- 1) 長谷川通：エアライン・エコノミクス，中央書院，1997.
- 2) Belobaba, P.: Airline Yield Management An Overview of Seat Inventory Control, Transportation Science Vol.21, No.2, pp.63-72, 1999.
- 3) Belobaba, P.: Application of a probabilistic decision model to airline seat inventory control, Operations Research, Vol.37, No.2, 183-197, 1989.
- 4) Belobaba, P. and Wilson, J.: Impacts of yield management in competitive airline markets, Journal of Air Transport Management Vol.3, No.1, pp.3-9, 1997.
- 5) Belobaba, P. and Farkas, A.: Yield management impacts on airline spill estimation, Transportation Science, Vol.33, No.2, 217-231, 1999.
- 6) Lautenbacher, C. and Stidham, S.: The Underlying Markov Decision Process in the Single-Leg Airline Yield-Management Problem, Transportation Science Vol.33, No.2, pp.136-146, 1999.
- 7) Littlewood, K.: Forecasting and control of passenger booking, AGIFORS Symposium Proc., 12, 95-117, 1972.
- 8) Chatwin, R.: Multiperiod airline overbooking with a single fare class, Operations Research, Vol.46, No.6, 805-819, 1998.
- 9) You, P.S.: Dynamic pricing in airline seat management for flights with multiple flight legs, Transportation Science, Vol.33, No.2, 192-206, 1999.

キャンセルおよびオーバーブッキングを考慮した最適座席数供給量決定問題に関する基礎的研究*

竹林幹雄**・黒田勝彦***・杉田孝****・吉田純士*****

本論文では、旅客のチケット予約行動においてウィナー過程を仮定した最適SICモデルを構築することを目的としている。特に最適シートブロックとチケット販売期間の構成に着目した。まず、特定のフライトにおける旅客のシート予約を販売座席数と予約時間の関数として定式化した。次にモデルが伊藤積分によって最適解が求められることを示した。続いてモンテ・カルロ・シミュレーションにより数値計算を行い、シート・プロテクションと販売期間の関係を明らかにした。最後にオーバーブッキングの効果について検討し、その結果、シート・プロテクションごとに最適OB率が存在することが示された。

A Basic Study on Seat Inventory Control with Concerning Canceling and Overbooking*

By Mikio Takebayashi**・Katsuhiko KURODA***・Takashi SUGITA・Jundo YOSHIDA*****

In the present paper, we develop the optimization model for SIC by adapting Wiener process theory on passengers' seat reservation. In particular, we explain the relation of optimal seat block number and retailing periods. First, we formulate the passengers' behavior as a function of number of retailing seats and length of retailing periods. Second, we show the way to obtain the optimal solution by Ito Integration method. Third, through numerical computation, the relation of optimal seat number and retailing periods is explained. Moreover, the result said that the existence of optimal OB ratio by number of seat protection is suggested.