【土木計画学研究・論文集 Vol.20 no.3 2003年9月】

Nested Logit 型確率的利用者均衡条件下での最適混雑料金*

Optimal Link Tolls under Nested Logit Type Stochastic User Equilibrium*

円山 琢也**・原田 昇***・太田 勝敏****
By Takuya MARUYAMA**, Noboru HARATA***, and Katsutoshi OHTA****

1. はじめに

交通渋滞の緩和と大気汚染問題等への対応を目的としたロードプライシングは，2003 年 2 月よりロンドン都心部での実施が始まり，東京都心部への導入も検討されるなど，現実味のある都市交通政策の代替案の一つになりつつある．本稿の目的は，このロードプライシングの最適な料金設定に関して，利用者の行動を明示的に扱いつつ現実都市圏の道路網にも適用可能な形式を提示することにある．

道路利用の私的限界費用と社会的限界費用の乖離に等しい額を混雑料金として課せば社会的に最適な状態が実現するという限界費用原理は，経済学における単純な 1 本のリンクを対象とした議論から導き出されたものである．この理論は，

① 空間表現が過度に単純化されている．

② 渋滞現象の表現の不備すなわち時間軸の欠如．

③ 利用者の交通行動の表現が不十分．

という問題があり，現実都市圏の混雑料金の設定問題に直接適用できるものではない．

これら 3 つの問題点のうち，①の空間表現の問題に関しては，交通ネットワーク均衡分析のモデルの枠組みにおいて，各リンクにおいて限界費用原理を適用すればよいという拡張がされている．しかし，従来モデルの利用者の経路選択行動の記述，需要関数の設定法などは，いまだ現実を簡略化したものであり，③の問題は依然残される．一方，②の時間軸の欠如の問題に対しては，主に単一ボトルネックを対象とした議論が進められ，成果が挙げられているが[1]，一般ネットワークへの理論の拡張は困難と思われる．

本稿では以上の背景を踏まえ，既存の混雑料金理論の上述した①，③の問題点を同時に解決する分析フレームを提示する．すなわち，利用者の交通行動が複数の交通手段を含むネットワーク上でランダム効用理論に基づく Nested Logit 型の多次元選択行動として記述される場合における最適混雑料金について議論する．提示するフレームは，静的モデルであるという限界は依然残されるものの，現実の大規模なネットワーク上においても最適混雑料金の算出が可能である点が大きな利点となる．

また，現実のロードプライシングは，道路混雑緩和のみを目的とするわけではなく，大気汚染等の環境基準の達成を目的とする場合が多い．したがって，環境負荷排出量にも配慮した料金設定法についても言及する．

2. 既存研究のレビューと本研究の方針

交通ネットワーク均衡分析における混雑料金政策の議論としては，固定需要型の利用者均衡配分モデルにおいて各リンクに限界費用原理を適用することで，総所要時間を最小化するシステム最適配分が達成できることがよく知られている．この料金システムは，需要変動型の場合においても，Gartner[2]，Yang and Huang[3]らによって議論されているように，次のような目的関数で示される社会的余剰を最大化する．

$$\max . \sum_{rs} \int_0^{q_{rs}} D_{rs}^{-1}(\omega) d\omega - \sum_a t_a(x_a) x_a \tag{1}$$

ここで，$D_{rs}^{-1}(.)$ は，OD ペア rs 間の逆需要関数，q_{rs} は，OD ペア rs 間の交通量，$t_a(.)$は，リンク a のリンクコスト関数，x_aは，リンク a の交通量とする．しかしながら，これらの研究で仮定されている需要関数は，独立型の需要関数であり，一般的なロジットモデルなどの競合型の需要関数の場合には，直接的には適用できない．また，この需要関数は，利用者の交通行動と結びついたものではなく，需要関数の価格弾力性を設定する必要があるが，その設定値によって混雑料金は大きく異なることになる[4]．さらに，利用者の経路選択行動も確定的なものが仮定されている．また，単一の交通手段が想定されており，代替交通手段への影響を評価できない．これらの仮定を緩和し，フレームを一般化することは，混雑料金政策を論じるうえで重要な研究課題となろう．

この一般化を意図した既存研究としては，利用者の経路選択行動が確率的である，すなわち確率均衡配分モデルの元での最適混雑料金についての，赤松，桑原[5),6)]による研究がある．彼らのモデルの目的関数は総走行時間の最小化を基本としたものであり，その場合に適用できる限界費用原理の拡張式を示した．これに対して，Yang[7]は，ロジット型確率的均衡配分モデルと整合的な純経済

*キーワーズ: ネットワーク交通流, TDM

** 正会員，修，東京大学 大学院工学系研究科 都市工学専攻
*** 正会員，工博，東京大学 大学院新領域創成科学研究科
****フェロー，Ph. D，東洋大学 国際地域学部 国際地域学科
(〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1, Tel 03-5841-6234, Fax03-5841-8527)

便益を定義し，その最大化を目的関数とした場合，通常の限界費用原理が最適混雑料金となることを示した．

本稿では，利用者の経路選択も確率的とし，さらに，手段選択，目的地選択など他の次元の選択行動を含めて，ランダム効用理論に基づく Nested Logit モデルで記述した場合の最適混雑料金について議論する．本稿では，最適化の目的関数に Yang[7]と同様な考えに基づく社会的純便益を設定する．これらは，利用者の総期待最大効用と供給者余剰の和の最適化の問題であり，経済効率性の最適化をもたらす混雑料金といえる．しかしながら，経済性の効率だけではなく，環境負荷とのバランスという視点も重要であろう．したがって，以上の最適化問題に，環境負荷の制約を課したモデルも提示し，それらを実現するための料金設定について議論する．環境負荷も考慮した料金設定法は，Nagurney[8]によっても示されているが，そこで用いられているのは，利用者の確定的な選択のみを仮定したものであり，それらを拡張したモデルを提示する．

3. モデル

(1) 定式化

Nested Logit モデルと整合的なネットワーク均衡配分モデルは，数多くの種類があり，大規模な都市圏に適用可能なアルゴリズムも開発されている．これらの各モデルに対応した最適混雑料金政策を考えることが可能であるが，ここでは，まず手段選択と経路選択を Nested Logit モデルで記述する場合の最適混雑料金を議論する．また，各モードにおいて混雑が発生するが，そのリンクコスト関数は，モード間で独立であり，相互干渉は無いものとしよう．

まず，利用者の行動は，ランダム効用理論に基づいて，手段選択を上位，経路選択を下位の階層とする以下の Nested Logit モデルで記述できると仮定する．

$$\Pr(k \mid rs,m)=\frac{\exp(-\theta_1^m c_{k,m}^{rs})}{\sum_k \exp(-\theta_1^m c_{k,m}^{rs})},\quad \forall r,s,m,k \tag{2}$$

$$\Pr(m \mid rs)=\frac{\exp[-\theta_2(S_m^{rs}+C_m^{rs})]}{\sum_k \exp[-\theta_2(S_m^{rs}+C_m^{rs})]},\forall r,s,m \tag{3}$$

$$S_m^{rs}=-\frac{1}{\theta_1^m}\ln\sum_k \exp(-\theta_1^m c_{k,m}^{rs}),\quad \forall r,s,m \tag{4}$$

ここで，$\Pr(k|rs,m)$は，OD ペア rs，手段 m の条件のもと経路 k を選択する確率，$\Pr(m|rs)$は，OD ペア rs の条件で手段 m を選択する確率である．$c_{k,m}^{rs}$ は，OD ペア rs 間，手段 m の経路 k の金銭単位交通費用，S_m^{rs} は，OD ペア rs 間，手段 m の経路選択に関する金銭単位の期待最小費用，θ_1^m,θ_2 は，それぞれ経路選択，手段選択に関するパラメータ，C_m^{rs} は，手段 m に固有の非効用とする．

ネットワーク上のフローの均衡条件と，上記 Nested Logit モデルを同時に満足する解は，周知のように次の等価最適化問題の解として求められる．

$$\min Z_1(\mathbf{x},\mathbf{q})=\sum_{m,a}\int_0^{x_a^m} t_a^m(\omega)d\omega-\sum_{r,s,m} q_m^{rs}H_m^{rs} -\sum_{r,s} q_{rs}H_{rs}+\sum_{r,s,m} q_m^{rs}C_m^{rs} \tag{5a}$$

s.t.
$$\sum_m q_m^{rs}=q_{rs},\quad \forall r,s \tag{5b}$$

$$\sum_k f_{k,m}^{rs}=q_m^{rs},\quad \forall m,r,s \tag{5c}$$

$$x_a^m=\sum_{r,s,k} f_{k,m}^{rs}\delta_{a,k}^{m,rs},\quad \forall m,a \tag{5d}$$

$$q_{rs}^m\ge 0, f_{k,m}^{rs}\ge 0, x_a^m\ge 0,\quad \forall m,r,s,k,a \tag{5d}$$

ここで，

$$H_m^{rs}=-\frac{1}{\theta_1^m}\sum_k \Pr(k\mid rs,m)\ln\Pr(k\mid rs,m) =-\frac{1}{\theta_1^m}\sum_k \frac{f_{k,m}^{rs}}{q_m^{rs}}\ln\frac{f_{k,m}^{rs}}{q_m^{rs}},\forall r,s,m \tag{6a}$$

$$H_{rs}=-\frac{1}{\theta_2}\sum_m \Pr(m\mid rs)\ln\Pr(m\mid rs) =-\frac{1}{\theta_2}\sum_m \frac{q_m^{rs}}{q_{rs}}\ln\frac{q_m^{rs}}{q_{rs}},\forall r,s \tag{6b}$$

q_{rs} :OD ペア rs 間 OD 交通量
q_m^{rs} :手段 m の OD ペア rs 間 OD 交通量
$f_{k,m}^{rs}$:手段 m の OD ペア rs 間経路 k の交通量
x_a^m :手段 m リンク a の交通量
$t_a^m(x_a^m)$:手段 m リンク a のリンクコスト関数(金銭単位)
$\delta_{a,k}^{m,rs}$:リンク経路接続行列

この最適化問題の解の一意性の十分条件を求めておこう．式(5a)の第一項が狭義凸関数となる条件より，

$$\frac{\partial t_a^m(x_a^m)}{\partial x_a^m}>0,\quad \forall m,a \tag{7}$$

が得られ，それ以外の項が狭義凸関数となる条件より，

$$\theta_1^m>\theta_2>0,\quad \forall m \tag{8}$$

が得られる．一般的なリンクコスト関数は，式(7)を満たし，ランダム効用理論と整合的な Nested Logit モデルは，通常，式(8)を満たすため，本モデルの解$(\mathbf{x},\mathbf{q})$は一意に定まる．

(2) 目的関数の経済学的意味と最適課金

さて，式(5a)の目的関数は，一般に経済学的意味づけを全く持たないものである．しかし，各リンクに限界費用原理に従う料金が課せられている場合，この値は経済学的意味を持つことになる．これを以下で示そう．まず，次のような良く知られた関係式を確認しておく．双対理論によれば，ある経路費用 $\mathbf{c}$ についてロジットモデルによる経路選択確率が定まる場合，次式が成立する[9]．

$$S_m^{rs}+H_m^{rs}=\sum_k \Pr(k\mid rs,m)c_{k,m}^{rs},\forall r,s,m \tag{9}$$

$$\therefore \sum_{r,s,m} q_m^{rs} S_m^{rs} + \sum_{r,s,m} q_m^{rs} H_m^{rs} = \sum_{r,s,m,k} f_{k,m}^{rs} c_{k,m}^{rs} \quad (10)$$

同様にして，手段選択に関して次式が成立する．

$$S_{rs} + H_{rs} = \sum_m \Pr(m \mid rs)(S_m^{rs} + C_m^{rs}), \forall r,s \quad (11)$$

$$\therefore \sum_{r,s} q_{rs} S_{rs} + \sum_{r,s} q_{rs} H_{rs} = \sum_{r,s,m} q_m^{rs}(S_m^{rs} + C_m^{rs}) \quad (12)$$

ここで，S_{rs}は，手段選択に関する金銭単位期待最小費用，

$$S_{rs} = -\frac{1}{\theta_2} \ln \sum_m \exp[-\theta_2 (S_m^{rs} + C_m^{rs})], \forall r,s \quad (13)$$

である．ここで，式(10), (12)の両辺を足し合わせると，

$$\begin{aligned} &\sum_{r,s} q_{rs} S_{rs} + \sum_{r,s,m} q_m^{rs} H_m^{rs} + \sum_{r,s} q_{rs} H_{rs} - \sum_{r,s,m} q_m^{rs} C_m^{rs} \\ &= \sum_{r,s,m,k} f_{k,m}^{rs} c_{k,m}^{rs} = \sum_{m,a} x_a^m t_a^m (x_a^m) \end{aligned} \quad (14)$$

が成立することになる．

ここで，リンクコスト関数を具体的に，リンク所要時間の金銭換算値 $\hat{t}_a^m(x_a^m)$ とリンク料金 $p_a^m(x_a^m)$ の和とおこう．

$$t_a^m(x_a^m) = \hat{t}_a^m(x_a^m) + p_a^m(x_a^m) \quad (15)$$

そして，リンク料金が限界費用原理で定められるとする．

$$p_a^m(x_a^m) = x_a^m \frac{\partial \hat{t}_a^m(x_a^m)}{\partial x_a^m} \quad (16)$$

このとき，式(5a)の目的関数は，式(14), (15), (16)を用いると，

$$\begin{aligned} Z_1(\mathbf{x},\mathbf{q}) &= \sum_{m,a} \int_0^{x_a^m} [\hat{t}_a^m(\omega) + \omega \frac{\partial \hat{t}_a^m(\omega)}{\partial \omega}] d\omega + \sum_{rs} q_{rs} S_{rs} \\ &\quad - \sum_{m,a} x_a^m [t_a^m(x_a^m) + p_a^m(x_a^m)] \\ &= \sum_{rs} q_{rs} S_{rs} - \sum_{m,a} x_a^m p_a^m(x_a^m) \end{aligned} \quad (17)$$

となり，結局，式(5)の最適化問題は，

$$\max Z_2(\mathbf{x},\mathbf{q}) = -\sum_{rs} q_{rs} S_{rs} + \sum_{ma} x_a^m p_a^m(x_a^m) \quad (18)$$

s.t. (5b) ~ (5d)

となる．ここで，$Z_2(\mathbf{x},\mathbf{q}) = -Z_1(\mathbf{x},\mathbf{q})$ とおいている．この目的関数，右辺第一項は，利用者の行動モデルと整合的な利用者余剰であり，第二項は，料金収入すなわち供給者余剰となる．つまり，最適化問題は，社会的余剰Z_2の最大化に等しくなる．すなわち，限界費用原理は，社会的余剰の最大化をもたらすことが簡単に証明される．結局，固定需要配分の場合，および独立型の需要関数を用いた弾性需要配分の場合と全く同様に，各リンクに限界料金を課すことにより，各自の効用最大化行動が，社会的余剰の最大化につながることが分かる．注意すべきは，利用者余剰を，行動モデルと整合的な値で定めている点である．

(3) システム最適配分

社会的余剰の最大化である式(18)は，一般に，限界費用課金が課されていなくとも，式(14), (15)を用いて，次のようにも書き直せる．

$$\begin{aligned} \min Z_3(\mathbf{x},\mathbf{q}) &= \sum_{m,a} x_a^m \hat{t}_a^m(x_a^m) - \sum_{r,s,m} q_m^{rs} H_m^{rs} \\ &\quad - \sum_{r,s} q_{rs} H_{rs} + \sum_{r,s,m} q_m^{rs} C_m^{rs} \end{aligned} \quad (19)$$

s.t. (5b) ~ (5d)

上記最適化問題は，一般に Nested Logit 型システム最適配分モデルと呼べるものである．この式と式(5)と比較すると，その違いは，第一項のみであることが分かる．この差は，固定需要型あるいは需要変動型の利用者均衡配分とシステム最適配分の比較において生じていた差と同様であることが確認できる．

この社会的余剰が最大となる解$(\mathbf{x}^{SO},\mathbf{q}^{SO})$は，既存の Nested Logit 型確率的利用者均衡モデルのアルゴリズムにおいて，リンクコスト関数を，式(15), (16)で置き換えれば容易に求めることができる．すなわち，大規模なネットワークにおいても効率的なアルゴリズムが利用できる．また，この解からリンク交通量，限界所要時間の値を計算しておけば，最適なリンク混雑料金パターン$\{p_a^{m*}\}$を決定することができる．また，手段別 OD パターン$\{\mathbf{q}^{SO}\}$は，最適手段分担を実現する解と解釈できる．

(4) 課金解の一意性の政策含意

さて，社会的余剰が最大となる解$(\mathbf{x}^{SO},\mathbf{q}^{SO})$が一意となる十分条件を求めてみよう．式(19)の第一項が狭義凸関数となる条件より，

$$2\frac{\partial \hat{t}_a^m(x_a^m)}{\partial x_a^m} + x_a^m \frac{\partial^2 \hat{t}_a^m(x_a^m)}{\partial x_a^{m\,2}} > 0, \quad \forall m,a \quad (20)$$

が得られ，それ以外の項の条件からは，式(8)が得られる．式(20)は，一般的なリンクコスト関数の場合に成立し，前述したように式(8)も満たされる．したがって，社会的余剰が最大となる交通量パターン$(\mathbf{x}^{SO},\mathbf{q}^{SO})$は，一意に定まる．

しかしながら，社会的余剰が最大となる料金パターン$\{\mathbf{p}^*\}$は，一意ではない．式(16)で示される限界費用料金は，解の一つに過ぎない．このことは，単純な 1OD2 リンクの場合(リンク番号を 1,2 で区別)について考えてみれば容易に確認できる．限界費用料金は，2 リンク共に，各リンクの限界費用に等しい料金p_1^*, p_2^*を課すことである．しかし，利用者の行動モデルにおいては，通常 2 リンク間の費用差のみが区別されるため，$p_1 - p_2 = p_1^* - p_2^*$ (=定数)を満たす任意の料金パターン(p_1, p_2)によって全く同一の交通量パターン(x_1^{SO}, x_2^{SO})が実現しうる．また，これらのパターンに対して社会的余剰は常に最大になっている．

最適リンク料金パターンが一意ではないということは，すべてのリンクにおける課金が不可能でも，何らか

の課金政策の組み合わせで，社会的に最適な状態が実現する可能性が示唆され，現実の政策立案に重要な視点を提供しうる．この観点から Hearn ら[10),11)]や Dial[12)]らは，社会的余剰の最大化を満たした課金解集合から課金収入が最小化されるもの，課金位置数を最小化するものなど，別の基準をも同時に満たす解の算出法について述べている．ただし，彼らの研究は，確定的なモデルを対象としたものである．

(5) モデルの一般化

以上と全く同様な議論は，Nest の上位レベルに手段選択以外を想定する場合，選択レベルを増やした場合にも当然成立する．Nest の上位を時刻選択モデルとおいた場合にも，フローモデルとして時間帯間の相互干渉を無視したものを利用するならば，同様な議論が展開できる．この場合，以上のモデルにおいて手段 m の添え字を時間帯 m と読み替えればよい．また，目的地選択との統合を行い，さらに，例えば赤松，半田[13)]のモデルのように住宅立地均衡モデルとも統合した場合にも，限界費用課金は，利用者と家主の行動モデルと整合的な社会的余剰の最大化をもたらすことが示せる．この場合の，最適 OD パターン $\{\mathbf{q}^{SO}\}$ は，最適立地配置などの議論における重要な参照点を与えることになる．

最近，Bellei, *et al.*[14)]は，以上の議論をさらに一般化して，利用者の行動モデルが複数の利用者クラスで構成されたランダム効用理論に従う任意のモデル[1]で，リンクコスト関数が相互干渉を表現する場合も含めた最適課金について，不動点問題を用いた議論を展開している．そして，最適化の目的関数を，本稿と同様に行動モデルと整合的な利用者余剰と料金収入の和とおいた場合，限界費用原理が最適課金解の必要条件を満たす解の一つであることを証明している．また，最適交通量パターンが一意であれば，限界費用原理は最適課金解の十分条件をも満たした解の一つであることも示した．複数の利用者クラスの考慮とは，具体的には，自動車キャプティブ層の存在をも許容するものであり，任意のランダム効用理論に従うモデルとは，Cross-Nested Logit などの相当多くの行動モデルが含まれており，限界費用原理が現実的な緩い仮定の下でも成立することが示されたといえる．

本章の議論は，Bellei, *et al.*[14)]によって一般に証明されることになった事項の特殊例に分類される．ただし，本稿は，モデルの等価最適化問題が構成できる場合について，直感的に理解のしやすい，分かりやすい証明を行った点に意義があると考えられる．

4. 現実都市圏での試算例

前章の知見を生かした政策評価の例として，東京都心部におけるロードプライシングの導入評価を，効率性という最も単純な一つの軸上のみで評価した例を以下に示す．この政策の既存の評価事例としては，課金システム，課金額を仮に設定した場合の評価が行われているのみ[15), 16), 17)]で，最適な課金額の設定法，さらには，設定した政策の最適解との乖離という観点からの評価は，行われていない．また，最近，Boyce, *et al.*[18)]は，シカゴ都市圏を対象に構築した分布・分担・配分統合モデルを用いて，本章と同様に現実の大規模都市圏で限界費用課金を実行した場合の議論を展開している．ただし，彼らは，限界費用課金を賦課した場合に，システムがどのような状況になるのかの考察が不十分で[2]，単に様々な指標での比較を行うにとどまっている．

以下では，筆者らが東京都市圏を対象に構築した Nested Logit 型確率的利用者均衡モデル[19)]の一部を用いて，現状の料金制度(高速道路，鉄道)の下での社会的余剰と，最適ロードプライシングが実行できた場合の社会的余剰を計算する．その後，現実に構想されている課金政策[16)]を実施した場合の社会的余剰を計算し，それらの値を比較する．朝のピーク時の 3 時間帯(7~10 時)を対象に，自動車と鉄道の混雑を明示した分担配分統合モデルを用いる．ゾーン数は H10 東京 PT 調査中ゾーン 144，ネットワークは，道路約 23,000 リンク，鉄道約 5,000 リンクからなる．利用したリンクコスト関数を**表-1** にまとめる．自動車のリンクコスト関数は混雑による所要時間の増加を表現する通常の関数であるが，鉄道のリンクコスト関数は，既存研究[21)]で推定された鉄道車内の混雑による乗客の不効用を表現するものである．また，Nested Logit モデルのパラメータは $\theta_1^m = \infty$ [3]，　$\theta_2 = 0.0004$ (/円)を用いている．　これらの条件下で，現状再現性は，道路のリンク交通量について R=0.71，鉄道のリンク交通量について R=0.92 が得られており一定の精度を確認している．

前章の議論から，限界費用課金を賦課した場合，都市圏全体の社会的余剰が最大になるという意味で最適な手段分担が達成され，その際の最適な手段分担率は，一意に定まることが分かっている．そこで，まずモデルから算出された自動車分担率の現状値と最適分担率を**表-2**

表-1　リンクコスト関数の関数形と主要パラメータ

	関数形	主要パラメータ
自動車リンク	BPR 関数 [松井式][20)] $t_a^{car} = t_a^0[1+\alpha(x_a^{car}/Q_a^{car})^\beta]$ t_a^0:自由走行時間，Q_a^{car}：時間交通容量	$\alpha = 0.4 \sim 0.54$ $\beta = 2.2 \sim 3.3$ (道路種別毎に設定)
鉄道駅間リンク	[家田式][21)] $t_a^{rail} = t_a^0[1+\alpha(x_a^{rail}/Q_a^{rail})^\beta]$ t_a^0:乗車時間，Q_a^{rail}：乗車定員	$\alpha = 0.019$ $\beta = 4.52$ (路線毎一律)

注) 上記の所要時間単位の関数を時間価値 50 (円/分)により金銭単位に変換して利用している．

表-2 自動車分担率の現状と最適値

	現状	最適値	差
全体	38.2%	33.0%	5.2%
23 区外→23 区内 OD	10.6%	8.1%	2.5%
23 区内→23 区内 OD	22.5%	20.0%	2.5%
23 区内→23 区外 OD	50.0%	41.8%	8.3%
23 区外→23 区外 OD	59.3%	51.7%	7.6%

表-3 各種課金政策時における社会的余剰

シナリオ	社会的余剰(×10^6円)	基準化値*)
現状	10,473	0.0
最適課金	12,943	100.0
コードン課金 500 円	10,485	0.48
エリア課金 500 円	10,492	0.76
コードン課金 1000 円	10,496	0.90
エリア課金 1000 円	10,512	1.58
エリア課金 500 円+全域 3000 円	11,207	29.71
エリア課金 1000 円+全域 3000 円	11,188	28.96
鉄道限界費用課金	11,798	53.65
鉄道限界費用課金+エリア課金 1000 円	11,816	54.37
鉄道限界費用課金+全域 1500 円	12,290	73.56

*)現状を 0，最適課金時を 100 と基準化した社会的余剰
コードン/エリア課金はいずれも環七・荒川地域を対象

に示す．この表から，都心 23 区方向に向かう OD ペアでは，現状と最適分担率の差は大きくはないが，都心外を目的地とする OD ペアでは，現状よりも自動車分担率を下げ，鉄道への転換を図るべきことが分かる．この結果は，東京のピーク時においても，都心と逆方向に向かう鉄道の車内は空いており，それを効率的に利用するべきという観点から直感的にも理解されよう．

表-3 には，対象時間帯における各種課金政策下における社会的余剰を示す．現状の高速料金制度，鉄道運賃制度下と比較すると，最適課金下では 25(億円/3h)程度の余剰が発生することが分かる．この最適課金下の社会的余剰の値は，いかなる政策を行っても，これ以上の余剰は見込めないという，政策立案上，重要な参照点となっている．

一方，現在構想されている環七・荒川地域を対象としたコードン課金，さらにエリア課金[4]などを行った場合の社会的余剰の変化はわずかであり，最適課金によって達成される状態には程遠い．無論，これらの政策は，対象地域全体の社会的効率性のみを政策目標とするものではないため，この数値がこれら政策の有効性を否定するものではない．しかし，地域全体の効率性の観点では，課金対象地域を限定した場合の限界が伺える．

そこで，以下では，政策の組み合わせで，最適課金時の社会的余剰を達成することを試みる．最適課金時の配

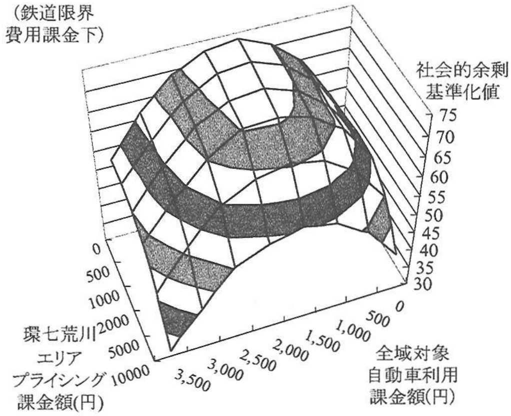

図-1 各種課金額の設定値と社会的余剰

分出力結果を精査すると，各自動車 OD トリップには 1000~5000 円程度の混雑課金が賦課されていることが分かった．そこで，全域で，OD 単位で自動車利用の度に課金することを考える．これらは，燃料税，車両税，駐車料金などを増加させた場合に想定する．**表-3** からは，これらとコードン，エリア課金の組み合わせで，社会的余剰の最適値と現状値の差の 30%程度を埋めることが出来ることが分かる．さらに，駅間の料金設定が可能な鉄道においては限界費用課金も自動車よりは実行が容易と考え，その実行を行った場合，さらに，以上の政策の組み合わせの結果も示す．これらの政策の組み合わせを試行錯誤した結果，鉄道限界費用課金+全域 1500 円の場合に，社会的余剰の最適値と現状値の差の 74%までの埋め合わせが可能となることが分かった[5]．**図-1** には，鉄道限界課金下におけるエリア課金額と全域対象課金額の 2 変数に対しての社会的余剰の変化を示す．この図からは，都市圏全体の社会的余剰の最大化のためには，エリア課金は必ずしも必要でないという解釈も得られるが，これは，鉄道の混雑の激しいピーク時を対象としたことと，利用者の手段と経路の変更のみを許すモデル構造になっていることが一因である．同様な分析を分担・配分統合モデルのみならず，分布・分担・配分統合モデル，あるいは出発時刻選択との統合モデルで行えば，また異なった知見が得られよう．

なお，本論文では，供給者の行動を無視しているため，最適課金とは，混雑に関する外部不経済についての限界費用であり，供給費用に関しての限界費用は考慮に入っていない点にも注意が必要である．また，繰り返すが，現実の政策は，効率性という一つの軸上のみで評価されるような単純なものではないことは言うまでもない．社会的余剰を最適化する料金制度では，利用者と料金徴収主体との間，利用者 OD 間，利用者階層間の公平性の問題が生じている．これらは基本的に，課金収入の分配方

略で解決可能な問題とされるが，本稿の対象外であるこれらの点についての考察も深める必要がある[22].

また，特に，現実には本章の分析では無視している局所的な大気汚染，騒音等の問題解決をも目的として課金額の設定を行う場合が多い．次章では，この場合にも適用できる展開を示しておく．

5. 環境負荷制約の考慮への展開

社会的余剰の最大化の際に環境負荷を考慮した場合を考えておこう．ネットワーク，利用者の行動仮説は 3. と同等とする．この場合，二つの考え方がある．

一つの考え方は，環境汚染による外部費用を計測し，その限界費用を課すというピグー税である．もう一つは，環境基準を設定しそれを達成するように料金を設定するというボーモル・オーツ税の考え方である．後者は，次善の料金設定となる．しかし，環境外部費用の計測には，未だ不確実性が大きい部分があり，現実には，ボーモル・オーツ税の考え方による課金政策が実行しやすいと考えられる．

(1) ピグー税

各リンクにおける環境負荷の排出量の外部費用の金銭換算値が $u_a^m(x_a^m)$ として計測できているとしよう．環境負荷排出量がそのリンクの交通量の単調増加関数となるという仮定は妥当であろう．

$$\frac{\partial u_a^m(x_a^m)}{\partial x_a^m} > 0, \quad \forall m,a \tag{21}$$

ここで，各リンクに，次の料金を課す．

$$p_a^m(x_a^m) = x_a^m \frac{\partial \hat{t}_a^m(x_a^m)}{\partial x_a^m} + \frac{\partial u_a^m(x_a^m)}{\partial x_a^m} \tag{22}$$

すると，3.(2)と全く同様にして，式(5a)の目的関数は，

$$\max Z_4(\mathbf{x},\mathbf{q}) = -\sum_{rs} q_{rs} S_{rs} + \sum_{ma} x_a^m p_a^m(x_a^m) - \sum_{ma} x_a^m u_a^m(x_a^m) \tag{23}$$

と変形される．この目的関数第三項は，各リンクからの環境負荷の排出総量の外部費用である．すなわち，環境負荷も考慮に入れた社会的余剰が最大化されることになる．なお，この場合も，3.と同様に，交通量パターンは一意であるが，料金パターンは必ずしも一意ではない．

(2) ボーモル・オーツ税

最も単純な状況として，各リンクにおける環境負荷の排出原単位が e_a^m で一定であると仮定しよう．リンクから排出される負荷量は，$x_a^m e_a^m$ で与えられる．ネットワーク全体から発生するある種の環境負荷がある一定の基準を満たしつつ，社会的余剰が最大化されるような料金設定法を考える．以上のような状態は，数学的に書けば，

$$\max Z_2(\mathbf{x},\mathbf{q}) = -\sum_{rs} q_{rs} S_{rs} + \sum_{ma} x_a^m p_a^m(x_a^m) \tag{24}$$

s.t. (5b) ~ (5d) and

$$\sum_{m,a} e_a^m x_a^m \le E \tag{25}$$

となる．ここで，E は外生的に与える排出規制量総量である．例えば，CO_2 排出総量の 1990 年比較の 6%減といった値である．目的関数 Z_2 を Z_3 に置き換えてから，最適条件を求めて整理すると，次式が得られる．

$$f_{k,m}^{rs} = q_m^{rs} \frac{\exp(-\theta_1^m \tilde{c}_{k,m}^{rs})}{\sum_k \exp(-\theta_1^m \tilde{c}_{k,m}^{rs})}, \quad \forall r,s,m,k \tag{26}$$

$$q_m^{rs} = q_{rs} \frac{\exp[-\theta_2(\tilde{S}_m^{rs} + C_m^{rs})]}{\sum_k \exp[-\theta_2(\tilde{S}_m^{rs} + C_m^{rs})]}, \quad \forall r,s,m \tag{27}$$

$$\tilde{S}_m^{rs} = -\frac{1}{\theta_1^m} \ln \sum_k \exp(-\theta_1^m \tilde{c}_{k,m}^{rs}), \forall r,s,m \tag{28}$$

$$\tilde{c}_{k,m}^{rs} = \sum_{m,a} [t_a^m(x_a^m) + x_a^m \frac{\partial t_a^m(x_a^m)}{\partial x_a^m} + \lambda e_a^m] \delta_{a,k}^{m,rs}, \forall r,s,m,k \tag{29}$$

ここで，λは，環境制約条件(25)に対応したラグランジュ乗数である．したがって，各利用者の効用最大化行動の結果が環境負荷制約を満たしながら社会的余剰の最大化を達成するためには，各リンクに，

$$\tilde{p}_a^m = x_a^m \frac{\partial t_a^m(x_a^m)}{\partial x_a^m} + \lambda e_a^m \tag{30}$$

に等しい額の，料金を課せばよいことになる．この式の第一項は伝統的な混雑料金であり，第二項が環境負荷制約を達成するためのボーモル・オーツ税と解釈できる．直感的に説明すれば，環境制約が厳しければ厳しいほど，λは大きな値をとり，各リンクの排出税は増加する．排出税は，各リンクの排出原単位に比例するべきこともわかる．また，あまりにも厳しい基準では，その基準を達成する料金政策が存在し得ないことも理解できよう．

以上のモデルは，付加的な制約条件付きネットワーク均衡モデル[23),24),25),26),27)]に他ならない．このモデルでは，λ を効率的に求める手法が課題となる．

これら環境負荷も考えた料金政策を具体的に議論するためには，環境負荷の外部費用の計測，大規模ネットワークにも利用できる計算法の開発が必要である．したがって，現実都市におけるこれらの試算は今後の課題とし，本論文では，定式化を示すにとどめておく．

6. 結論

Nested Logit 型ネットワーク均衡条件下の最適混雑料金の設定法を示した．最適化の目的関数を，行動モデルと整合的な社会的余剰の最大化とおくことで，既存の限界費用原理がそのまま当てはまることが示された．固定

需要モデル，独立型需要関数を用いた変動需要型モデルにおいて示されていたことを，本稿では，Nested Logit 型統合モデルにおいても，あてはまることを確認した意義がある．独立型需要関数を用いた変動需要型モデルでは需要関数をアドホックに設定する必要があったが，Nested Logit 型統合モデルの場合は，利用者の行動を明示的に扱ったモデル推定が可能であり，現実都市への適合度が増す利点がある．本研究では，東京都市圏の現実の大規模ネットワークを対象にモデルを適用し，最適混雑料金の試算結果も示した．

現実都市における混雑料金政策評価においては，仮に課金額を設定した場合に，交通状態がどのように変化するかを記述的に示すモデルが数多く存在している．本稿で示した Nested Logit 型確率的利用者均衡モデルに基づく政策評価法は，複数の交通手段を含むネットワーク上での利用者の行動を対象としており記述性に優れながらも，社会的余剰を最大化するフローパターン・混雑料金を算出可能であり，規範的な分析との関連が明確になっている特徴がある．既存のモデルには実現できない政策評価の枠組みを例示したといえる．今後は，システマティックに次善解を算出する方法[28),29)]への展開，また動的な限界費用理論[1)]との統合が課題として挙げられる．

補注

[1] 厳密には，所得の限界効用が一定で，経路費用に対して線形型の効用関数を想定する必要がある．

[2] 本稿と同様な議論を展開すれば，限界費用課金が彼らのモデルと整合的な社会的余剰を最大化することが明らかになるものと予想される．

[3] 確定的な経路選択を仮定している．これは，確率的な経路選択を仮定する際に生じる計算アルゴリズム上の問題点(選択肢集合の設定法など)を回避するためである．

[4] モデル内部では，コードン課金は，コードンラインを外部から横断するリンクへの料金抵抗の付加，エリア課金は，それに加えてエリア内部のゾーン発コネクターにも料金抵抗を付加することで表現している．

[5] 自動車の課金額を OD ペアごとに変化させれば，より最適値に近づけることも可能であろう．ここで示した一律課金は政策の実行の容易性を勘案したものである．

参考文献

1) 桑原雅夫: 動的な限界費用に関する理論的分析，土木学会論文集, No. 709/IV-56, pp. 127-138, 2002.
2) Gartner, N. H.: Optimal traffic assignment with elastic demands: A review part I. Analysis framework, *Transportation Science*, Vol. 14, No. 2, pp. 174-191, 1980.
3) Yang, H. and Huang, H.: Principle of marginal-cost pricing: How does it work in a general road network?, *Transportation Research Part A*, Vol. 32, No.1 pp. 45-54, 1998.
4) 野杁貴博, 秋山孝正: 遺伝的アルゴリズムによる都市道路網ゾーン別混雑料金の設定, 土木計画学研究・論文集, Vol. 18, no. 3, pp. 455-462, 2001.
5) 赤松隆, 桑原雅夫: 確率的利用者均衡条件下での最適混雑料金, 土木学会論文集, No. 389/IV-8, pp. 121-129,1988.
6) Akamatsu, T. and Kuwahara, M.: Optimal toll pattern on a road network under stochastic user equilibrium with elastic demand, *Selected Proceedings of the 5th World Conference on Transport Research*, Vol. 1, pp. 259-273, 1989.
7) Yang, H.: System optimum, stochastic user equilibrium and optimal link tolls, *Transportation Science*, Vol. 33, No. 4, pp. 354-360, 1999.
8) Nagurney, A.: *Sustainable Transportation Networks*, Edward Elgar, 2000.
9) Miyagi, T.: On the formulation of a stochastic user equilibrium model consistent with the random utility theory- a conjugate dual approach-, *Proceedings of the 4th World Conference on Transportation Research*, Vol. 2, pp.1619-1635, 1986.
10) Hearn, D.W., Ramana, M.V.: Solving congestion toll pricing models, in Marcotte, P. and Nguyen, S. (Eds.), *Equilibrium and Advanced Transportation Modeling*, Chapter 6, pp. 109-124, Kluwer Academic Publishers, 1998.
11) Hearn, D.W. and Yildirim, M.B.: A toll pricing framework for traffic assignment problems with elastic demand, in Gendreau, M. and Marcotte, P. (eds.) *Transportation and Network Analysis: Current Trends*, Chapter 9, pp. 135-145, Kluwer Academic Publishers, 2002.
12) Dial, R.B. Minimal-revenue congestion pricing Part I: a fast algorithm for the single origin case, *Transportation Research Part B*, Vol. 33, No.3, pp. 189-202, 1999.
13) 赤松隆, 半田正樹: Nested LOGIT 型交通・住居立地統合均衡モデルとその効率的解法, 土木計画学研究・論文集, No. 13, pp. 279-287, 1996.
14) Bellei, G., Gentile, G. and Papola, N.: Network pricing optimization in multi-user and multimodal context with elastic demand, *Transportation Research Part B*, Vol. 36, No. 9, pp. 779-798, 2002.
15) 円山琢也, 室町泰徳, 原田昇, 太田勝敏: 分担配分統合モデルを用いた東京圏における混雑料金政策評価, 第21回交通工学研究発表会論文報告集, pp. 93-96, 2001.
16) 東京都環境局: 東京都ロードプライシング検討委員会報告書, 2001.
17) Maruyama, T., Harata, N., and Ohta, K.: An evaluation of road pricing policy considering both road and railway network congestion, *Proceedings of International Symposium on Urban Planning 2002*, A4-1-1, 2002.
18) Boyce, D.E., Balasubramaniam, K., and Tian, X.: Implications of marginal cost road pricing for urban travel choices and user benefits, in Gendreau, M. and Marcotte, P. (eds.) *Transportation and Network Analysis: Current Trends*, Chapter 3, pp. 37-48, Kluwer Academic Publishers, 2002.
19) 円山琢也, 原田昇, 太田勝敏: 大規模都市圏への交通需要統合型ネットワーク均衡モデルの適用, 土木計画学研究・論文集, Vol. 19, no. 3, pp. 551-560, 2002.
20) 松井寛, 山田周治: 道路交通センサスデータに基づく BPR 関数の設定, 交通工学, Vol. 33, No. 6, pp. 9-16, 1998.
21) 志田州弘, 古川敦, 赤松隆, 家田仁: 通勤鉄道利用者の不効用関数のパラメーターの移転性に関する研究, 土木計画学研究・講演集, No. 12, pp. 519-525, 1989.
22) 円山琢也, 原田昇, 太田勝敏: ロードプライシングの所得逆進性とその緩和策に関する研究, 都市計画論文集, No. 37, pp. 253-258, 2002.

23) Larsson, T. and Patriksson, M.: Side constrained traffic equilibrium models-traffic management through link tolls, in Marcotte, P. and Nguyen, S. (Eds.), *Equilibrium and Advanced Transportation Modeling*, Chapter 7, pp. 125-151, Kluwer Academic Publishers, 1998.
24) Larsson, T. and Patriksson, M.: Side constrained traffic equilibrium models- analysis, computation and applications, *Transportation Research Part B*, Vol. 33, No. 4, pp. 233-264, 1999.
25) Ferrari, P.: Road network toll pricing and social welfare, *Transportation Research Part B*, Vol. 36, No. 5, pp. 471-483, 2002.
26) Ferrari, P.: A model of urban transport management, *Transportation Research Part B*, Vol. 33, No. 1, pp. 43-61, 1999.
27) Ferrari, P.: Road pricing and network equilibrium, *Transportation Research Part B*, Vol. 29, No. 5, pp. 357-372, 1995.
28) Yang, H. Zhang, X. and Huang, H.J.: Determinations of optimal toll levels and locations of alternative congestion pricing schemes, in Taylor, M.A.P. (eds.) *Transportation and Traffic Theory in the 21st Century*, Proceedings of the 15th international symposium on transportation and traffic theory, pp. 519-540, Adelaide, Australia, 2002.
29) Verhoef, E. T.: Second-best congestion pricing in general networks. Heuristic algorithms for finding second-best optimal toll levels and toll points, *Transportation Research Part B*, Vol. 36, No. 8, pp.707-729, 2002.

Nested Logit 型確率的利用者均衡条件下での最適混雑料金*

円山 琢也**・原田 昇***・太田 勝敏****

混雑料金理論と交通ネットワーク均衡分析との統合が試みられているが，独立型の需要関数が仮定されているなど，いまだ現実を簡略化したものである．本稿では，利用者の交通行動が複数の交通手段を含むネットワーク上でランダム効用理論に基づく Nested Logit 型の多次元選択行動として記述される場合における最適混雑料金について議論する．まず，最適化の目的関数を，行動モデルと整合的な社会的余剰の最大化とおくことで，既存の限界費用原理が最適混雑料金となることを示す．さらに東京都市圏の現実の大規模ネットワークを対象にモデルを適用し，最適混雑料金の試算結果を示す．

Optimal Link Tolls under Nested Logit Type Stochastic User Equilibrium*

By Takuya MARUYAMA**, Noboru HARATA***, and Katsutoshi OHTA****

There are some attempts to integrate congestion charging theory and transportation network equilibrium analysis but existing analyses are still far from reality such as using independent demand function. In this paper we analyze the optimal link tolls in the multi-modal network where users' behavior follows Nested Logit models based on random utility maximization theory. It will be shown that even in this situation the conventional marginal cost pricing is still one of the optimal tolls if objective function is social surplus that is consistent with users' behavioral model. We apply this model to Tokyo Metropolitan Area and compute optimal tolls in that large-scaled network.