

スプリット制御を導入した利用者均衡配分モデルにおける解の信頼性に関する研究*

A Study on the Validity of User Equilibrium Assignment Model Introduced Split Control of Signals*

内田 賢悦**, 加賀屋 誠一***, 萩原 亨****

By Ken-etsu UCHIDA, Seiichi KAGAYA, Tohru HAGIWARA

1. はじめに

都市部の道路ネットワークにおいては、信号交差点による遅れが経路選択に及ぼす影響は無視できないほど大きいと考えられる。都市部における道路ネットワークを対象とした交通流解析手法として、ミクロ交通シミュレーションモデル¹⁾が実用段階に入りつつあるが、大規模なネットワークへの対応、経路選択の問題、モデルカリブレーション、解の一意性等の課題も残されている。一方、自動車利用者が経路情報を完全に予測し、最短経路を選択することを仮定する利用者均衡配分を都市部ネットワークに適用する場合、交差点遅れを表現するか否かは、配分交通量、経路所要時間等の現況再現性や予測精度に大きく関わってくる。こうした背景から、筆者らは信号交差点の影響を詳細に表現した交通量配分モデルを構築してきた。同モデルでは、できるだけ現実的な交差点遅れを表現することを念頭にモデル化を行っている。しかし、そのような交差点遅れを表現した場合、一般的にリンク間に非対称な相互干渉が存在し、解析的な解の安定性・一意性は保証されないモデルとなることが知られている。

一方、信号制御パラメータの最適化は、都市部における交通流を制御する上で、有効かつ柔軟性のある方法の1つである。これまで、交通量配分において配分交通量と最適な信号パラメータの両方を求めるモデルは、いくつか提案されている^{2,3)}。しかしそれらのモデルでは、交差点における直進、左折、右折による交差点遅れが区別されていない等、非現実的な仮定が置かれていることが多い。配分交通量と最適な信号パラメータの両方を求める配分モデルにおける解の特性は、用いる交差点遅れ関数と信号パラメータの制御方法によって決定される。すなわち、用いる交差点遅れ関数に対する信号パラメータの制御方法が利用者均衡と整合的であることが重要となるが、一般的に安定的な解を持たないか、解の一意性は

保証されない場合が多い。

本研究では、筆者らがこれまで開発してきた車線別交差点遅れを表現した容量制約付き利用者均衡配分モデル⁴⁾に、信号制御を組み込んだモデルを構築した。同モデルにも前述のようなリンク間の相互干渉があり、さらにその関係が対称ではないため、解析的な解の安定性・一意性は保証されないものとなっている。すなわち、解が求まらないか、求まったとしても初期実行可能解の与え方によって、全く異なる均衡解が得られる可能性が考えられる。さらに、用いた交差点遅れ関数に対する信号パラメータ制御方法は、利用者均衡と整合性のあるものとなっていない。このような解の安定性・一意性が解析的に保証されないモデルであっても、均衡解間のばらつきが小さければ、ある程度の信頼性があるといえる。さらに、そのばらつきを認識した上での適用は、十分に有効な結果を与えることが予想される。そこで本研究では、同モデルを用いて初期解の違いに対する均衡解の信頼性を検証する。

2. リンク間に非対称な相互干渉のある均衡配分

I 本のリンクから構成される道路ネットワークを考える。このとき、各リンクのリンク交通量ベクトルを式(1)で示すことにする。

$$\mathbf{f}=(f_1, \cdots, f_i, \cdots, f_I) \quad (1)$$

各リンクのリンクコストベクトルは式(2)で示される。

$$\mathbf{c}=(c_1(\mathbf{f}), \cdots, c_i(\mathbf{f}), \cdots, c_I(\mathbf{f})) \quad (2)$$

式(2)は、各リンクのリンクコストはそのリンク上の交通量だけでなく、他のリンク交通量の影響も受けることを示している。式(3)に示すようにリンクコストがそのリンク上の交通量だけに依存する場合や、式(4)に示すようにリンク間の相互干渉が対称である場合、利用者均衡と等価な最適化問題を構成することができる。

$$\mathbf{c}=(c_1(f_1), \cdots, c_i(f_i), \cdots, c_I(f_I)) \quad (3)$$

$$\frac{\partial c_i(\mathbf{f})}{\partial f_j} = \frac{\partial c_j(\mathbf{f})}{\partial f_i} \quad i \neq j \quad (4)$$

一般的に、リンク間に非対称な相互干渉のある均衡配分では、等価な最適化問題を構成できない。こうした問

*キーワード 配分交通、交通容量、交通制御、経路選択

**正会員 博(工) 北海道大学大学院工学研究科都市環境工学専攻
(札幌市北区北13条西8丁目, Tel 011-706-6213, Fax 011-706-6211)

***フェロー 学博 北海道大学大学院工学研究科都市環境工学専攻
(札幌市北区北13条西8丁目, Tel 011-706-6210, Fax 011-706-6211)

****正会員 工博 北海道大学大学院工学研究科都市環境工学専攻
(札幌市北区北13条西8丁目, Tel 011-706-6214, Fax 011-706-6214)

題は均衡配分において、現実的な交差点遅れ、優先権のある交差点、信号制御、マルチクラスユーザ、マルチモーダル選択等を表現した場合に直面する⁹⁾。Smith³⁾は、このような均衡配分問題をはじめて変分不等式問題としての定式化を行った。変分不等式は、等価最適化問題を構成できない均衡問題を解析するための、凸計画問題を一般化した数学的枠組みである。利用者均衡と等価な変分不等式問題は、式(5)で示される。

$$c(f^*)(f-f^*) \geq 0 \quad \forall f \in F \quad (5)$$

ここで f^* , F はそれぞれ、均衡状態のリンク交通量ベクトル、実行可能なリンク交通量ベクトルの集合である。この変分不等式問題が一意的な解を持つための必要条件は、リンクコスト関数が狭義の単調関数となることであり、式(6)で示される。

$$(c(f) - c(f'))(f - f') > 0 \quad \forall f, f' \in F \quad (6)$$

この条件が満たされるのは、リンクコストベクトルのヤコビアンが正値行列となる場合である。すなわち、各リンクのリンクコスト関数は、そのリンク上の交通量に対して単調増加となり、主にそのリンク上の交通量に依存することである¹¹⁾ (式(7))。

$$\frac{\partial c_i(f)}{\partial f_i} > 0 \text{ and } \frac{\partial c_i(f)}{\partial f_i} > \sum_{j \neq i} \frac{\partial c_i(f)}{\partial f_j} \quad \forall i \quad (7)$$

こうしたリンク間に相互干渉のある均衡配分に関する研究として、解析的な面に重点を置いたものは数多く存在するが、解の安定性・一意性が保証されない問題における解の信頼性を検証した例は少ない。

3. 均衡配分における信号制御問題

Allsop²⁾は信号制御が経路選択に与える影響は大きいと考え、均衡配分にリンク交通量に対応する信号パラメータ制御を導入したモデルと、さらに信号パラメータ制御問題と利用者均衡配分問題それぞれを解くことを繰り返して解を求める IOA (Iterative Optimization Assignment) 法を提案した。この研究が均衡配分問題と信号制御問題を同時に扱ったはじめてのものである。その後さまざまな研究者によりこの分野の研究が進められ、二段階最適化問題としての定式化⁹⁾など研究の蓄積は図られてきた。

Smith⁴⁾は、従来から広く適用されてきた Webster のリンクコスト関数を用いた Delay Minimization 制御は、既存ネットワーク容量の非効率な利用につながることをはじめて指摘した。さらにこれに代わる制御法として、容量の大きい経路に交通を誘導する Capacity Maximization 制御を提案している。また、信号制御を行う者が感じる Traffic Pressure という概念を用いて、より一般的な利用者

均衡条件である、凸集合に直交するベクトルを探す問題(変分不等式、不動点問題等)として、経路選択問題と信号制御問題を単一の枠組みで解析する統合理論を示している。これは、信号パラメータの変更による間接的なリンク間の相互干渉を扱った研究と分類される。同研究では、経路選択と信号制御の統合問題に等価な最適化問題が存在するかどうか重要な議論の1つとなっている。また、用いるリンクコスト関数と信号制御法を決めると、その問題の特性を知るための解析的条件も示している。これらの条件を調べることによって、そのままでは解くことが困難な問題であっても、たとえばリンクコスト関数をそのままに、信号制御法を微調整することにより、等価な最適化問題を構成することも可能となることを示した。しかし、適用するリンクコスト関数が現実的な場合、一般的にリンク間に直接的かつ非対称な相互干渉があり、ほとんどの場合、等価な最適化問題は存在しない。

このように均衡配分における信号制御問題もリンク間に相互干渉のある均衡配分と位置付けられる。

4. モデルの概要

本研究で考える利用者均衡配分モデルでは、経路所要時間は、リンクの走行時間と信号交差点による遅れ時間の和として表現される。また、交差点遅れは三角ファジィ数で表現されており、ファジィ理論における拡張原理により、経路所要時間はファジィ数で表現されることになる。最も簡単な例として、リンク走行時間が c (クリスプ数)、交差点遅れが $T(l, tc, tr)$ (三角ファジィ数) で表現される経路所要時間を考えよう。ここで、 l, tc, tr は、それぞれ三角ファジィ数の左スプレッド、中心、右スプレッドである。この場合、経路所要時間 R は拡張原理より、式(8)で表される。

$$\begin{aligned} R &= c + T(l, tc, tr) \\ &= T(c + l, c + tc, c + tr) \end{aligned} \quad (8)$$

また経路選択を可能とするため、ファジィ経路所要時間をクリスプ数として表現することにし、その代表値としては三角ファジィ数の重心値 (R_G) を用いることにする(式(9))。

$$R_G = \frac{3c + l + tc + tr}{3} \quad (9)$$

これまで、ファジィ理論を交通配分に適用した研究¹²⁾は少なくはないが、そのほとんどはリンクの所要時間をファジィ数として扱っている。これに対して、本研究では不確実性はリンクではなく、ノードとしての交差点にあるという考えのもと、交差点遅れをファジィ数で表現している点が既往研究と異なる。

この他に配分モデルでは、信号のスプリット制御も行

う。交通配分問題と信号制御問題には、密接な関係がある。経路所要時間は、信号制御によって変化するため、ドライバーはこれに対して経路変更を行う。さらに、こうした経路変更に対応した信号制御が行われ、制御と経路選択は繰り返される。こうした日々の信号制御と経路選択の繰り返しにより、均衡状態に達すると考えることができ、配分モデルはこうして達成されるであろう交通状態を予測するものと位置付けられる。

本配分モデルは静的なモデルであり、渋滞が延伸する動的な状況は表現できないが、信号交差点による混雑をより現実的に表現しようとするものである。以下では、リンクコスト関数、交差点遅れ関数、スプリット制御および配分モデルの解法について述べる。

4.1 リンクコスト関数

本モデルでは、リンクコスト関数として修正 BPR 関数を適用する。修正 BPR 関数は式(10)で表される。

$$c_i(f_i) = c_i^f \left\{ 1 + l \left(\frac{f_i}{K_i} \right)^m \right\} \quad (10)$$

ここで $c_i(f_i)$, c_i^f , f_i , K_i は、それぞれリンク i の走行時間、リンク i の自由走行時間、リンク i の交通量、リンク i の交通容量である。 l および m はパラメータであり、それぞれ 2.62, 5.0 である。

4.2 交差点遅れ関数

本研究では、交差点遅れを三角ファジィ数で表現することは前述した。交通の到着分布による飽和交通流率の変動等、さまざまな要因により交差点遅れも変動すると考えられる。一方、経路選択を行う自動車利用者、すなわち人間には記憶力および情報処理能力に限界があり、こうした交差点遅れの変動を確率変数として捉えているとは考えにくい。むしろ、認知する遅れ時間と仮定した方が自然であると考え、本研究では交差点遅れをファジィ数で表現することとした。

信号交差点を自動車が通過するとき、所要時間からみた通過の容易性は一般に、流入交通量が増えるにつれて低下する。本研究では、この関係をリンク間の交差点ノードで起こる通過性の低下と解釈し、これを通過性指数によって表現する。リンク i の終端（信号交差点）における直進車、左折車、右折車の通過性指数をそれぞれ μ_i^S , μ_i^L , μ_i^R と表すことにする。 μ_i^S と μ_i^L は、交通容量に対する流入交通量の状態を表す関数 $p(q_i^m)$ (式(11), 図1) として表現する。

$$\mu_i^m = p(q_i^m) \quad \text{for } m=S \text{ or } L \quad (11a)$$

$$\begin{aligned} p(q_i^m) &= (k-1)(q_i^m/C_i^m) + 1.0, 0 \leq q_i^m \leq C_i^m, 0 < k < 1.0 \\ p(q_i^m) &= k(q_i^m - S_i^m \lambda_i^{max}) / (C_i^m - S_i^m \lambda_i^{max}), C_i^m < q_i^m < S_i^m \lambda_i^{max} \\ p(q_i^m) &= 0, \text{ else} \end{aligned} \quad (11b)$$

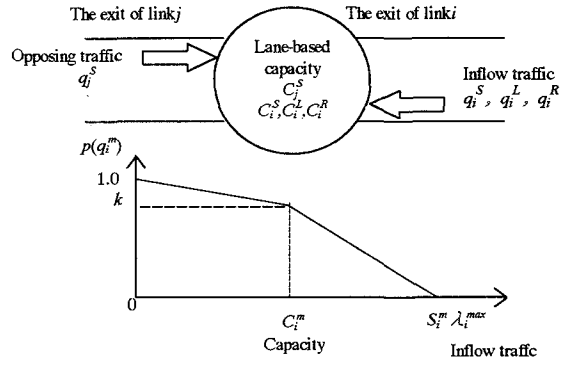


図1. 流入交通量の状態を表す関数

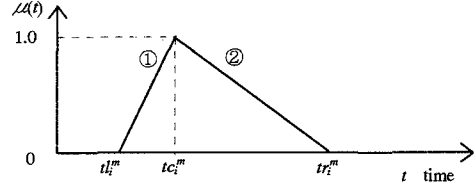


図2. 基本となる三角ファジィ数

ここで q_i^m , S_i^m , C_i^m は、それぞれリンク i の終端で自動車動き m をする場合の流入交通量、飽和交通流率、交差点交通容量である ($m=S$: 直進, $m=L$: 左折, $m=R$: 右折). これらの記号は、本研究を通して同じ意味で使用することにする。図1における λ_i^{max} は、リンク i の終端に割り当てられるスプリットの最大値であり、 $\lambda_i^{max}=0.7$ と仮定している。ここでは、信号機の設置が必要となる交通需要の多い交差点での遅れを対象と考え、そうした交差点における必要現示率¹³⁾は最低でも30%はあるものと仮定してスプリットの最大値を設定した。また、リンクの終端では直進車線、左折車線、右折車線に分かれており、それぞれの車線には飽和交通流率、交通容量が設定されていると仮定する。飽和交通流率と交通容量の関係は、式(12)で表される。

$$C_i^m = S_i^m \lambda_i \quad (12)$$

ここで λ_i は、リンク i の終端に割り当てられたスプリットである。一方、右折車の通過性指数 μ_i^R は、対向リンク（ここでは j とする）における直進直進交通量 (q_j^S) の影響を受けるため、式(13)で定義する。

$$\mu_i^m = p(q_i^m) p(q_j^S), \quad \text{for } m=R \quad (13)$$

次に、推計の基本となる三角ファジィ数 $T(t_i^m, t_c^m, t_r^m)$ を設定する (図2)。中心は、交通の到着が一様である場合の平均遅れとして、式(14)で表現することにする。

$$t_c^m = \frac{c(1 - \lambda_i)^2}{2(1 - \lambda_i(q_i^m / C_i^m))} \quad (14)$$

ここで c は信号交差点のサイクル時間である。左スプレッド (tl_i^m)、右スプレッド (tr_i^m) は、それぞれパラメータ γ_i^m 、 β_i^m を用いて式(15)、式(16)で表現する。

$$tl_i^m = \gamma_i^m tc_i^m \quad 0 < \gamma_i^m < 1.0 \quad (15)$$

$$tr_i^m = \beta_i^m tc_i^m \quad \beta_i^m \geq 1.0 \quad (16)$$

通過性指数が 1.0 のとき、交差点遅れの中心値に対して左右対称なファジィ交差点遅れとなり、通過性指数が低下するにつれてファジィ交差点遅れの左スプレッドは中心値(tc_i^m)に近い値をとり、右スプレッドは $tc_i^m(2 - \gamma_i^m)$ よりも大きな値をとることを表現するため(図3)、以下に示す変換を行う。図2で中心より左側の線分①を $\mu_i^m = 0.5$ の軸で対称に折り返した線分①'に変換し、さらに中心値より右側の線分②を中心から左スプレッド間の時間分、右にシフトさせた線分②'に変換する(図4上)。こうしてできた2本の線分と通過性指数が交わる時間をファジィ交差点遅れの推計値 $T^*(tl_i^{m*}, tc_i^m, tr_i^{m*})$ とする(式(17)、式(18)および図4下)。

$$tl_i^{m*} = tc_i^m \{1 - \mu_i^m(1 - \gamma_i^m)\} \quad (17)$$

$$tr_i^{m*} = tc_i^m \{(1 - \mu_i^m)\beta_i^m + 1 + \mu_i^m - \gamma_i^m\} \quad (18)$$

図4における d_i^m は、ファジィ交差点遅れの重心値(式(19))であり、この値を用いてスプリット制御を行うことにする。

$$d_i^m = \frac{1}{3}(tl_i^{m*} + tc_i^m + tr_i^{m*}) \quad (19)$$

ここで示した交差点遅れ関数では、右折車は対向直進車の影響を受けるが、その逆の関係は成立しないため、リンク間に非対称な相互干渉があることになる。さらに右折車の交差点遅れは、対向直進交通量が過飽和であり、かつ右折交通量が飽和未満である場合、式(7)における2番目の条件が満たされない。このとき右折車の交差点遅れは、右折車線上の交通量からではなく、対向直進車線上の交通量からより大きな影響を受けることになる。すなわち、対向交通量が1台増えた場合と右折交通量が1台増えた場合の右折交差点遅れを比較した場合、前者による交差点遅れの増分は、後者による増分よりも大きい。このような現象は、特に朝夕のラッシュ時に都心部と郊外部へ向かう交通量に偏りのある都市部道路ネットワークで頻繁に観察され、また交通混雑の一因となり得るものと考えられる。均衡配分においてこのような現象を記述することは、現況再現や将来予測といった観点からも重要であると考えられる。

4.3 パラメータ値の設定

ファジィ交差点遅れのスプレッドを決定するパラメータ値は、交差点遅れの計測値によって定めることにする。ここでは簡単な場合として、通過性指数と流入交通

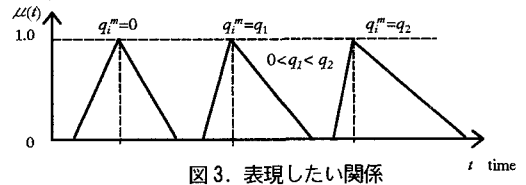


図3. 表現したい関係

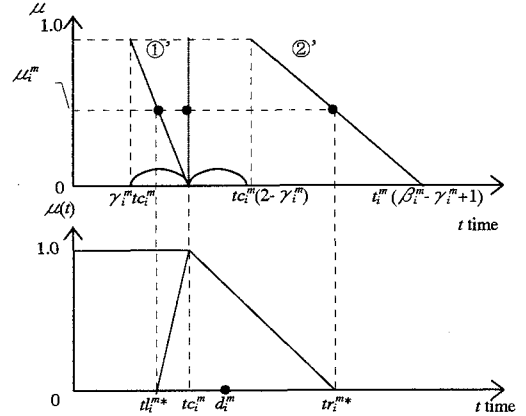


図4. 交差点遅れの推計値

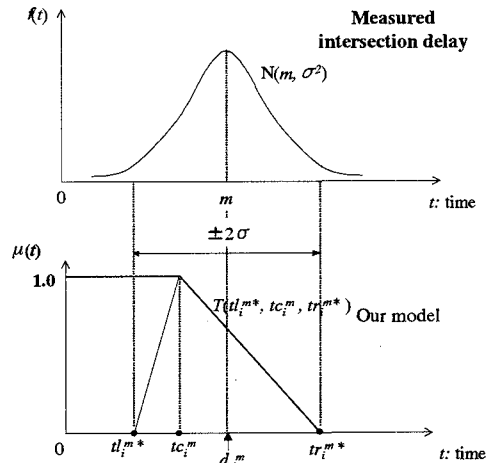


図5. 交差点遅れ計測によるパラメータ値の推計

量の関係が $(0, 1)$ と $(S_i^m \lambda_i^{max}, 0)$ の2点を通る、パラメータ k の値に依存しない直線で表現される場合を考える^{注1)}。さらに、基本ファジィ交差点遅れを定めるパラメータ値 (γ_i^m , β_i^m) は、流入交通量が飽和以下の場合 ($0 \leq q_i^m \leq C_i^m$) と過飽和の場合 ($C_i^m < q_i^m < S_i^m \lambda_i^{max}$) で異なる値をとるものと仮定する。

交通状況が一定のもとで交差点遅れを計測し、その計測値が平均 m 、標準偏差 σ の正規分布 $N(m, \sigma^2)$ に従うと仮定する。同じ交通状況で推計されるファジィ交差点遅れを $T^*(tl_i^{m*}, tc_i^m, tr_i^{m*})$ とする。このとき、 tl_i^{m*} および tr_i^{m*} は、それぞれ式(20a)、式(20b)で表される。

$$u_i^{m*} = f(tc_i^m, \mu_i^m, \gamma_i^m) \quad (20a)$$

$$tr_i^{m*} = g(tc_i^m, \mu_i^m, \gamma_i^m, \beta_i^m) \quad (20b)$$

ここで f, g は関数である。ファジィ交差点遅れの広がり
が $\pm 2\sigma$ となり(式(21)), 重心値が計測値の平均値に一
致する(式(22))ことを仮定する(図5)。

$$tr_i^{m*} - u_i^{m*} = 4\sigma \quad (21)$$

$$(tr_i^{m*} + tc_i^m + u_i^{m*})/3 = m \quad (22)$$

m, σ は交差点遅れを計測することにより得られる。さ
らに、1時間当たりの交通量、信号のサイクル長、スプリ
ットはわかり、交差点交通容量を車線数とスプリット
より算定すると、式(14)より tc_i^m は決定される。同様に
 μ_i^m も決定される。したがって、式(21)と式(22)は β_i^m と
 γ_i^m に関する連立1次方程式となり、これを解くこと
によりこれらのパラメータ値は推計できる。こうして求め
たパラメータ値を用いると、計測を行ったときの流入交
通量に対応する交差点遅れ関数の値は、交差点遅れ計測
値の平均値と一致する。さらに、こうした計測を飽和以
下と過飽和の交通状況で行うことにより、それぞれの状
況に対応したパラメータ値は推計可能である。

一方、交差点遅れの標準偏差が大きい場合、 $\beta_i^m \geq 1.0$,
 $0 < \gamma_i^m < 1.0$ を満たさないパラメータ値が推計される場
合がある。その場合、ファジィ交差点遅れの広がり
が $\pm 2\sigma$ ではなく、 $\pm \alpha\sigma$ ($0 < \alpha < 2$)として調整を行い、パ
ラメータを推計することとする。

ファジィ交差点遅れの推計に必要なパラメータ(γ_i^m ,
 β_i^m)を推計するために、交差点遅れの計測を行った。計
測場所は、札幌市の代表的な交差点である地下鉄東西線、
南郷7丁目駅前交差点であり、1998年11月19日の13:00
~15:00に計測を行った。交通状況は、各車線とも飽和
未満となっていた。

表1. 交差点遅れの計測値

	直 進	左 折	右 折
データ数	162	52	26
平均 (秒)	33.77	39.18	57.57
標準偏差	28.90	21.98	29.18
最大値	92.12	78.12	116.84
最小値	8.12	11.12	18.84
平均交差点遅れ	30.10	24.00	21.90
交通量 (台/時)	641	195	90
対向車 (台/時)			641

表2. 交差点遅れのパラメータ値 (飽和未満)

	直 進	左 折	右 折
パラメータ: γ_i^m	0.73	0.77	0.85
パラメータ: β_i^m	1.33	4.24	6.63

計測方法は、直進、左折および右折の各車線ごとに交差
点の流入部と流出部に1台ずつ、計2台のデジタルビデ
オカメラを設置して撮影し、その通過時間の差を交差点
通過所要時間とした。さらに、自動車の自由走行速度を
50km/h (法定速度)として交差点遅れを算出した。表1
は交差点遅れの計測値とその統計量を示している。こ
こで平均交差点遅れとは、ファジィ交差点遅れの中心値で
ある。平均交差点遅れの計算に必要な飽和交通流率は、
直進については2000台/時とし、左折および右折につい
ては歩行者の影響を考慮して1300台/時とした。

表2に交差点遅れの計測値より推計された、パラメー
タ値を示す。本研究では、交通状況が過飽和での交差点
遅れの計測は行っていないが、他の代表的な交差点遅れ
を参考にし、各車線とも過飽和では β_i^m が過飽以下の4
倍になることを仮定した。

推計されたパラメータ値を用いた遅れ関数と代表的な
遅れ関数を比較したものを図6に示す。図6の一樣到着
の式とは、式(14)で表されるファジィ交差点遅れの中心
値である。OD(Overflow Delay)モデルは、過飽和状態の
交差点遅れの平均値である¹⁴⁾。図6におけるAkcelikの
式¹⁵⁾とODモデルの式は、それぞれ式(23)、式(24)で表さ
れる。

$$d_i^m = \frac{c(1-\lambda_i)^2}{2\{1-\lambda_i(q_i^m/C_i^m)\}} + 900 \left\{ q_i^m/C_i^m - 1 + \sqrt{(q_i^m/C_i^m - 1)^2 + \frac{8(q_i^m/C_i^m - 0.5)}{C_i^m T}} \right\} \quad (23)$$

$$d_i^m = (T/2)(q_i^m/C_i^m - 1), \quad q_i^m \geq C_i^m \quad (24)$$

ここで、 T は交通流の過飽和な状態が続く時間であり、
HCM¹⁶⁾を参考に15分として設定している。飽和交通流
率、信号のサイクル時間およびスプリットは、それぞれ
2000 (台/時)、110 (秒)、0.4としている。

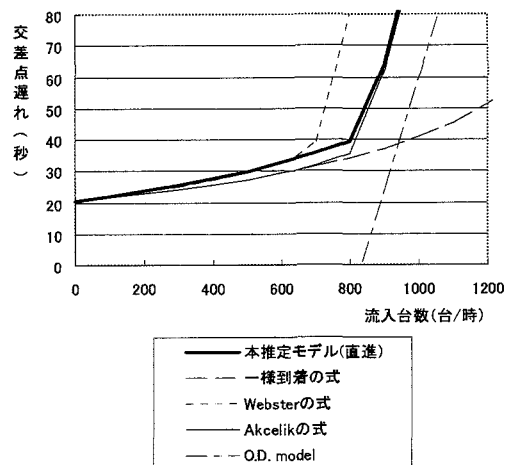


図6. 各種交差点遅れとの比較

流入交通量が過飽和における交差点遅れも適切に表現する関数の条件は、流入交通量が飽和未満では Webster の式に近い値をとり、過飽和では Webster の式と O.D.モデルに挟まれた領域を通ることである¹⁴⁾。Akcelik の式はこの条件を満たしており、こうした交差点遅れ関数の基準になり得るものである。本モデルによる交差点遅れは、パラメータ値を適切に設定することで、①流入交通量が飽和未満では Webster の式に近い値をとり、②交差点遅れ計測を実施した交通量では、計測値の平均値と一致し、③過飽和状態においても Akcelik の式に近い値をとる、という3点から、交差点遅れが適切に表現されていると判断できる。

4.4 スプリット制御

これまで、信号パラメータ制御法がいくつか提案されている。本研究では、Smith⁴⁾が提案している Capacity Maximization 制御を配分モデルに導入する。同手法は、容量の大きい経路に交通を誘導するものであり、その概要は以下に示すとおりである。

信号交差点には、2つの流入部があり、それぞれ i, j と表現し、そこでは直進しか許されないとする。各流入部(i, j)には、交通量(q_i^s, q_j^s)、飽和交通流率(S_i^s, S_j^s)、スプリット(λ_i, λ_j)、交差点遅れ(d_i^s, d_j^s)が設定されていると仮定する。これらのパラメータには、式(25)、式(26)の制約がある。

$$q_i^s < \lambda_i S_i^s, q_j^s < \lambda_j S_j^s \quad (25)$$

$$\lambda_i + \lambda_j \leq 1.0 \quad (26)$$

交差点遅れ(d_i^s)は q_i^s, S_i^s, λ_i の関数と考えられるため、式(27)で表すことができる。

$$d_i^s = w(q_i^s, S_i^s, \lambda_i) \quad (27)$$

ここで w は関数である。このとき、スプリット制御は、式(28)によって計算される。

$$\begin{aligned} &\text{For any } \mathbf{q}=(q_i^s, q_j^s) \text{ satisfying } q_i^s/S_i^s + q_j^s/S_j^s < 1.0 \\ &\text{choose } \lambda=(\lambda_i, \lambda_j) \\ &\text{so that } \lambda_i + \lambda_j \leq 1.0, q_i^s < \lambda_i S_i^s, q_j^s < \lambda_j S_j^s \\ &\text{and } S_i^s w(q_i^s, S_i^s, \lambda_i) = S_j^s w(q_j^s, S_j^s, \lambda_j) \end{aligned} \quad (28)$$

一方、本研究で適用する交差点遅れは、流入交通量が過飽和となっても定義される。そのため、容量制約式を式(29)のように変更した。

$$q_i^m < S_i^m \lambda_i^{\max} \quad (29)$$

$$f_i = q_i^s + q_i^L + q_i^R \quad (30)$$

式(30)は、交差点への流入交通量とリンク交通量との対応を示している。また、交差点遅れ関数において各リンクの終端は、直進車線、左折車線、右折車線の3車線が

ら構成される。このことを考慮し、式(28)を式(31)に変更した。

$$\sum_m S_i^m d_i^m = \sum_m S_j^m d_j^m \quad (31)$$

通常、実際の信号交差点流入部は3つ以上存在する。それらの流入部は、2つのステージ(ステージ1, ステージ2)に分類できると仮定する。ここでステージとは、信号交差点に同時に進入可能な流入部の集合である。このことを考慮し、式(31)を式(32)に置き換えた。

$$\sum_{i \in \text{stage 1}} \sum_m S_i^m d_i^m = \sum_{j \in \text{stage 2}} \sum_m S_j^m d_j^m \quad (32)$$

一方、交差点遅れ関数ではスプリットの最大値($\lambda_i^{\max}$)を設定しているため、式(32)を満たすスプリットが求まらない場合がある。そのため本研究では、全ての交差点において式(32)の代わりに式(33)を解くことにした。ここで示した、Smith による方法を修正したスプリット制御を配分モデルに適用することにする。

$$\begin{aligned} &\min_{\lambda_i, \lambda_j} \left| \sum_{i \in \text{stage 1}} \sum_m S_i^m d_i^m - \sum_{j \in \text{stage 2}} \sum_m S_j^m d_j^m \right| \\ &\text{s.t. } 1.0 - \lambda_i^{\max} \leq \lambda_i \leq \lambda_i^{\max}, \lambda_j = 1.0 - \lambda_i \end{aligned} \quad (33)$$

このスプリット制御法は、各信号交差点において、より通過するのに時間を要するステージに、より多くのスプリットを割り当てるものである。Smith による最適化は、信号交差点において直進のみが許され、さらに特殊なネットワークを想定した場合、より容量の大きい経路に交通を誘導することが証明されている。しかしここで示したように、車線別の交差点遅れを扱えるように改良し、実際の道路ネットワークに適用する場合、より容量の大きい経路に交通を誘導する制御となることを解析的に示すのは困難である。しかし、それに近い制御になっていることは期待される。

本研究で拡張を行った Capacity Maximization 制御を現実的な多車線道路からなるネットワークに適用する場合、利用者均衡と整合的な制御法とはなっていない(こうした特性は、用いる交差点遅れ関数と制御法によって決定される⁷⁾)。これは、利用者均衡は一般に凸型非線形最適化問題として定式化されるが、スプリット制御はその目的関数を最小化するものとなっていないことが原因である。しかし、同制御法はネットワークの効率的利用に寄与するものと考えられ、実際の道路ネットワークに適用可能な方法でもある。したがって、現実的な交差点遅れ関数と制御法を組み合わせるとき、得られる均衡解の特性を調べることの意義は大きく、これに関する研究の蓄積が望まれる。他の代表的な制御法として、Equisaturation 制御、Delay Minimization 制御等⁷⁾が挙げられるが、これらの制御法を用いた場合の同様な検証も必要と考えられる。

4.5 解法

解法として、信号制御問題として式(33)、利用者均衡問題として、非対称な相互干渉のある対向直進交通量 ($q_j^{(n)}$) を固定して得られる緩和問題 (式(34)) を解くことを繰り返し、信号制御問題と利用者均衡配分問題を同時に求める IOA 法を適用した。式(34)において、 OD^r 、 OD_k^r は、それぞれ OD ペア rs 間の OD 交通量、OD ペア rs 間の k 番目の経路交通量を示している。また $q_j^{(n)}$ は、 n 回目の繰り返し計算における一時的な対向直進交通量であり、利用者均衡配分問題では、この値を固定することにより、リンク間に相互干渉のない問題とみなして解くことにする (緩和法¹⁷⁾)。実際には、利用者均衡問題には容量制約があるため、これを考慮した Frank-Wolf 法を適用した。

$$\min_{f_i, q_j^{(n)}} \sum_i \left\{ \int_0^{f_i} c_i(w) dw + \int_0^{q_i^S} d_i^S(x) dx + \int_0^{q_i^L} d_i^L(y) dy + \int_0^{q_i^R} d_i^R(z, q_j^{(n)}) dz \right\}$$

$$\text{s.t. } \sum_k OD_k^r = OD^r, \quad OD_k^r \geq 0,$$

$$f_i = q_i^S + q_i^L + q_i^R \text{ and } 0 \leq q_i^m < S_i^m \lambda_i^{max} \quad m=(S, L, R) \quad (34)$$

本研究における利用者均衡配分は、解の安定性や一意性が解析的に保証されない。そのため、比較的緩い式(35)に示す収束条件を適用して利用者均衡の近似解を求めることにする。ここで f_i^n は、Frank-Wolf 法による収束計算での n 回目におけるリンク i の交通量を示している。

$$|f_i^{n+1} - f_i^n| \leq 0.1 f_i^n \quad (35)$$

5. 解の信頼性の検証

5.1 解の信頼性

配分モデルにおける解の信頼性を検証するため、仮想ネットワークと札幌都心部の実道路ネットワークを対象とした配分計算を行う。1章で述べたとおり配分モデルでは、リンクコスト関数における相互干渉の非対称性およびスプリット制御により均衡解の一意性が保証されないため、初期解の与え方により全く異なる均衡解が得られることが考えられる。この場合、均衡解は初期解に完全に依存して変化するため、均衡解には信頼性があるとは考えられない。したがって、解の信頼性が高いとは、異なる初期解を与えて得られる均衡解が初期解に依存せず、かつ均衡解間の類似性が高いことと考えることができる。すなわち、初期解と均衡解間における類似性の関係で表すことができ、初期解どうしの類似性が低く、かつ均衡解どうしの類似性が高い場合、解の信頼性は高いと考えられる⁷⁾。また、類似性を計測する指標はいくつか設定し、これらを総合的に考えて解の信頼性を調べることにする。

配分モデルの非対称性は右折車の交差点遅れとスプリット制御の両特性に起因することは前述した。右折車の交差点遅れによる影響について調べるためには、OD 交通量は混雑が生じるほど多く、一方、配分モデルの容量制約も満たすものでなければならぬ。このような OD 交通量を設定した場合、初期解の与え方は、配分モデルの容量制約により、任意の経路に全 OD 交通量を負荷するような方法は適用できない。そこで初期解は、OD 交通量を適当な比率を用いて分割し、容量制約を満たすように、それらを任意の経路に負荷する試行錯誤的な方法で与えることにする。

5.2 ネットワーク設定

仮想ネットワークは、リンク数 32、ノード数 17 である (図 7)。OD ペア数は 12 ペアとし、図中の各セントロイドからその他のセントロイドへ 1000 台ずつ流すことにした。この OD 交通量は、ネットワークに混雑が生じるが、容量制約を満たすように設定した値である。

実ネットワークは、リンク数 404、ノード数 135 である (図 8)。OD ペア数は約 300 である。配分モデルでは交差点遅れを考慮するため、1 時間単位の OD 交通量を推計する必要がある。そのため、実ネットワークにおける OD 交通量も同時に推定可能な 2 段階配分¹⁸⁾を適用した。2 段階配分では、1 段階目に札幌都市圏のマクロ的なネットワークを対象に利用者均衡配分を行い、札幌都心部における発生・集中交通量と通過交通量がどのような流れるかを求め、次に、これらの交通量から札幌都心部における OD 交通量を推計する。2 段階目として、札幌都心部のミクロ的なネットワーク (図 8) での配分計算を行うものである。札幌都心部における OD 交通量推定には、札幌市中ゾーン間 OD 交通表¹⁹⁾を用いた。札幌都心ネットワークの OD 交通量は、ピーク率を 10% として日交通量を時間交通量に換算したものであるが、ネットワークの容量制約は満たされていた。

5.3 検証

ここでは、初期実行可能解を 6 種類用意し、それぞれから得られる均衡解より、配分モデルにおけるの信頼性を調べることにする。初期実行可能解は当初、先述した試行錯誤的な方法で 20 数個与えたが、配分モデルの容量制約により、後述する類似性が高い初期実行可能解が複数得られた。そのため、検証結果についても似たような結果が複数得られた。ここでは類似性が低い 6 種類の初期解による結果のみを示すことにする。これらの初期解によって 6 種類の均衡解が得られるが、ここでは任意に選んだ解を Base、残りの解を Sol.1~Sol.5 と表現することにする。

表3は、Base解におけるIOA法による繰り返し回数(Iter.)と、そのとき収束していないリンク数(Error)およびA→B, C→D(図7, 図8)までの最短所要時間を仮想ネットワークと実ネットワークに分けて示したものである。これより、繰り返し回数が10回未満で解がほぼ収束し、また最短所要時間は、解が収束すると安定的であることが確かめられた。この傾向は、両ネットワークにおけるSol.1~Sol.5についても同様であった。

表4は、両ネットワークにおいて6つの近似的均衡解が得られたときのA→B, C→Dの所要時間を示したものである。仮想ネットワークと実ネットワークにおける所要時間には、最大でそれぞれ40秒弱, 100秒弱の時間差があるものの、どの解においても比較的近い値をとっていることがわかる。ここで示した結果は、配分対象ネットワークにおけるODペアの内、最も所要時間を要する一例を示したものである。より所要時間の短いODペアについては、6つの均衡解による所要時間の差は、さらに小さな値をとっていた。

表5は、解の一意性を検証するために設定した指標であるPSILF (Proportion of Similar Initial Link Flows)およびPSELF (Proportion of Similar Equilibrium Link Flows)を示したものであり、それぞれ式(38), 式(39)で表される。これらの指標は、それぞれ初期解と均衡解における類似性の程度を示すものである⁷⁾。相対誤差が10%という想定(式(36), 式(37))は、式(35)に示したリンク交通量の収束条件に対する均衡解のばらつきを調べるために設定した値であり、均衡解の場合、仮想ネットワークおよび実ネットワークでは、それぞれ最大で約70[台時・車線]、約120[台時・車線]の誤差に相当する。実際の交通解析を想定したとき、時間帯配分において最大で約120[台時・車線]の誤差は実用上許容範囲内と判断し、この値を目安として解の信頼性を調べることにする。理想的な状況は、PSILFの値が低く、PSELFの値が高いことである⁷⁾。すなわち、類似性の低い初期解から得られる均衡解どうしの類似性が高い場合である。

$$|f_i^b - f_i^k| \leq 0.1 f_i^b \quad (36)$$

$$|f_e^b - f_e^k| \leq 0.1 f_e^b \quad (37)$$

$$P_S^i = \frac{N_S^i}{N} \quad (38)$$

$$P_S^e = \frac{N_S^e}{N} \quad (39)$$

f_i^b : Base解における初期リンクフロー

f_i^k : Sol. k (k=1~5)における初期リンクフロー

f_e^b : Base解における均衡リンクフロー

f_e^k : Sol.kにおける均衡リンクフロー

N_S^i : 式(36)を満たすリンク数

N_S^e : 式(37)を満たすリンク数

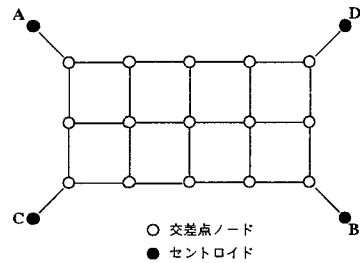


図7. 仮想ネットワーク

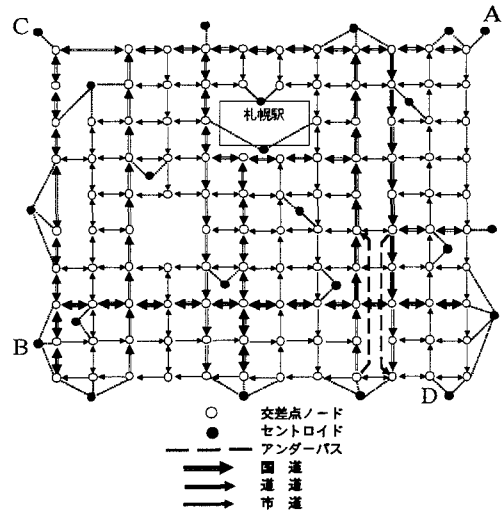


図8. 実ネットワーク

N : ネットワークを構成するリンク数

表5によると、仮想ネットワークではPSILFが最大で45%, PSELFが最小で60%となっている。実ネットワークについては、PSILFが最大で65%, PSELFが最小で約80%となっている。仮想ネットワークについては、PSELFが最小で60%と十分に高い値が得られたとはいえないが、実ネットワークについては、PSELFが最小でも約80%と高い値をとっており、さらに、これは初期解が近い値をとっていることによらないことがわかる。また両ネットワークともに、式(37)を満たさないリンクの多くは、セントロイドに直結するダミーリンクと接続しており、こうしたリンクにおける均衡解のばらつきが大きくなる傾向にあることがわかった。仮想ネットワークにおいてPSELFが高い値をとらなかったのは、このようなリンクが全リンクに占める割合が高いためと考えられる。実ネットワークの場合、こうしたリンクを除外してPSELFを計算したところ、最小で90%近くになった。

表5に示した結果は、Base解の選び方によって値が変化する指標である⁷⁾。そこで、Base解に依存しない指標として、初期解と均衡解におけるレンジの関係も調べることにする。表6は、両ネットワークにおいて6種類

表3. 解の収束性

Ite.	仮想ネットワーク			実ネットワーク		
	Travel time (sec.)			Travel time (sec.)		
	Error	A→B	C→D	Error	A→B	C→D
1	16	320.5	297.2	37	924.9	870.5
2	19	207.7	192.5	25	909.4	871.1
3	10	210.4	194.3	38	917.0	870.6
4	5	210.9	194.3	1	929.2	872.4
5	1	210.9	194.3	6	929.2	872.4
6	0	210.9	194.3	4	930.3	872.6
7	0	210.9	194.3	4	931.9	872.7
8	0	210.9	194.3	0	931.9	872.9
9	0	210.9	194.3	0	931.9	872.9
10	0	210.9	194.3	0	931.9	872.9
11	0	210.9	194.3	0	931.9	872.9
12	0	210.9	194.3	0	931.9	872.9

表4. 所要時間の比較

Solutions	仮想ネットワーク		実ネットワーク	
	Travel time (sec.)		Travel time (sec.)	
	A→B	C→D	A→B	C→D
Base	210.9	194.3	931.9	872.9
Sol.1	233.2	205.8	858.4	851.9
Sol.2	245.5	197.5	945.2	905.0
Sol.3	207.3	207.1	935.1	915.8
Sol.4	232.0	194.4	962.1	908.1
Sol.5	211.5	194.1	947.3	948.5

表5. 配分交通量の類似性

Comparison	仮想ネットワーク		実ネットワーク	
	PSILF	PSELF	PSILF	PSELF
Sol.1 vs. Base	0.34	0.75	0.44	0.79
Sol.2 vs. Base	0.40	0.69	0.48	0.81
Sol.3 vs. Base	0.45	0.67	0.60	0.84
Sol.4 vs. Base	0.41	0.63	0.62	0.85
Sol.5 vs. Base	0.32	0.60	0.44	0.85

表6. レンジの比較

仮想ネットワーク				実ネットワーク			
平均		標準偏差		平均		標準偏差	
初期	均衡	初期	均衡	初期	均衡	初期	均衡
423	237	191	157	287	114	248	76

用意した初期リンクローとそれに対応する均衡リンクフローにおけるレンジの平均値および標準偏差を示している。これより、仮想ネットワーク、実ネットワークともに均衡解における平均値および標準偏差の方が、初期解のものよりも小さくなっており、特に実ネットワークの場合、その傾向が顕著であることがわかる。また、初期解および均衡解のレンジに正規性を仮定し、平均値の差

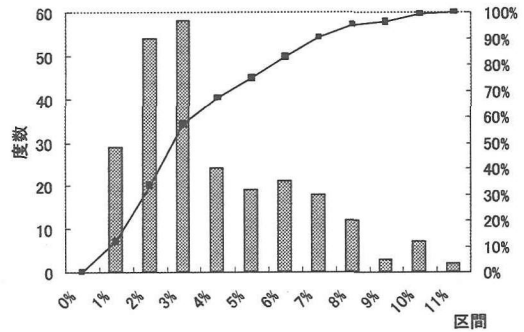


図9. スプリットの標準偏差

の検定を行ったところ、両ネットワークとも 99%の有意確率で平均値に差があることが明らかとなり、均衡解におけるレンジの平均は、統計的に初期解のものよりも小さくなっていることが示された。これらの結果からも、配分モデルにより一意な均衡解は得られないが、均衡解のばらつきは小さく、特に実ネットワークの場合、信頼性のある均衡解が得られたものと考えられる。

以上の分析結果から総合的に判断すると、仮想ネットワークでは十分とは言えないが、実ネットワークの場合、解の信頼性について十分な結果が得られたと考えられる。そこで実ネットワークを対象として、均衡解が得られたときのスプリットについて調べることにする。図9は、6つの均衡解における全交差点流入部に割り当てられたスプリットの標準偏差をヒストグラムで示したものである。信号制御モデルでは、制約条件のため実現可能なスプリットの範囲は 30%~70%となっている。これに対し、スプリットの標準偏差が3%以下の交差点の比率は約60%、5%以下では約80%となっており、最大でも10%程度である。この結果より、均衡状態でのスプリットのばらつきは、十分とはいえないまでも小さく、実用上耐えられる程度の信頼性はあるものと考えられる。

6. おわりに

本研究では、スプリット制御を組み込んだ交通量配分モデルを構築し、その解の信頼性の検証を行った。その結果、実ネットワークを対象とした場合、同モデルでは一意な均衡解は持たないが、OD間の所要時間、配分交通量およびスプリットには、実用上耐え得る程度の信頼性があることが示された。

均衡配分において、静的、動的に関わらず、解析的な解の安定性と一意性が保証されるモデルを構築しようとする場合、現実的な想定や現象を取り込むことは困難となる。しかし、そのようなモデルは否定されるべきものではなく、得られる解の特性を把握した上での適用は有効であると考えられる。現実的にこうしたモデルは数多

く存在し、その解の信頼性を検証することなく交通解析に適用されている場合が多い。しかしその場合、解析結果に対する信頼性がどの程度なのか判断できない。したがって、こうしたモデルにより得られる解にどの程度の信頼性あるか検証を行うことは、今後ますます重要になると考えられる。

脚 注

注1) 筆者らは、通過性指数の設定値 k を表現した場合の交差点遅れのスプレッドに関するパラメータ値 (α, β) の設定法も提案している¹⁰⁾。この設定法では、信号のスプリット制御を行わないことを前提とする一方で、過飽和におけるパラメータ推計を必要としない方法である。この設定法と本稿で示した設定法の違いは、過飽和の交差点遅れを表現するために、交通量と通過性指数の関係または過飽和のパラメータ値 (α, β) を利用するかであり、本質的な違いはない。しかしスプリット制御を行う場合は、 k の値を推計するのが困難なため、通過性指数は k によらない関数とし、その代わりに過飽和のパラメータ値を推計するものとした。

注2) 本研究の場合、Base 解の選び方を変えても表5に示した結果と近い値が得られている。

参考文献

- 1) Ryota Horiguchi: A network simulation model for evaluation of traffic management, Transportation Research 31A, 1997, pp. 64.
- 2) R. E. Allsop: Some Possibilities for Using Traffic Control to Influence Trip Distribution and Route Choice. Proc. 6th International Symposium on Transportation and Traffic Theory, 1974, pp.345-373.
- 3) M. J. Smith: The Existence, Uniqueness and Stability of Traffic Equilibrium. Transportation Research 13B, 1979, pp.295-304.
- 4) M. J. Smith: Traffic Control and Route-Choice; A Simple Example, Transportation Research 13B, 1979, pp.289-294.
- 5) M. J. Smith: A local traffic control policy which

- automatically maximizes the overall travel capacity of an urban network. TRAFFIC ENGINEERING & CONTROL JUNE 1980, 1980, pp.298-302.
- 6) M. J. SMITH and T. VAN VUREN: Traffic Equilibrium with Responsive Traffic Control, Transportation Science, Vol. 72, No. 2, 1993, pp.118-132.
- 7) C. Meneguzzo: An Equilibrium Route Choice Model With Explicit Treatment of the Effect of Intersections. Transportation Research 29B, 1995, pp.329-356.
- 8) D. Watling: Asymmetric Problems and Stochastic Process Models of Traffic Assignment Transportation Research 30B, 1996, pp.339-357.
- 9) Chen H. K: The Network Design problem: The Traffic-Responsive Signal Control Scheme. Ph.D. dissertation, Department of Civil Eng., Univ. of Illinois.
- 10) 内田賢悦, 岸邦宏, 佐藤馨一: 交差点遅れを考慮した利用者均衡配分に関する研究, 土木計画学研究・論文集 16, 1999, pp.577-586.
- 11) Y. Sheffi: Urban Transportation Networks. Prentice-Hall, New Jersey, 1985.
- 12) たとえば, 秋山孝正: ファジィ経路情報に基づくネットワーク解析, 土木学会論文集, No449/IV-17, pp.145~154, 1992.
- 13) 交通工学研究会編: 交通信号の制御技術, 1983.
- 14) V. F. Hurdle: Signalized Intersection Delay Models - A Primer for the Uninitiated, Transportation Research Record No.971, 1984, pp.96-104.
- 15) R. Akcelik: The Highway Capacity Manual Delay Formula for Signalized Intersections. ITE Journal March 1988, pp.23-27.
- 16) Transportation Research Board: Highway Capacity Manual, Special Report 209, 1985.
- 17) 土木学会: 交通ネットワークの均衡分析 - 最新の理論と解法 -, 1998.
- 18) 朝倉康夫他: 2段階配分と OD 推計を組み合わせた道路網交通流分析手法の適用, 第 17 回交通工学研究発表会論文報告集, pp.185-188, 1997.
- 19) 札幌市: 2015 年マスタープラン中ゾーン間自動車 OD 表, 1996.

スプリット制御を導入した利用者均衡配分における解の信頼性に関する研究

内田賢悦, 加賀屋誠一, 萩原 亨

利用者均衡配分において、現実的な交差点遅れ、信号制御、マルチユーザクラス等を表現した場合、リンク間に非対称な相互干渉が存在し、一般的に解析的な解の安定性・一意性が保証されない問題となる。こういったモデルは、即座に否定されるべきものではない。すなわち、解の信頼性を検証した上での適切な適用は、有効な解析結果を導くと考えられる。本研究では、筆者らが構築したスプリット制御を導入した利用者均衡配分を用いて、数値計算的観点から解の信頼性の検証を行った。その結果、同モデルでは一意な解は持たないものの、信頼性のある解が得られることを示した。

A Study on the Validity of User Equilibrium Assignment Model Introduced Split Control of Signals

By Ken-etsu UCHIDA, Seiichi KAGAYA, Tohru HAGIWARA

User equilibrium assignment models considering realistic intersection delays, signal setting control and so on, generally have no analytical guarantees on stability and uniqueness solution. However, these models should not be denied immediately. That is, these models will give useful results under the condition that the solutions have adequate validity to use by verifying the validity of solutions. This study verified the validity of user equilibrium assignment model introduced signal control that authors developed and clarified that the model do not have unique solution but have solutions with adequate validity.