

社会資本ストック整備効果計測に関する研究* —生産関数アプローチと応用一般均衡分析による理論的・実証的比較—

Evaluation of the Social Overhead Capital Stock -Comparison of production function approach and general equilibrium approach- *

小池淳司**・上田孝行***・伊藤克彦****

By Atsushi KOIKE**, Takayuki UEDA*** and Katsuhiko ITO****

1. はじめに

近年、公共投資の乗数効果の低下が指摘され始め、社会資本の生産性に関する関心が高まっている。この社会資本の生産性を計測する手法として、Aschauer¹⁾以来、マクロ集計的な生産関数を労働、資本そして社会資本ストックを説明変数とし、統計的に生産関数を推計することで、社会資本ストックが生産性にどれほど寄与するかを計測する、いわゆる、生産関数アプローチと呼ばれる方法が広く研究・実証されている。わが国でも吉野・中島²⁾をはじめ多くの研究蓄積がある。これらの研究成果は江尻・奥村・小林³⁾に詳細にレビューされている。

社会資本の生産力効果は社会資本整備の社会経済効果を示す1指標である。しかし、この手法は、一般に、社会資本の効果計測に用いられる費用便益分析との関係が明確ではないという問題がある。このことは、社会資本の生産力効果と社会経済への影響および便益評価との関係が不明瞭であることを意味している。なお、社会資本の生産力効果の社会経済への影響は、林・小西⁴⁾のように、伝統的マクロ計量モデルにより実施されているが、ミクロ経済学的な行動が明示されていないために便益評価との関係が明確ではない。また、社会資本の生産力効果の社会的厚生への影響に関しては、三井・竹澤・河内⁵⁾が社会資本による民間資本のクラウドディング・イン効果を社会的厚生評価しているが、費用便益という観点での議論ではない。

一方、社会資本の評価手法として、ミクロ経済学的な理論的基礎を持つという意味で理論的であるとされる⁶⁾、一般均衡モデルによる実証的便益評価手法、いわゆる、応用一般均衡分析と呼ばれる手法が実用化されつつある。本来、応用一般均衡モデルは租税・貿易・地球環境の分野で応用されてきたが、わが国ではこの手法を社会資本整備評価の

分野に適応し、多くの理論的・実証的研究蓄積がある⁷⁾。

そこで、本研究の第1の目的は、生産関数アプローチによる効果計測（付加価値変化）と応用一般均衡分析による便益計測（効用水準変化）を理論的・実証的に比較し、どのような条件のもとで生産関数アプローチによる便益計測が応用一般均衡分析による便益計測の近似値となるのかを明確にする。

次に、応用一般均衡分析による便益計測が定着しつつあるが、一方で、応用一般均衡分析に対する批判として、結果の統計的な検証ができないことがBaker⁸⁾により指摘されている。そのため、本研究では、生産関数アプローチと応用一般均衡分析の理論的・実証的比較を通じて、応用一般均衡分析の統計的検証可能性についての議論を深めることを第2の目的とする。

上記の目的を達成するため、まず、最初に、社会資本ストックが生産関数の生産向上に寄与するという前提の下、社会資本ストック整備効果を考慮した一般均衡モデルを構築し、解析的に、付加価値の変化と等価的変分を比較することで、生産関数アプローチと応用一般均衡分析の理論的比較を試みる。次に、1965年から1995年の産業連関表を用い実証分析を行うことで、生産関数アプローチと応用一般均衡分析の実証的比較を試みる。最後に、上記の結果をもとに、応用一般均衡分析の統計的検証可能性について考察を加える。

2. モデルの仮定

理論分析による比較のため、ベースとなる一般均衡モデルを以下のような仮定の下に構築する。

- (1) 社会経済は閉じられた一国あるいは一地域を対象とする。
- (2) 代表的家計、アクティビティベースの企業および政府が存在する。
- (3) それぞれの企業は生産要素を用いそれぞれの財を生産する。
- (4) 代表的家計は生産要素(労働・資本)を保有し、生産財を

*キーワード：社会資本ストック整備効果、生産関数アプローチ、応用一般均衡分析

**正員、工博、鳥取大学社会開発システム工学科

***正員、工博、東京工業大学開発システム工学科

****工修、(株)UFJ総合研究所研究開発本部

(〒680-0814 鳥取市湖山町南4-101, e-mail: koike@sse.tottori-u.ac.jp)

消費する。

- (5) 政府は社会資本整備を行い、社会資本ストックを蓄積する。
- (6) 社会資本ストックは直接的に生産効率を上げる。
- (7) 社会経済は完全競争下の長期的均衡状態にある。

3. 企業の行動モデル

生産財 $i \in \{1, \dots, I\}$ を生産する代表的企業 i は中間財 $x_{ri} \in \{x_{r1}, \dots, x_{ri}, \dots, x_{rI}\}$ と生産要素である労働 l_i と資本 k_i をもち、生産財 Q_i を生産する。その行動を生産技術制約つき利潤最大化行動として以下のように定式化する。

$$\begin{aligned} \pi_i &= \max P_i Q_i - P_r \cdot x_{ri} - w l_i - r k_i \\ \text{s.t. } Q_i &= Q_i(x_{ri}, l_i, k_i, S) \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 π_i : 企業 i の利潤、 P_i : 生産財 i の価格、 P_r : 価格ベクトル、 w : 賃金、 r : 資本の価格、 S : 社会資本ストック量

上式を解くと、生産要素に関する需要関数、生産財の供給関数および利潤関数が以下のように導出できる。

$$x_{ri} = x_{ri}(P_r, w, r, S) \quad (2.a)$$

$$l_i = l_i(P_r, w, r, S) \quad (2.b)$$

$$k_i = k_i(P_r, w, r, S) \quad (2.c)$$

$$Q_i = Q_i(P_r, w, r, S) \quad (2.d)$$

$$\pi_i = \pi_i(P_r, w, r, S) \quad (2.e)$$

また、利潤関数の全微分形が以下ようになる。

$$d\pi_i = \frac{\partial \pi_i}{\partial P_i} dP_i + \frac{\partial \pi_i}{\partial P_r} dP_r + \frac{\partial \pi_i}{\partial w} dw + \frac{\partial \pi_i}{\partial r} dr + \frac{\partial \pi_i}{\partial S} dS \quad (3)$$

ホテリング(Hotelling)の補題を用いると以下のような利潤関数の全微分形が誘導される。

$$d\pi_i = Q_i dP_i - x_{ri} dP_r - l_i dw - k_i dr + P_i \frac{\partial Q_i}{\partial S} dS \quad (4)$$

4. 代表的家計の行動モデル

代表的家計は労働、資本および企業からの利潤配当 π_i から得られる所得から生産財 q_i を消費する。その行動を以下のように所得制約つきの効用最大化行動として定式化する。

$$\begin{aligned} V &= \max U(q_1, \dots, q_I) \\ \text{s.t. } P_1 \cdot q_1 &= wL + rK + \sum_{i \in I} \pi_i \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、 $v(\cdot)$: 間接効用関数、 $U(\cdot)$: 直接効用関数

上式を解くと、消費財の需要関数及び間接効用関数を得る。

$$q_i = q_i(P_1, w, r, \pi) \quad (6.a)$$

$$V = V(P_1, w, r, \pi) \quad (6.b)$$

また、間接効用関数の全微分形は以下ようになる。

$$dV = \frac{\partial V}{\partial P_1} dP_1 + \frac{\partial V}{\partial w} dw + \frac{\partial V}{\partial r} dr + \frac{\partial V}{\partial \pi} d\pi \quad (7)$$

上式に包絡線定理を用いて展開すると以下ようになる。

$$dV = -\lambda q_1 dP_1 + \lambda L dw + \lambda K dr + \lambda d\pi \quad (8)$$

ここで、 λ : 所得の限界効用 (ラグランジュ乗数)

5. 市場均衡条件

市場均衡条件は以下のように、財市場、労働市場、資本市場の均衡条件式として表現できる。

$$Q_i = \sum_{r \in R} x_{ri} + q_i \quad (9.a)$$

$$L = \sum_{i \in I} l_i \quad (9.b)$$

$$K = \sum_{i \in I} k_i \quad (9.c)$$

ここで、未知数は P_1, w, r の $I+2$ 個であり、均衡条件式も同様に $I+2$ 個である。そのため、この方程式体系は閉じている。

6. 理論分析による比較

ここで、社会資本ストック S が変化した状態を想定し、その効用変化に等価的偏差 EV の概念を用いて帰着系に分離すると以下ようになる。なお、社会資本ストックの変化をパラメトリックに表現するため離散的な政策変数 σ を導入する。 σ は政策の有り無しに応じて離散的に $0 \rightarrow 1$ へと変化するものと仮定する。

$$\begin{aligned} EV &= \int_{A \rightarrow B} \frac{\partial e}{\partial V} dV \\ &= \int_{0 \rightarrow 1} \frac{\partial e}{\partial V} \lambda(\sigma) \left[-q_1(\sigma) \frac{dP_1(\sigma)}{d\sigma} + L \frac{dw(\sigma)}{d\sigma} + K \frac{dr(\sigma)}{d\sigma} + \frac{d\pi(\sigma)}{d\sigma} \right] d\sigma \end{aligned} \quad (10)$$

また、企業の利潤変化は以下ようになる

$$\begin{aligned} \int_{A \rightarrow B} d\pi_i &= \int_{0 \rightarrow 1} \frac{d\pi_i}{d\sigma} d\sigma \\ &= \int_{0 \rightarrow 1} \left[Q_i \frac{dP_i(\sigma)}{d\sigma} - x_{ri}(\sigma) \frac{dP_r(\sigma)}{d\sigma} - l_i(\sigma) \frac{dw(\sigma)}{d\sigma} - k_i(\sigma) \frac{dr(\sigma)}{d\sigma} + P_i \frac{\partial Q_i}{\partial S} \frac{dS(\sigma)}{d\sigma} \right] d\sigma \end{aligned} \quad (11)$$

これらの、主体別・項目別帰着構造を知るため、便益帰着構成表⁶⁾の形にまとめると表-1 になる。

表-1 便益帰着構成表

	企業 1	・ ・ ・	企業 I	世帯	合計
生産力効果	$P_i \frac{\partial Q_i}{\partial S} dS$		$P_i \frac{\partial Q_i}{\partial S} dS$		$\sum_{i=1}^I P_i \frac{\partial Q_i}{\partial S} dS$
財価格変化	$Q_i dP_i - \sum_r P_r dP_r$		$Q_i dP_i - \sum_r P_r dP_r$	$-q_j dP_j$	0
資金率変化	$-l_i dv$		$-l_i dv$	$L dv$	0
利子率変化	$-k_i dr$		$-k_i dr$	$K dr$	0
利潤変化	$-\Delta \pi_i$		$-\Delta \pi_i$	$d\pi$	0
合計	0	0	0	EV	SNB

ここで、最終的な社会的総便益 SNB を積分形で表現すると、以下のように社会資本ストック変化の限界生産性のみとなる。なお、以上の議論は所得の限界効用が一定であることを仮定している。そのため、市場内での変化は相殺（キャンセルアウト）される。

$$SNB = \sum_{i \in 0 \rightarrow 1} \int P_i(\sigma) \frac{\partial Q_i}{\partial S_i} \bigg|_{K_i(\sigma), L_i(\sigma)} dS_i(\sigma) \quad (12)$$

一方、生産関数アプローチにより定義される効果 ΔPQ は本モデルのフレームでは以下のように定式化できる。

$$\Delta PQ = \sum_{i \in 0 \rightarrow 1} \int P_i(0) \frac{\partial Q_i}{\partial S_i} \bigg|_{K_i(0), L_i(0)} dS_i(\sigma) \quad (13)$$

すなわち、生産関数アプローチによる効果と応用一般均衡モデルによる便益は、ちょうど、部分均衡分析と一般均衡分析にみられる比較静学の違いと同じような形式になる。すなわち、それぞれは社会資本ストック変化の限界生産性で定義されるが、生産関数の説明変数である資本と労働の水準が、価格の変化を通じて、プロジェクト前後で変化するか、あるいは、変化しないかの違いである。また、それらの関係を図にすると以下のような違いとなる。

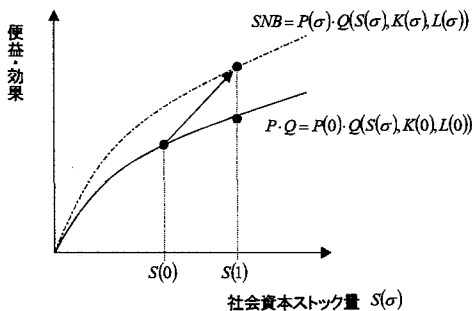


図-1 一般均衡分析と生産関数アプローチの違い

7. 実証分析による比較

次に、実証分析により応用一般均衡分析による便益と生産関数アプローチによる効果の違いを検討する。ここでのモデルは基本的に理論分析で用いたモデルをそのまま採用する。ただし、生産関数をレオンチャフ型、付加価値関数と効用関数を CES 型に特定化する。なお、実証分析にあたってのデータセットは 1965 年から 1990 年までの 5 年おき 6 時点の全国産業連関表および社会資本ストックのデータを用いた。また、企業は第一次、第二次、第三次の 3 部門に統合した。以下、応用一般均衡モデルにおける企業の生産関数および世帯の効用関数の定式化を示す。

まず、企業の生産関数は以下のようなレオンチェフ技術を仮定する。

$$Q_i = \min \left(\frac{VA_i(S, K_i, L_i)}{a_{oi}}, \frac{x_{1i}}{a_{1i}}, \frac{x_{2i}}{a_{2i}}, \frac{x_{3i}}{a_{3i}} \right) \quad (14)$$

ここで、 VA_i ：企業 i の付加価値関数、 $a_{oi}, a_{1i}, a_{2i}, a_{3i}$ ：中間投入係数

また、付加価値関数をコブダグラス型とし、以下のよう

$$VA_i(S, K_i, L_i) = \eta_i(S) K_i^{\alpha_i} L_i^{(1-\alpha_i)} \quad (15)$$

ここで、 α_i, η_i ：パラメータ（ただし、 $0 < \alpha_i < 1$ ）さらに、付加価値関数の効率パラメータを社会資本ストックの関数として、以下のように仮定する。すなわち、このような付加価値関数の形は、Solow 以来の新古典派成長モデル⁹⁾における技術の進歩の考え方と同様であり、技術の進歩が社会資本ストックによって説明されると解釈することも可能である。また、ヒックス中立的な生産関数を仮定している。

$$\eta_i(S) = \mu_i S^{\gamma_i} \quad (16)$$

ここで、 μ_i, γ_i ：パラメータ

なお、上記の定式化において、生産関数アプローチにおける生産関数 $PQ(\cdot)$ は式(17)のように対応する。すなわち、社会資本の役割が環境の創出 (creation of atmosphere)¹⁰⁾ の場合と同じ定式化であることといえる。

これは、社会資本ストックが経済システムの外部 (過去からの蓄積) から提供されることを意味している。

$$PQ(S, K_t, L_t) = \mu_t S^{\alpha} K_t^{\alpha} L_t^{(1-\alpha)} \quad (17)$$

次に、世帯の効用関数は以下のような CES 型と仮定する。

$$U = \left[\sum_{i=1}^p \beta_i \frac{1}{\rho} q_i^{\frac{\rho-1}{\rho}} \right]^{\frac{\rho}{\rho-1}} \quad (18)$$

ここで、 β_i : シェアパラメータ、 ρ : 代替弾力性パラメータ

各パラメータの決定は、次のように行った。まず、応用一般均衡分析におけるキャリブレーション手法により、生産関数のパラメータ群 ($a_{0i}, a_{ni}, \alpha_i, \eta_i$) および効用関数のパラメータ群 (ρ_i) を決定する。なお、効用関数の代替弾力性 (ρ) は既存研究の値を用いた。ここで、式(16)の生産技術に関するパラメータ (μ_i, γ_i) は 1965 年から 1990 年の 6 時点のデータを用い、統計的に推定した。推定にあたってはキャリブレーション手法から求めた η_i を非説明変数とし、社会資本ストック量 S を説明変数として時系列データにより推計した。推定結果は以下に示すとおりである。

表-2 効率パラメータ推定の結果

	$\ln \mu_j$	γ_j
第一次産業	-0.610(-1.78)	0.448(6.47)
第二次産業	0.797(0.92)	0.847(4.85)
第三次産業	0.261(0.43)	0.912(7.50)

() 内は t 値を表す

以上の定式化およびパラメータを用い、応用一般均衡分析による便益と生産関数アプローチによる効果の比較を行う。比較にあたっては、1970 年から 1990 年までの 5 年おき 5 時点において、それぞれ、社会資本ストック量が 10% 増加したという想定で計測を行った。その結果を表-3 に示す。

表-3 計算結果 (単位: 兆円)

年次	応用一般均衡分析 による便益 EV	生産関数アプローチ による効果 Δ GDP	社会資本 ストック量 S
1970 年 (昭和 45 年)	6.109	8.256	67.8
1975 年 (昭和 50 年)	13.389	9.344	120.1
1980 年 (昭和 55 年)	21.685	18.731	190.5
1985 年 (昭和 60 年)	28.599	28.485	269.9
1990 年 (平成 2 年)	38.096	48.702	360.8

以下は、図-2 は便益と効果の違い、図-3 は第 2 次産業の効率パラメータの推定値と実測値の違い、図-4 は CGE モデルの現況再現性をグラフにしたものである。

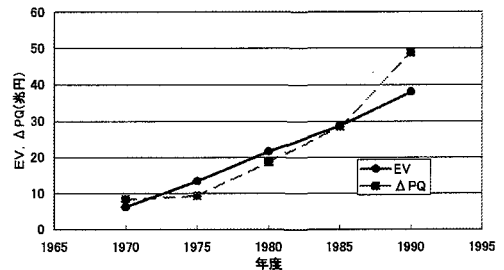


図-2 便益と効果の比較

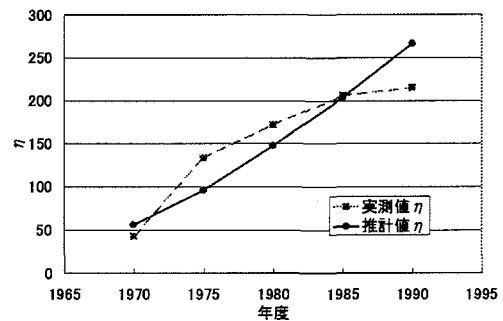


図-3 第 2 次産業の効率パラメータ η の推定結果

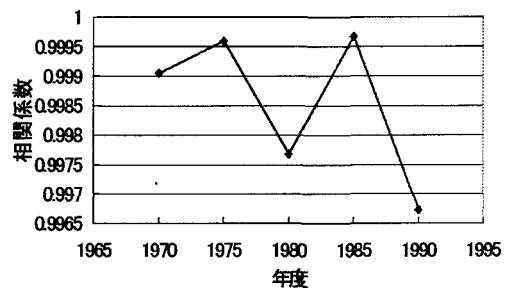


図-4 応用一般均衡モデルの現況再現性

これらの計算結果から以下のことが言える。1985 年の計算結果のように、生産関数における効率パラメータの推定誤差が少なければ、CGE モデルの現況再現性が確保され、その状態では CGE モデルにおける便益計測結果と生産関数アプローチにおける便益計測結果にそれほど違いが現れない。一方、1975 年、1990 年の計算

結果のように、生産関数の効率パラメータの推定誤差が大きい場合は、便益計測結果に大きな開きが現れる結果となった。これは、効率パラメータの推定誤差が CGE のワルラス法則を厳密には成り立たせないため、CGE モデルの現況再現性が低下したことに起因していると考えられる。

なお、理論分析でみられた違いは、1985 年時点と比較する限り、1%程度の誤差であることが解った。すなわち、生産関数アプローチによる効果計測結果は、CGE 分析による便益計測結果とさほどの違いは見られないといえる。このことから、生産関数アプローチによる生産力効果は、一定の経済状態の仮定が成立すれば、便益計測手法として有用であり、生産力効果を便益額としても良いといえる。

8. 応用一般均衡分析における統計的検証

次に、上記の計算結果をもとに、応用一般均衡分析の統計的検証法について考察する。一般に応用一般均衡分析はパラメータを決める際に統計的な推定手法を用いず、1 時点の経済データからキャリブレーション手法を使ってパラメータを決定する。そのため、ほぼ完全な現況再現性を有する一方で、統計的な検証が不可能という性質を有している。このことは応用一般均衡分析の利点と言うよりむしろ欠点であり、統計的にモデルの反証が不可能であること、また、他の評価モデルとの統計的比較が不可能であることを意味している。

しかし、応用一般均衡分析を社会資本整備評価に用いる際には、その政策変数を、時系列的あるいはクロスセクショナルなデータで統計的に推計する場合が多い。本モデルにおいても、社会資本の生産性パラメータを時系列的に推計しているため、最終的な便益評価に統計的な影響が現れる。このことに関して、本モデルの実証分析結果を用い、若干の考察を加える。

図-5、図-6 はそれぞれ、式(16)の推定パラメータ μ および γ_i が正負に 1σ 、 2σ ずれた場合における生産関数アプローチの効果と応用一般均衡分析の便益を比較しているものである。これらの図からは、生産関数アプローチによる効果計測と比較して、応用一般均衡分析による便益計測が統計的に比較的安定した値を示していることが確認できる。ただし、これらの結果は、本モ

デルの前提条件に依存する可能性があるため、今後、より詳しく分析する必要がある。

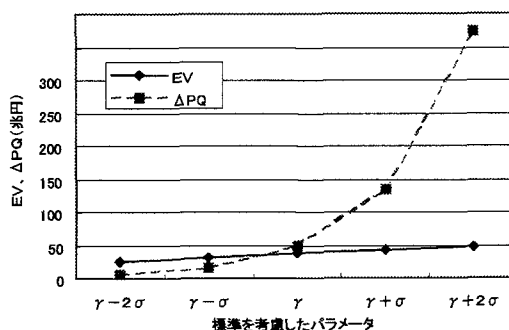


図-5 推定パラメータ γ と効果・便益の関係

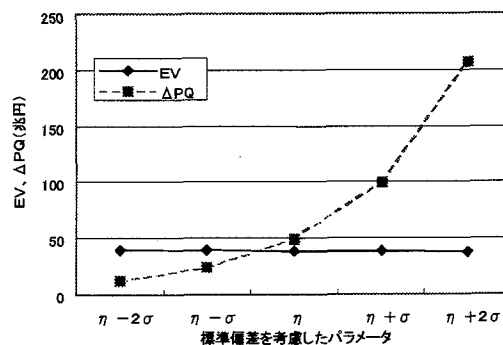


図-6 推定パラメータ η と効果・便益の関係

9. おわりに

本研究の成果をまとめると以下になる。

- ① 生産関数アプローチの効果計測と応用一般均衡分析による便益計測を同一の理論フレームで比較した結果、一般均衡フレームに完全競争、長期均衡、所得の限界効用一定の仮定をおく場合に限り、その違いを明確にすることができた。
- ② 実証分析を行うことで、生産関数アプローチによる効果計測と CGE モデルによる便益計測の違いを計測し、その違いが、CGE モデルの現況再現性に多く起因していることを確認した。また、生産関数アプローチによる生産性は便益の近似値として十分な信頼性を有していることを確認した。
- ③ 応用一般均衡分析による便益計測の統計的誤差に

ついて、政策変数の推定誤差が便益評価にどの程度影響するかを実証した。その結果、本モデルに関しては、応用一般均衡分析による便益計測結果は、生産関数アプローチと比べて、比較的、統計的に安定している結果が得られた。

本論文では、比較的計測が容易な生産関数アプローチの結果の持つ意味・限界を一般均衡分析の観点から検討した。一方、一般均衡分析は便益の帰着を把握できるという特徴を有している。この特徴を生かすため、社会資本ストック整備のメカニズムを解明し、便益の帰着先をより明確にする研究が必要である。

【謝辞】本研究について、徳永澄憲教授（筑波大学）、大橋忠宏講師（弘前大学）、宮城俊彦教授（岐阜大学）匿名の査読者2名から有益なコメントを頂いた。ここに記して感謝する。

【参考文献】

- 1) Aschauer, D.A.: Is public expenditure productive?, *Journal of Monetary Economics*, Vol.23, pp.177-200, 1989.
- 2) 吉野直行・中島隆信：公共投資の経済効果，日本評論社，1999.
- 3) 江尻良・奥村誠・小林潔司：社会資本の生産性と経済成長：展望論文，土木学会論文集，No.688/IV-53, pp.75-87, 2001.
- 4) 林良嗣・小西砂千夫：公共投資の計量分析—全国地域経済モデルによるアプローチ—，*経済学論究*，第45巻，第一号，1991.
- 5) 三井清・竹澤康子・河内繁：公共投資のクラウディング・イン効果と厚生分析，社会資本の生産性と公的金融，第4章，pp.67-96，日本評論社，1995.
- 6) 森杉壽芳編著：社会資本整備の便益評価—一般均衡理論によるアプローチ—，勁草書房，1997.
- 7) 土木学会：応用一般均衡モデルの公共投資評価への適用，土木計画学ワンデーセミナーシリーズ15，1998.
- 8) Barker, T.: Large-Scale Energy Environment Economy Modeling of European Union, Begg, I. and Henry, S.G.B. eds, in *Applied Economics and Public Policy*, Cambridge University Press, 1998.
- 9) 中込正樹：一歩先をいく経済学入門マクロ編，有斐閣，1995.
- 10) Meade, James E.: External Economies and Diseconomies in a Competitive Situation, *Economic Journal* 62, 54-67.

社会資本ストック整備効果計測に関する研究

—生産関数アプローチと応用一般均衡分析による理論的・実証的比較—

小池淳司・上田孝行・伊藤克彦

近年、公共投資の乗数効果の低下が指摘され、社会資本ストックの生産性を計測する試みが行われている。その代表的な手法として生産関数アプローチがある。一方、社会資本整備一般には費用便益分析が義務化され、応用一般均衡分析による便益計測が行われてきている。そこで、本研究では、社会資本ストックを考慮した一般均衡モデルを構築し、生産関数アプローチによる効果計測と応用一般均衡分析による便益計測を理論的・実証的に比較することを目的としている。その結果、生産関数アプローチによる生産性は便益の近似値として十分な信頼性を有していることを確認した。また、同フレームを用い、応用一般均衡分析の統計的誤差について若干の数値シミュレーションを行い、考察を加えた。

Evaluation of the Social Overhead Capital Stock

-Comparison of production function approach and general equilibrium approach-

By Atsushi KOIKE, Takayuki UEDA and Katsuhiko ITO

The Computable General Equilibrium (CGE) model has recently become to use as an evaluation technique of social capital improvement in the field of the infrastructure planning. This study aims to develop the CGE model that the effect measurement by a social overhead capital stock becomes possible, and to compare and to examine the simulation result of using the model and the result of the effect measurement by production function approach. It makes clear that accuracy of reproducibility of the current state in the CGE model causes deviation of change of value added and benefit by comparing between equivalent valuation obtained by simulating the CGE model and productive effect of the production function approach.