

プロジェクトスケジューリング問題へのメタヒューリスティクス適用方法に関する基礎的考察*

A Study on Theoretical Foundation for Project Scheduling Problem by Utilizing Metaheuristics Techniques*

滑川達**・吉田健***

By Susumu NAMERIKAWA**・Ken YOSHIDA***

1. はじめに

単品受注生産、労働集約的な現地屋外生産等の特殊性を有する建設工事施工の工程計画の重要性については、過去の研究においてもくり返し論じられており¹⁾、工程計画モデルが施工マネジメントシステムにおける中核的な役割を担っていることについては既に論をまたないものとする。

しかし、工程計画策定のための科学的手法としては、プロジェクトスケジューリング問題の解析法として1950年代後半に開発されたPERT、CPMが未だ代表的な手法として位置づけられているとともに、実際の工事現場に至っては、これらPERT系のネットワーク手法も十分に浸透しておらず²⁾、工程全体の最適化を通した生産効率の改善という今日の課題は、十分に達成されていないのが現状といえる。

これは、①プロジェクトスケジューリング問題の中でも比較的単純な典型例である最短工期を目的とするマン・スケジューリングのような問題でさえも可能領域の要素(組合せ)の総数が有限ではあるが膨大な数になることが多く、現実に最適解を得るのが困難な組合せ最適化問題となるため、結果としてPERT系の理論をベースとした優先順位法等による経験的拡張として手法開発が進められてきたこと、②山崩し法をはじめとする優先順位法においては、トータルフロートのようなPERT計算によって求められるスケジュール指標に基づいて非常に限定的な形で資源のコンフリクトを解消させていくため、最適解に対して大きく精度の劣るスケジュールしか求められない場合が少なくない、等々に起因するものとする。

一方近年、遺伝的アルゴリズム、アニーリング法、タブー探索法等に代表されるメタヒューリスティクスと呼ばれる近似解法の新しいパラダイムが注目され、これをプロジェクトスケジューリング問題に適用する研究も盛

んになってきた。それらの適用事例の多くは、新たな順序関係を付加したスケジュールパターンをビット列などで表現した個体として対応させるとともに、多数の個体の生成と改良過程の中から、与えられた技術的な順序関係や調達可能資源量などの制約条件を満たし、かつ設定した計画目的を高度に追求した個体を探索していくという方法がとられている。これにより、優先順位法では検討できない多くの代替案を評価することを可能としている。しかし、個体としてのスケジュールパターンの設定及びそのパターンに対するスケジュール計算については、「任意の時間断面の状態を計画変数として取り扱うことができない」PERT計算で求められるスケジュール指標に基づいて行われる。このため、閉路を有するスケジュールパターンなどは排除できるが、資源制約に対する実行可能性についての冗長性を減少させることは難しいのが現状である。

このような中、春名・滑川³⁾は、図-1のようにアロウダイアグラム型の工程ネットワーク(以下、アクティビティネットワーク)の「カット」に着目して、これを要素としたカットネットワークに変換した上で、このカットネットワークの最適経路探索を行うというPERT系理論とは異なる方法(以下、カットネットワーク手法)を提案している。このカットネットワーク手法では、任意の時間断面における複数作業の同時着手状態を明示的に取り扱っているため、カットネットワークの任意の経

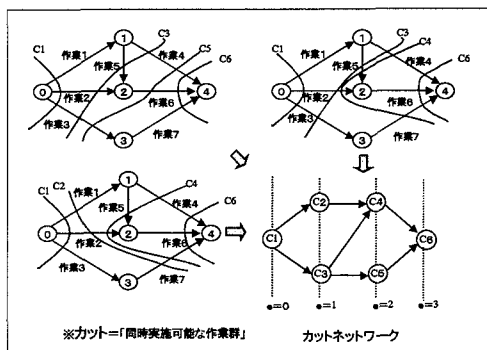


図-1 カットネットワーク手法

*キーワード: 施工計画・管理、スケジューリング、
メタヒューリスティクス

**正員、工博、徳島大学工学部建設工学科

(〒770-8506 徳島市南常三島町2-1、

TEL088-656-7578、FAX088-656-7579)

***学生員、徳島大学工学部建設工学科

路（以下、カットパス）は、順序制約に対しても資源制約に対しても常に実行可能な代替案として求めることができる。

本研究では、以上のような認識のもと、まずプロジェクトスケジューリング問題にアクティビティネットワークの結合点に着目した説明を与えることにより、PERT 系理論とカットネットワーク手法との理論展開上の共通点と相違点について考察を加えるとともに、計算量的な問題点についても考察する。続いて、この計算量上の問題に対しては、前述したメタヒューリスティクス適用による解決方を念頭におき、その適用を円滑に行い得る、コード化・デコード化の方法を提案する。最後にこれらの方法の具体的適用として GA の導入例を紹介し、計算結果に考察を加える。

2. PERT によるプロジェクトスケジューリング

PERT 計算では、DP を用いてアクティビティネットワークの各結合点時刻を順次求めながら最短期（クリティカルパスの長さ）を導いているが、これは別の見方をすれば、各結合点を時間的に序列化することを意味している（図-2）。すなわち、PERT によってプロジェクト

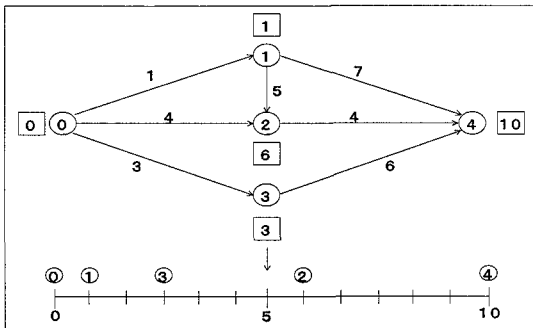


図-2 PERT による結合点の直列変換

スケジューリング問題を解くこととは、各結合点を時間軸上に直列的に配置することであるといえる。また、資源制約がある場合の山崩し法等では、この PERT 計算から求められるトータルフロートなどのスケジュール指標に基づいて必要な結合点の配置を時間的に遅らせる手続きを順次行っていく。

3. カットネットワーク手法による

プロジェクトスケジューリング

本節では、前述のカットネットワーク手法を春名・滑川³⁾とは違う表現方法を用いて考察する。ここでは、まずアクティビティネットワークの始点と終点を持って左

右に引っ張ることを考えてみる。ただし、各作業の矢印の方向が、必ず終点方向を向くようにアクティビティネットワークは左右方向にのび、上下方向には縮んでいくものとする。すなわち、図-3に示すように、各カットパスにおいて、カットが交差することがないようにアクティビティネットワークを伸ばすと、アクティビティネットワークは最終的に1本のパス（以下、ノードパス）となり、前節の PERT 計算と同様に各結合点が直列に変換されることがわかる。

このとき、ノードパスにおける各アークは、アクティ

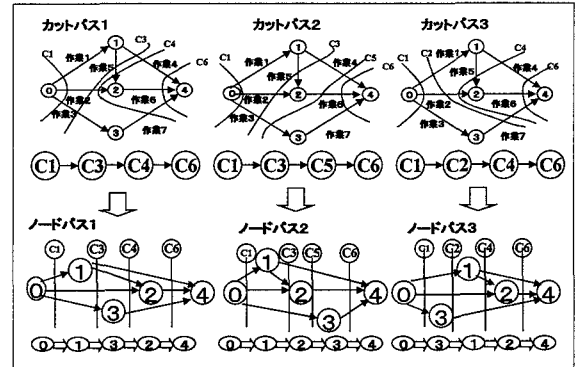


図-3 カットネットワーク手法による結合点の直列変換

ビティネットワークの伸縮のパターンに対応して合成された作業の束となっており、この「作業の束」がカットネットワーク手法における「カット」と等価なものとなっている。すなわち、ここで定義したノードパスはカットパスをアロー型に等価変換したものとなっている。

以上により、カットネットワーク手法も PERT 同様、アクティビティネットワークの各結合点を時間軸上に直列変換する方法であるといえる。

4. 結合点時刻の導出過程からの比較

これまでの議論より、PERT 理論もカットネットワーク手法もプロジェクトスケジューリング問題をアクティビティネットワークの結合点を時間軸上に直列に配置する問題、すなわち、結合点時刻を決定する問題であるという意味では共通する理論であることが明らかとなった。しかし、結合点時刻を導出する過程において両者には根本的な違いが存在しており、本節ではこの内容について議論する。

まず、PERT では、各結合点時刻をその結合点に向かって接続している作業の所要日数とその作業の起点となっている結合点時刻から求めている。なお、結合点の直列

的配置は、この結合点時刻の結果として与えられることとなる。しかし、このような方法による結合点時刻は、その結合点に接続はしていないものの、同時時間帯に実施されている可能性のある作業が考慮されておらず、初期に与えられるアクティビティネットワークが有する情報を不完全な形でしか活用せず求められている。このため、資源制約等が存在する場合には、まず、資源制約を考えずに PERT 計算を行い、この後で、制約を超えている山積み部分を崩していくようなプロセスが必要となる。

一方、カットネットワーク手法では、各結合点時刻を「カット」として表現された同時実施の可能性のあるすべての作業を考慮した遷移状態を対象としており、アクティビティネットワークの持つトポロジカルな情報が効果的に活用されているといえる。このため、このアプローチでは、資源制約下においても列生成法等により高精度の解が求められる（詳細については参考文献 3）を参照のこと）とともに、タイムスライシング型のシミュレーションモデルとのリンクも比較的容易に行えるという拡張可能性を有しているものと考えられる⁴⁾。しかし、PERT 理論では、各結合点の時間軸上での序列が作業の優先順位も含めたスケジュール計算の結果定まるのに対し、カットネットワーク手法では、この序列をあらかじめ設定しておかなければならず、そのすべてのパターンがカットネットワークとして求められている。そのため、実行可能な序列パターンの数が増大すれば、カットネットワークの大規模化により、その作成と経路探索のための計算量も膨大なものになると考えられる。

5. メタヒューリスティクスの適用を念頭においた問題のコード化・デコード化に関する考察

さて、これまで報告されているプロジェクトスケジューリング問題へのメタヒューリスティクスの適用方法としては、図-4 のように追加アークを付加することを考え、この最適な追加パターンを探索するアプローチが最も典型的である⁵⁾。つまり、このような方法により、山積み図を変化させながら望ましい解を求めようというものであり、一定レベルの成果があげられている。しかし、このような方法においてもアークを追加したあとのスケジュール計算には、PERT 計算を採用しているケースが多く、前述した PERT による結合点時刻の導出上の問題を基本的には同様にかかえているといえる。このため、資源制約下では、実行不可能解の生成確率が高くなるという冗長性の問題が存在することにより、高精度な解を求めるための計算コストに深刻な影響を及ぼすことが予想される。

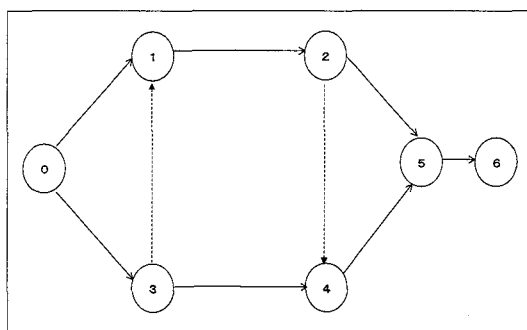


図-4 既存研究における追加アークの例

このため、本研究では、新たな試みとして春名・滑川³⁾のカットネットワーク手法とメタヒューリスティクスの組合せによるスケジューリングモデルの開発をめざすこととした。しかし、春名・滑川³⁾のカットネットワーク手法をそのままの形でメタヒューリスティクスの適用を図ることは困難であるため、ここでは、図-5 のようなアクティビティネットワークの接続行列を用いたプロジェクトスケジューリング問題の新たな表現方法を提案することとする。

さて、ここでの接続行列とは、アクティビティネットワークの作業を行に、結合点を列にとり、各要素に対応する結合点はその作業の始点であれば“+1”、終点であれば“-1”、それ以外であれば“0”と定義して作成する行列である。この接続行列は、その構成上、既に前述したノードパスを表しており、図-5 では、 $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$ というノードパスを表現していると考えることができる。このとき、実行可能なノードパスは各作業に対応する行ベクトルの“+1”要素を始点として、“-1”要素を終点としてひいた矢印の向きがすべて最終結合点の方向を向いているものである。これは、前述の図-3の説明を行列表現で示したものであり、接続行列の列ベクトル配置を変更することにより、すべてのノードパス

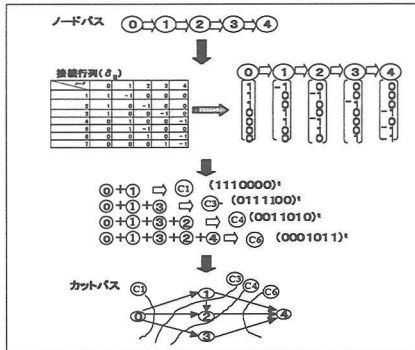
作業 ↓	結合点 →				
	0	1	2	3	4
(0, 1)	+1	-1	0	0	0
(0, 2)	+1	0	-1	0	0
(0, 3)	+1	0	0	-1	0
(1, 2)	0	+1	-1	0	0
(1, 4)	0	+1	0	0	-1
(2, 4)	0	0	+1	0	-1
(3, 4)	0	0	0	+1	-1

+1 → -1 の矢印は必ず始点→終点方向と同一でなければならない。

図-5 接続行列によるノードパスの表現方法

を表現することができる。

具体的には、開始結合点から最終結合点に向かって順々に接続行列の列ベクトルを加算していき、すべての段階における加算結果に“－1”要素が現れないような各結合点を配列生成すれば、これが実行可能なノードパスとして求められる。また、図－6に示すように、各段階の加算結果をそれぞれ調べ、“＋1”要素となっている作業群が各カットとなっており、これを加算段階順に配列していくとカットパスが求められる。



図－6 ノードパス・カットパスの変換方法

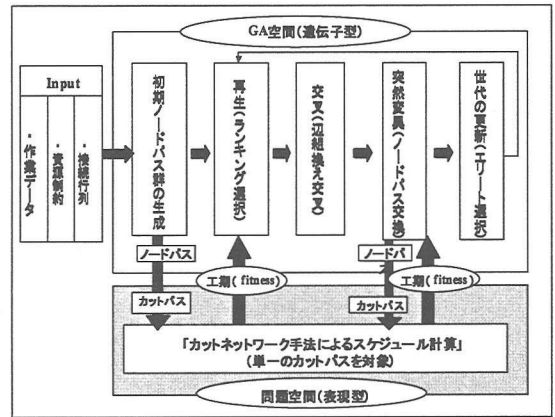
すなわち、カットネットワーク手法を理論ベースとしたプロジェクトスケジューリング問題は、上述のような接続行列における制約のもと、最適なノードパスとしての結合点順列を求めることと等価となる。

しかし、この結合点順列は、アクティビティネットワークの結合点の数が増大するにつれ、その総数も指数的に増大する。なお、この増大は前述したカットネットワークの大規模化の問題と対応するものである。

このため、この結合点順列の生成と探索にメタヒューリスティクスを用いることを検討することが効果的であると考えられる。すなわち、以上のように新たに設定したコード化の方法は、これまでにメタヒューリスティクスの適用に関する研究が数多く蓄積されている巡回セールスマン問題等と比較的近い問題構造となっているため、これらの成果⁶⁾をある程度容易に導入することが可能となる。また、任意のノードパスに対するスケジュール計算には、春名・滑川³⁾の方法を用いるが、上述のように接続行列によりノードパスはカットパスに変換可能であるため、容易にデコード化が可能であり、前述したカットネットワーク手法の有利性をそのまま継承することができる。

6. GAの導入例

ここでは、前節において提案したカットネットワーク手法をベースとした場合のプロジェクトスケジューリング問題へのメタヒューリスティクスの適用としてGAの導入例を示す。具体的には、図－7に示したような構成でカットネットワーク手法にGAの導入を図っている。



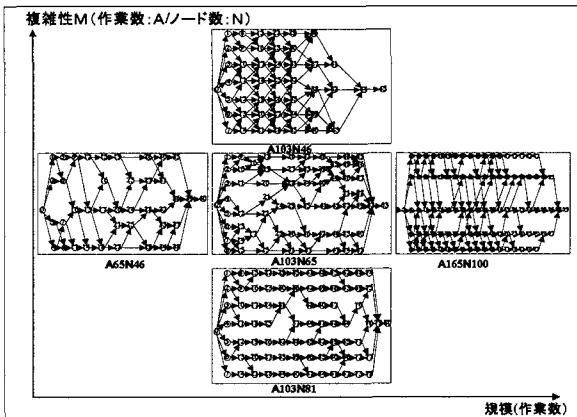
図－7 スケジューリングアルゴリズム

すなわち、GAの基本動作である「再生」には適合度の高い個体から順に再生する個体数をあらかじめ決めておくランキング選択⁷⁾を、「交叉」には巡回セールスマン問題を対象としたGAの適用で提案されている辺組換え交叉⁸⁾を採用するとともに、その世代までの最良の個体を保存しておき、交叉の結果、すべての個体の適合度がこの最良個体の適合度より劣っている場合に、最も適合度の悪い個体と交換するエリート選択⁹⁾も同時に組み入れている。なお、適合度の計算はGAの探索で生成されたノードパスをカットパスにデコード化することにより、カットネットワーク手法における列生成法とDP計算によって求められることとなる。

そして、このスケジューリングアルゴリズムより求められる解精度及び計算時間に関する検証を目的とした数値計算を行った。解精度については、従来の山崩し法の結果をベンチマークとして、これに対する改善率を確認することにした。なお、今回使用した山崩し法の優先順位規則は、次のようである。1) TFの小さい作業を優先する。2) 作業日数の小さい作業を優先する。また、今回の数値計算においては、適合度として工期を用いたが、これは、ベンチマークとしての山崩し法の優先順位規則に、上述のような必要以上の工期延期防止に配慮したルールを採用したため、アルゴリズムの解精度の検証という目的に対しては工期が最も妥当な指標と考えたためである。

以上のような数値計算を、図－8、表－1のような規模及び順序関係の複雑さの異なる5つの例題ネットワークに適用した。また、今回の例題ネットワークにおいては、資源の種類を1種類のみとしたが、これは、本アルゴリズム及び山崩し法が、本質的には任意の時間における各作業の実施を“する”か“しない”かを決定する手法であり、資源についてはその実施に対する制約としてのみ影響をもつため、資源種類の増加が解精度や計算時間に与える影響は小さいものと考えられるためである。

ここで、図－9には山崩し法の結果に対する改善率を、図－10には最良解に達するまでの計算時間を示す。これより、今回の適用計算の範囲内においては、山崩し法に対し平均で8%程度の改善が図られているとともに、計算時間についても概ね15分程度内に到達可能であることがわかった。なお、今回の適用計算結果においては、各例題ネットワークに対して5回の計算を行い、その平均値を用いている。

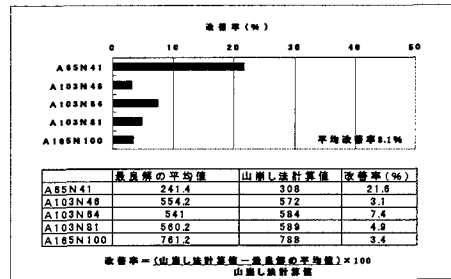


図－8 例題ネットワーク図

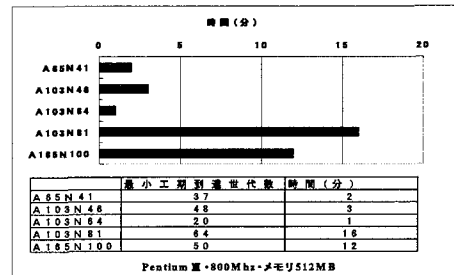
表－1 アクティビティデータの一例
(作業数103 ノード数64)

作業	日数(日)	資源量(人)	作業	日数(日)	資源量(人)	作業	日数(日)	資源量(人)	作業	日数(日)	資源量(人)
(0, 1)	2	5	(18, 18)	5	3	(34, 39)	13	10	(52, 59)	4	4
(0, 2)	3	6	(18, 19)	9	7	(34, 40)	10	10	(52, 59)	7	8
(0, 3)	5	4	(17, 22)	12	8	(35, 40)	9	5	(53, 60)	15	9
(0, 4)	8	3	(17, 23)	6	6	(35, 41)	8	6	(53, 61)	8	5
(0, 5)	6	6	(18, 28)	5	4	(38, 42)	6	7	(54, 61)	13	9
(0, 6)	11	7	(18, 27)	7	8	(37, 42)	4	2	(55, 62)	9	6
(0, 7)	7	5	(19, 28)	7	8	(37, 43)	4	2	(58, 62)	7	4
(0, 8)	9	2	(20, 28)	12	9	(38, 43)	6	4	(57, 62)	3	2
(1, 8)	3	4	(21, 28)	4	2	(38, 43)	9	8	(58, 62)	15	10
(2, 8)	6	6	(21, 24)	4	3	(38, 43)	9	7	(58, 62)	4	2
(2, 10)	7	3	(22, 24)	2	1	(38, 44)	3	1	(60, 62)	6	4
(3, 11)	4	5	(22, 25)	9	4	(40, 44)	2	1	(61, 62)	8	4
(4, 12)	4	7	(23, 25)	8	8	(41, 45)	15	8	(62, 63)	4	5
(5, 12)	3	8	(23, 27)	8	8	(42, 46)	14	10			
(6, 12)	4	5	(24, 28)	5	8	(43, 46)	8	5			
(7, 13)	8	3	(25, 30)	6	4	(43, 50)	10	7			
(7, 14)	9	8	(25, 31)	8	5	(44, 50)	7	5			
(8, 14)	7	4	(28, 32)	8	5	(44, 51)	6	4			
(8, 15)	8	1	(27, 32)	15	10	(45, 51)	4	1			
(8, 16)	13	7	(27, 33)	8	8	(45, 52)	6	8			
(8, 16)	14	5	(28, 33)	9	8	(46, 52)	9	7			
(10, 16)	4	2	(28, 34)	5	2	(46, 53)	13	8			
(10, 18)	9	2	(28, 35)	3	2	(46, 54)	5	3			
(11, 19)	10	3	(29, 35)	2	3	(47, 54)	11	8			
(11, 20)	8	8	(29, 36)	8	4	(48, 55)	2	1			
(12, 21)	5	4	(30, 36)	8	7	(48, 56)	18	11			
(12, 22)	5	3	(30, 37)	7	5	(48, 56)	1	1			
(13, 17)	14	8	(31, 37)	7	5	(50, 58)	16	11			
(14, 17)	8	5	(32, 38)	8	3	(50, 57)	5	4			
(15, 23)	5	3	(33, 39)	11	9	(51, 59)	9	9			

資源制約: 10人



図－9 山崩し法の結果に対する改善率



図－10 最良解に達するまでの計算時間

7. おわりに

本研究では、春名らが提案しているカットネットワーク手法に対し、計算量上の課題解決を目的としたメタヒューリスティクスの適用を容易とする、ノードパスの接続行列表現を用いた新たなコード化・デコード化の方法が存在することを示した。なお、この方法はカットネットワーク上の最適経路探索問題と等価であり、例えば GA の適用を考えた場合には、カットパス表現が問題空間の中での表現型、ノードパス表現が GA 空間における遺伝子型に対応させることができるものとなっている。そして、実際に GA の導入事例を示し、概ね実用的な計算時間で従来の山崩し法よりも設定した適合度に対して高精度なスケジュール案を求められることを示した。

今後残された課題としては次のようなことがあげられる。まず、提案したスケジューリングアルゴリズムの高度化をめざして、①免疫アルゴリズム等を導入することにより、より多くの代替案(個体)の効率的な検討を可能とする交叉方法の改良が必要である。②一世代個体数、突然変異確率、等々の各種パラメータの設定方針明確化のための数値実験が必要である。また③今回の数値計算ではベンチマークとして山崩し法を用いたがメタヒューリスティクスを適用した他モデルとの解精度、計算コストに関する比較分析が必要であ

る。一方、本アルゴリズムでは、今回設定した工期以外にも資源の平滑性などに関する他の評価指標の設定も可能であるが、実務レベルでの適用をめざした課題としては次のようである。④実際の現場に則した適合度、制約条件等の問題設定方法や代替案の総合評価方法確立のための現場管理者を対象とした調査研究が必要である。

<参考文献>

- 1) 例えば、田坂隆一郎：土木施工の工事計画・管理のシステム化に関する実証的研究，京都大学学位論文，1983.
- 2) (財)建設経済研究所：建設経済レポート-公共投資の経済効果・変革期を迎える建設産業を考える，大成出版社，2000.
- 3) 春名攻，滑川達：PERT/MANPOWER 問題の最適解法の開発研究—カットネットワークにおける最適資源配分問題への変換を用いた新しい解法—，土木計画学・論文集 No.15, pp.41-48, 1998.
- 4) 春名攻，滑川達ほか：施工シミュレーションモデルを導入した大規模整地工事の最適工程計画策定方法に関する研究，土木計画学・論文集 No.17, pp.119-128, 2000.
- 5) 例えば、奥谷巖ほか：マンスケジューリングにおけるタブー探索法の適用性，土木計画学・論文集 No.13, pp.323-330, 1996.
- 6) 例えば、D.L.Whitley et al. : Scheduling problem and traveling salesman: The genetic edge recombination operator, in Genetic Algorithms, Proceedings of the Third International Conference on Genetic Algorithms, Morgan Kaufmann Publishers, pp.133-140, 1989.
- 7) 例えば、坂和正敏，田中正博：遺伝的アルゴリズム，朝倉書店，2000.
- 8) L.D.Whitley, T.Starkweather and D'A Fuquay: Scheduling problems and traveling salesman: The genetic edge recombination operator, in Genetic Algorithms, Proceedings of the Third International Conference on Genetic Algorithms, Morgan Kaufmann Publishers, pp.133-140,1989.
- 9) L.Davis (ed.): Handbook of Genetic Algorithms, Van Nostrand Reinhold, 1991.

嘉数侑昇他（共訳）：遺伝的アルゴリズムハンドブック，森北出版，1994.

プロジェクトスケジューリング問題へのメタヒューリスティクス適用方法に関する基礎的考察*

滑川達**・吉田健***

本論文では、資源制約についての実行可能性に関わる冗長性を低減化することを目的としたプロジェクトスケジューリング問題への新たなメタヒューリスティクスの適用方法を考察した。そこでは、まず、スケジュール計算のベース理論として PERT とは異なる春名・滑川のカットネットワーク手法を採用するとともに、メタヒューリスティクスの導入を円滑に行い得る接続行列を用いたコード化・デコード化の方法を提案した。そして、実際の適用として GA の導入例を示し、概ね良好な結果を得た。

A Study on Theoretical Foundation for Project Scheduling Problem by Utilizing Metaheuristics Techniques*

By Susumu NAMERIKAWA**・Ken YOSHIDA***

In this paper, it is aimed to consider application of metaheuristics techniques for obtaining suboptimal solution of project scheduling problem effectively. In this study new type model coding and decoding of the problem are proposed in accordance with cut-network concept which have been established from the different viewpoint of existing PERT based on the analysis of topological characteristics of project network by HARUNA and NAMERIKAWA. And a new type genetic algorithm utilizing these coding and decoding is applied to example network of project scheduling problem.