【土木計画学研究・論文集　Vol.18 no.2　2001年9月】

社会的最適成長，環境・経済統合勘定，および生態系評価

Social Optimal Growth, Integrated Environmental and Economic Accounting, and Evaluation of Ecosystem

宮田　譲**・李　愛軍***
By Yuzuru MIYATA** and Aijun LI***

1．はじめに

国連によってその概念が提示された環境・経済統合勘定[1)]は，環境水準を含めた一国の真の経済的豊かさを表す統計概念として，世界中に着実に普及しつつある。現在その推計方法に力点が置かれているようではあるが，環境悪化の推計には概念的にも曖昧な部分が散見される。環境悪化の評価は，その悪化水準を元に戻す費用，もしくは悪化させない回避費用をもって，計測するとされている。しかし人工的にも自然的にも再生不可能な環境財については，これらの２種類による計測結果は異なるのは明らかである。

したがって，理論的側面から環境・経済統合勘定の推計方法や，その経済学的含意を明確にしておく必要がある。この方面の研究としてはMälar[2)]による研究が特筆される。彼の研究は経済を動学的に捉え，その社会的最適化問題から整合的に環境・経済統合勘定を導き出している。すなわち動学的最適化問題に現れる *Hamiltonian* を国民純福祉指標と見なし，環境・経済統合勘定をごく自然に導出するという考え方である。

本研究はMälarの定式化を踏まえながらも，２つの種からなる生態系を社会的最適成長モデルに導入し，社会的純福祉指標，環境・経済統合勘定，および生態系評価の新たな方法論を提案するものである。

2．本研究のモデル

本研究のモデルは図１にまとめられる。ここでは一つの閉じた経済を考え，そこには同質な多数の家計と企業の存在を仮定する。家計数は時間を通じて変化しないものとし，企業は１種類のみの財を生産する。家計と企業のほか，この経済には３種類の環境財が存在する。１つは環境フロー財であり，自然界より毎期一定の質・量が供給されるが，自然界には蓄積しないものとする。例えば大気や水が考えられる。さらに２種からなる生態系を考え，それらは捕食関係にあるとする。この生態系は保存型と呼ばれるが，その特性は第６節で詳説する。

捕食関係にある個体群は多数存在する。例えば草食動物と肉食動物，あるいは草食動物とその餌となる植生などがある。本研究ではこれらを中間財とする企業を想定する。さらに単純化のため，環境フロー財の水準は生態系には影響を与えないものとする。

家計は集計化された効用関数を共有し，財消費，余暇，環境から効用を得る。ただし環境フローについては家計自ら浄化活動を行い，効用を高めることが可能である。

企業活動は集計化された生産関数によって表現され，労働，資本，生態系資源を投入し，財を生産する。環境フロー財，生態系の水準は企業生産に正の技術的外部効果を与える。生産活動に伴い企業は廃棄物を排出するが，それは環境保全企業によって処理され，処理費用は企業が負担する。

環境保全企業は労働，資本を投入して産業廃棄物を処理するが，中間処理・最終処分段階で環境フロー水準を低下させる。２種からなる生態系は企業により中間財として消費される一方，生態系保全活動によって管理され，中間財，労働を投入して自然成長率をコントロールする。

本研究では以上の経済が一元的に管理されるものとして，家計効用現在価値総和を最大化するような経済成長を考察する。モデルの構造は以下のようである。

$$max \int_0^\infty u(c, l_F, \psi(n_0, x_n, l_n), \phi_1(n_1, n_2))e^{-\xi t}dt \tag{1}$$

subject to

$$\begin{aligned} x &= f(l_x, k_x, z_1, z_2, n_0, n_1, n_2) \\ &\equiv \phi_2(n_0)\phi_3(n_1, n_2)h(l_x, k_x, z_1, z_2) \end{aligned} \tag{2}$$

$$s = \alpha x \tag{3}$$

$$z_0 = g(s, l_z, k_z) \tag{4}$$

$$n_0 = \bar{n}_0 - z_0 \tag{5}$$

$$\dot{n}_1 = [\bar{\varepsilon}_1 + \varepsilon_1(x_1, l_1) - \theta_1 n_2]n_1 - z_1 \tag{6}$$

$$\dot{n}_2 = [-\bar{\varepsilon}_2 + \varepsilon_2(x_2, l_2) + \theta_2 n_1]n_2 - z_2 \tag{7}$$

---

*キーワード：持続的成長管理論，環境計画，地球環境問題，システム分析

**　正会員　学博　豊橋技術科学大学人文・社会工学系
***　学生員　工修　豊橋技術科学大学大学院工学研究科環境・生命工学専攻博士後期課程
（〒441-8580 豊橋市天伯町雲雀ケ丘1-1, Tel. 0532-44-6955, Fax. 0532-44-6947, e-mail: miyata@hse.tut.ac.jp）

$$x = x_1 + x_2 + x_n + c + I_x + I_z \tag{8}$$

$$\bar{l} = l_x + l_1 + l_2 + l_z + l_n + l_F \tag{9}$$

$$\dot{k}_x = I_x - \delta_x k_x \tag{10}$$

$$\dot{k}_z = I_z - \delta_z k_z \tag{11}$$

ここで，u：効用関数，c：家計消費，l_F：家計の余暇需要，ψ：家計環境保全関数，n_0：環境フロー財，x_n：家計の環境保全中間投入，l_n：家計の環境保全労働投入，ϕ_1：生態系による家計への外部性，n_1：種１の個体数，n_2：種２の個体数，ξ：主観的割引率，x：生産物，f：生産関数，ϕ_2：環境フロー財による生産への外部性，ϕ_3：生態系による生産への外部性，h：生産関数，l_x：生産への労働投入，k_x：生産への資本投入，z_1：企業による種１の使用量，z_2：企業による種２の使用量，s：生産に伴う廃棄物，α：廃棄物発生係数，n_0：環境悪化後の毎期の環境フロー財水準，$\bar{n}_0$：自然界から供給される毎期の環境フロー財（定数），z_0：廃棄物処理に伴う環境フロー財$\bar{n}_0$の減少量，g：環境保全企業の生産関数，l_z：環境保全企業の労働投入，k_z：環境保全企業の資本投入，$\bar{\varepsilon}_1$：種１の自然増加率，ε_1：種１の育成関数，x_1：種１を育成するための中間投入，l_1：種１を育成するための労働投入，θ_1：種１の種間競争係数，$\bar{\varepsilon}_2$：種２の自然減少率，ε_2：種２の育成関数，θ_2：種２の種間競争係数，$\bar{l}$：家計の労働時間保有量（定数），I_x：企業投資，I_z：環境保全企業投資，δ_x：企業資本ストックの減耗率，δ_z：環境保全企業資本ストックの減耗率

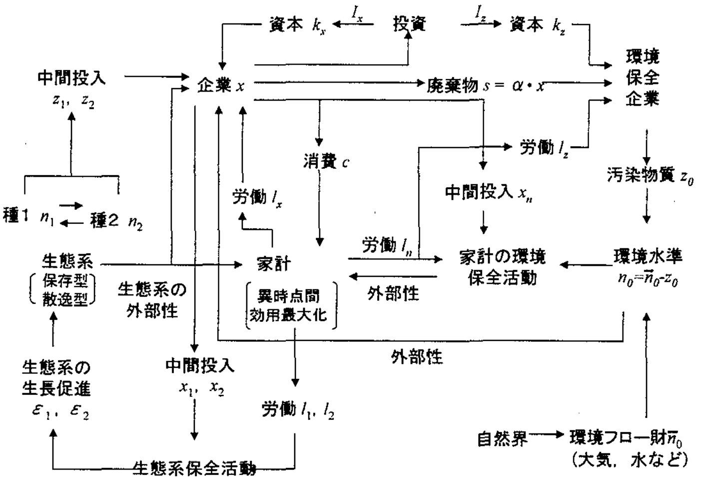

図１　モデルの構造

本研究ではモデルの操作性を重視するため，関数に以下の性質を仮定する。

$u \in C^2(\boldsymbol{R}_+^4)$，一次同次，$\partial u/\partial c$，$\partial u/\partial l_F$，$\partial u/\partial \psi$，$\partial u/\partial \phi_1 > 0$，$\partial^2 u/\partial c^2$，$\partial^2 u/\partial l_F{}^2$，$\partial^2 u/\partial \psi^2$，$\partial^2 u/\partial_1{}^2 < 0$。

$\psi \in C^2(\boldsymbol{R}_+^3)$，一次同次，$\partial \psi/\partial n_0$，$\partial \psi/\partial x_n$，$\partial \psi/\partial l_n > 0$，$\partial^2 \psi/\partial n_0{}^2$，$\partial^2 \psi/\partial x_n{}^2$，$\partial^2 \psi/\partial l_n{}^2 < 0$。

$\phi_1 \in C^2(\boldsymbol{R}_+^2)$，一次同次，$\partial \phi_1/\partial n_1$，$\partial \phi_1/\partial n_2 > 0$，$\partial^2 \phi_1/\partial n_1{}^2$，$\partial^2 \phi_1/\partial n_2{}^2 < 0$。

$\phi_2 \in C^2(\boldsymbol{R}_+)$，$d\phi_2/dn_0 > 0$。

$\phi_3 \in C^2(\boldsymbol{R}_+^2)$，$\partial \phi_3/\partial n_1$，$\partial \phi_3/\partial n_2 > 0$。

$h \in C^2(\boldsymbol{R}_+^4)$，一次同次，$\partial h/\partial l_x$，$\partial h/\partial k_x$，$\partial h/\partial z_1$，$\partial h/\partial z_2 > 0$，$\partial^2 h/\partial l_x{}^2$，$\partial^2 h/\partial k_x{}^2$，$\partial^2 h/\partial z_1{}^2$，$\partial^2 h/\partial z_2{}^2 < 0$。

$g \in C^2(\boldsymbol{R}_+^3)$，一次同次，$\partial g/\partial s > 0$，$\partial g/\partial l_z$，$\partial g/\partial k_z < 0$，$\partial^2 g/\partial s^2 < 0$，$\partial^2 g/\partial l_z{}^2$，$\partial^2 g/\partial k_z{}^2 > 0$。

$\varepsilon_i \in C^2(\boldsymbol{R}_+^2)$，一次同次，$\partial \varepsilon_i/\partial x_i$，$\partial \varepsilon_i/\partial l_i > 0$，$\partial^2 \varepsilon_i/\partial x_i{}^2 < 0$，$\partial^2 \varepsilon_i/\partial l_i{}^2 < 0$ ($i = 1, 2$)。

３．最適化の必要条件

上記の(1)～(11)を解くために，*current value Hamiltonian* を導入するが，本研究では後に導入される生態系 *Hamiltonian* と区別するため経済 *Hamiltonian* と呼ぶ。

$$\begin{aligned}
H_A \equiv\ & u(c, l_F, \psi(n_0, x_n, l_n), \phi_1(n_1, n_2)) \\
& + p(f(l_x, k_x, z_1, z_2, n_0, n_1, n_2) - x_1 - x_2 - x_n - c - I_x - I_z) \\
& + q(s - \alpha x) + v(\bar{n}_0 - z_0 - n_0) + \zeta(g(s, l_z, k_z) - z_0) \\
& + w(\bar{l} - l_x - l_1 - l_2 - l_z - l_n - l_F) \\
& + \mu_x(I_x - \delta_x k_x) + \mu_z(I_z - \delta_z k_z) \\
& + \lambda_1\{[\bar{\varepsilon}_1 + \varepsilon_1(x_1, l_1) - n_2]n_1 - z_1\} \\
& + \lambda_2\{[-\bar{\varepsilon}_2 + \varepsilon_2(x_1, l_1) + n_1]n_2 - z_2\}
\end{aligned} \tag{12}$$

これより最適化問題(1)～(10)の必要条件は以下となる。

$$\frac{\partial H_A}{\partial c} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial u}{\partial c} - p = 0 \tag{13}$$

$$\frac{\partial H_A}{\partial x_n} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial u}{\partial n}\frac{\partial \psi}{\partial x_n} - p = 0 \tag{14}$$

$$\frac{\partial H_A}{\partial x_1} = 0 \Rightarrow \quad -p + \lambda_1 \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial x_1} n_1 = 0 \tag{15}$$

$$\frac{\partial H_A}{\partial x_2} = 0 \quad \Rightarrow \quad -p + \lambda_2 \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial x_2} n_2 = 0 \tag{16}$$

$$\frac{\partial H_A}{\partial I_x} = 0 \quad \Rightarrow \quad -p + \mu_x = 0 \tag{17}$$

$$\frac{\partial H_A}{\partial I_z} = 0 \quad \Rightarrow \quad -p + \mu_z = 0 \tag{18}$$

$$\frac{\partial H_A}{\partial l_F} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial u}{\partial l_F} - w = 0 \tag{19}$$

$$\frac{\partial H_A}{\partial l_n}=0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial u}{\partial n}\frac{\partial \psi}{\partial l_n}-w=0 \tag{20}$$

$$\frac{\partial H_A}{\partial l_x}=0 \quad \Rightarrow \quad p\frac{\partial f}{\partial l_x}-w=0 \tag{21}$$

$$\frac{\partial H_A}{\partial l_1}=0 \quad \Rightarrow \quad -w+\lambda_1\frac{\partial \varepsilon_1}{\partial l_1}n_1=0 \tag{22}$$

$$\frac{\partial H_A}{\partial l_2}=0 \quad \Rightarrow \quad -w+\lambda_2\frac{\partial \varepsilon_2}{\partial l_2}n_2=0 \tag{23}$$

$$\frac{\partial H_A}{\partial l_z}=0 \quad \Rightarrow \quad \zeta\frac{\partial g}{\partial l_z}-w=0 \tag{24}$$

$$\frac{\partial H_A}{\partial s}=0 \quad \Rightarrow \quad q+\zeta\frac{\partial g}{\partial s}=0 \tag{25}$$

$$\frac{\partial H}{\partial z_0}=0 \Rightarrow \quad -\nu-\zeta=0 \tag{26}$$

$$\frac{\partial H}{\partial z_1}=0 \quad \Rightarrow \quad p\frac{\partial f}{\partial z_1}-\lambda_1=0 \tag{27}$$

$$\frac{\partial H}{\partial z_2}=0 \quad \Rightarrow \quad p\frac{\partial f}{\partial z_2}-\lambda_2=0 \tag{28}$$

$$\frac{\partial H}{\partial n_0}=0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial u}{\partial \psi}\frac{\partial \psi}{\partial n_0}+p\frac{\partial f}{\partial n_0}-\nu=0 \tag{29}$$

$$\dot{\mu}_x=-\frac{\partial H}{\partial k_x}+\xi\mu_x \Rightarrow \dot{\mu}_x=-p\frac{\partial f}{\partial k_x}+\delta_x\mu_x+\xi\mu_x \tag{30}$$

$$\dot{\mu}_z=-\frac{\partial H}{\partial k_z}+\xi\mu_z \Rightarrow \dot{\mu}_z=-\zeta\frac{\partial g}{\partial k_z}+\delta_z\mu_z+\xi\mu_z \tag{31}$$

$$\dot{\lambda}_1=-\frac{\partial H}{\partial n_1}+\xi\lambda_1 \quad \Rightarrow$$

$$\dot{\lambda}_1=-\frac{\partial u}{\partial \phi_1}\frac{\partial \phi_1}{\partial n_1}-p\frac{\partial f}{\partial n_1}-(\bar{\varepsilon}_1+\varepsilon_1-n_2)\lambda_1-n_2\lambda_2+\xi\lambda_1 \tag{32}$$

$$\dot{\lambda}_2=-\frac{\partial H}{\partial n_2}+\xi\lambda_2 \quad \Rightarrow$$

$$\dot{\lambda}_2=-\frac{\partial u}{\partial \phi_1}\frac{\partial \phi_1}{\partial n_2}-p\frac{\partial f}{\partial n_2}+n_1\lambda_1-(-\bar{\varepsilon}_2+\varepsilon_2+n_1)\lambda_2+\xi\lambda_2 \tag{33}$$

$$\lim_{t\to\infty}\mu_x k_x e^{-\xi t}=\lim_{t\to\infty}\mu_z k_z e^{-\xi t}=\lim_{t\to\infty}\lambda_1 n_1 e^{-\xi t}=\lim_{t\to\infty}\lambda_2 n_2 e^{-\xi t}=0 \tag{34}$$

これらの条件は以下のように計算される。

$$p=\frac{\partial u}{\partial c}=\lambda_1\frac{\partial \varepsilon_1}{\partial x_1}n_1=\lambda_2\frac{\partial \varepsilon_2}{\partial x_2}n_2=\frac{\partial u}{\partial \psi}\frac{\partial \psi}{\partial x_n}=\mu_x=\mu_z \tag{35}$$

$$w=p\frac{\partial f}{\partial l_x}=\lambda_1\frac{\partial \varepsilon_1}{\partial l_1}n_1=\lambda_2\frac{\partial \varepsilon_2}{\partial l_2}n_2=\zeta\frac{\partial g}{\partial l_z}=\frac{\partial u}{\partial n}\frac{\partial \psi}{\partial l_n}=\frac{\partial u}{\partial l_F} \tag{36}$$

$$q=-\zeta\frac{\partial g}{\partial s} \tag{37}$$

$$\nu=-\zeta \tag{38}$$

$$\lambda_1=p\frac{\partial f}{\partial z_1} \tag{39}$$

$$\lambda_2=p\frac{\partial f}{\partial z_2} \tag{40}$$

$$\nu=\frac{\partial u}{\partial \psi}\frac{\partial \psi}{\partial n_0}+\frac{\partial f}{\partial n_0} \tag{41}$$

$$\mu_x=\int_t^\infty p\frac{\partial f}{\partial k_x}e^{-(\xi+\delta_x)(\tau-t)}d\tau \tag{42}$$

$$\mu_z=\int_t^\infty -\zeta\frac{\partial g}{\partial k_z}e^{-(\xi+\delta_z)(\tau-t)}d\tau \tag{43}$$

ここで式(42), 式(43)はμ_x, μ_zがそれぞれ企業および環境保全企業における資本の限界価値であることを示している。λ_1とλ_2については, 式(32)と式(33)を以下のように書き直す。

$$\begin{bmatrix}\dot{\lambda}_1\\ \dot{\lambda}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\xi-\bar{\varepsilon}_1-\varepsilon_1+n_2 & -n_2\\ n_1 & \xi+\bar{\varepsilon}_2-\varepsilon_2-n_1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\lambda_1\\ \lambda_2\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}\frac{\partial u}{\partial \phi_1}\frac{\partial \phi_1}{\partial n_1}+p\frac{\partial f}{\partial n_1}\\ \frac{\partial u}{\partial \phi_1}\frac{\partial \phi_1}{\partial n_2}+p\frac{\partial f}{\partial n_2}\end{bmatrix} \tag{44}$$

式(44)は行列形式で以下のように表現される。

$$d\boldsymbol{\lambda}/dt=\boldsymbol{A}(t)\boldsymbol{\lambda}-\boldsymbol{h}(t) \tag{45}$$

さて式(45)は変数係数常微分方程式であるため, これを解くために基本解の概念を導入する。

定義1.「微分方程式(45)で$\boldsymbol{h}(t)=\boldsymbol{0}$とおく。ある時点$T$において$(\Phi_{11}(T,T),\Phi_{21}(T,T))^t=(1,0)^t$, $(\Phi_{12}(T,T),\Phi_{22}(T,T))^t=(0,1)^t$を満たす2組の一次独立な解を, 2次正方行列に並べたものを方程式(45)の基本解と呼び$\boldsymbol{\Phi}(t,T)$で表す[3]。」

式(45)において$t=T$でのλ_iの境界条件を$\boldsymbol{\eta}\equiv(\eta_1,\eta_2)^t$とすれば, 基本解を用いて式(45)の一般解は式(46)として表される。

$$
\begin{bmatrix}\lambda_1\\ \lambda_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\Phi_{11}(t,T) & \Phi_{12}(t,T)\\ \Phi_{21}(t,T) & \Phi_{22}(t,T)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\eta_1\\ \eta_2\end{bmatrix}
+\int_t^T\begin{bmatrix}\Phi_{11}(t,s) & \Phi_{12}(t,s)\\ \Phi_{21}(t,s) & \Phi_{22}(t,s)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dfrac{\partial u}{\partial \phi_1}\dfrac{\partial \phi_1}{\partial n_1}+p\dfrac{\partial f}{\partial n_1}\\ \dfrac{\partial u}{\partial \phi_1}\dfrac{\partial \phi_1}{\partial n_2}+p\dfrac{\partial f}{\partial n_2}\end{bmatrix}ds \tag{46}
$$

式(46)では式(44)が変数係数連立微分方程式であるため，式(42)，式(43)のように明確な形で随伴変数の解が示されてはいない。しかし式(44)の右辺には，各個体数の限界的な効用および財生産への影響が含まれており，式(46)ではそれが積分された形で λ_i が表現されている。

これより λ_i は生態系の相互作用を考慮した，種 i の限界的な価値を表していると解釈される。なお本研究ではモデルにおいて大域的な内点解が存在すると仮定する。

4．国民純福祉指標

モデルの関数には一次同次性が仮定されているため，*Euler* の恒等式および最適化1階の条件を用いて，最適軌道上の経済 *Hamiltonian* は以下のように表現される。

$$
\begin{aligned}
H_A^* &= pc+\frac{\partial u}{\partial \psi}\frac{\partial \psi}{\partial n_0}n_0+px_n+wl_n+\frac{\partial u}{\partial \phi_1}\frac{\partial \phi_1}{\partial n_1}n_1\\
&+\frac{\partial u}{\partial \phi_1}\frac{\partial \phi_1}{\partial n_2}n_2+wl_F+\mu_x\dot{k}_x+\mu_z\dot{k}_z+\lambda_1\dot{n}_1+\lambda_2\dot{n}_2\\
&=p(x_1+x_2+x_n+c+\dot{k}_x+\dot{k}_z)\\
&-p(x_1+x_2)+w(l_F+l_n)\\
&+\frac{\partial u}{\partial \psi}\frac{\partial \psi}{\partial n_0}n_0+\frac{\partial u}{\partial \phi_1}\frac{\partial \phi_1}{\partial n_1}n_1+\frac{\partial u}{\partial \phi_1}\frac{\partial \phi_1}{\partial n_2}n_2+\lambda_1\dot{n}_1+\lambda_2\dot{n}_2
\end{aligned} \tag{47}
$$

式(47)の意味を簡単に考察しよう。まず第2等式の右辺第1項は通常の国民純生産を表す。第2項は国民純生産のうち，生態系保全に用いられる財が控除されることを示しているが，この理由は最後に述べる。

第3項は家計労働供給のうち，余暇と家計自身の環境保全は評価されるべきことを示している。第4項から第6項は環境フロー財と生態系が，家計効用に与える影響を表す。

最後に第7項と第8項は生態系純成長の価値を表す。第2項が控除されるのは，生態系保全に用いられる財の価値が，第7項と第8項に含まれているためで，第2項を控除しなければ二重計算となる。以上をまとめて命題1を得る。

命題1．「最適軌道上の経済 *Hamiltonian* は，環境の影響を考慮した国民純生産（エコ純生産）を定義する。」

さらに最適軌道上の経済 *Hamiltonian* の時間微分を計算してみよう。

$$
\begin{aligned}
\frac{dH_A^*}{dt} &= \frac{\partial H_A^*}{\partial k_x}\frac{dk_x}{dt}+\frac{\partial H_A^*}{\partial k_z}\frac{dk_z}{dt}+\frac{\partial H_A^*}{\partial n_1}\frac{dn_1}{dt}+\frac{\partial H_A^*}{\partial n_2}\frac{dn_2}{dt}\\
&+\frac{\partial H_A^*}{\partial \mu_x}\frac{d\mu_x}{dt}+\frac{\partial H_A^*}{\partial \mu_z}\frac{d\mu_z}{dt}+\frac{\partial H_A^*}{\partial \lambda_1}\frac{d\lambda_1}{dt}+\frac{\partial H_A^*}{\partial \lambda_2}\frac{d\lambda_2}{dt}\\
&=(\xi\mu_x-\frac{d\mu_x}{dt})\frac{dk_x}{dt}+(\xi\mu_z-\frac{d\mu_z}{dt})\frac{dk_z}{dt}+(\xi\lambda_1-\frac{d\lambda_1}{dt})\frac{dn_1}{dt}\\
&+(\xi\lambda_2-\frac{d\lambda_2}{dt})\frac{dn_2}{dt}+\frac{dk_x}{dt}\frac{d\mu_x}{dt}+\frac{dk_z}{dt}\frac{d\mu_z}{dt}+\frac{dn_1}{dt}\frac{d\lambda_1}{dt}+\frac{dn_2}{dt}\frac{d\lambda_2}{dt}\\
&=\xi(\mu_x\frac{dk_x}{dt}+\mu_z\frac{dk_z}{dt}+\lambda_1\frac{dn_1}{dt}+\lambda_2\frac{dn_2}{dt})=\xi(H_A^*-u^*)
\end{aligned} \tag{48}
$$

この微分方程式を解き，以下の表現を得る。

$$
\int_t^\infty H_A^*(t)\,e^{-\xi(\tau-t)}d\tau=\int_t^\infty u^*(\tau)\,e^{-\xi(\tau-t)}d\tau \tag{49}
$$

この関係式より命題2が導かれる。

命題2．「経済 *Hamiltonian* は家計の現在価値効用総和に等しい静的等価を与える。」

ここで命題1，命題2の政策的な意義を付け加えておこう。従来の比較静学分析による費用便益分析では，便益評価は効用変化を所得換算した等価的偏差，あるいは補償的偏差が用いられてきた。

一方，命題1，命題2は動学経済における一つの便益評価方法を提示するものである。すなわち，動学経済における総便益は，毎期の便益の現在価値総和で定義されるが，式(49)はそれと等価な毎期一定の所得を経済 *Hamiltonian* が与えていることを示している。

これより，あるプロジェクトの有無について，それぞれの状態がほぼ最適成長に近い場合には，経済 *Hamiltonian* の差が総便益の静的等価を表すものとなる。

5．環境・経済統合勘定

最適解が内点解であることを仮定すれば，モデルの制約条件(2)〜(11)では全て等号が成立する。これに shadow price を乗じて価値ベースの等式として，制約条件式を全て合計する。各制約条件式がゼロであるため，その合計値もゼロとなる。さらに互いに相殺されるいくつかの価値ベースの項を加え，経済主体ごとに整理して式(50)〜式(54)の会計等式を得る。本研究のモデルは社会的最適化問題であるため，分権的な予算制約という概念は存在しないが，以下の会計等式はあたかも各経済主体の所得支出勘定を表すものとなる。

家計勘定

$$
\begin{aligned}
&w\bar{l}+r_xk_x+r_zk_z+\frac{\partial u}{\partial \psi}\frac{\partial \psi}{\partial n_0}n_0+\frac{\partial u}{\partial \phi_1}\frac{\partial \phi_1}{\partial n_1}n_1\\
&+\frac{\partial u}{\partial \phi_1}\frac{\partial \phi_1}{\partial n_2}n_2+p\frac{\partial f}{\partial n_0}n_0+p\frac{\partial f}{\partial n_1}n_1+p\frac{\partial f}{\partial n_2}n_2\\
&+v\cdot z_0-wl_F-wl_n-pc-px_n-\mu_x\dot{k}_x-\mu_z\dot{k}_z
\end{aligned}
$$

$$-\lambda_1\dot{n}_1-\lambda_1(-\bar{\varepsilon}_1+\theta_1 n_2)n_1-\lambda_2\dot{n}_2-\lambda_2(\bar{\varepsilon}_2-\theta_2 n_1)n_2$$
$$-\frac{\partial u}{\partial\psi}\frac{\partial\psi}{\partial n_0}n_0-\frac{\partial u}{\partial\phi_1}\frac{\partial\phi_1}{\partial n_1}n_1-\frac{\partial u}{\partial\phi_1}\frac{\partial\phi_1}{\partial n_2}n_2=0 \tag{50}$$

企業勘定

$$+px-wl_x-r_x k_x-q\alpha x-p\delta k_x-\lambda_1 z_1$$
$$-\lambda_2 z_2-p\frac{\partial f}{\partial n_0}n_0-p\frac{\partial f}{\partial n_1}n_1-p\frac{\partial f}{\partial n_2}n_2=0 \tag{51}$$

環境保全勘定

$$+q\cdot s-wl_z-r_z k_z-p\delta k_z-\nu\cdot z_0=0 \tag{52}$$

投資・貯蓄バランス

$$+p\dot{k}_x+p\delta k_x+p\dot{k}_z+p\delta k_z+\lambda_1\dot{n}_1+\lambda_1(-\bar{\varepsilon}_1+\theta_1 n_2)n_1$$
$$+\lambda_2\dot{n}_2+\lambda_2(\bar{\varepsilon}_2-\theta_2 n_1)n_2-pI_x-pI_z \tag{53}$$
$$-\lambda_1\dot{n}-\lambda_1(-\bar{\varepsilon}_1+\theta_1 n_2)n_1-\lambda_2\dot{n}_2-\lambda_2(\bar{\varepsilon}_2-\theta_2 n_1)n_2=0$$

環境勘定

$$+\frac{\partial u}{\partial\psi}\frac{\partial\psi}{\partial n_0}n_0+\frac{\partial u}{\partial\phi_1}\frac{\partial\phi_1}{\partial n_1}n_1+\frac{\partial u}{\partial\phi_1}\frac{\partial\phi_1}{\partial n_2}n_2 p\frac{\partial f}{\partial n_0}n_0$$
$$+p\frac{\partial f}{\partial n_1}n_1+p\frac{\partial f}{\partial n_2}n_2+\nu\cdot z_0+\lambda_1\dot{n}_1$$
$$+\lambda_1(-\bar{\varepsilon}_1+\theta_1 n_2)n_1+\lambda_1 z_1$$
$$+\lambda_2\dot{n}_2+\lambda_2(\bar{\varepsilon}_2-\theta_2 n_1)n_2+\lambda_2 z_2$$
$$-\frac{\partial u}{\partial\psi}\frac{\partial\psi}{\partial n_0}n_0-\frac{\partial u}{\partial\phi_1}\frac{\partial\phi_1}{\partial n_1}n_1-\frac{\partial u}{\partial\phi_1}\frac{\partial\phi_1}{\partial n_2}n_2-p\frac{\partial f}{\partial n_0}n_0$$
$$-p\frac{\partial f}{\partial n_1}n_1-p\frac{\partial f}{\partial n_2}n_2-\nu\cdot z_0$$
$$-wl_1-wl_2-px_1-px_2$$
$$=0 \tag{54}$$

これらをさらに経済主体間の取引として整理すれば，表1の環境・経済統合勘定が得られる。なお表1では以下の記号を用いている。

家計貯蓄

$$S_H\equiv p\dot{k}_x+p\dot{k}_z+\lambda_1\dot{n}_1+\lambda_1(-\bar{\varepsilon}_1+\theta_1 n_2)n_1$$
$$+\lambda_2\dot{n}_2+\lambda_2(\bar{\varepsilon}_2-\theta_2 n_1)n_2 \tag{55}$$

環境所得

$$Y_E\equiv\frac{\partial u}{\partial\psi}\frac{\partial\psi}{\partial n_0}n_0+\frac{\partial u}{\partial\phi_1}\frac{\partial\phi_1}{\partial n_1}n_1+\frac{\partial u}{\partial\phi_1}\frac{\partial\phi_1}{\partial n_2}n_2$$
$$+\lambda_1 z_1+\lambda_2 z_2+\nu\cdot z_0 \tag{56}$$
$$+p\frac{\partial f}{\partial n_0}n_0+p\frac{\partial f}{\partial n_1}n_1+p\frac{\partial f}{\partial n_2}n_2$$

企業の環境調整資本収益率

$$r_x\equiv(px-wl_x-q\alpha x-p\delta_x k_x-\lambda_1 z_1-\lambda_2 z_2$$
$$-p\frac{\partial f}{\partial n_0}n_0-p\frac{\partial f}{\partial n_1}n_1-p\frac{\partial f}{\partial n_2}n_2)/k_x \tag{57}$$

環境保全企業の環境調整資本収益率

$$r_z\equiv(q\cdot s-wl_z-p\delta_z k_z-\nu\cdot z_0)/k_z \tag{58}$$

この環境・経済統合勘定で家計部門の列和を見ると，エコ純生産に生態系の自然成長価値 $\lambda_1(-\bar{\varepsilon}_1+\theta_1 n_2)n_1$

表1　保存型生態系のもとでの環境・経済統合勘定

	H	*L*	*K*	*Pr.*	*E.P.*	*S/I*	*Env.*	*Total*
H		$w\bar{l}$	$r_x k_x+r_z k_z$				Y_E	$w\bar{l}+r_x k_x+r_z k_z+Y_E$
L	$w(l_F+l_n)$			wl_x	wl_z		$w(l_1+l_2)$	$w(l_1+l_2+l_x+l_z+l_n+l_F$
K				$r_x k_x$	$r_z k_z$			$r_x k_x+r_z k_z$
Pr.	$p(c+x_n)$					$p(I_x+I_z)$	$p(x_1+x_2)$	$p(x_1+x_2+c+x_n+I_x+I_z$
E.P.				$q\cdot s$				$q\cdot s$
S/I	S_H			$p\delta_x k_x$	$p\delta_z k_z$			$S_H+p\delta_x k_x+p\delta_z k_z$
Env.	$\frac{\partial u}{\partial\psi}\frac{\partial\psi}{\partial n_0}n_0$ $+\frac{\partial u}{\partial\phi_1}\frac{\partial\phi_1}{\partial n_1}n_1$ $+\frac{\partial u}{\partial\phi_1}\frac{\partial\phi_1}{\partial n_2}n_2$			$p\frac{\partial f}{\partial z_1}z_1+p\frac{\partial f}{\partial z_2}z_2$ $+p\frac{\partial f}{\partial n_0}n_0$ $+p\frac{\partial f}{\partial n_1}n_1+p\frac{\partial f}{\partial n_2}n_2$	$\nu\cdot z_0$	$\lambda_1\dot{n}_1$ $+\lambda_1(-\bar{\varepsilon}_1+\theta_1 n_2)n_1$ $+\lambda_2\dot{n}_2$ $+\lambda_2(\bar{\varepsilon}_2-\theta_2 n_1)n_2$		$Y_E+\lambda_1\dot{n}_1+\lambda_1(-\bar{\varepsilon}_1+\theta_1 n_2)n_1$ $+\lambda_2\dot{n}_2+\lambda_2(\bar{\varepsilon}_2-\theta_2 n_1)n_2$
Total	$w(l_F+l_n)+p(c+x_n)$ $+S_H+\frac{\partial u}{\partial\psi}\frac{\partial\psi}{\partial n_0}n_0$ $+\frac{\partial u}{\partial\phi_1}\frac{\partial\phi_1}{\partial n_1}n_1$ $+\frac{\partial u}{\partial\phi_1}\frac{\partial\phi_1}{\partial n_2}n_2$	$w\bar{l}$	$r_x k_x+r_z k_z$	$wl_x+r_x k_x+q\cdot s$ $+p\delta_x k_x+p\frac{\partial f}{\partial z_1}z_1$ $+p\frac{\partial f}{\partial z_2}z_2+p\frac{\partial f}{\partial n_0}n_0$ $+p\frac{\partial f}{\partial n_1}n_1+p\frac{\partial f}{\partial n_2}n_2$	wl_z $+r_z k_z$ $+p\delta_z k_z$ $+\nu\cdot z_0$	$p(I_x+I_z)$ $+\lambda_1\dot{n}_1$ $+\lambda_1(-\bar{\varepsilon}_1+\theta_1 n_2)n_1$ $+\lambda_2\dot{n}_2$ $+\lambda_2(\bar{\varepsilon}_2-\theta_2 n_1)n_2$	$Y_E+w(l_1+l_2)$ $+p(x_1+x_2)$	

注：*H*：家計部門，*L*：労働，*K*：資本，*Pr.*：生産部門，*E.P.*：環境保全活動，*S/I*：資本勘定，*Env.*：環境部門

$+\lambda_2(\bar{\varepsilon}_2-\theta_2 n_1)n_2$ を加えたものであることが分かる。これより命題3を得る。

命題3．「表1の環境・経済統合勘定の家計所得は，生態系自然成長を考慮したエコ国民総生産を表す。」

表1は前節で述べた国民純福祉指標を，経済主体間の取引に拡張したものと言える。これより，経済の状態がほぼ最適成長にあるとき，あるプロジェクトによる静的等価便益（＝毎期の便益の現在価値総和と等価な毎期一定の所得）の経済主体間移転は，プロジェクトの有無によるそれぞれの環境・経済統合勘定を推計し，その差を取ることにより得られ，より詳細な便益評価が可能となる。そして，最終的な静的等価便益は経済 *Hamiltonian* の差によって与えられるのである。

6．生態系評価

以上では環境を考慮した経済の体系的な評価方法を提示したが，この節では生態系自身が持つ特性に着目し，新たな生態系評価を試みる。問題を簡単にするため，式(6)，式(7)の生態系ダイナミクスから人為的影響を除き，生態系自身の自然な挙動を考察する。人為的影響については第7節で論じる。

$$\dot{n}_1=[\bar{\varepsilon}_1-\theta_1 n_2]n_1 \tag{59}$$

$$\dot{n}_2=[-\bar{\varepsilon}_2+\theta_2 n_1]n_2 \tag{60}$$

この微分方程式は解析的に解くことができ，補題1にまとめられる。

補題1．「n_1 と n_2 の初期値を与えるとき，微分方程式(59)と(60)の解は式(61)の閉曲線となる。」（図2参照）

$$\theta_2 n_1-\bar{\varepsilon}_2\, ln\, n_1+\theta_1 n_2-\bar{\varepsilon}_1\, ln\, n_2=M \tag{61}$$

ここで M は初期値によって決まる積分定数を表す。

さてこのダイナミクスに働く変分原理を調べてみよう。変分問題は以下のように定式化される。

$$\delta\int_0^t F(N_1,n_1,N_2,n_2)d\tau=0 \tag{62}$$

$$N_i(t)\equiv\int_0^t n_i(\tau)d\tau \tag{63}$$

ここで $N_i(t)$ は種 i の個体数変動の履歴あるいは歴史性を表すものと解釈される。

この変分問題について，最適化1階の必要条件である *Euler* 方程式は以下のようである。

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial F}{\partial n_i}-\frac{\partial F}{\partial N_i}=0 \quad (i=1,2) \tag{64}$$

通常は式(64)の *Lagrange* 関数 F が具体的に与えられ，偏微分方程式(64)の解を求めている。しかし本研究では解が式(59)，式(60)で，それを満たす F を見つけるという特徴がある。これを逆変分問題という。ここで F の候補として，以下の関数型を a priori に仮定するが，補注に示すように，この関数型は唯一である。

$$\begin{aligned}F\equiv{}& a_1 n_1\ln n_1+a_2 n_2\ln n_2+b_{12}n_1N_2-b_{21}n_2N_1\\&+c_1N_1+c_2N_2+\frac{\partial X(N_1,N_2)}{\partial N_1}n_1+\frac{\partial X(N_1,N_2)}{\partial N_2}n_2\\&b_{ij}>0,\ X(N_1,N_2)\in C^2(\mathbf{R}_+^2)\end{aligned} \tag{65}$$

F を直接 *Euler* 方程式に代入し，式(66)，式(67)の微分方程式を得る。なお *Lagrange* 関数に含まれる任意関数 $(\partial X/\partial N_1)\,n_1+(\partial X/\partial N_2)\,n_2$ は *Euler* 方程式において必ずキャンセルされてしまうことを注意しておこう。

$$\dot{n}_1=[c_1/a_1-(b_{12}+b_{21})n_2/a_1]n_1 \tag{66}$$

$$\dot{n}_2=[c_2/a_2+(b_{12}+b_{21})n_1/a_2]n_2 \tag{67}$$

ここで $\omega\equiv b_{12}+b_{21}$ とおき，元の生態系ダイナミクス方程式と，係数の比較を行えば命題4を得る。

$$a_1=\omega/\theta_1,\ a_2=\omega/\theta_2,\ c_1=\omega\bar{\varepsilon}_1/\theta_1,\ c_2=-\omega\bar{\varepsilon}_2/\theta_2$$

命題4．「*Lagrange* 関数 F は式(68)で与えられる。」

$$\begin{aligned}F={}&\frac{\omega}{\theta_1}n_1\ln n_1+\frac{\omega}{\theta_2}n_2\ln n_2+b_{12}n_1N_2-b_{21}n_2N_1\\&+\frac{\omega\bar{\varepsilon}_1N_1}{\theta_1}-\frac{\omega\bar{\varepsilon}_2N_2}{\theta_2}+\frac{\partial X}{\partial N_1}n_1+\frac{\partial X}{\partial N_2}n_2\end{aligned} \tag{68}$$

さらに式(62)の第2次変分[5)]を計算することにより，命題5を得る。

命題5．「式(59)，式(60)の生態系ダイナミクスは汎関数(62)を極小化する。」

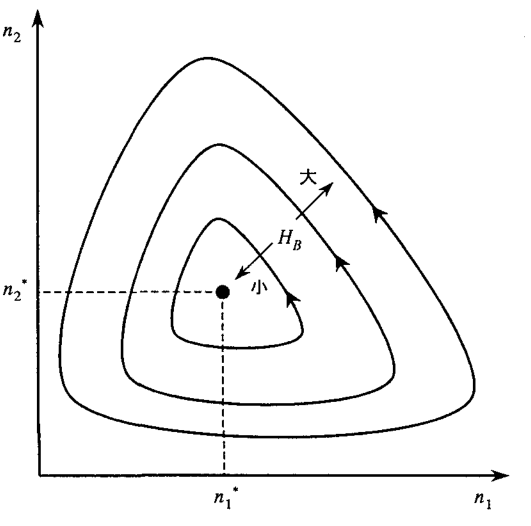

図2　保存型生態系の個体数ダイナミクス

これで式(59), 式(60)の生態系ダイナミクスに働く変分原理が明らかにされた。式(68)の *Lagrange* 関数全体に，効用関数や生産関数のような単純な意味付けは難しいが，*Lagrange* 関数の各項については，以下のような解釈が可能である。

式(68)の第１項，第２項はエントロピーとの類似から，生態系の多様性を反映していると解釈される。すなわち２種の個体数の和が一定の場合，両種の個体数がある比率になるとき，第１項と第２項の和は最小となる。

第３項は種１の個体数と種２の累積個体数の積であるが，この項を*Euler*方程式に代入すると，２種間の相互作用による種１の増加率への影響を表す項となる。すなわち種１が種２との接触により種１が捕食され，種１の増加率へのマイナスの影響を表現している。

同様に第４項は種２が種１を捕食することによる，種２の増加率へのプラスの影響を表す。

第５項は初期時点からt時点までの種１の自然増加数の累積を表す。これは式(59)から$\bar{\varepsilon}_1 n_1$がt時点での種１の自然増加率を表し，N_1がその積分値であることによる。

同様に第６項は初期時点からt時点までの種２の自然減少数累積を表している。このような解釈から，*Lagrange* 汎関数極小化について，以下の命題６を得る。

命題６．「生態系ダイナミクス(59), (60)は，２種間の多様性を増加させ，種１は種２の捕食による減少を少なくし，種２は種１を捕食することにより個体数を増加させ，種１の自然増加は抑制され，種２の自然増加は増長される状態を表す。」

さて，*Lagrange* 関数の *Legendre* 変換は *Hamiltonian* となることが知られている。*Legendre* 変換は以下で定義される。

定義２．「$f(x) \in C^2(\boldsymbol{R})$かつ凸関数とする。実数$\rho$に対して式(69)で定義される$g(\rho)$を，$f(x)$の *Legendre* 変換と呼ぶ[6]。」

$$g(\rho) \equiv \max_x p \cdot x - f(x) \tag{69}$$

変数ρは慣用的に一般化運動量と呼ばれる。ρは$\rho = f'(x)$と解かれ，したがって$x = f'^{-1}(\rho)$である。これより$g(\rho) = \rho f'^{-1}(\rho) - f(f'^{-1}(\rho))$が導かれる。多変数の *Legendre* 変換も同様に定義される。さてn_iに対応する一般化運動量ρ_iは，以下で与えられる。

$$\rho_1 \equiv \frac{\partial F}{\partial n_1} = \frac{\omega}{\theta_1}(\ln n_1 + 1) + b_{12} N_2 + \frac{\partial X}{\partial N_1} \tag{70}$$

$$\rho_2 \equiv \frac{\partial F}{\partial n_2} = \frac{\omega}{\theta_2}(\ln n_2 + 1) - b_{21} N_1 + \frac{\partial X}{\partial N_2} \tag{71}$$

したがって，*Hamiltonian* は式(72)のように計算される。

$$\begin{aligned} H_B &\equiv \rho_1 n_1 + \rho_2 n_2 - F \\ &= \frac{\omega n_1}{\theta_1} + \frac{\omega n_2}{\theta_2} - \frac{\omega \bar{\varepsilon}_1 N_1}{\theta_1} + \frac{\omega \bar{\varepsilon}_2 N_2}{\theta_2} \end{aligned} \tag{72}$$

H_Bを以下では生態系 *Hamiltonian* と呼ぼう。簡単な計算から$\partial H_B / \partial t = 0$が分かり，生態系 *Hamiltonian* は２種のダイナミクス上で時間不変の定数を取ることが証明される。また式(59), 式(60)の均衡解は式(73)で与えられる。

$$dn_1/dt = dn_2/dt = 0 \Leftrightarrow n_1^* \equiv \bar{\varepsilon}_2 / \theta_2, n_2^* \equiv \bar{\varepsilon}_1 / \theta_1 \tag{73}$$

均衡解を用いて若干の計算を行うと，生態系 *Hamiltonian* は最終的に式(74)の形式となり命題７を得る。

$$\begin{aligned} H_B &= \frac{\omega n_1^*}{\theta_1}\left[\frac{n_1}{n_1^*} - 1 - \ln \frac{n_1}{n_1^*}\right] \\ &+ \frac{\omega n_2^*}{\theta_2}\left[\frac{n_2}{n_2^*} - 1 - \ln \frac{n_2}{n_2^*}\right] \equiv C \ (\text{定数}) \end{aligned} \tag{74}$$

命題７．「生態系 *Hamiltonian* H_Bは生態系ダイナミクス(59), (60)の積分曲線(61)と等価であり，均衡解で０を取り，ダイナミクス軌道が均衡解から離れるほど大きな値を取る。」（図２参照）

さらに$\rho \equiv \ln n_1$，$\sigma \equiv \ln n_2$と置くことにより，式(75)の正準方程式が得られ，生態系 *Hamiltonian* は生態系の運動エネルギー的なものを表すと解釈される。

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{\partial H_B}{\partial \sigma} \ , \ \frac{d\sigma}{dt} = \frac{\partial H_B}{\partial \rho} \tag{75}$$

現在のところ生態系 *Hamiltonian* の大小が，生態系の望ましさにどのように関係するのかは，明らかにされていない。しかしながら，生態系 *Hamiltonian* の値は各ダイナミクス軌道に固有の値であり，生態系の状態を特徴付ける指標と見なせる。

ただし，生態系 *Hamiltonian* が大きな値を取るとき，２種の軌道は均衡解から大きく離れ，一つの種の個体数がかなり小さくなる時期が存在する。このとき，自然界に大きな異変があれば，その種が絶滅してしまう可能性が高い。この観点から保存型生態系では均衡解に近い状態，すなわち生態系 *Hamiltonian* の値が小さいほど，その生態系は長く存続できるものと考えられる。

７．生態系保全

前節では企業による生態系採取および生態系保全の影響を捨象したが，ここではその影響を考察しよう。すなわち式(6), (7)のダイナミクスを対象とする。ε_iおよびz_iを外生的な変数とすれば，式(6), (7)を生み出す変分方程式，すなわち *Euler* 方程式は以下となる。

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial F}{\partial n_i}-\frac{\partial F}{\partial N_i}=\varepsilon_i-\frac{z_i}{n_i}\quad(i=1,2) \tag{76}$$

ここで，F は式(68)と同じ関数である。式(76)の右辺は生態系保全活動による生態系の成長促進，および企業による生態系採取の影響を表している。また右辺がゼロではないため，式(6)，(7)はもはや式(62)の積分汎関数を最小化していないことを注意しておこう。

さて *Lagrange* 関数 F は第６節のものと同一であるため，その *Legendre* 変換より得られる *Hamiltonian* も式(72)と同一となる。そこで生態系 *Hamiltonian* (72)の時間微分を計算してみよう。

$$\frac{dH_B}{dt}=\frac{\omega}{\theta_1\theta_2}(\theta_2\varepsilon_1 n_1-\theta_2 z_1+\theta_1\varepsilon_2 n_2-\theta_1 z_2) \tag{77}$$

一般に式(77)はゼロとはならず，H_B は生態系ダイナミクス上で定数とはならない。このため H_B を *Hamiltonian* とは呼べないため，ここでは特性関数と呼ぼう。式(77)より直ちに以下の命題を得る。

命題８．（M - rule）「企業による生態系採取および生態系保全活動が以下の条件を満たすとき，特性関数 H_B は保存される。」

$$\theta_2\varepsilon_1 n_1-\theta_2 z_1+\theta_1\varepsilon_2 n_2-\theta_1 z_2=0 \tag{78}$$

命題９．「生態系採取量と同量を補う生態系保全活動は命題８の十分条件である。」

命題９は全くの自明であるが，命題８は極めて深い含意を持つ。すなわち，２種のうち１種の採取量が多い場合でも，他の１種を育成することにより，生態系保全が可能となることを示しており，本研究の方法により初めて見出された命題である。また命題８は生態系における Hartwick rule[7]とも言える。

８．散逸型生態系

つぎに第２節のモデルと類似するものの，性質の異なる散逸型生態系について考察する。この名称についても，その由来は後ほど述べよう。保存型生態系では各種の成長に関して，自分の種の個体数は影響を与えていない。

しかし，ある種の個体数増加が，その種の成長率を抑制してしまう実例は極めて多い。散逸型生態系は保存型生態系において，自分自身の個体数による成長抑制作用を考慮したものとして定義される。

草食動物とその餌となる植生を例に取ると，その生息地域が十分な広さを持っていない場合には，各個体数が無限に大きくなることは不可能であり，２種間の相互作用は散逸型生態系となる。

散逸型生態系は第２節の文脈に従うとき，以下の微分方程式で記述される。

$$\dot n_1=[\bar\varepsilon_1+\varepsilon_1(x_1,l_1)-\gamma_1 n_1-\theta_1 n_2]n_1-z_1 \tag{79}$$

$$\dot n_2=[-\bar\varepsilon_2+\varepsilon_2(x_2,l_2)+\theta_2 n_1-\gamma_2 n_2]n_2-z_2 \tag{80}$$

ここで γ_i：種 i の増加に伴う種 i の減少率パラメータ

このとき第２節から第５節の分析で変更を受けるのは，各生態系の自然増減と各個体の価値を表す λ_i である。各生態系の自然増減は

$$(\bar\varepsilon_1-\gamma_1 n_1-\theta_1 n_2)n_1\ ,\ (-\bar\varepsilon_2+\theta_2 n_1-\gamma_2 n_2)n_2 \tag{81}$$

で表される。また λ_i に関する微分方程式は以下となる。

$$\begin{bmatrix}\dot\lambda_1\\ \dot\lambda_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\xi-\bar\varepsilon_1-\varepsilon_1+2\gamma_1 n_1+n_2 & -\theta_1 n_2\\ \theta_2 n_1 & \xi+\bar\varepsilon_2-\varepsilon_2-n_1+2\gamma_2 n_2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\lambda_1\\ \lambda_2\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}\dfrac{\partial u}{\partial\phi_1}\dfrac{\partial\phi_1}{\partial n_1}+p\dfrac{\partial f}{\partial n_1}\\ \dfrac{\partial u}{\partial\phi_1}\dfrac{\partial\phi_1}{\partial n_2}+p\dfrac{\partial f}{\partial n_2}\end{bmatrix} \tag{82}$$

この方程式についても大域解の存在は保証される。基本解を $\boldsymbol{\Phi}(t,T)\ (t<T)$，$t=T$ での $\lambda(T)$ の境界値を $\boldsymbol{\eta}\equiv(\eta_1,\eta_2)^t$ と表せば，式(82)の解は形式的に式(46)と同じ解で与えられる。

$$\begin{bmatrix}\lambda_1\\ \lambda_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\Phi_{11}(t,T) & \Phi_{12}(t,T)\\ \Phi_{21}(t,T) & \Phi_{22}(t,T)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\eta_1\\ \eta_2\end{bmatrix}+\int_t^T\begin{bmatrix}\Phi_{11}(t,s) & \Phi_{12}(t,s)\\ \Phi_{21}(t,s) & \Phi_{22}(t,s)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dfrac{\partial u}{\partial\phi_1}\dfrac{\partial\phi_1}{\partial n_1}+p\dfrac{\partial f}{\partial n_1}\\ \dfrac{\partial u}{\partial\phi_1}\dfrac{\partial\phi_1}{\partial n_2}+p\dfrac{\partial f}{\partial n_2}\end{bmatrix}ds \tag{83}$$

これらの変更に伴い，表１の環境経済統合勘定は表２のように修正される。しかし表２の修正は極めて小さなものであるため，詳細な説明は省略する。

さて以下では第６節と同様に ε_i と z_i を考慮せず，式(84)，式(85)を考察する。

$$\dot n_1=(\bar\varepsilon_1-\gamma_1 n_1-\theta_1 n_2)n_1 \tag{84}$$

$$\dot n_2=(-\bar\varepsilon_2+\theta_2 n_1-\gamma_2 n_2)n_2 \tag{85}$$

第６節の方法に従い $n_i(t)$ の積分値 $N_i(t)$ を用いて，*Lagrange* 汎関数最適問題の解が生態系ダイナミクス式(84)，式(85)となるかどうかを考える。ここでも *Lagrange* 関数を a priori に式(65)とする。最適化問題に関する *Euler* 方程式に F を代入し，未知係数を決めれば式(86)が得られる。

$$F=\frac{\omega}{\theta_1}n_1\ln n_1+\frac{\omega}{\theta_2}n_2\ln n_2+b_{12}n_1N_2-b_{21}n_2N_1$$

$$+\frac{\omega\bar{\varepsilon}_1 N_1}{\theta_1}-\frac{\omega\bar{\varepsilon}_2 N_2}{\theta_2}+\frac{\partial X}{\partial N_1}n_1+\frac{\partial X}{\partial N_2}n_2 \tag{86}$$

ところで F の *Euler* 方程式から得られるダイナミクスと式(84)，式(85)を比較してみよう。*Euler* 方程式から得られるダイナミクスは以下のようである。

$$\frac{\omega}{\theta_1}\frac{\dot{n}_1}{n_1}=\frac{\omega\bar{\varepsilon}_1}{\theta_1}-\omega n_2 \tag{87}$$

$$\frac{\omega}{\theta_2}\frac{\dot{n}_2}{n_2}=-\frac{\omega\bar{\varepsilon}_2}{\theta_2}+\omega n_1 \tag{88}$$

一方，式(84)と式(85)を変形すると，

$$\frac{\omega}{\theta_1}\frac{\dot{n}_1}{n_1}=\frac{\omega\bar{\varepsilon}_1}{\theta_1}-\omega n_2-\frac{\omega\gamma_1}{\theta_1}n_1 \tag{89}$$

$$\frac{\omega}{\theta_2}\frac{\dot{n}_2}{n_2}=-\frac{\omega\bar{\varepsilon}_2}{\theta_2}+\omega n_1-\frac{\omega\gamma_2}{\theta_2}n_2 \tag{90}$$

これら２組のダイナミクスは明らかに異なるため，式(84)，式(85)を生成する *Eule* 方程式は以下となる。

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial F}{\partial n_1}-\frac{\partial F}{\partial N_1}=-\frac{\omega\gamma_1}{\theta_1}n_1 \tag{91}$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial F}{\partial n_2}-\frac{\partial F}{\partial N_2}=-\frac{\omega\gamma_2}{\theta_2}n_2 \tag{92}$$

これらの右辺を表現するために，*Rayleigh* による散逸関数 D[8]を導入しよう。

$$D\equiv\frac{\omega}{2}[n_1,n_2]\begin{bmatrix}\gamma_1/\theta_1 & 0\\ 0 & \gamma_2/\theta_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}n_1\\ n_2\end{bmatrix} \tag{93}$$

散逸関数 D はその形から正定値であることは容易に分かる。これより命題１０を得る。

命題１０．「生態系ダイナミクス式(84)，式(85)を生成する *Euler* 方程式は，散逸関数 D を用いて式(94)，式(95) で表される。」

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial F}{\partial n_1}-\frac{\partial F}{\partial N_1}=-\frac{\partial D}{\partial n_1} \tag{94}$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial F}{\partial n_2}-\frac{\partial F}{\partial N_2}=-\frac{\partial D}{\partial n_2} \tag{95}$$

式(94)，式(95)は各生態系が変化する途中で，その“エネルギー”を個体数に比例する形で失うことを示す。これがこのシステムを散逸系と呼ぶ由来である。さてこの場合も *Lagrange* 関数を *Legendre* 変換して得られる特性関数 H_B はどのようになるかを調べてみよう。まず生態系ダイナミクスの均衡解を求めておこう。

命題１１．「生態系ダイナミクス(79)，(80)の均衡解は式(96)で与えられる。」

$$n_1^*=\frac{\theta_1\bar{\varepsilon}_2+\gamma_2\bar{\varepsilon}_1}{\gamma_1\gamma_2+\theta_1\theta_2}\quad,\quad n_2^*=\frac{\theta_2\bar{\varepsilon}_1-\gamma_1\bar{\varepsilon}_2}{\gamma_1\gamma_2+\theta_1\theta_2} \tag{96}$$

もちろんここでは $n_1^*, n_2^*>0$ を仮定する。さて，*Lagrange* 関数は第６節と同じであるため，特性関数も同じく式(97)となる。

$$H_B=\frac{\omega n_1}{\theta_1}+\frac{\omega n_2}{\theta_2}-\frac{\omega\bar{\varepsilon}_1 N_1}{\theta_1}+\frac{\omega\bar{\varepsilon}_2 N_2}{\theta_2} \tag{97}$$

前節と同様に H_B の時間変化を調べてみよう。

表２　散逸型生態系のもとでの環境・経済統合勘定

	H	L	K	$Pr.$	$P.C.$	S/I	$Env.$	$Total$
H		$w\bar{l}$	$r_x k_x + r_z k_z$				Y_E	$w\bar{l}+r_x k_x+r_z k_z+Y_E$
L	$w(l_F+l_n)$			wl_x	wl_z		$w(l_1+l_2)$	$w(l_1+l_2+l_x+l_z+l_n+l_F$
K				$r_x k_x$	$r_z k_z$			$r_x k_x + r_z k_z$
$Pr.$	$p(c+x_n)$					$p(I_x+I_z)$	$p(x_1+x_2)$	$p(x_1+x_2+c+x_n+I_x+I$
$P.C.$				$q\cdot s$				$q\cdot s$
S/I	S_H			$p\delta_x k_x$	$p\delta_z k_z$			$S_H+p\delta_x k_x+p\delta_z k_z$
$Env.$	$\frac{\partial u}{\partial\psi}\frac{\partial\psi}{\partial n_0}n_0 + \frac{\partial u}{\partial\phi_1}\frac{\partial\phi_1}{\partial n_1}n_1 + \frac{\partial u}{\partial\phi_1}\frac{\partial\phi_1}{\partial n_2}n_2$			$p\frac{\partial f}{\partial z_1}z_1+p\frac{\partial f}{\partial z_2}z_2 + p\frac{\partial f}{\partial n_0}n_0 + p\frac{\partial f}{\partial n_1}n_1+p\frac{\partial f}{\partial n_2}n_2$	$\nu\cdot z_0$	$\lambda_1\dot{n}_1+\lambda_1(-\bar{\varepsilon}_1+\gamma_1 n_1+\theta_1 n_2)n_1+\lambda_2\dot{n}_2+\lambda_2(\bar{\varepsilon}_2-\theta_2 n_1+\gamma_2 n_2)n_2$		$Y_E+\lambda_1\dot{n}_1+\lambda_1(-\bar{\varepsilon}_1+\gamma_1 n_1+\theta$ $+\lambda_2\dot{n}_2+\lambda_2(\bar{\varepsilon}_2-\theta_2 n_1+\gamma_2 n_2$
$Total$	$w(l_F+l_n)+p(c+x_n)+S_H+\frac{\partial u}{\partial\psi}\frac{\partial\psi}{\partial n_0}n_0+\frac{\partial u}{\partial\phi_1}\frac{\partial\phi_1}{\partial n_1}n_1+\frac{\partial u}{\partial\phi_1}\frac{\partial\phi_1}{\partial n_2}n_2$	$w\bar{l}$	$r_x k_x + r_z k_z$	$wl_x+r_x k_x+q\cdot s+p\delta_x k_x+p\frac{\partial f}{\partial z_1}z_1+p\frac{\partial f}{\partial z_2}z_2+p\frac{\partial f}{\partial n_0}n_0+p\frac{\partial f}{\partial n_1}n_1+p\frac{\partial f}{\partial n_2}n_2$	$wl_z+r_z k_z+p\delta_z k_z+\nu\cdot z_0$	$p(I_x+I_z)+\lambda_1\dot{n}_1+\lambda_1(-\bar{\varepsilon}_1+\gamma_1 n_1+\theta_1 n_2)n_1+\lambda_2\dot{n}_2+\lambda_2(\bar{\varepsilon}_2-\theta_2 n_1+\gamma_2 n_2)n_2$	$Y_E+w(l_1+l_2)+p(x_1+x_2)$	

注：H：家計部門，L：労働，K：資本，$Pr.$：生産部門，$E.P.$：環境保全活動，S/I：資本勘定，$Env.$：環境部門

$$\frac{dH_B}{dt}=\frac{\omega}{\theta_1}(\bar{\varepsilon}_1-\gamma_1 n_1-\theta_1 n_2)n_1$$
$$+\frac{\omega}{\theta_2}(-\bar{\varepsilon}_2+\theta_2 n_1-\gamma_2 n_2)n_2 \tag{98}$$
$$-\frac{\omega\bar{\varepsilon}_1 n_1}{\theta_1}+\frac{\omega\bar{\varepsilon}_2 n_2}{\theta_2}=-\frac{\omega}{\theta_1}\gamma_1 n_1^2-\frac{\omega}{\theta_2}\gamma_2 n_2^2<0$$

すなわち生態系の自然なダイナミクスにより，特性関数は減少していくことが分かる。しかし，このままではより詳細な分析は難しい。例えば個体数が均衡状態(96)にあるとき，H_Bは式(99)となる。

$$H_B=\frac{\omega n_1^*}{\theta_1}+\frac{\omega n_2^*}{\theta_2}-\frac{\omega\bar{\varepsilon}_1 n_1^* t}{\theta_1}+\frac{\omega\bar{\varepsilon}_2 n_2^* t}{\theta_2} \tag{99}$$

すなわち H_B は均衡状態においても時間に依存してしまう。そこで式(74)を改めて特性関数 L_B として考える。

$$L_B=\frac{\omega n_1^*}{\theta_1}[\frac{n_1}{n_1^*}-1-ln\frac{n_1}{n_1^*}]+\frac{\omega n_2^*}{\theta_2}[\frac{n_2}{n_2^*}-1-ln\frac{n_2}{n_2^*}] \tag{100}$$

ここで注意しなければならないことは，式(74)は式(72)から導かれるものであるが，L_B は式(99)からは導けないことである。ここでは取り敢えず L_B を heuristics に与えておく。さて L_B の時間変化を見てみよう。

$$\frac{dL_B}{dt}=\frac{\omega n_1^*}{\theta_1}[\frac{1}{n_1^*}-\frac{1}{n_1}]\dot{n}_1+\frac{\omega n_2^*}{\theta_2}[\frac{1}{n_2^*}-\frac{1}{n_2}]\dot{n}_2$$
$$=-\frac{\omega\gamma_1}{\theta_1}[n_1-n_1^*]^2-\frac{\omega\gamma_2}{\theta_2}[n_2-n_2^*]^2<0 \tag{101}$$

for all $n_i\neq n_i^*$

また $n_i=n_i^*$ の時 $L_B=0$，$n_i>0$ かつ $n_i\neq n_i^*$ の時 $L_B>0$ であることは容易に確認できる。これより命題１２が得られる。

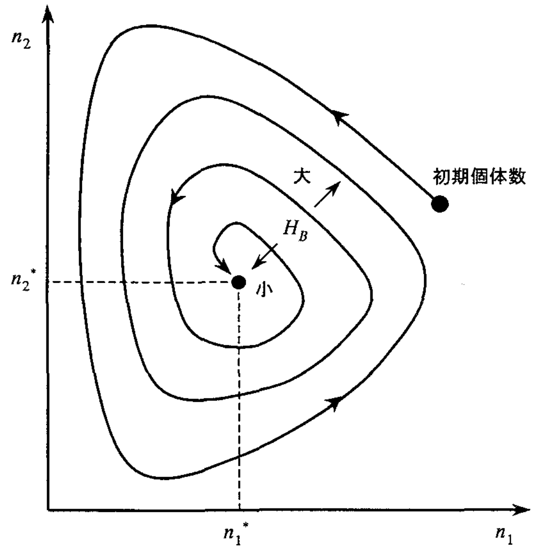

図３　散逸型生態系の個体数ダイナミクス

命題１２．「散逸型生態系では式(74)と同じ形式を持つ特性関数 L_B が *Lyapunov* 関数となり，均衡解 $n_i=n^*_i$ は $n_i>0$ の領域で大域的漸近安定となる。」(図３参照)

実は散逸型生態系に *Lyapunov* 関数が存在しているとすれば，L_B を微分方程式から求めることが可能で，式(100)は heuristics ではないことが証明される。ここではこの問題をこれ以上議論しないが，その証明は Miyata[9]に示されている。

９．経済活動による散逸型生態系への影響

第７節と同様に，この節では元の生態系ダイナミクスの特徴を検討しよう。すなわち式(84)と式(85)で ε_i と z_i の影響を考慮する。式(79)，式(80)を生み出す *Euler* 方程式は式(102)となる。

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial F}{\partial n_i}-\frac{\partial F}{\partial N_i}=\varepsilon_i-\frac{\omega\gamma_i}{\theta_i}n_i-\frac{z_i}{n_i}\quad(i=1,2) \tag{102}$$

ここで F は式(68)で与えられる。式(102)では散逸力に加え，人為的な生態系育成のプラス作用，生態系採取のマイナス作用が働いていることを示す。また特性関数(100)の時間変化は以下のようである。

$$\frac{dH_B}{dt}=\frac{\omega}{\theta_1\theta_2}(\theta_2\varepsilon_1 n_1-\theta_2\gamma_1 n_1^2-\theta_2 z_1$$
$$+\theta_1\varepsilon_2 n_2-\theta_1\gamma_2 n_2^2-\theta_1 z_2) \tag{103}$$

式(77)の場合と同様に，特性関数の時間微分の符号は明らかではないが，以下の命題１３，命題１４は自然に成立する。

命題１３．(*M*-rule)「経済活動による生態系採取およびその育成は，特性関数 H_B を自然の状態で減少させるという意味で，条件(104)が生態系保全の必要かつ十分条件となる。」

$$\theta_2\varepsilon_1 n_1-\theta_2 z_1+\theta_1\varepsilon_2 n_2-\theta_1 z_2=0 \tag{104}$$

命題１４．「生態系採取量と同量を補う生態系保全活動は命題１３の十分条件である。」

命題１３，１４の解釈は第４節の場合とほぼ同じであるため，ここでは繰り返さないが，以上に述べてきた本研究の内容を体系的に整理すれば図４のようである。

１０．おわりに

本研究は環境を考慮した社会的最適化問題を考察し，そこに現れる経済 *Hamiltonian* が国民純福祉指標となることを証明し，さらに理論的に整合的な環境・経済統合

勘定が導かれることを示した。

そして現実の経済成長経路が，社会的最適成長経路に十分近いという条件のもとで，経済 *Hamiltonian* あるいは環境・経済統合勘定を用いて，動学的な便益評価が可能であることを示した。

また従来の研究とは異なり，環境ストックとして生態系を導入し，そこに働く変分原理を明らかにした。さらに *Legendre* 変換を通して得られる生態系 *Hamiltonian* を用いて，生態系評価の新たな方法論を示し，経済活動による生態系の減少を保全する新たな戦略 *M*-ルールを提案した。これらの知見は本研究によって初めて得られたものである。

しかしながら，本研究の方法は社会的最適化問題に基づくために，shadow price は市場価格とは一致しない。したがって，分権的なモデルを考察することによって，より現実的かつ政策的な考察が可能となる。また本研究では単純化のため，環境フロー財の変化が生態系に与える影響を無視しているが，経済活動による気候変動などが生態系に与える影響は重要な問題である。これらを今後の課題としたい。なお本研究の一部は基盤研究(C)(2)(課題番号 13680643)，および全国銀行学術研究振興財団の補助を受けている。

補注（*Lagrange* 関数(68)の唯一性の証明）

式(68)以外の関数 G で，その *Euler* 方程式から生態系ダイナミクス(59), (60)が得られるものが存在するとしよう。$\Gamma \equiv F-G$ とおくと，G の定義から *Euler* 方程式に関する，以下の恒等式が成立する。

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial \Gamma}{\partial n_i}-\frac{\partial \Gamma}{\partial N_i}\equiv 0 \quad (i=1,2)$$

これを満たす関数 Γ は

$$\Gamma=\frac{\partial X(N_1,N_2)}{\partial N_1}n_1+\frac{\partial X(N_1,N_2)}{\partial N_2}n_2$$
$$X(N_1,N_2)\in C^2(\mathbf{R}_+^2)$$

の形に限られることが知られている。これは *Lagrange* 関数(68)の関数型が唯一であることを示している。

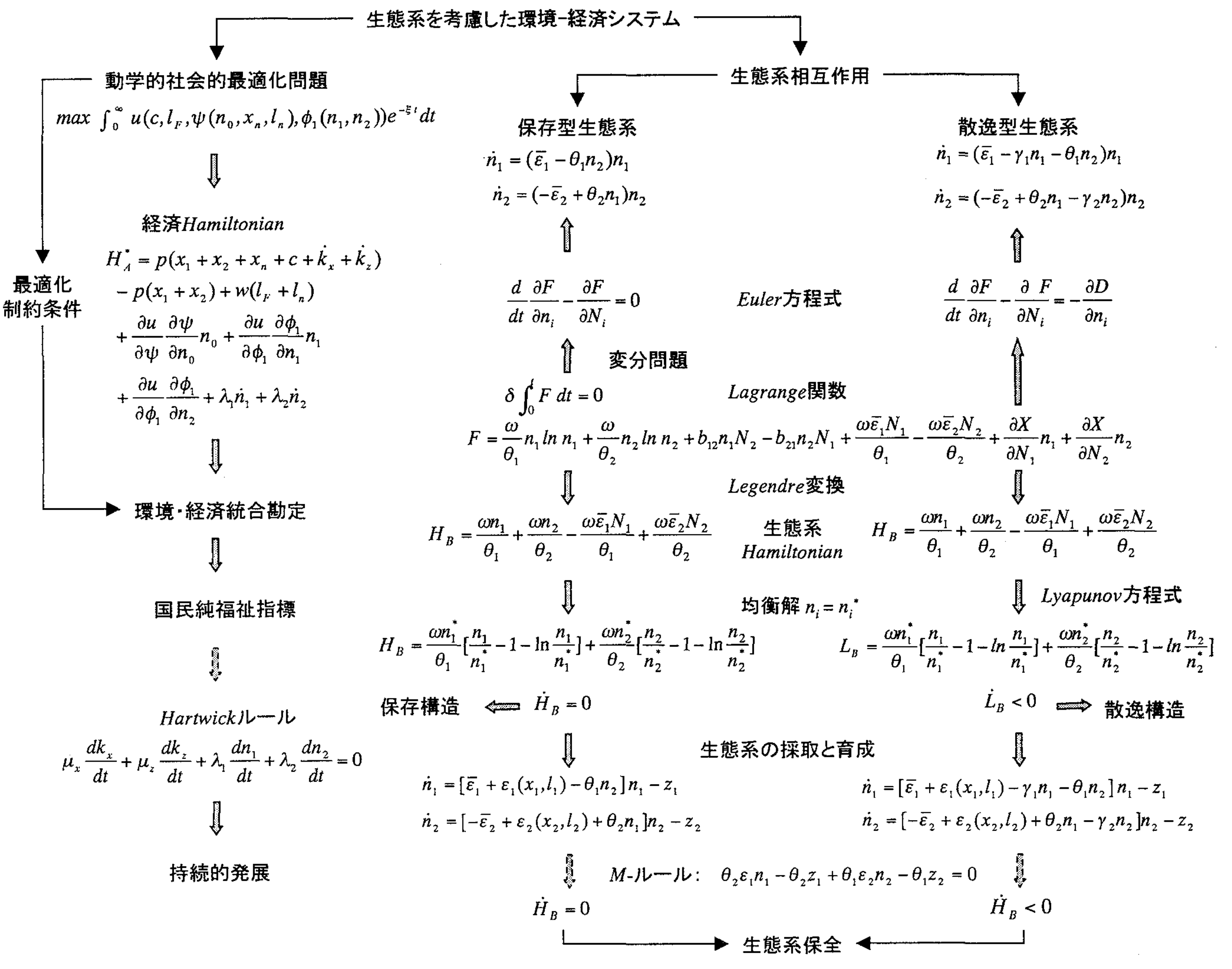

図４　本研究の体系図

参考文献

1) United Nations : *Integrated Environmental and Economic Accounting*, United Nations, New York, U.S.A., 1993
2) Mäler, K.G.: National Accounts and Environmental Resources, *Environmental and Resource Economics* 1., pp.1-15, 1991
3) Coddington, E.A. and Levinson, N.: *Theory of Ordinary Differential Equations*, McGraw-Hill Book Company, 1955
4) Weitzman, M.L.: On the Welfare Significance of National Product in a Dynamic Economy, *Quarterly Journal of Economics* 22, 5, pp.156-162, 1974
5) Gelfand, I.M. and Formin, S.V. : *"The Problems " in "Calculus of Variations "*, Prentic-Hall, Inc., translated and edited by Silverman, R.A., 1968
6) Arnold, V.I.（安藤韶一・蟹江幸博・丹羽敏雄訳）：古典力学の数学的方法，岩波書店，1980
7) Hartwick, J.M.: Intergenerational Equity and Investing of Rents from Exhaustible Resources, *American Economic Review* 67, 5, pp.972-974, 1977
8) Goldstein, H.: *Classical Mechanics*, *Second Edition*, Addison-Wesley Publishing Company Inc., 1980
9) Miyata, Y.: A Dynamic Population Model Incorporating a Variety of Urban Functions, *Papers in Regional Science* 76, 2, pp. 229-256, 1997

社会的最適成長，環境・経済統合勘定，および生態系評価*

宮田　譲**・李　愛軍***

国連によってその概念が提示された環境・経済統合勘定は，環境水準を含めた一国の真の経済的豊かさを表す統計概念として，世界中に着実に普及しつつある。現在その推計方法に力点が置かれているようではあるが，環境悪化の推計には概念的にも曖昧な部分が散見される。環境悪化の評価は，その悪化水準を元に戻す費用，もしくは悪化させない回避費用をもって，計測するとされている。しかし人工的にも自然的にも再生不可能な環境財については，これら２種類による計測結果は異なるのは明らかである。

したがって，理論的側面から環境・経済統合勘定の推計方法や，その経済学的含意を明確にしておく必要がある。この方面の研究としては Mäler による研究が特筆される。彼の研究は経済を動学的に捉え，その社会的最適化問題から整合的に環境・経済統合勘定を導き出している。すなわち動学的最適化問題に現れる *Hamiltonian* を国民純福祉指標と見なし，環境・経済統合勘定をごく自然に導出するという考え方である。

本研究は Mäler の定式化を踏まえながらも，２種からなる生態系を社会的最適成長モデルに導入し，社会的純福祉指標，環境・経済統合勘定の導出を試みる。さらに生態系ダイナミクスに対し，そこに働く変分原理を明らかにし，*Legendre* 変換を通して得られる生態系 *Hamiltonian* を用いて，生態系評価の新たな方法論と生態系保全戦略を提案する。

Social Optimal Growth, Integrated Environmental and Economic Accounting, and Evaluation of Ecosystem*

By Yuzuru MIYATA** and Aijun LI***

Integrated Environmental and Economic Accounting (IEEA) advocated by United Nations (U.N.) is spreading over the world as a statistical concept that indicates a true welfare index of a country incorporating environmental burden on her economy. One may, however, find some ambiguous concepts in the guideline of the U.N. Thus estimation method and economic implication of IEEA should be further examined from the viewpoint of economic theory. Among others in this point, Mäler's study may particularly be worth pointed out. He considers a closed economy with natural resources in an intertemporal framework, and derives an IEEA taking account of the environmental externalities. The present article basically follows Mäler's formulation, but significantly differs from his study. That is, two kinds of species in an ecosystem are introduced as environmental stock resources. In the ecosystem, competition between the different species is explicitly considered, indicating natural environmental fluctuation in the populations. Moreover, a new environmental evaluation and an ecosystem conservation strategy, which completely differ from the economic approach, are proposed for the ecological dynamics.