

不確実性下における道路舗装の修繕ルールに関する研究*

THE OPTIMAL REPAIRING RULES FOR PAVEMENTS UNDER UNCERTAINTY*

田村謙介**・小林潔司***

by Kensuke TAMURA** and Kiyoshi KOBAYASHI***

1. はじめに

道路舗装の合理的な維持・修繕管理をめざして、道路舗装のライフサイクル費用を最小にするように舗装の設計、建設、維持修繕を行う舗装管理システム(Pavement Management System:以下、PMSと略す)¹⁾の重要性が指摘されている²⁾。PMSはいくつかのサブシステムで構成されているが、維持修繕を取り扱う維持修繕管理システム(Maintenance Management System:以下、MMSと略す)はPMSにおいて中核的な役割を担っている。

MMSの目的は道路舗装の劣化過程の予測に基づき利用者費用を含めたライフサイクル費用を最小にするような修繕戦略を求めることがある。多くのMMSでは道路舗装の劣化過程に介在する不確実性が考慮されておらず、定期的な修繕間隔を求める確定的修繕戦略を求めるにとどまっている。現実の舗装の劣化過程には多大な不確実性が存在し、あらかじめ将来の修繕時期を確定的に予測することは不可能である。むしろ、その時々の道路舗装の劣化水準を観測しながら修繕を実施すべきかどうかを決定する状況依存的な修繕ルールを設計することが望ましい。

本研究では、将来需要や道路舗装の劣化過程に不確実性が含まれる時に、道路舗装の期待ライフサイクル費用を最小にするような最適修繕ルールを求める方法を提案する。すでに、栗野等³⁾はファイナンス工学の手法が不確実性下における修繕ルールの設計に有用であることを示し、具体的にルールの設計方法を提示している。しかし、現実の道路舗装の修繕問題の場合、のちに2.で考察するように、修繕戦略に分割不可能性という問題が含まれており、最適修繕ルールを解析的に求めることが困難となる。

本研究では、道路舗装の最適修繕ルールを設計する方法論を提案する。その際、修繕戦略の分割不可能性に配慮して、モンテカルロシミュレーションにより修繕ルールを求める方法を提案し、シミュレーションの効率化の方法についても考察する。さらに、ケーススタディを行い、提案した方法論の有用性を示すこととする。以下、2.で、本研究の基本的な考え方について述べ、3.で最適修繕モデルを提案し、4.でシミュレーション方法について言及す

る。5.で適用事例について紹介する。

2. 本研究の基本的立場

(1) 従来の研究概要

道路舗装の修繕問題に関して膨大な研究が蓄積されてきた。これらの個別的・要素技術的な研究の蓄積を踏まえて、1970年代より道路舗装の修繕マネジメントシステムに関する研究が進展した。中でも、Hudson and Hassらは建設費、維持修繕費、利用者費用など供用期間全体で生じるライフサイクル費用を考慮して舗装を設計・管理する総合的なPMSを提案している¹⁾。その後、PMSに関する研究が進展したがPMSに関する解釈、定義が多様であり、PMSの標準化がなされているとは言い難い。PMSには道路舗装の維持修繕マネジメントを対象とした維持修繕管理システム(MMS)が含まれるが、それはネットワークレベル、プロジェクトレベルの修繕マネジメントシステムで構成される。前者は修繕の必要な候補区間を抽出し、修繕の実施の優先順位を付け、限られた修繕予算の制約の中で効率的に修繕個所の選択を行うことを目的としている。後者は個々の工区の修繕方法を求める目的としている。MMSシステムは実用化されている⁴⁾⁻⁹⁾が、ライフサイクル費用の最小化は図られていない。道路舗装の劣化過程における不確実性も考慮されていない。

単独の土木構造物や道路区間を対象とした最適修繕モデルについて、いくつかの研究事例がある。例えば、機能水準を確定的に扱い修繕費用の最小化や工事量の平準化をめざした修繕計画モデル^{10),11)}や、施設需要との関連を定型化した最適修繕モデル^{12),13)}が提案されているが、そこでは施設需要は確定的な扱いになっている。さらに、マルコフ決定過程を用いて道路舗装の劣化過程の不確実性を考慮した最適修繕モデルが提案されている^{14),15)}。しかし、マルコフ決定過程を用いて実用的な最適修繕モデルを作成しようとすれば推移行列が膨大となり操作上問題が生じる。また、交通量が変動した場合、推移行列を変更する必要があり実用性に欠ける。これに対して、栗野等³⁾は不確実性下における維持・修繕問題がAmerican Optionの最適stoppingルールを求める問題と類似の数学的構造を持つことを指摘し、ファイナンス工学手法を用いて修繕ルールを求める方法を提案している。それにより、需要変動も容易にモデル化が可能であり、汎用性の高い

*キーワード: 公共事業評価法、土木施設維持管理

**学生員 京都大学大学院工学研究科土木工学専攻

(〒606-8501 京都市左京区吉田本町 TEL・FAX 075-753-5073)

***正員 工博 京都大学大学院工学研究科土木工学専攻

(〒606-8501 京都市左京区吉田本町 TEL・FAX 075-753-5071)

最適修繕モデルを開発することが可能である。そこでは、投資費用関数の連続微分可能性を仮定しているが、現実の舗装の修繕工事ではその内容を舗装の品質水準と対応させてフレキシブルに変化させることは不可能であり連続微分可能性は保証されない。修繕工事に不可分性が存在する場合、最適修繕モデルを解析的に解くことは不可能であり、モンテカルロ・シミュレーション手法に頼らざるを得ない。この場合、膨大な量のシミュレーションが必要となるため、最適修繕モデルの解を求めるシミュレーションの効率化が必要となる。本研究では、実用的な最適修繕モデルとその効率的な解法を提案する。

(2) 道路舗装の劣化と修繕戦略

道路舗装の破損は表層・基層のみ修繕を行えばよい機械的破損と、舗装構造全体の補修が必要な構造的破損とに分けられる。一般に、構造的破損は機能的破損が進行したときのみ起こり、補修の意思決定には機能的破損の程度が主な判断材料として用いられている¹⁶⁾。本研究においては構造的破損は起こらないと仮定し、機能的破損の程度により物理的なサービス水準(以下、機能水準)を評価し、修繕の判断材料として用いる。道路舗装の補修は一般に維持と修繕の2つに分けられるが、本研究では修繕にのみ焦点を絞る。道路舗装の維持は常に適切になされ、その費用は時間を通じて一定であると仮定する。したがって、維持工事の実績は道路舗装の修繕戦略に影響を及ぼさない。また、修繕には常に1種類かつ同じ工法が採用されると仮定する。道路舗装の機能水準は、轍、ひび割れ、舗装材料、凹凸、騒音、道路の勾配等の程度により規定される。しかし、実際には轍、ひび割れ、凹凸のみにより舗装の劣化水準(機能水準)が評価されているのが現状である。道路舗装の機能水準を評価するために、AASHOによるPSI指標¹⁷⁾、(旧)建設省によるMCI指標¹⁸⁾⁻²³⁾などが提案されている。代表的なMCI指標として

$$MCI = 10 - 1.48C^{0.3} - 0.29D^{0.7} - 0.47\sigma^{0.2}$$

$$MCI_0 = 10 - 1.51C^{0.3} - 0.3D^{0.7}$$

$$MCI_1 = 10 - 2.23C^{0.3}$$

$$MCI_2 = 10 - 0.54D^{0.7}$$

が提案されている²³⁾。ここで、Cはひび割れ率(%)、Dは轍ぼれ量(mm)、σは縦断凹凸量(mm)である。代表的なMCI指標はMCIとされるが、利用可能なデータと対応してMCI₀、MCI₁、MCI₂が適宜用いられる。観測されたMCI値に基づいて道路舗装の修繕工事を実施すべきかどうかが判定されるが、一般国道の場合「MCIが3以下の場合：早急に修繕が必要、4以下の場合：修繕が必要、5以上の場合：望ましい管理水準」という目安が採用されている。しかし、これらの修繕ルールはこれまでの実務経験の蓄積を通じて確立されたものであるが、科学的な分析を経て決定されたものではない。また、交通量の多寡や道路をとりまく自然、社会的環境に応じた合理的な修繕ルールを策定することが必要となろう。

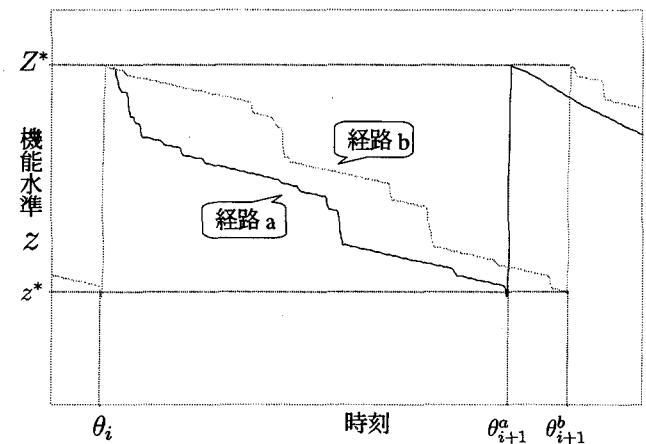


図-1 機能水準の変化過程

(3) 劣化過程と修繕ルール

道路舗装の劣化過程は累積的交通需要や時間的な自然的劣化に支配される。図-1は2つの異なる舗装の劣化過程を表している。時刻 θ_i で修繕を行えば、道路舗装の機能水準はある水準 Z^* まで回復(上方にジャンプ)する。修繕後、舗装の劣化過程が再び始まる。図-1において経路bは経路aより上方に位置している。経路aでは時刻 θ_{i+1}^a で機能水準 z^* に達し修繕が行われるが、経路b上では修繕のタイミングが遅れ時点 θ_{i+1}^b となる。このように劣化に不確実性が介在する場合、将来の劣化過程の動向は本質的に不確実である。したがって、事前に将来における修繕のタイミングを確定的に計画しておくことはできない。その時々の劣化の状態を観測しながら修繕を実施すべきかどうかを判定する状況依存的ルールが必要となる。

道路舗装の修繕により機能水準はある一定の機能水準(以下、回復水準と呼ぶ)にまで回復される。回復水準は選択した舗装の種類や工法により決定され、回復水準を自由に決定することは難しい。したがって、修繕ルールは「機能水準がどの程度まで低下した場合に修繕を行うことが望ましいか」を決定する問題として定式化される。道路管理者は機能水準や施設需要の水準をモニタリングしながら、最新の情報に基づいて「すぐに修繕を実施すべきか」、あるいは「修繕を見送るか」を決定する。施設が劣化すればするほど、それを利用する顧客が負担する利用者費用や施設利用が環境にもたらす社会的費用で構成される可変的費用が増加する。道路管理者は時間を通じた可変的費用と施設の修繕費用の和として定義される期待総費用の現在価値(期待ライフサイクル費用)を最小にするように修繕のタイミングを決定する。本研究では、道路管理者が各時点の機能水準に関する最新の情報に基づいて、修繕を実施するか否かを決定する状況依存的ルールを決定する問題を考える。このような修繕ルールは施設が置かれている需要条件に依存する。そこで、施設の需要条件と最適修繕ルールの関係を分析することが必要となる。以上の問題意識に基づいて、本研究では需要条件と最適修繕ルールの関係を1つの管理図として整理する

方法を提案する。前述したように、道路舗装の回復水準に自由度が存在しないため、次章で述べるように、最適修繕ルールを解析的に解くことができない。そこで、4.ではモンテカルロシミュレーションにより最適修繕ルールを求める方法を提案する。

3. 最適修繕問題のモデル化

(1) モデル化の前提条件

本研究では、基本的には栗野等³⁾による最適修繕モデルを用いる。モデルの前提条件や定式化の詳細は参考文献³⁾に譲る。記述の便宜上、最適修繕モデルを紹介する。いま、道路管理者は、初期時点から無限に続く時間軸上である道路区間における舗装の機能水準と交通需要水準を観察しながら、舗装の機能水準を回復するために修繕を行う。舗装の劣化が進展すれば、燃費の増加、車体の劣化損傷、事故確率の増加、乗り心地の悪化等により利用者費用が増加し、騒音や振動の増大等による社会的費用も増加する。道路舗装の機能水準の低下は交通需要に影響を及ぼさないと仮定する。道路の利用者は上述のような利用者費用を負担しているという意識は通常持っていないだろう。このように考えれば、施設の機能水準が交通需要水準に影響を及ぼさないという仮定は一定の妥当性を持っている。交通需要は外生的に与えられる不確実要素のため定常的な確率過程に従って変動すると仮定する。一方、道路舗装の機能水準は累積交通需要や自然的劣化により時間を通じて低下していく。交通需要が不確実であるため累積交通需要を確定的に把握できない。道路舗装の機能水準の劣化過程は累積交通需要の不確実性、自然的劣化の不確実性という2種類の不確実性に直面する。道路管理者は修繕費用と可変的費用で構成される期待ライフサイクル費用を最小にするように修繕を実施する。

(2) 劣化過程のモデル化

初期時点から時刻 t までの累積需要を $s(t)$ と表す。累積交通需要は伊藤過程

$$ds(t) = \beta dt + \sigma dW_1(t) \quad (1a)$$

$$s(t) = s_0 \quad (1b)$$

に従うと考える。ここで、 β は平均需要密度、 σ は分散の程度を示すパラメータであり時刻 t および状態変数 $s(t)$ に依存しない実定数である。 $W_1(t)$ はウィナー過程である。

- 1) $W_1(t)$ は連続であり $W_1(0) = 0$ である,
 - 2) $W_1(t)$ は正規分布 $N(0, t)$ に従う,
 - 3) 増分 $W_1(s+t) - W_1(s)$ は正規分布 $N(0, t)$ に従い、時刻 s までの $W_1(t')$ の履歴とは独立である、
- という3つの性質を満足する^{24), 25)}と仮定する。時刻 $[t_k, t_{k+1}]$ 間における交通需要を $\hat{s}(k) = s(t_{k+1}) - s(t_k)$ と表そう。このとき、当該期における施設需要は、平均 $E[\hat{s}(k)] = \beta\Delta$ 、分散 $Var[\hat{s}(k)] = \sigma^2\Delta$ の正規分布に従う。ただし、 $\Delta = t_{k+1} - t_k$ である。確率変数 $\hat{s}(k)$ と $\hat{s}(k')$

は互いに独立であるから、確率過程 $\{\hat{s}(k)|k = 0, 1, 2, \dots\}$ は定常過程に従うこととなる。この時、 $\Delta \rightarrow dt$ の極限操作により、累積需要過程(1a)を定義することができる。つぎに、道路舗装の機能水準の修繕過程をモデル化しよう。道路舗装の機能水準を1元的に表す（たとえばMCI指標のように）パラメータ z が、区間 $[0, \bar{Z}]$ で定義されているとする。修繕が時刻 $0 \leq \theta_1 < \theta_2 < \dots < \theta_i < \dots$ において実施され、時刻 θ_i に道路舗装の機能水準が所与の値 \bar{Z} に改善される。修繕後の機能水準はある値 \bar{Z} に固定されている。修繕直前の機能水準を $z(\theta_i^-)$ と表す。以上のような修繕が行われる場合、道路舗装の機能水準は確率過程

$$dz(t) = -\rho ds(t) - \delta dt - \eta dq + \sum_{i \geq 1} \{\bar{Z} - z(\theta_i^-)\} \iota(t - \theta_i) \quad (2)$$

$$dq = \begin{cases} u & (\text{確率 } \lambda dt) \\ 0 & (\text{確率 } 1 - \lambda dt) \end{cases} \quad (3)$$

$$z(0) = z_0 \quad (4)$$

に従うと仮定する。ここに、 $\rho, \delta, \eta, \lambda$ はパラメータである。 $\iota(\cdot)$ はディラックの測度(Dirac measure)であり、 $t = \theta_i$ の時にのみ確率測度1を、それ以外の時は確率測度0を与える。右辺第1項は交通需要による劣化、第2項は自然的劣化のトレンドを表している。第3項は大型車の走行や気象条件等の不確実要因による道路舗装の劣化を表している。第3項は強度が λ 、ジャンプの大きさが ηu のボアソン過程を示しており、機能水準は右連続であるがその時点においてジャンプする。道路舗装の劣化過程の場合、劣化により舗装の機能水準は常に減少する。このような不確実性を表現するため、 u は対数正規分布に従う確率変数である($\ln u$ は平均 μ 、分散 s^2 の正規分布 $N(\mu, s^2)$ に従う)と仮定する。以上の修繕過程では、修繕によりインパルス時間 $0 \leq \theta_1 < \theta_2 < \dots < \theta_i < \dots$ においてシステムの状態がジャンプするようなインパルス制御過程となっている。点列 $\{\theta_i\}_{i>0}$ をインパルス制御と呼ぶ。

(3) 最適修繕モデルの定式化

管理主体は期待ライフサイクル費用を最小化するように道路舗装を修繕する。費用は可変的費用と修繕費用で構成される。一般に、道路利用者1台あたりの可変的費用は道路舗装の機能水準に依存する費用と交通需要量に依存する混雑費用の加法和で表せる。本研究では道路舗装の機能水準が変化しても混雑費用は変化せず、機能水準の変化による可変的費用だけが変動すると仮定する。この場合、道路舗装の機能水準と対応して変化する可変的費用のみに焦点を絞って最適修繕の問題を議論することが可能となる。機能水準が z の時の利用者1台当たりの利用者費用を $c(z)$ と表そう。 $z = 0$ が最悪の機能水準に対応しており、 z の値が大きくなるほど機能水準は向上する。 $c(z)$ は任意の $z \in (0, \bar{Z})$ に対して微分可能であり、

$$c(z) > 0, \frac{dc(z)}{dz} < 0, \frac{d^2c(z)}{dz^2} > 0 \quad (5)$$

を満足すると仮定する。ここで、微小期間 $[t, t + dt]$ にお

ける施設需要が $s(t+dt) - s(t)$ で表されるので、微小期間 $[t, t+dt]$ における可変的費用は $c(z(t))\{s(t+dt) - s(t)\}$ と表現することができる。

時刻 θ_i^- において機能水準が $z(\theta_i^-)$ である道路に対して修繕により機能水準を \bar{Z} まで改善する場合を考えよう。オーバーレイ、切削オーバーレイ、打ち換えなどの修繕工法のうち常に 1 通りの工法のみにより修繕を実施する。さらに、道路の各工区では技術的条件により各工法の設計事項が規定されており、修繕費用が一意的に定まる仮定する。以上の仮定より、ある一箇所の道路の修繕費用は、修繕前の機能水準の値によらず常に一定値 F をとする。いま、管理主体は期待ライフサイクル費用の最小化を試みる。管理主体が最小化を試みる汎関数を

$$J(V) = E_V \left[\int_0^\infty c(z(t)) \exp(-\alpha t) ds(t) + \sum_{i \geq 1} F \exp(-\alpha \theta_i) \right] \quad (6)$$

と定義する。ただし、 α は瞬間的割引率であり、 $V = \{\theta_i, i \geq 1\}$ はインパルス制御変数を表す。いま、インパルス制御 V が与えられれば、施設の各時刻における機能水準 $z(t)$ の時間的な推移過程が式(2)で記述できることに着目しよう。式(6)の積分は、確率過程(2)のサンプル経路上で定義される伊藤積分であり、平均収束の意味で定義される。また、記号 E_V はインパルス制御 V が与えられた下で、サンプル経路 $z(t)$ 上で定義されるライフサイクル費用を式(2)で定義されるサンプル経路の確率分布に基づいて期待値をとるような条件付き期待値操作を表している。したがって、道路管理者が解くべき問題は

$$\begin{aligned} & \min_V \{ J(V) \} \\ & \text{subject to} \\ & e_{qs.}(1a), (1b), (2), (3), (4) \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (7)$$

と表現される。この問題は通常の最適制御問題とは異なり、離散的な時刻のみに瞬間的な制御を実施する最適インパルス制御問題となっている。

(4) 最適修繕ルール

以上の問題は、システムの状態が離散的な瞬間的時刻におけるジャンプ（インパルス）で制御される最適インパルス制御問題となっている。本研究で定式化した最適インパルス制御問題では、インパルス時刻（「いつ修繕を実施するか」）が制御変数となる。時刻 t の機能水準を $z(t) = z$ と表そう。最適値関数 $\Phi(z)$ を時刻 t から最適インパルス制御行使することで達成可能な最小期待ライフサイクル費用により定義しよう。時刻 t の現在価値で評価した最適値関数を次式のように定義する。

$$\Phi(z) = \min_V E \left[\int_t^\infty c(z(u)) \exp\{-\alpha(u-t)\} ds(u) + \sum_{i \geq i_t+1} F \exp\{-\alpha(\theta_i - t)\} \right] \quad (8)$$

ただし、 $u \geq t$ は時刻、 i_t は初期時点から時刻 t までに修繕を行った回数を表す。したがって、任意の $i \geq i_t + 1$ に対

して $\theta_i \geq t$ が成立する。時刻 t に修繕を行った場合、施設の機能水準は z から \bar{Z} にジャンプする。最適値関数は期待総費用の最小値を表していることより、一般的に

$$\Phi(z) - \{F + \Phi(\bar{Z})\} \leq 0 \quad (9)$$

が成立する。時刻 t において修繕が行われるのは、その時刻に回復水準 \bar{Z} の修繕を行うことにより、期待ライフサイクル費用が最小化される時、その時のみである。すなわち、時刻 t に最適修繕が実施される場合にのみ式(9)が等号で成立する。一方、式(9)が不等式で成立する場合、修繕は実施されない。機能水準の観察値 \hat{z} が与えられたとしよう。ここで、継続集合 C を

$$C = \{z | \Phi(z) < F + \Phi(\bar{Z})\} \quad (10)$$

と定義する。継続集合 C は修繕を見送ることが最適となる機能水準の集合である。初期時点の z が小さくなれば、それによって必ず利用者費用が増大する。したがって、 $\Phi(z)$ は z に関して増加関数である。さらに、 $F + \Phi(\bar{Z})$ は一定であるので、継続集合 C は次式で与えられる。

$$C = \{z | z > z^*\} \quad (11)$$

観察値 \hat{z} が z^* 以下の時、直ちに修繕が行われる。 z^* は修繕が必要となる最大の機能水準であり最適臨界機能水準と呼ぶ。任意の $z \in (0, z^*]$ に対して、最適値関数は

$$\Phi(z) = F + \Phi(\bar{Z}) \quad (12)$$

と定義される。状態変数の実現値 \hat{z} が観察された場合、修繕を行なうべきか否かはルール \S

$$\S = \begin{cases} \text{直ちに } \bar{Z} \text{ まで機能を回復する} & \hat{z} \leq z^* \\ \text{修繕を見送る} & \hat{z} > z^* \end{cases}$$

で決定される。時間の経過とともに \hat{z} の値が経路 $z(t)$ に沿って減少していく。いま、機能水準 $z(t)$ が最適臨界機能水準 z^* に到達する時刻を θ_1 と表す。この時刻 θ_1 が最初のインパルス時刻であり、その時点に回復水準 \bar{Z} の修繕を行うことにより最適修繕を実現できる。すなわち、最適修繕戦略は舗装の機能水準の観測値が \hat{z} となった時刻 θ_1 において修繕を実施するという状況依存的修繕ルールとして与えられる。舗装の劣化過程に不確実性が介在するので、修繕のタイミングを事前に計画することは不可能である。

4. モンテカルロシミュレーションによる解法

(1) シミュレーションの方針

最適修繕問題(7)は、栗野等による最適修繕モデル³⁾とは異なり、修繕後の回復水準 \bar{Z} があらかじめ固定されている。言い換えれば、修繕後の回復水準を自由に決定できないという不可分性が存在する。この場合、式(8)より任意の $z \in (0, z^*]$ において最適値関数 $\Phi(z)$ は一定値 $F + \Phi(\bar{Z})$ をとる。したがって、式(8)で表される最適値関数と式(12)に示す最適値関数が、臨界機能水準 z^* においてなめらかに接続するという smooth pasting の条件が成立しない。修繕費用 F が臨界機能水準 z^* と回復水準 \bar{Z} の関数 $F(\bar{Z}, z^*)$ として表現できる場合、最適値関数が臨界機能水準において連続微分可能となり、最適インパルス制御問題は常微分方程式（偏微分方程式）として表される最適化

条件を smooth pasting 条件を含めたいくつかの初期条件、境界条件の下で解く問題に帰着する³⁾。しかし、回復水準 \bar{Z} に不可分性が存在する (F が定数として表現される) 場合、境界条件 (smooth pasting 条件) が欠落するため、通常の解法を適用することが不可能である。3.(4) の議論より、最適修繕ルールは機能水準がある臨界的な水準 z^* に到達した時点で修繕を実施するという状況依存的ルールとして求まる。初期時点 ($t = 0$) における機能水準 z_0 の下で臨界機能水準を z に設定した時に求まる汎関数値を期待ライフサイクル費用 $\hat{J}(z_0, z)$

$$\begin{aligned} \hat{J}(z_0, z) &= E \left[\int_0^\infty c(z(t)) \exp\{-\alpha(t)\} ds(t) \right. \\ &\quad \left. + \sum_{i \geq 1} F \exp\{-\alpha(\theta_i(z))\} \right] \end{aligned} \quad (13)$$

で定義しよう。ただし、 $\theta_i(z)$ は第 $i - 1$ 回目の修繕の後、舗装の機能水準が臨界機能水準 z にはじめて到達する時刻を表す。いま、臨界機能水準 z を固定しよう。この時、最適値関数値 $\hat{J}(z_0, z)$ は、当該の修繕戦略 z の下で、実現しうる機能水準 $z(t)$ の変化経路のすべての集合に対する期待値として定義される。したがって、最適値関数値 $\hat{J}(z_0, z)$ を求めるためには、ありうべき機能水準の変化経路サンプルをモンテカルロ・シミュレーションにより再現するとともに、サンプル経路上で定義されるライフサイクル費用の現在価値を求め、起こりうるすべてのサンプル経路に対してその期待値を求める必要がある。しかし、無限的視野におけるサンプル経路を有限回のシミュレーションによって定義することは不可能である。そこで、本研究では、次節で述べるような期待ライフサイクル費用 $\hat{J}(z_0, z)$ の再帰的な構造を利用することにより、有限回のシミュレーションにより最適値関数値を求める方法を提案する。なお、任意の修繕戦略 z に対する最適値関数を以上のように求めることとすれば、汎関数 (8) を最小にする最適臨界機能水準 z^* は通常の 1 次元の直接探索法により求めることができる。

(2) 期待ライフサイクル費用の再帰的定義

一般性を失うことなく、初期時点における機能水準を \bar{Z} と考えよう。初期時点から最初に機能水準が臨界水準 z に到達し、修繕が実施される時刻 $\theta_1(z)$ までの期間に着目する。時刻 $\theta_1(z)$ は確率変数である。時刻 $\theta_1(z)$ において修繕が実施され、それ以降のすべての期間において機能水準が臨界水準 z に到達した時に修繕が行われると仮定しよう。いま、回復水準が \bar{Z} であった場合に臨界水準 z という修繕戦略の下で実現する期待ライフサイクル費用を $\hat{J}(\bar{Z}, z)$ と表そう。初期時点における期待ライフサイクル費用は

$$\begin{aligned} \hat{J}(\bar{Z}, z) &= E_{\theta_1(z)} \left[\int_0^{\theta_1(z)} c(z(t)) \exp\{-\alpha(t)\} ds(t) \right. \\ &\quad \left. + \{F + \hat{J}(\bar{Z}, z)\} \exp\{-\alpha(\theta_1(z))\} \right] \end{aligned} \quad (14)$$

と再帰的に定義できる。ただし、 $E_{\theta_1(z)}[\cdot]$ は第 1 回の修繕時点 $\theta_1(z)$ までのサンプル経路に関する期待値操作を表す。右辺 $E_{\theta_1(z)}[\cdot]$ 内の第 1 項は時刻 $t = 0$ から時刻 $t = \theta_1$ まで

の利用者費用の現在価値を、第 2 項は時刻 $t = \theta_1$ における修繕費用と時刻 $t = \theta_1$ 以降に要する総費用の現在価値の和を表している。期待ライフサイクル費用 $\hat{J}(\bar{Z}, z)$ は

$$\begin{aligned} \hat{J}(\bar{Z}, z) &= (1 - E_{\theta_1(z)} [\exp\{-\alpha(\theta_1(z))\}])^{-1} \\ &\quad \cdot E_{\theta_1(z)} \left[\int_0^{\theta_1(z)} c(z(t)) \exp\{-\alpha(t)\} ds(t) \right. \\ &\quad \left. + F \exp\{-\alpha(\theta_1(z))\} \right] \end{aligned} \quad (15)$$

と表される。式 (15) を用いることにより、期間 $[0, \theta_1(z)]$ におけるサンプル経路のみを用いて期待ライフサイクル費用を求めることが可能となる。

(3) モンテカルロシミュレーション

時間軸を $t = 0, \Delta t, 2\Delta t, \dots, k\Delta t (= t_k), \dots$ と離散近似しよう。ただし、 Δt は単位期間長を表す。さらに、時刻 $t = t_k$ における累積需要、機能水準を

$$s_k = s(t_k), z_k = z(t_k), t_k = k\Delta t; k = 0, 1, 2, \dots \quad (16)$$

と表す。式 (1a), 式 (2) を離散近似することにより

$$s_{k+1} = s_k + \beta \Delta t + \sigma \epsilon_1(t_k) \quad (17)$$

$$z_{k+1} - z_k = -\rho \{s_{k+1} - s_k\} - \delta \Delta t - \eta \Delta q(t_k) \quad (18)$$

$$\Delta q(t_k) = \begin{cases} u & (\text{確率 } \lambda \Delta t) \\ 0 & (\text{確率 } 1 - \lambda \Delta t) \end{cases} \quad (19)$$

と表される。 $\epsilon_1(t_k), k = 0, 1, 2, \dots$ は正規分布 $N(0, \Delta t)$ に従う確率変数であり、 u は対数正規分布に従う確率変数である。正規分布に従う乱数 $\epsilon_1(t_k), k = 0, 1, 2, \dots$ と対数正規分布に従う乱数 u を発生させ、各期の $\Delta q(t_k)$ の値の抽選を行えば $s_k, z_k, k = 0, 1, 2, \dots$ の 1 つのサンプル経路を得ることができる。期待ライフサイクル費用 (14) は

$$\begin{aligned} J(\bar{Z}, z) &= E \left[\sum_{k=0}^{\frac{\theta_1}{\Delta t}-1} c(z_k)(s_{k+1} - s_k) \frac{1}{(1+\alpha)^{t_k}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{F}{(1+\alpha)^{\theta_1(z)}} + \frac{J(\bar{Z}, z)}{(1+\alpha)^{\theta_1(z)}} \right] \end{aligned} \quad (20)$$

と離散近似される。ただし、 s_k, z_k, θ_1 は確率変数である。

項 $J(\bar{Z}, z)$ に関して整理することにより、

$$\begin{aligned} J(\bar{Z}, z) &= \left\{ 1 - E_{\theta_1(z)} \left[\frac{1}{(1+\alpha)^{\theta_1(z)}} \right] \right\}^{-1} \\ &\quad \cdot \left\{ E_{\theta_1(z)} \left[\sum_{k=0}^{\frac{\theta_1(z)}{\Delta t}-1} c(z_k)(s_{k+1} - s_k) \frac{1}{(1+\alpha)^{t_k}} \right] \right. \\ &\quad \left. + E_{\theta_1(z)} \left[\frac{F}{(1+\alpha)^{\theta_1(z)}} \right] \right\} \end{aligned}$$

を得る。いま、モンテカルロシミュレーションによって累積需要、機能水準に関する 1 つのサンプル経路を発生することができる。十分多くのサンプル経路を発生させれば $J(\bar{Z}, z)$ の値が求まる。異なる z に対して、この方法を繰り返し適用すれば、1 次元探索法により $J(\bar{Z}, z)$ が最小となる最適修繕ルール z^* を求めることができる。

(4) 期待値パスによる近似解法

式 (14) で期待ライフサイクル費用を再帰的に定義したことにより、無限的視野の期待ライフサイクル費用を有

限的視野のシミュレーションで求めることが可能となる。しかし、十分な精度で期待ライフサイクル費用を求めるためには、1次元探索の各段階において、膨大なシミュレーションを実施しなければならず実用的ではない。のちに紹介するケーススタディでは1つの z の値に対して約50万回のサンプル経路を発生させている。シミュレーションに代わる簡便な方法として、初期時点からのサンプル経路の期待値（期待値パスと呼ぶ）を定義し、それにより最適修繕ルールを求める方法を提案する。

劣化過程がモデル化されれば、その確率特性を用いて期待値パスは容易に定義できる。式(2)で表される劣化過程の期待値パスは以下のように定式化できる。式(1a)で定義した累積交通需要に対し、期待値パス \check{z} は

$$d\check{z}(t) = E[ds(t)] = \beta dt \quad (21)$$

と定義できる。また、初期時点から修繕を実施しなかった場合における期待値パスを求めるため式(2)の右辺第4項を無視しよう。この時、機能水準の期待値パス \check{z} は

$$\begin{aligned} d\check{z}(t) &= E[-\rho ds(t) - \delta dt - \eta dq] \\ &= -\rho\beta dt - \delta dt - \eta\lambda\check{u}dt \end{aligned} \quad (22)$$

で表せる。ただし、 $\check{u} = E[u]$ である。期待値パスを用いてライフサイクル費用 $\check{J}(\bar{Z}, z)$ を近似的に表現しよう。この時、ライフサイクル費用 $\check{J}(\bar{Z}, z)$ は、

$$\begin{aligned} \check{J}(\bar{Z}, z) &= \int_0^{\check{\theta}_1(z)} c(\check{z}(t)) \exp\{-\alpha(t)\} \beta dt \\ &\quad + \{F + \check{J}(\bar{Z}, z)\} \exp\{-\alpha(\check{\theta}_1(z))\} \end{aligned} \quad (23)$$

$$\check{\theta}_1(z) = \frac{\bar{Z} - z}{\rho\beta + \delta + \eta\lambda\check{u}} \quad (24)$$

と定義される。期待値パスが求まれば、任意の修繕ルール z に対する期待値パス上のライフサイクル費用は

$$\begin{aligned} \check{J}(\bar{Z}, z) &= (1 - \exp\{-\alpha(\check{\theta}_1(z))\})^{-1} \\ &\quad \cdot \left[\int_0^{\check{\theta}_1(z)} c(\check{z}(t)) \exp\{-\alpha(t)\} \beta dt \right. \\ &\quad \left. + F \exp\{-\alpha(\check{\theta}_1(z))\} \right] \end{aligned} \quad (25)$$

と定義できる。式(25)を最小にする z^* を期待値パスによる最適臨界機能水準と定義する。なお、利用者費用関数 $c(z)$ は強凸関数であり、劣化過程の不確実性により機能水準が z に到着する時刻も確率分布するため、以上的方法で求めた修繕ルール z^* が期待ライフサイクル費用を最小にする厳密解に一致する保証はない。期待値パスによる方法によれば、モンテカルロシミュレーションを必要とせず式(25)の右辺第1項を数値積分すれば解を求めることができる。したがって、期待値パスによる最適臨界機能水準がシミュレーションによる最適解を十分な精度で近似できるという保証があれば、極めて容易に最適修繕ルールを求めることができる。5.(3)は、適用事例を通じて、厳密解と期待値パスによる近似解を比較する。

5. ケーススタディ

(1) 対象箇所の選定

最適修繕モデルを用いて道路舗装の最適修繕ルールを

設計するためには、交通需要と機能水準の変動過程、利用者費用関数、修繕費用に関するデータが必要となる。現在のところ、道路舗装の機能水準の劣化過程に関するデータはほとんど蓄積されていない。さらに、道路舗装の劣化過程は、累積交通量だけでなく舗装構造、舗装材料、天候等により多様に異なる。本研究では比較的路面性状の劣化過程に関するデータが揃っている阪神高速道路を対象として最適修繕ルールの設計を試みる。

阪神高速道路公団では、東大阪線において平成4年から約1年ごとに現在までに7回の路面性状定点観測を、神戸線では平成8年から約半年ごとに定点観測を実施している。それ以外の路線でも、路面性状測定車により随時路面性状の観測を行っているが、定点観測ではないため路面性状の劣化過程を追跡することは難しい。本研究では比較的時系列データが揃っている東大阪線をケーススタディの対象としてとりあげる。対象区間の道路施設は高架橋であり、道路舗装は床版上の表層、基層により構成されている。高架部の道路舗装でオーバーレイを行うと死荷重が増加するため、修繕工法としては打ち換えのみが行われている。

なお、道路舗装が表層と基層のみにより構成されているため、切削オーバーレイは打ち換えに相当する。路面性状の定点観測は、延長59~136mの道路区間を対象とする9つの工区ごとに行われている。各工区ごとに表層、基層には単一の素材が用いられているが、各工区ごとに舗装材料が異なるので、機能水準の劣化過程は工区ごとに異なる。本研究では延長100m、表層材料、基層材料はともに改質密粒Aで構成されている第7工区を取り上げる。

(2) パラメータ値の設定

阪神高速東大阪線の実績データに基づいて累積需要の変動過程(1a)におけるパラメータ β, σ 値を推定した。モンテカルロシミュレーションにおける単位期間 Δt を1ヶ月に設定し、実績値に基づいて $\beta = 1378000, \sigma = 42000$ と設定する。道路舗装の機能水準指標としてMCIを用いる。当該工区の舗装材質を考え、道路舗装の修繕により機能水準はMCI = 9まで回復すると考える。残念ながら、劣化過程(2)のパラメータを推定するほど十分なデータは存在しない。しかし、定点観測の結果、同工区ではMCIが約10年間で9から6程度まで低下している。このような劣化速度を表現するためにパラメータ値を $\rho = 9.071 \times 10^{-9}, \delta = 6.250 \times 10^{-3}, \eta = 3.791 \times 10^{-2}, \lambda = 0.1$ と想定した。また対数正規分布に従う乱数 u は、 $\log u \sim N(0, 1)$ とした。ここでは累積需要による劣化と自然的劣化の速度が同程度になるようにパラメータ値を想定している。劣化過程のパラメータを推定するためには、舗装材質を同じくする複数の工区に対して、路面性状と累積交通量の時系列データを収集することが必要となる。

利用者費用は、燃費、車両の劣化損傷による費用、事故確率の増加による費用、速度低下による時間損失費用、

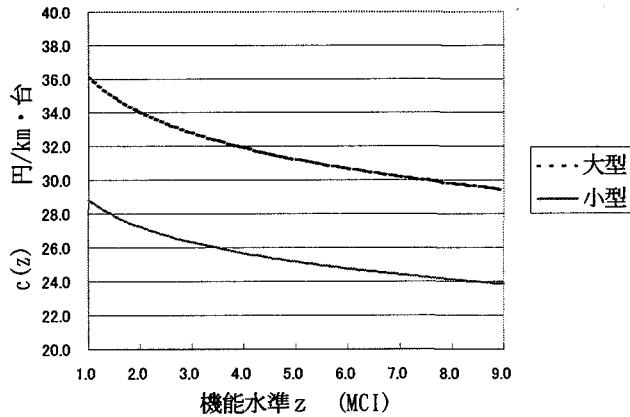


図-2 利用者費用関数

乗りごこちの悪化による費用、騒音による費用などにより構成される。このうち速度低下による時間損失、乗りごこちの悪化、騒音による利用者費用は定量化が難しく、これまでにあまり研究がなされていない。本研究では燃費と車両の劣化損傷による費用(車両の維持補修費用と減価償却費用)のみを利用者費用として考える。わが国の道路を対象として路面性状と車両走行費用(あるいは利用者費用)の関係を定量的に分析した文献は、著者の知る限り建設省土木研究所の「舗装の供用性と車両走行費用に関する検討」²²⁾のみである。本調査では、縦断勾配がなく一定の走行が可能な直線区間(500m程度)を10箇所選定し、小型乗用車(1800cc、オートマ車)、大型トラック(10~11t積、7速車)を用いた実験走行により、燃料消費量、車両の維持補修費用、減価償却費用を加えた車両走行費用とMCIの関係を分析している。所得移転である税を差し引いた費用を利用者費用と考える。以上のデータより、利用者費用関数をスプライン補完法により図-2に示すように求め、現況の大型車混入率を用いて平均的な利用者費用関数を求めた。

道路舗装の修繕費用は直接工事費用と、工事迂回による時間損失などの間接費用に分けられる。本研究では直接工事費用は修繕面積に比例すると仮定する。同公団資料によれば、表層(厚さ35mm)と基層(厚さ40mm)を削除して密粒度アスファルト混合物で打ち換えをする場合、修繕の単価(単位面積あたりの修繕費用)は6510円/ m^2 である。この値に対象とする第7工区の面積を乗じた値を直接工事費用とする。第7工区は延長が100m、2車線で幅員6.8mであり、直接工事費用は443万(円)となる。

また、当該区間の修繕期間は1日とし、修繕期間中は並行する一般道路への迂回走行を余儀なくされると考える。迂回走行に要する迂回費用を1台あたり500円と想定した。本ケースの場合、 $\beta = 1378000$ であり1日当たりの期待交通量は46000台、間接費用は2300万円となる。第7工区は交通量が多い区間であり修繕費用に占める迂回費用の占める割合が大きい。一般道路への迂回走行により一般道路に混雑が生じるが、以下の数値計算ではその

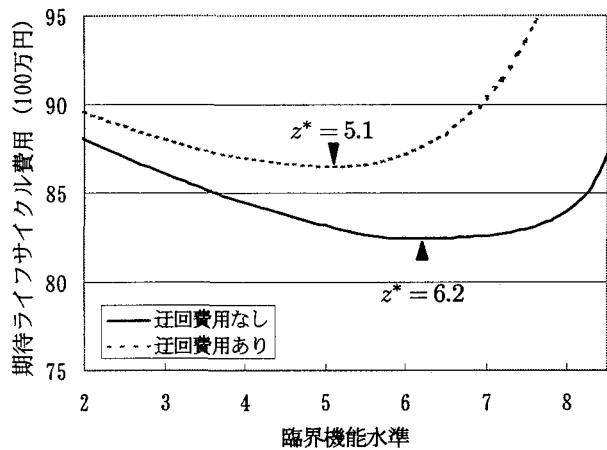


図-3 ライフサイクル費用と臨界機能水準

影響を考慮していない。単一の道路区間の修繕戦略だけでなく、ネットワークの修繕戦略を検討する場合、修繕工事により生じるネットワークの混雑効果やITSによる交通誘導効果を検討する必要が生じよう。この問題は本稿の域を越えるので以下ではとりあげない。

(3) 直接解法と修繕ルール

a) ライフサイクル費用と臨界機能水準

東大阪線第7工区を対象として、直接解法により最適臨界機能水準 z^* を求めた。割引率は0.04/年としている。図-3は、修繕を実施する直前の臨界機能水準(MCI値)と期待ライフサイクル費用の関係を示している。図中の実線は修繕期間中の迂回費用を無視し直接工事費のみを考慮した場合、破線は迂回費用と直接工事費の双方を考慮した場合の計算結果を示している。迂回費用を考慮しない場合、期待ライフサイクル費用の最小値を与える最適臨界機能水準は $z^* = 6.2$ となる。一般国道における現行の管理水準(2.(2)参照)と比較すれば、最適な臨界機能水準(MCI)はかなり大きな値をとる。言い換えれば、交通量が多い当該区間においては舗装の劣化がもたらす利用者費用は極めて大きい。このため、一般国道における管理水準に基づく修繕ルールよりも、劣化がそれほど進展しない早い段階で修繕工事を行う必要がある。

しかし、迂回費用を考慮した場合、最適臨界機能水準は $z^* = 5.1$ となり、実線の場合よりも舗装がさらに劣化した段階で修繕工事が行われることになる。しかし、一般国道の管理水準では $MCI = 5$ 以上であれば、望ましい管理水準とされている。当該工区のように交通量の多い路線の場合、舗装劣化による利用者費用が大きいため現行管理水準より大きいMCIが最適臨界機能水準値となる。なお、以上では舗装劣化による騒音増加等の社会的費用を考慮していない。これらの費用を考慮すれば最適臨界機能水準はさらに大きい値をとる。

b) 割引率と臨界機能水準

割引率の設定がシミュレーション結果に与える影響を

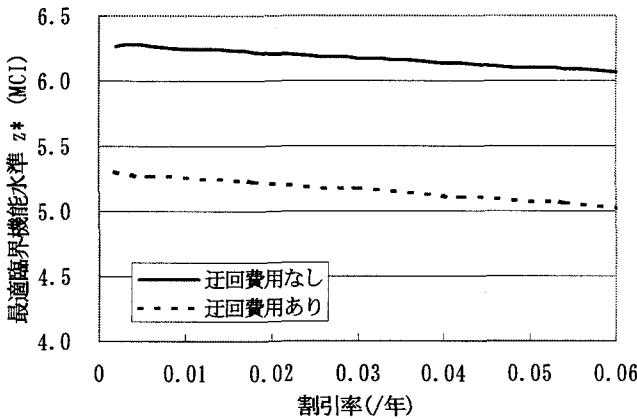


図-4 割引率と臨界機能水準

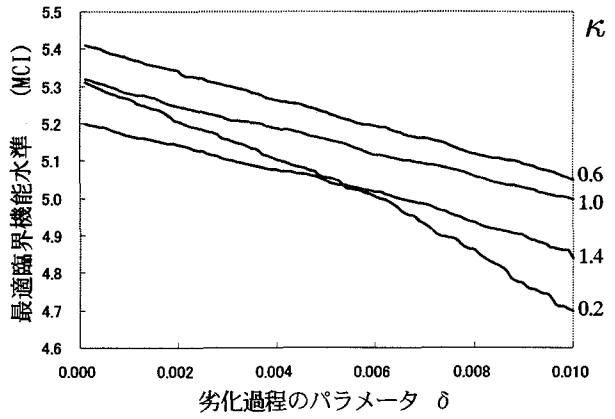


図-6 δ と z^* の関係

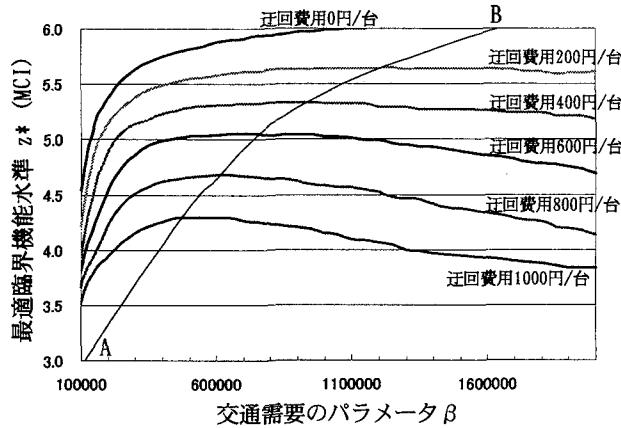


図-5 $z^* - \beta$ 管理図

調べるために、割引率を変動させて、最適臨界機能水準 z^* を求めた。図-4は、割引率を0.002/年から0.06/年まで変動させた場合の、割引率と最適臨界機能水準 z^* の関係を示している。図中の実線は修繕期間中の迂回費用を無視し直接工事費用のみを考慮した場合、破線は迂回費用と直接工事費用の双方を考慮した場合の計算結果を示している。直接工事費のみを考慮した場合と迂回費用を考慮した場合の双方で、割引率が大きくなるにつれて最適臨界機能水準 z^* は小さくなっている。割引率が大きくなった場合、臨界機能水準を下げることによって瞬間に大きな費用が発生する補修時刻を遅らせれば、期待ライフサイクル費用の現在価値がより小さくなるためである。しかし、直接工事費用のみの場合と迂回費用を考慮した場合の双方で、割引率を変動させた場合の最適臨界機能水準 z^* の変動は小さく、いずれの場合も割引率が0.002/年と0.06/年の時の最適臨界機能水準 z^* の差は0.3未満(MCI値)となっている。

c) 交通需要と臨界機能水準

直接工事費用のみを考慮した場合、交通量が大きくなれば利用者費用が大きくなるため臨界機能水準は大きな値の方が望ましい。一方で、迂回費用を低減するという観点に立てば、交通量が増加するほど工事回数を減らした方が望ましい。すなわち、迂回費用を低減させるため臨界機能水準は小さいほうが望ましくなる。このように、迂回費

用や交通量が変化すれば最適臨界機能水準が変化することが予想される。そこで、自動車1台当たりの迂回費用を6通りに変化させたケース(0, 200, 400, 600, 800, 1000円)をとりあげて、交通需要ポテンシャルを表すパラメータ β と最適臨界機能水準 z^* の関係を分析した。なお、 β 及び迂回費用以外のパラメータ値はケーススタディと同じ値を採用している。

図-5は、最適臨界機能水準 z^* と交通需要のパラメータ β の関係を示したものであり $z^* - \beta$ 管理図と呼ぼう。この図より、道路管理者は交通量の多寡に応じて道路舗装の修繕が必要となる最適なMCI値を読みとることができる。同図に示すように、迂回費用が大きくなるほど修繕費用が単調に増加するため、最適臨界機能水準は一様に低下している。しかし、交通量が増加するほど利用者費用は増加するが迂回費用も増加するため、交通量と最適臨界機能水準の関係は複雑である。同図に示すように、交通量が比較的少ない場合、利用者費用が少なく最適臨界機能水準は小さくなる。交通量が次第に多くなれば利用者費用が増加するため、最適臨界機能水準は増加する。しかし、単位迂回費用が大きい場合、交通量がある臨界的な点を超えると迂回費用が卓越するようになり、最適臨界機能水準は減少するようになる。

図-5における破線は異なる迂回費用に対して最適臨界機能水準の最大値を与える交通量 β とその時の z^* 値を求めた結果を示している。以上で考察したように、修繕工事のための迂回走行規制により生じる社会的費用は道路舗装のライフサイクル費用の中で実質的なウェイトを占めている。特に、交通量や単位迂回費用が大きい道路ほど迂回規制による社会的損失は大きい。このような道路区間の最適修繕戦略を設計するためには、道路ネットワークの各リンクの舗装の種類、修繕ルール、さらには迂回規制の方法、迂回規制時における経路誘導等を総合的に考慮したような道路ネットワークの修繕戦略について考察することが必要となる。

d) 劣化特性と臨界機能水準

ケーススタディで取り上げた第7工区において自然的

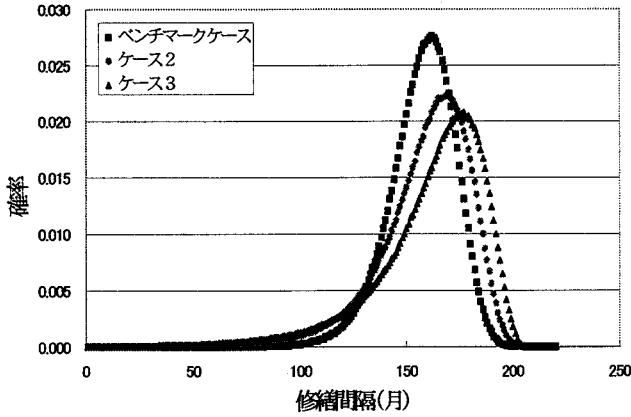


図-7 s^2 と修繕間隔の変動

劣化の速度を表すパラメータ δ のみが変化した場合を考え、 δ と最適臨界機能水準 z^* の関係を分析した。図-6は、当該区間の交通量 β を変化させ、 δ と z^* の関係を分析した結果を示す。図において $\kappa = 1$ の場合、現状の交通量の下での δ と z^* の関係を表している。この場合、自然的劣化の速度 δ が大きくなるほど最適臨界機能水準 z^* は小さくなる。なお、 $\kappa = \beta/\beta^0$ は同区間の仮想交通量 β と現状交通量 β^0 の比率を意味する。図-5に示した交通量 β と臨界機能水準 z^* の関係を反映して、交通量が小さい($\kappa = 0.2$)場合は最適臨界機能水準は小さい値をとる。 $\kappa = 0.6$ では最適臨界機能水準はとりあげたケースの中では最大値をとる。さらに、 κ が増加すれば最適臨界機能水準は再び小さくなる。いずれの場合でも、 δ が大きくなると z^* が小さくなるという傾向は変化しない。

e) リスクと臨界機能水準

交通量の分散 σ やジャンプ幅 u の分散 s^2 が臨界機能水準 z^* に及ぼす影響を分析した。その結果、交通量やジャンプ幅の標準偏差が最適臨界機能水準に及ぼす影響は極めて小さいことが判明した。例えば、図-5でとりあげたすべてのケースに対して、 σ を $0 \leq \sigma \leq 100000$ の範囲の中で変動させた場合、最適臨界機能水準はMCI値にして ± 0.1 の変動の範囲の中に収まることが判明した。現場における機能水準の観測誤差を考慮すれば、本ケーススタディに関する限り、劣化過程における変動は最適臨界機能水準に大きな影響を及ぼさないと考えることができる。しかし、このことは道路舗装の修繕において劣化過程の変動が重要でないことを意味しない。本研究で求めた修繕ルールは実際に観測されるMCI値に基づいて道路舗装の修繕を行うべきか否かを判定する状況依存的ルールとなっている。劣化過程に不確実性がある場合、あらかじめ次回の修繕時期を確定的に決定することができない。

図-7は自然的劣化の確率項 u の分散 s^2 を変化させた各ケースに対して、最初の修繕が行われる時刻の確率分布を求めたものである。横軸は初期時点からの経過時間(月)を示している。ベンチマークケースでは $\log u \sim N(0, 1)$ を仮定している。この場合、 $E[u] = \sqrt{e}$, $var[u] = e^2 - e$

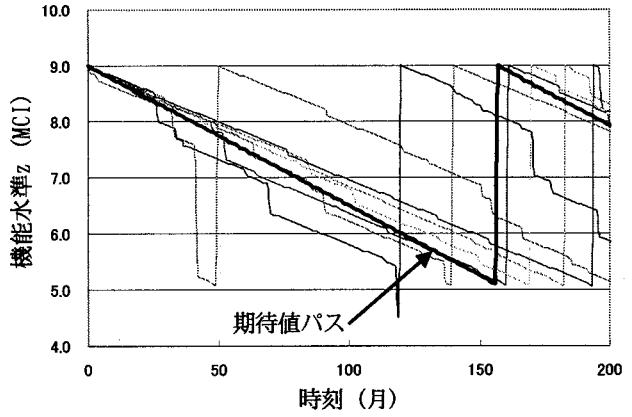


図-8 期待値パス

となる。図においてケース2は $\log u \sim N(-0.5, 2)$ 、ケース3は $\log u \sim N(-1, 3)$ を仮定している。すなわち、ケース2では $E[u] = \sqrt{e}$, $var[u] = e^3 - e$ 、ケース3では $E[u] = \sqrt{e}$, $var[u] = e^4 - e$ となる。3つのケースはいずれも自然的劣化の確率項の期待値を等しくし、分散のみを変化させた場合に相当している。分散の値はベンチマークケースが最も小さく、ケース3が最も大きい。3つのケースの修繕間隔の期待値はいずれも等しいが、分散が最も大きいケース3において修繕間隔の分散が最も大きくなる。なお、自然的劣化の確率項が対数正規分布に従う場合を考えているため補修時期は左右対称に分布していない。

(4) 期待値パスによる方法

5.(3)で示したように、本ケースステディの場合、劣化過程の変動は修繕間隔の変動に影響を及ぼすものの、最適臨界機能水準にほとんど影響を及ぼさないことが判明した。この性質を利用すれば、シミュレーションによる直接解法より簡単に修繕ルールを求める方法を提案することができる。直接解法によれば、臨界機能水準 z の値と対応してサンプル経路を発生し期待ライフサイクル費用を計算する必要がある。1つの臨界機能水準に対応する期待ライフサイクル費用を求めるために膨大なシミュレーション回数が必要となる。そこで、近似解法として修繕直後のMCI水準 $Z = 9.0$ を初期時点とする期待値パスを求め、期待値パス上における最適臨界機能水準を求めた。図-8はケーススタディとしてとりあげた第7工区において臨界機能水準を $z^* = 5.1$ とした場合の劣化過程のいくつかのサンプル経路を示すとともに、期待値パスを求めた結果を示している。期待値パスは時間の経過とともに機能水準が単調に減少する直線として描かれている。このことは道路舗装の劣化過程を式(2)のように特徴化したことの理論的帰結である。前述したように、劣化過程に関するデータの蓄積状況を考えれば、現時点では複雑な劣化過程モデルを推計することは極めて困難であると言わざるを得ない。今後、劣化データが蓄積され

れば、非線形の期待値パスが得られるような劣化過程モデルを開発することが可能となろう。

期待値パスを用いて求めた最適臨界機能水準が最適修繕モデルの最適解に一致する保証はない。しかし、本ケーススタディに関する限り、シミュレーションにより求めた最適臨界機能水準と期待値パスによる最適臨界機能水準の間には大きな違いがないことが判明した。たとえば、図-5でとりあげた計算ケースに対して、期待値パスによる最適臨界機能水準はMCI値にして±0.1の変動の範囲の中に収まっている。シミュレーションによる計算誤差を考えれば、期待値パスによる方法を用いても十分な結果が得られたものと考える。このようにモンテカルロシミュレーションによる方法と期待値パスによる方法の間に大きな差異が存在しない理由としては、1)修繕費用 F と修繕後の機能水準 \bar{Z} を一定としていること、2)劣化過程の特定化に大きく依存している。道路舗装の修繕工事の特性を考えれば、仮定1)は成立しうるものと考える。今後、異なる劣化過程モデルを用いた場合、期待値パスによる方法とシミュレーションによる方法の計算結果を比較検討する必要がある。道路舗装の修繕に関しては、これまで複雑なマルコフ決定過程モデル等が開発されてきた。期待値パスを用いた方法が、これらのモデルを用いた結論をどの程度近似しうるかに関しても興味深い研究テーマである。以上の結論は限られた計算ケースについて成立する事項であり、今後期待値パスによる近似解の精度を理論的に評価する方法を開発する必要があると考える。

(5) 実用化への課題

本研究ではある単一区間の道路舗装の最適修繕タイミングを求める方法論を提案した。現実の道路舗装の維持・管理においては、限られた年間予算の制約の下で修繕事業を実施せざるを得ず、すべての対象区間の舗装を最適なタイミングで修繕できる保証はない。この場合、管理主体が管轄する道路網全体の舗装管理システム(MMS)を構築する必要がある。そのためには、1)道路修繕が最適修繕タイミングより遅延することにより生じるライフサイクル費用の増加の計測、2)修繕が必要な箇所の中から優先的に修繕を実施する箇所を選択する基準の開発、3)道路舗装の持続的な維持を達成するために必要な動学的予算経路の導出が必要となる。2)の課題を達成するためには、1)で述べた修繕遅延が生じる損失を計測する方法論の開発が前提となる。修繕遅延がもたらす損失額は機能水準が z^* ($< z^*$)まで劣化し、さらに一定期間に亘って修繕ができない場合に生じる期待ライフサイクル費用 $J(Z, z^*)$

$$\begin{aligned} J(Z, z^*) &= E \left[\int_0^\iota c(z(t)) \exp\{-\alpha(t)\} ds(t) \right. \\ &\quad \left. + J(\bar{Z}, z) \exp\{-\alpha(\iota)\} \right] \quad (26) \\ dz(t) &= -\rho ds(t) - \delta dt - \eta dq \quad (0 \leq t \leq \iota) \\ z(0) &= z^* \end{aligned}$$

により定義できる。さらに、持続可能な予算過程を求めるためには、個々の道路区間に於いて定義される舗装の劣化・修繕過程を全道路区間にわたって確率的に集計化する方法論を開発する必要がある。以上の実用化に向けての検討課題に関しては別の機会に発表したいと考える。

6. おわりに

本研究では、施設需要と劣化過程に不確実な変動が含まれるような道路舗装の最適修繕戦略を求める問題をとりあげた。具体的には、期待ライフサイクル費用を最小にするような修繕の最適なタイミングを決定する問題を最適インパルス制御問題として定式化した。ケーススタディの結果、劣化過程に不確実性が含まれていても、臨界的機能水準 z^* は大きな影響を受けないことが判明した。さらに、道路舗装の最適修繕ルールを「修繕を直ちに実行すべきかどうか」を判定するための $z^* - \beta$ 管理図として表現できることを示した。本研究で提案した修繕ルールは状況依存的ルールであり、現実に修繕が行われるべきタイミング（修繕間隔）は現実の劣化過程に含まれる不確実性のため変動することとなる。

本研究で提案した方法論の実用化に関しては、すでに5.(5)で言及した。それ以外にも、道路舗装の修繕ルールについていくつかの理論的課題が残されている。第1に、本研究では、交通需要が定常的な確率過程に従う場合を想定していた。交通需要にトレンド等の非定常成分が含まれる場合には、劣化過程のモデル化を修正する必要があろう。第2に、本研究では単独の道路区間のみを対象とした修繕ルールを開発したが、今後道路ネットワークの特性を考慮した修繕ルールを設計する必要がある。第3に、道路修繕費用の最適な利用者負担の方法に関して研究を蓄積する必要があげられる。最後に、道路舗装の劣化過程に関してはデータの蓄積が乏しいのが現状である。今後のデータの蓄積を図るとともに、劣化過程の推定方法の高度化を達成する必要がある。なお、本研究の遂行にあたって阪神高速道路公団から貴重なデータをお借りした。ここに、感謝の意を表す次第である。

参考文献

- 1) Hass, R. and W. R. Hudson, W. R.: *Pavement Management Systems*, 1988.
- 2) 阿部頼政：舗装管理システムに関する研究の動向、土木学会論文集、No.372, pp.17-27, 1986.
- 3) 栗野盛光、小林潔司、渡辺晴彦：不確実性下における補修投資ルール、土木学会論文集、No.667/IV-50, pp.1-14, 2001.
- 4) 東嶋奈緒子：舗装の計画的管理手法に関する調査研究、第51回建設省技術研究会報告、pp.17.1-17.20, 1997.
- 5) 内田弘・召田紀雄：地方道における長期補修計画の立案、土木学会論文集、No.597, pp.21-31, 1998.
- 6) 落合文雄：建設省の舗装データバンクシステム、アスファルト、第41巻198号、1999.
- 7) 小松原昭則：JH日本道路公団における舗装マネジメントシ

- システム, アスファルト, 第41巻198号, 1999.
- 8) 富永博夫: 首都高速道路の舗装維持管理, アスファルト, 第41巻198号, 1999.
 - 9) 峰岸順一: 東京都における道路維持補修計画支援システム, アスファルト, 第41巻198号, 1999.
 - 10) 堤昌文, 桜木武: 道路の維持管理に関する計画学的考察, 土木計画学研究講演集, No.18(2), pp.405-408, 1995.
 - 11) 三和雅史: 軌道保守施策の長期的最適化法, 土木計画学研究・講演集, No.21(2), pp.357-360, 1998.
 - 12) 深井俊英: 道路施設の補修と取替の判定に関するシステム論的考察, 土木計画学研究・講演集, No.5, pp.27-32, 1982.
 - 13) 黒田勝彦, 内田敬: 土木構造物の補修・更新モデル, 土木計画学研究・講演集, No.11, pp.117-124, 1988.
 - 14) Carnahan, J. V., Davis, W. J., Shahin, M. Y., Keane, P. L., and Wu, M. I.: Optimal Maintenance Decisions for Pavement Management, *ASCE Journal of Transportation Engineering*, Vol. 113, pp. 554-572, 1987.
 - 15) Madanat S.: Predicting Pavement Deterioration, *ITS Review*, Vol. 20, Institute of Transportation Studies, University of California, May 1997.
 - 16) 藤井治嘉: 道路舗装の維持管理, 土木学会論文集, No.366, pp.13-26, 1986.
 - 17) 高橋国一郎他: AASHO 道路試験, 日本セメント協会, 1968.
 - 18) 建設省道路局国道第一課・建設省土木研究所: 舗装の維持修繕の計画に関する調査研究, 第33回建設省技術研究会報告, pp.215-238, 1979.
 - 19) 建設省道路局国道第一課・建設省土木研究所: 舗装の維持修繕の計画に関する調査研究, 第34回建設省技術研究会報告, pp.323-362, 1980.
 - 20) 建設省道路局国道第一課・建設省土木研究所: 舗装の維持修繕の計画に関する調査研究, 第35回建設省技術研究会報告, pp.301-323, 1981.
 - 21) 建設省道路局国道第一課・建設省土木研究所: 舗装の管理水準と維持修繕工法に関する総合的研究, 第41回建設省技術研究会報告, pp.362-381, 1987.
 - 22) 安崎裕・片倉弘美・伊佐真秋: 舗装の供用性と車両走行費用に関する検討, 第18回日本道路会議一般論文集, pp.710-711, 1989.
 - 23) 飯島尚, 今井博, 猪股和義: MCIによる舗装の供用性の評価, 土木技術資料, Vol.23, pp.577-582, 1981.
 - 24) たとえば, Baxter, M. and Rennie, A.: *Financial Calculus: An Introduction to Derivative Pricing*, Cambridge University Press, 1996.
 - 25) Øksendal, B.: *Stochastic Differential Equations: An Introduction with Applications*, 5th ed., Springer-Verlag, 1998, 谷口説男訳, 確率微分方程式, シュプリンガー・フェアラーク東京, 1999.

不確実性下における道路舗装の修繕ルールに関する研究*

田村謙介**, 小林潔司***

本研究では, 将来需要や道路舗装の劣化過程に不確実性が含まれることを前提として, 道路舗装の期待ライフサイクル費用を最小にするような最適補修ルールを求める方法を提案する. その際, 補修戦略の分割不可能性に配慮して, モンテカルロシミュレーションにより補修ルールを求める方法を提案し, シミュレーションの効率化の方法についても考察した. さらに, ケーススタディを行い提案した方法論の有用性を示している.

THE OPTIMAL REPAIRING RULES FOR PAVEMENTS UNDER UNCERTAINTY

By Kensuke TAMURA** and Kiyoshi KOBAYASHI***

In this paper, the optimal repairing model is presented to design the repairing rules for road pavement that can minimize the expected life cycle costs under uncertainty. Taking the idivisability of repairing rules into account, the Monte Carlo simulation methodology is presented to find out the optimal rules in an efficient manner. The applicability of the model is investigated by case studies.