

# ダイナミカルシステム論による鉄道時差出勤パターンの分析\*

## Dynamical System Analysis of Railway Commuting Pattern with Staggered Work Hours

吉村 充功<sup>†</sup>・奥村 誠<sup>‡</sup>

Mitsunori YOSHIMURA and Makoto OKUMURA

### 1. はじめに

都市交通問題の解決手段として時差出勤が着目されているが、現状ではこの制度が十分浸透しているとは言えない。これは企業側にとって、時差出勤の導入は関連企業との労働時間帯にずれを生じさせ、業務活動の効率を低下させると考えられていることによる。そこで前稿<sup>1)</sup>では、時差出勤施策による鉄道混雑の緩和効果と業務活動の効率の低下の影響のトレードオフを考慮した上で、企業が時差出勤への参加を決定するとした場合の時差出勤施策の実現可能性を分析した。

その結果、2分割始業時刻下では企業の行動パターンを次の3種類に分類することができた。1) 安定均衡解が1つだけ存在し時差出勤が自動的に進む、2) 2つの一斉始業のみが安定均衡解になる、3) 安定均衡解が一斉始業の2つを含め3つ存在し、ある割合の企業の始業時刻を強制的に早めさせることでいずれは自動的に時差出勤が進む。

しかしながら、前稿の中で扱ったこれらのパターンの場合分けは、特定の人口・始業時刻の時差などのもとで数値計算されたものであり、これらのパラメータの値が変化した場合に、パターンがどのように変化するかは分からない。したがって、本稿ではダイナミカルシステム(力学系)の理論<sup>2)3)</sup>を参考に、各種のパラメータの値を変化させた場合に均衡解の個数、安定性がどのように変化するかを分析する。併せて、パラメータの時間的変化による実現解の推移を検討し、時差出勤の実現可能性をより詳細に議論する。

### 2. 時差出勤に関する既存の研究

わが国では1990年代に入り、時差出勤をはじめとするTDM施策が注目されている。近年、いくつかの都市で社会実験が行われ<sup>4)</sup>、時差出勤は渋滞緩和に大きな効果があるが、企業が始業時刻の変更に同意しないという問題が報告されている。

都市の業務活動には互いに業務時間の一致性を高めよ

うとする「時間的集積の経済性」が存在する。Hendersonは、フレックスタイム制度下での従業員の通勤時刻選択行動を分析し、時間的集積の経済性の高い職種の従業員はピーク時に通勤し、そうでない従業員はその前後に分散することを示した<sup>5)6)</sup>。文らは、固定始業時刻制度の企業とフレックスタイム制度の企業の利潤を比較し、企業の制度導入インセンティブの分析を行っている。その結果、ロックイン効果のためにフレックスタイム制度の導入が妨げられることを示した<sup>7)</sup>。

これらの研究は自動車交通を対象にしており、大都市圏の主たる通勤手段である鉄道システムを考えた場合、輸送力が鉄道企業の行動によって供給されるため、これらの研究をそのまま適用できない。小林らは通勤鉄道の交通需要管理政策の効果を分析するための均衡論的モデルを開発した<sup>8)</sup>。さらに、このモデルを複数始業時刻の状況に拡張し、時差出勤による通勤者の厚生の変化を分析している<sup>9)</sup>。前稿ではこのモデルをサブモデルとして用い、時間的集積の効果を考慮した生産関数と組み合わせた分析モデルを構築し、企業が時差出勤への参加を決定するとした場合の時差出勤施策の実現可能性を分析した<sup>1)</sup>。本稿ではこのモデルを用いて、各種のパラメータの値を変化させた場合に均衡解の個数、安定性がどのように変化するかを分析する。

### 3. 分析モデルの定式化とパラメータの考察

#### (1) モデル化の前提

$N$  (人)の通勤者が居住するベッドタウンと勤務地である都心からなる1つの仮想都市を考える。通勤輸送サービスは鉄道企業1社により独占的に供給され、運賃は平均費用価格に設定されている。行政は、通勤者の総効用を最大化するような運行スケジュールを計算し、鉄道企業にそれを実行させると仮定する。

企業はCBDにおいて業務活動を行う。この時資本レントと賃金率を与件として費用最小化行動をとる。労働時間の長さを一定値  $H$  (分) とし企業内での時差は考えない。時差出勤施策の導入前の始業時刻は一時点  $S_b$  であり、施策の導入後には従前の始業時刻  $S_b$  (この企業を「タイプ  $b$ 」と呼ぶ) と、 $\tau$  だけ早い始業時刻  $S_a (\equiv S_b - \tau)$  (この企業を「タイプ  $a$ 」と呼ぶ) のどちらかを選択すると仮定する。

\*Key words: TDM, 公共交通運用, 交通管理, 公共交通需要

<sup>†</sup>学生会員, 工修, 広島大学大学院工学研究科 (〒739-8527 東広島市鏡山 1-4-1, TEL&FAX 0824-24-7849)

<sup>‡</sup>正会員, 工博, 広島大学助教授 工学部建設系 (〒739-8527 東広島市鏡山 1-4-1, TEL&FAX 0824-24-7827)

通勤者の遅刻や早退は許されておらず、鉄道所要時間は利用時刻にかかわらず一定の  $\omega$  (分) であるとする。また、アクセス、イグレス時間は十分に短く、無視できるものとする。技術の同等性から、始業時刻が同じ企業は同一の賃金水準  $w_k$  ( $k = a, b$ ) を提示する。通勤者は、各始業時刻から想定される通勤不効用と賃金水準をもとに、どちらのタイプの企業で従業するかを自由に選択する。

## (2) 通勤者の効用と鉄道企業の費用

始業時刻  $S_k$  の企業に勤務する通勤者を記号  $k = a, b (> a)$  で表す。出社時刻が  $t_g$ 、退社時刻が  $t_r$  の通勤者の自宅出発時刻は  $t_g - \omega$ 、帰宅時刻は  $t_r + \omega$  となるが、その効用関数  $PW_k(w_k, t_g, t_r)$  を次式のように定義する。

$$PW_k(w_k, t_g, t_r) = w_k - R + U_k(t_g) + V_k(t_r) \quad (1)$$

$$U_k(t_g) = -(s(t_g))^\eta - c\{S_b - (t_g - \omega)\} \quad (2)$$

$$V_k(t_r) = -(s(t_r))^\eta - e\{(t_r + \omega) - (S_a + H)\} \quad (3)$$

$R$  は一日あたりの鉄道運賃であり乗車時刻によらず一定である。 $U_k(t_g)$  は出勤時の、 $V_k(t_r)$  は帰宅時の部分不効用を表す。 $s(t_g)$  は時刻  $t_g$  に都心に到着する列車の、 $s(t_r)$  は時刻  $t_r$  に都心を出発する列車の混雑度で、正数であり  $s(t) = 1$  は定員輸送を意味する。 $\eta$  は混雑度に関する弾力値であり、正の定数である。 $c > 0$  (円/分) は自宅出発時刻の早さに関する、 $e > 0$  (円/分) は帰宅時刻の遅さに関するスケジュール費用の勾配である。 $H$  (分) は労働時間を表し、始業時刻によらず一定である。式(2),(3)の右辺第2項はそれぞれ自宅出発時刻が早いことのスケジュール費用、自宅帰宅時刻が遅いことのスケジュール費用を表し、それぞれ最遅出社時刻  $S_b$ 、最早退社時刻  $(S_a + H)$  を基準に計測する。

鉄道企業の運行費用は、時点ごとの輸送力  $u(t)$  の増加関数である瞬間的な費用を積み上げたものであると仮定する。出勤時間帯の輸送費用  $TC_g$ 、帰宅時間帯の輸送費用  $TC_r$  は次のようになる。

$$TC_g = \int_0^{S_b} \zeta_0(u(t))^\xi dt \quad (4)$$

$$TC_r = \int_{S_a+H}^{\infty} \zeta_0(u(t))^\xi dt \quad (5)$$

ここで、 $\xi > 1$  は費用関数の弾力値であり、 $\zeta_0$  は正の定数である。平均費用価格形成がなされていると仮定すれば、1人当たりの往復運賃  $R$  は次式のようになる。

$$R = \frac{TC_g + TC_r}{N} \quad (6)$$

## (3) 企業の生産関数と賃金水準

始業時刻が  $S_k$  の企業をまとめて1つの集計的企業と考える。ある時刻の瞬間的な生産関数を、Henderson が用いた、その時刻に都市内で業務を行っている従業者数を

取り入れた次の関数で表す<sup>5)6)</sup>。これにより、時間的集積の経済性を表現できる。

$$AK_k^{1-\beta} N_k^\beta N(t)^\alpha \quad (7)$$

ここで  $K_k$  は資本、 $N_k$  は始業時刻が  $S_k$  である従業者数、 $N(t)$  はその瞬間に都市で業務を行っている従業者数、 $0 < \alpha < 1$  は時間的集積の経済性パラメータ、 $0 < \beta < 1$  は労働の限界生産性パラメータ、 $A > 0$  は技術水準パラメータである。始業時刻が  $S_k$  の企業の1日の生産量  $f_k(N_k)$  はこの式を始業時刻  $S_k$  から終業時刻  $S_k + H$  まで積分したものとなる。

$$f_k(N_k) = AK_k^{1-\beta} N_k^\beta \int_{S_k}^{S_k+H} N(t)^\alpha dt \quad (8)$$

ただし、 $N(t)$  は、

$$N(t) = \begin{cases} N_a, & t \in (S_a, S_b) \\ N_a + N_b, & t \in [S_b, S_a + H] \\ N_b, & t \in (S_a + H, S_b + H) \end{cases} \quad (9)$$

である。

生産物をニュメレール財とする。企業は利益を資本レント配当と雇用者賃金に配当する。企業は資本レント  $\nu$  と賃金率  $w_k$  を与件として費用を最小化するように資本量  $K_k$  と従業者数  $N_k$  を決定する。一階の最適性条件は、

$$(1 - \beta) \frac{f_k}{K_k} - \nu = 0, \quad \beta \frac{f_k}{N_k} - w_k = 0 \quad (10)$$

これらを式(8)に代入し、 $w_k$  について解けば、

$$w_k = \beta A^{\frac{1}{\beta}} \left( \frac{1 - \beta}{\nu} \right)^{\frac{1-\beta}{\beta}} \left( \int_{S_k}^{S_k+H} N(t)^\alpha dt \right)^{\frac{1}{\beta}} \quad (11)$$

となる。いま、都市内で完全雇用が達成され、 $N_a = rN$ 、 $N_b = (1 - r)N$  が成立している状況を考える。このとき、式(9)に注意すると、2つのタイプの企業の賃金水準は以下のように表される。

$$w_a = w_0 \left( 1 - (1 - r^\alpha) \frac{\tau}{H} \right)^{\frac{1}{\beta}} \quad (12)$$

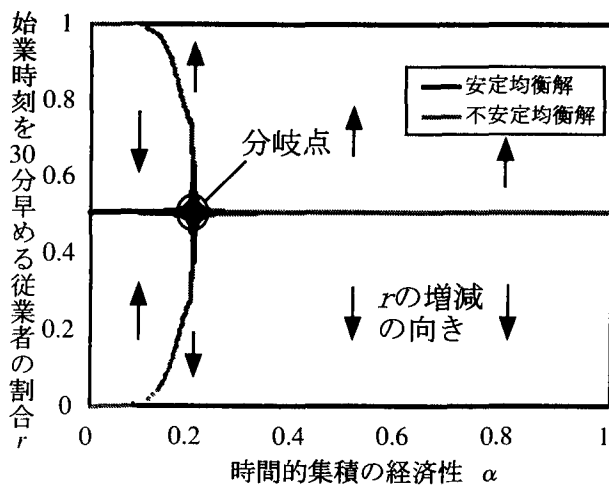
$$w_b = w_0 \left( 1 - (1 - (1 - r)^\alpha) \frac{\tau}{H} \right)^{\frac{1}{\beta}} \quad (13)$$

ただし、 $\tau = S_b - S_a$  は始業時刻の時差、 $w_0 = \beta A^{\frac{1}{\beta}} \{(1 - \beta)/\nu\}^{(1-\beta)/\beta} N^{\alpha/\beta} H^{1/\beta}$  は一斉始業時の賃金水準で、一定値を取る。

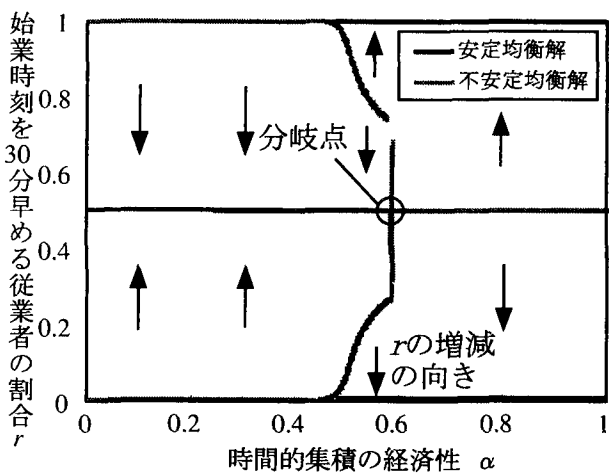
## (4) 市場均衡と時差出勤の容易さ

今、 $r$  の割合の従業者が早い始業時刻  $S_a$  を、 $(1 - r)$  の割合の従業者が遅い始業時刻  $S_b$  を選択する状況の安定性を吟味する。各従業者は、 $r$  の割合に応じた式(1)の効用  $PW_a(r)$  と  $PW_b(r)$  を比較し、 $PW_a(r) > PW_b(r)$  ならば、始業時刻を  $S_a$  に変更するため、 $r$  は増加する。





a)  $\beta = 0.4$  の分岐図



b)  $\beta = 0.9$  の分岐図

図 1: 時間的集積の経済性  $\alpha$  の分岐図

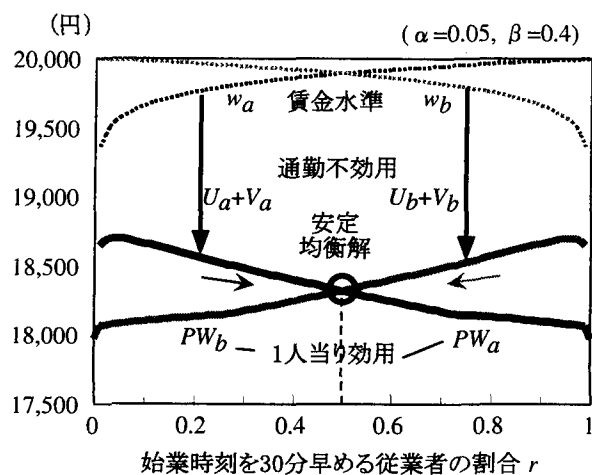


図 2: 時差出勤が自動的に進むケースの効用

### (1) 時間的集積の経済性を表す $\alpha$ をパラメータ

時間的集積の経済性  $\alpha$  をパラメータとして  $\dot{r} = g(r, \alpha)$  の数値計算を行い、分岐図を求めた。図 1 はそれぞれ、a) 労働の限界生産性  $\beta = 0.4$ 、b)  $\beta = 0.9$  として数値計算を行った分岐図である。分岐図はどちらも熊手型となり、 $\alpha$  の値を 0 から 1 まで変化させると均衡解  $r^*$  の個数と安定性が変化する。a) のケースにおいては  $0 < \alpha \leq 0.09$  で

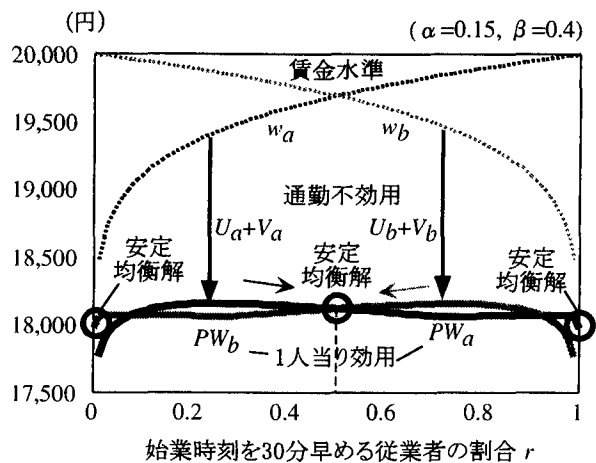


図 3: 時差出勤が進む可能性があるケースの効用

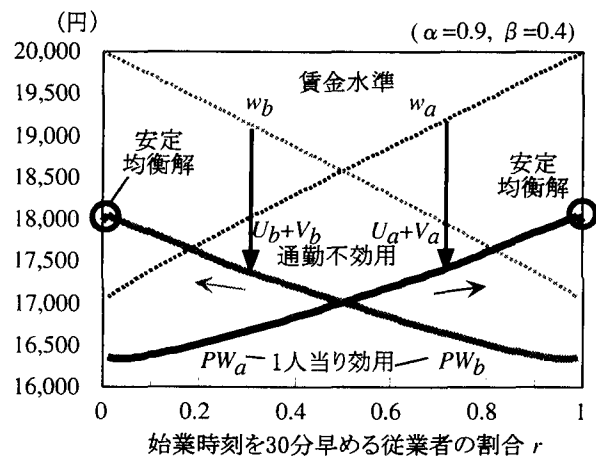


図 4: 一斉始業のみのケースの効用

は時差出勤が自動的に進み (安定均衡点が 1 つ,  $r^* = 0.5$ ), 5 割の従業員が始業時刻を早める。この例として,  $\alpha$  を 0.05 に固定し, 始業時刻が 30 分早い従業員の割合  $r$  を変化させながら, 2 つのタイプの賃金水準  $w_k$  と効用  $PW_k$  をプロットしたものが図 2 である。賃金率の減少に対して通勤不効用の緩和の効果が大きいため, 従前の始業時刻 ( $r = 0$ ) のとき  $PW_a > PW_b$  であり, 企業が時差出勤を導入するインセンティブを持つ。結果として,  $PW_a = PW_b$  となる  $r^* = 0.5$  が唯一の安定均衡解となり, 時差出勤が浸透する。

$0.09 \leq \alpha \leq 0.2$  では時差出勤が進む可能性がある (安定均衡点が 3 つ,  $r^* = 0, 0.5, 1$ )。この例として  $\alpha = 0.15$  とし, 2 つのタイプの賃金水準  $w_k$  と効用  $PW_k$  をプロットしたものが図 3 である。従前の一斉始業時 ( $r = 0$ ) では  $PW_a < PW_b$  であり, 企業は時差出勤を導入するインセンティブを持たず, 一斉始業にロックインされる。時差出勤施策を進めるには, 時刻別運賃などの施策により短期的に始業時刻が早いタイプの効用  $PW_a$  が高くなるように差を設け,  $r$  が 0.08 以上になるように誘導する必要がある。 $r$  が 0.08 を越えると  $PW_a > PW_b$  となり, 企業が時差出勤を導入するインセンティブを持ち,  $r^* = 0.5$  に落ち着く。

$0.2 \leq \alpha < 1$  では一斉始業 (安定均衡点が 2 つ,  $r^* = 0, 1$ ) のみが安定均衡解であり, このようなケースでは企業が

時差出勤施策を導入するインセンティブを持たない。この例として  $\alpha = 0.9$  とし、2つのタイプの賃金水準  $w_k$  と効用  $PW_k$  をプロットしたものが図4である。通勤不効用の緩和に対して賃金水準の減少率が大きく、 $0 \leq r < 0.5$  のときは  $PW_a < PW_b$  であり、 $0.5 < r \leq 1$  のときは  $PW_a > PW_b$  である。そのため、 $r^* = 0.5$  は不安定な解であり、企業が時差出勤を導入することはあり得ない。

ここで、パラメータの値が時間的に変化した場合を考えよう。図1a)の分岐図より、 $\alpha$ の初期値が0.09より小さければ、 $\alpha$ の値が大きくなっても  $r$ の値は初期の0.5から変化しないため、(不安定な解ではあるが)時差出勤が継続される。一方、 $\alpha$ の初期値が0.09より大きければ、 $\alpha$ の値が大きくなっても一斉始業( $r = 0$ )から変化することはなく、時差出勤は実現しない。値が小さくなる場合は  $\alpha = 0.09$  を境に時差出勤が可能となり、 $r^* = 0.5$  となる。

同様に、b)  $\beta = 0.9$  のケースにおいては  $0 < \alpha \leq 0.42$  では時差出勤が自動的に進み(図2のケース)、 $0.42 \leq \alpha \leq 0.59$  では時差出勤が進む可能性がある(図3のケース)、 $0.59 \leq \alpha < 1$  では一斉始業となる(図4のケース)。

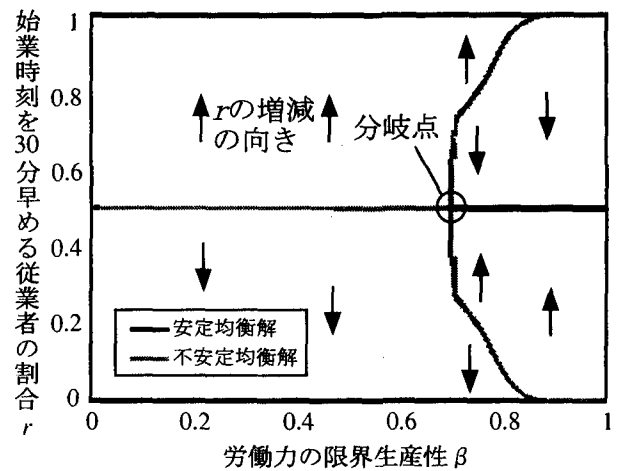
以上から、表1に示した、 $\alpha$ の値が小さい方が時差出勤が導入されやすいことを確認できるとともに、均衡解の個数と安定性を明らかにできた。また、パラメータの変化による実現可能解の推移を明らかにした。

## (2) 労働力の限界生産性 $\beta$ をパラメータ

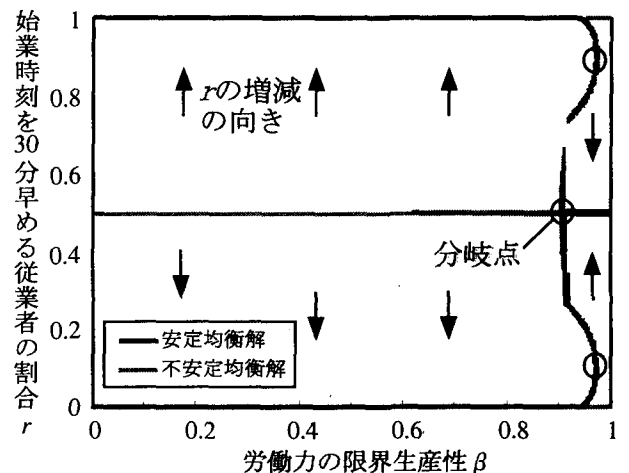
次に労働力の限界生産性を表す  $\beta$  をパラメータとして、 $\dot{r} = g(r, \beta)$  の数値計算を行い分岐図を求めた。図5 a)  $\alpha = 0.4$  の場合は  $\beta$  の値を0から1まで変化させると、 $0 \leq \beta \leq 0.7$  では一斉始業(安定均衡点が2つ、 $r^* = 0, 1$ )しか実現しえない。 $0.7 \leq \beta \leq 0.9$  では時差出勤が進む可能性があり(安定均衡点が3つ、 $r^* = 0, 0.5, 1$ )、 $0.9 \leq \beta \leq 1$  では時差出勤が自動的に進むケース(均衡点が1つ、 $r^* = 0.5$ )となる。

$\alpha$  を大きくして求めた分岐図では表1に示したとおり、グラフ全体は右にシフトする。さらに、 $\alpha = 0.6$  とした場合には、図5 b) に示すように熊手の向きに変化が起こり  $r^* = 0, 0.5, 1$  以外の安定均衡解を持つ状態が存在する。このときの状況を見るために、 $\beta = 0.96$  に固定し、 $r$  を変化させながら、2つのタイプの効用  $PW_k$  をプロットしたものが図6である。 $r$  の変化に対して  $PW_a$  と  $PW_b$  の大小関係が5回入れ替わる。これは、通勤パターンが  $r = 0.26, 0.74$  で変わるため、通勤不効用の増減が変化するためである。このとき、安定均衡解は  $r^* = 0.02, 0.5, 0.98$  の3つであり、いずれも時差出勤の実現が可能である。時差出勤がない  $r = 0$  の状況から出発すると  $r = 0.02$  の時差出勤に自動的に落ち着く。

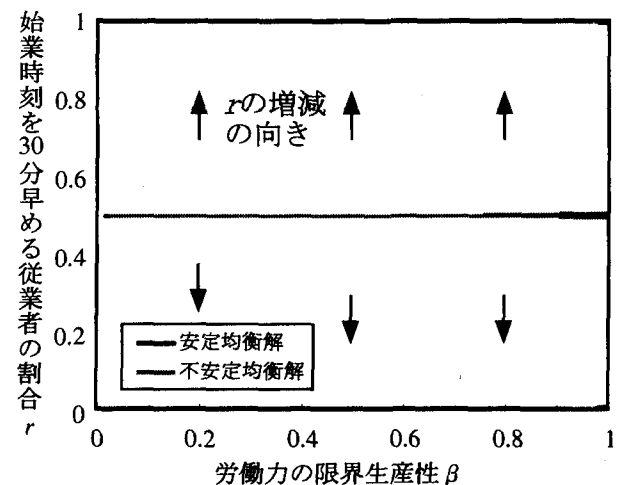
$\alpha = 0.9$  としたときの分岐図は時差出勤が実現できる安定均衡解が存在する領域がなくなり、 $\beta$  の値によらずいかなる場合も時差出勤が進まない(図5 c)。



a)  $\alpha = 0.4$  の分岐図



b)  $\alpha = 0.6$  の分岐図



c)  $\alpha = 0.9$  の分岐図

図5: 労働力の限界生産性  $\beta$  の分岐図

以上から  $\beta$  が大きいほど時差出勤が進む可能性があるという表1の結果が確かめられた。ただし、 $\alpha$  の値が大きすぎると、 $\beta$  が大きくても時差出勤が進まないことがある。

## (3) その他のパラメータ

その他のパラメータについても同様に分岐図を求めることができる。基本的に3.(4)の表1の関係に従い、分

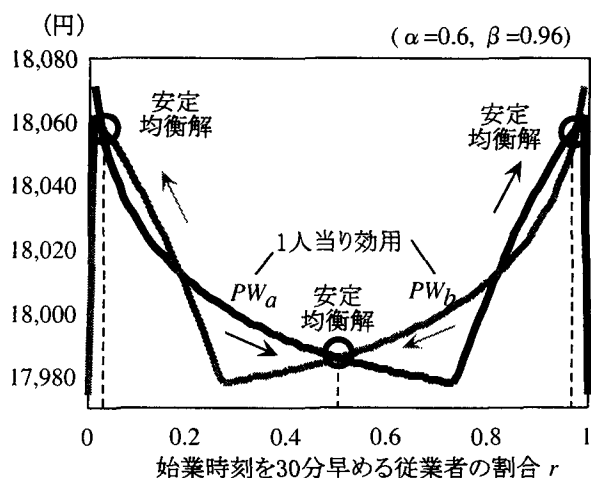


図 6: 複雑な均衡解が存在するケースの効用

岐図は図 1 もしくは図 5 の形状を示すので、ここでは省略する。

## 6. おわりに

本稿ではダイナミカルシステム分析を用いて、鉄道通勤による 2 始業時刻下での均衡解の個数と安定性についての検討を行い、これらの形状の変化を明らかにした。その結果、パラメータの変化方向によって、実現する均衡解が限定されることも明らかになった。その意味で、これまでの分析結果に対して、実現可能性をより詳しく考慮できたことになる。しかしながら、数値計算を用いていることから均衡解の位置に誤差が生じている可能性がある。また、表 1 のパラメータのうち、時差出勤の容易さに関係する  $\nu$  以外のものについて、複数のパラメータを

同時に動かした場合の検討を行っていく必要がある。

## 参考文献

- 1) 永野光三・奥村誠・小林潔司：鉄道時差出勤の導入インセンティブに関する分析，土木計画学研究・講演集，No.21(2)，pp.885-888，1998。
- 2) Pierre N. V. Tu；Dynamical Systems：An Introduction with Applications in Economics and Biology, Springer-Verlag Berlin.Heidelberg, 1994.(永田良 他 訳：経済分析とダイナミカルシステム，文化書房博文社，1997.)
- 3) 大和瀬達二：経済学におけるダイナミカルシステムの理論，税務経理協会，1987。
- 4) 例えば，高山純一・谷英賢・木村実・小村正隆：金沢市における時差出勤制度の社会実験，土木計画学研究・論文集，No.15，pp.821-830，1998。
- 5) Henderson,J.V.：The economics of staggered work hours, Journal of Urban Economics, Vol.9, pp.349-364, 1981。
- 6) Henderson,J.V.：Economic Theory and the Cities, Academic Press, Chap.8,11, 1985。(折下功訳：経済理論と都市，勁草書房，1987.)
- 7) 文世一・米川誠：フレックスタイム制が混雑に及ぼす影響，応用地域学会発表論文，1997。
- 8) 小林潔司・奥村誠・永野光三：鉄道通勤交通における出発時刻分布に関する研究，土木計画学研究・論文集，No.14，pp.895-906，1997。
- 9) 奥村誠・永野光三・小林潔司：始業時刻の設定が鉄道通勤交通に及ぼす影響に関する研究，土木計画学研究・論文集，No.15，pp.831-840，1998。
- 10) 志田州弘・古川敦・赤松隆・家田仁：通勤鉄道利用者の不効用関数パラメータの移転性に関する研究，土木計画学研究・講演集，No.12，pp.519-525，1989。
- 11) 永野光三：大都市圏における鉄道通勤交通のマネジメント施策に関する研究，京都大学博士論文，pp.171-176，1998。

## ダイナミカルシステム論による鉄道時差出勤パターンの分析

吉村 充功・奥村 誠

時差出勤が普及するためには、企業にとって始業時刻を変更することにインセンティブが存在しなければならない。鉄道通勤問題における始業時刻変更のインセンティブを考察するための理論モデルが永野，奥村，小林 (1998) により開発されているが，限られたパラメータ値の組み合わせに対して時差出勤パターンが例示されているに過ぎなかった。本研究はパラメータ値が連続的に変化する場合の時差出勤パターンの変化を分析している。パラメータ値の変化が実現可能解の個数と安定性に与える影響について，ダイナミカルシステム論の手法に基づく分岐図により考察した。

## Dynamical System Analysis of Railway Commuting Pattern with Staggered Work Hours

Mitsunori YOSHIMURA and Makoto OKUMURA

If firms have no incentive to change work start time, they don't use staggered work hours measures. Nagano, et al. (1998) assumed that each firms in the city can choose work schedule out of two possible points in time, and analyzed how many workers will start work earlier in the equilibrium. In this paper, we utilize the dynamical system theory, and analyzed the relationship between parameter values and equilibrium pattern in work start times. We observed equilibrium pattern and stability on bifurcation diagram.