

離散選択モデルを用いたレクリエーション便益に関する信頼区間推定法*

Interval Estimation Methods for Recreation Benefits Based on a Discrete Choice Model *

川除 隆広**, 多々納 裕一***, 岡田 憲夫***

By Takahiro KAWAYOKE**, Hirokazu TATANO*** and Norio OKADA***

1. はじめに

公共事業の説明責任や透明性の確保を背景として、社会基盤整備に対する費用便益分析は、ますます重要となってきた。多くの公共事業において、費用や便益が計量化され、その比較によって当該事業の経済的な合理性に関する検討が行われている。この場合、純便益の現在価値や費用便益比といった指標のみが取り上げられることが多く、推定された便益や費用の推定精度を考慮した判断は直接的にはなされていないようである。

何らかのデータをもとに推定される指標である限り、便益や費用がばらつきを持つことは避けがたい。しかしながら、推定された便益や費用の信頼度を客観的に計量化するための方法が現在のところまだ未整備であることもあり、現在のところ推定された便益や費用の平均値等を用いた評価が主体となっている。

公共事業の実施に際しては、そのほとんどの場合において環境の変化が生じるため、環境財等のように市場が存在していない財に関しても便益の計量化が求められるようになってきている。Closed-endedの質問方式を用いることで戦略バイアスの問題が軽減されることとなったために、非利用価値を含む環境の価値の計量のために仮想評価法(CVM)が用いられる機会が増加してきている。CVMに関しては、早くから推定便益の信頼性に関して疑問が投げかけられたこともあって、その便益の信頼性を客観的に評価するための手法の開発がなされてきた。Krinsky and Robb(1986)¹³⁾による推計パラメータの漸近正規性を考慮したシミュレーション法や、bootstrap法⁵⁾等のシミュレーション法やテラー展開を用いた近似法³⁾等がCVMによって推計された便益の信頼性を評価するための手法として提案されてきている。

著者らは、費用便益分析に際して推計された便益の信

頼性を客観的に評価することが重要性であるという認識の下で、特殊な形式のCVMモデルについて支払意思額の期待値の信頼区間を解析的に求める方法について研究を行っている²¹⁾。本研究では、離散選択モデルを用いた旅行費用法によって推定されるレクリエーション便益の信頼区間推定法を開発することを目的とする。

旅行費用法は、従来、レクリエーションサイトに対するトリップの需要関数を求め、その需要関数から消費者余剰を求めるというアプローチがとられてきた。これら、初期の研究はレクリエーション財に対する集計的な需要関数の推計⁴⁾¹⁵⁾に終始しており、需要関数の推計精度も必ずしも良好とは言えない¹¹⁾。しかし、McFaddenによる条件付き離散選択モデル¹⁷⁾の研究を契機として、家計の目的地訪問行動の表現方法の自由度が増加するとともに、需要関数の推計精度も飛躍的に向上した¹⁴⁾²⁾⁸⁾。この場合、厚生水準はログサム効用として与えられるために、一般の離散選択モデル(非集計行動モデル)を用いた場合と同様に、オプション価格等を用いてプロジェクトの便益を計量化することができる。

本研究では、離散選択モデルの推計結果から与えられるパラメータが漸近正規性を有することを利用して、オプション価格として与えられるレクリエーション便益の信頼区間を推定する方法の開発を目指す。以下、2.では離散選択モデルを用いたレクリエーション便益の推定方法を示す。ついで、3.では近似法に基づくレクリエーション便益の信頼区間推定法を提示する。さらに、4.ではシミュレーションによる方法を示す。5.では、モンテカルロ法によって得た仮想的なデータを用いて離散選択モデルの推定を行うとともに、実際にレクリエーション便益の信頼区間を算定して各々の手法の適用可能性に関して考察を加える。最後に、6.で本研究で得られた知見をとりまとめ、今後の課題について記すこととする。

2. 離散モデルを用いたレクリエーション便益の推定法

(1) ランダム効用モデル

ここでは、離散選択モデルとして、ロジットモデル(Logit Model)¹⁾²⁵⁾をもとにしたランダム効用モデルの

*キーワード：公共事業評価法、整備効果計測法、意識調査分析、環境計画

**正員、工修、京都大学大学院 工学研究科 博士課程
(〒606-8501 京都市左京区吉田本町, Tel 075-753-5070)
株式会社 日建設 土木事務所 環境計画室
(〒541-8528 大阪市高麗橋4-6-2, Tel 06-6229-6384,
Fax 06-6203-4302)

***正員、工博、京都大学 防災研究所 総合防災研究部門
(〒611-0011 宇治市五ヶ庄, Tel 0774-38-4308,
Fax 0774-38-4044)

定式化を行う。状況としては、既設の（新しく整備する）レクリエーション施設利用に対するRP（SP）調査の実施を想定する。当該区域で利用可能なレクリエーション施設はこの施設のみであり、整備が行われる前には全く利用可能な施設はなかったものとする。既設の（新しく整備する）レクリエーションサイトの環境・アメニティ質を Q とする。個人 n の属性を $Z_n = (z_{1n}, \dots, z_{jn})$ とし、現在の所得を Y_n 、レクリエーションサイトまでの旅行費用（一般化費用）を c_n とする。個人 n が、当該レクリエーションサイトを訪問する（ $i = 1$ ）か否（ $i = 0$ ）かに関する選択行動を次のような効用最大化行動としてモデル化する。

$$\max_{i \in \{0,1\}} U_{in}(Q, Z_n, Y_n - c_{in}) \quad (1)$$
 U_{in} は選択肢 i を選択した場合の効用であり、式(2)のように確率変動項 ε_{in} と確定効用項 V_{in} に区分されるものとする。

$$U_{in}(Q, Z_n, Y_n - c_{in}) = V_{in}(Q, Z_n, Y_n - c_{in}) + \varepsilon_{in} \quad (2)$$
ここで、 $c_{1n} = c_n$ 、 $c_{0n} = 0$ である。今、 V_{in} が所得に関して準線形であるものと仮定する。確定効用項 V_{in} は、式(3)のように特定化される。

$$V_{in} = v(Q, Z_n : \theta_0) + \theta_1(Y_n - c_{in}) \quad (3)$$
ただし、 $\theta = (\theta_0, \theta_1)$ はパラメータベクトルである。また、各選択肢の効用は式(4),(5)で示される。

$$U_{1n} = v(Q, Z_n : \theta_0) + \theta_1(Y_n - c_n) + \varepsilon_{1n} \quad (4)$$
$$U_{0n} = \theta_1 Y_n + \varepsilon_{0n} \quad (5)$$
 ε_{1n} 、 ε_{0n} がそれぞれ式(6)に示す独立かつ同一のガベル分布（平均0、分散 $\pi^2/6\lambda^2$ ）に従うものと仮定する。

$$\psi(\varepsilon_{in}) = \lambda \exp(-\lambda \varepsilon_{in} - \tau) \exp[-\exp(-\lambda \varepsilon_{in} - \tau)] \quad (6)$$
ここで、 τ はオイラー定数である。このとき、個人 n の選択確率 P_{in} は下式のロジットモデルとして定式化される。

$$P_{1n} = \frac{\exp(\lambda V_{1n})}{\sum_{i=0}^1 \exp(\lambda V_{in})} = \frac{1}{1 + \exp\{-[\lambda v(Q, Z_n : \theta_0) - \lambda \theta_1 c_n]\}} \quad (7)$$
$$P_{0n} = 1 - P_{1n} \quad (8)$$

なお、ロジットモデルでは、最尤推定法によりパラメータの点推定量 $\hat{\theta}$ とパラメータの分散共分散行列 $\Sigma(\hat{\theta})$ が推計される。推計パラメータ $\hat{\theta}$ は、漸近的に平均 θ_μ と分散共分散行列 $\Sigma(\hat{\theta})$ を有する多変量正規分布 $MVN[\theta_\mu, \Sigma(\hat{\theta})]$ で示される²⁵⁾。

また、個人 n が選択した選択肢の選択確率を $P_n = f(x_n, \theta)$ で表すと、サンプル数 N に対する尤度関数 L は、

$$L = \prod_{n=1}^N f(x_n, \theta) \quad (9)$$

であり、最尤推定量の特性から、 $\hat{\theta}$ はデータの数 N が大きいほど真値 θ_μ に近づく一致推定量であり、 $\hat{\theta}$ の分散共分散行列 $\Sigma(\hat{\theta})$ はデータの数 N を十分大きくした時、全ての θ の一致推定量の中で最小の分散共分散行列を持つ（クラメール・ラオ不等式の等号が成立）。また、式(10)より分散共分散行列 $\Sigma(\hat{\theta})$ の推定値は、 N^{-1} のオーダー

でデータ数の影響を受ける。

$$\Sigma(\hat{\theta}) = \frac{-1}{E(\frac{\partial^2 \log L}{\partial \theta_i \partial \theta_j})} = \frac{1}{E(\frac{\partial \log L}{\partial \theta})^2} = \frac{1}{N \cdot E(\frac{\partial \log f}{\partial \theta})^2} \quad (10)$$

(2) レクリエーション施設の整備便益

既設の（新しく整備する）レクリエーション施設の利用に対する個人の期待効用 SA_n はログサム関数をもとに式(11)として表される。

$$SA_n(Y_n) = E\{\max_{i=0,1}[V_{in}(Q, Z_n, Y_n - c_{in}) + \varepsilon_{in}]\} = \frac{1}{\lambda} \ln\{\exp(\lambda \theta_1 Y_n) + \exp[\lambda v(Q, Z_n : \theta_0) + \lambda \theta_1(Y_n - c_n)]\} \quad (11)$$

一方、施設の整備以前はレクリエーションサイトが存在しないことから、施設の整備前の期待効用 SB_n は式(12)となる。

$$SB_n(Y_n) = \frac{1}{\lambda} \ln[\exp(\lambda \theta_1 Y_n)] \quad (12)$$

そのため、既設の（新しく整備する）レクリエーション施設の利用可能性に対する個人のオプション価格 OP_n は式(13)を満足するよう定義できる。

$$SA_n(Y_n - OP_n) = SB_n(Y_n) = \frac{1}{\lambda} \ln\{\exp[\lambda \theta_1(Y_n - OP_n)] + \exp[\lambda v(Q, Z_n : \theta_0) + \lambda \theta_1(Y_n - OP_n - c_n)]\} = \frac{1}{\lambda} \ln[\exp(\lambda \theta_1 Y_n)] \quad (13)$$

ここでは、オプション価格を等価変分型で定義しているが、効用関数に所得に準線形を仮定していることから、補償変分型と等価変分型のいずれのオプション価格も同一となる。

このとき、既設の（新しく整備する）レクリエーション施設整備に関する個人のオプション価格 OP_n は式(14)のように導出される。

$$OP_n(\theta) = \frac{1}{\lambda \theta_1} \ln[1 + \exp(\lambda v(Q, Z_n : \theta_0) - \lambda \theta_1 c_n)] \quad (14)$$

(3) 個人のオプション価格の信頼区間推定法

式(14)の個人のオプション価格の推定量は、推計パラメータ θ の確率変数である。そのため、 $\overline{OP_n}$ および $\underline{OP_n}$ を個人のオプション価格の $(1-\alpha) \times 100\%$ 信頼上方限界、信頼下限限界とすると、個人のオプション価格の信頼限界は式(15)、式(16)を満たすものとして定式化される。

$$P\{OP_n(\theta) \geq \overline{OP_n}\} = \alpha/2 \quad (15)$$

$$P\{OP_n(\theta) \leq \underline{OP_n}\} = \alpha/2 \quad (16)$$

一方、式(14)の場合、個人のオプション価格の推定量が θ の非線形関数となっていることから、解析的な信頼区間（信頼限界）の直接推計は困難である。

3. 近似法に基づく個人のオプション価格の信頼区間推定法

ここでは、解析的な直接推計が困難な個人のオプション

ン価格の信頼区間推計について、近似法に基づく信頼区間推計法を定式化する。

(1) テーラー展開に基づく信頼区間推定法

最尤推定法をもとに求められた推計パラメータは漸近的に、平均 $\hat{\theta}$ と分散共分散行列 $\Sigma(\hat{\theta})$ の多変量正規分布で示される。パラメータの数を d とすると、個人のオプション価格の期待値と分散は次式から求められる。

$$\begin{aligned} E[OP(Z_n)] &= \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} OP(\theta|Z_n) \phi(\theta) d\theta_1 \dots d\theta_d \quad (17) \\ V[OP(Z_n)] &= \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \{OP(\theta|Z_n) - E[OP(Z_n)]\}^2 \phi(\theta) d\theta_1 \dots d\theta_d \quad (18) \end{aligned}$$

ここで、 ϕ は多変量正規分布の確率密度関数である。

ただし、この場合、 $OP(\theta|Z_n)$ が θ の非線形関数であることから、 $E[OP(Z_n)]$ と $V[OP(Z_n)]$ の近似解を求めることを目的に、式(19)の $OP(\theta|Z_n)$ を $\hat{\theta}$ の周りでテーラー展開した2次近似式をもとに定式化を進める。

$$\begin{aligned} OP(\theta|Z_n) &\approx OP(\hat{\theta}|Z_n) + \sum_{i=1}^d C_i (\theta_i - \hat{\theta}_i) + \frac{1}{2} (\theta_i - \hat{\theta}_i)^t H (\theta_i - \hat{\theta}_i) \quad (19) \\ C_i &= \frac{\partial OP(\theta|Z_n)}{\partial \theta_i} \Big|_{\theta_i=\hat{\theta}_i}, \quad H = \frac{\partial^2 OP(\theta|Z_n)}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \Big|_{\theta_i=\hat{\theta}_i} \end{aligned}$$

当近似式をもとに、個人のオプション価格の期待値の近似値 $E[OP(Z_n)]$ と分散の近似値 $V[OP(Z_n)]$ が求まる。

サンプル数が十分大きい場合、パラメータ θ は多変量正規分布に漸近する。しかしながら、オプション価格はパラメータ θ の非線形関数であるから、漸近正規性を必ずしも持たない。このため、平均、分散のみを用いてオプション価格の信頼区間を近似すると十分な精度が得られる保証はないが、近似として漸近正規性を有する場合と同様に、オプション価格が平均 $E[OP(Z_n)]$ と分散 $V[OP(Z_n)]$ を有した正規分布をなすものと仮定して信頼区間を求める。 $z_{\alpha/2}$ を標準正規分布の片側 $\alpha/2$ 確率を与える値とすると、個人のオプション価格の近似的な $(1-\alpha) \times 100\%$ 信頼区間の近似は式(20)をもとに求めることが可能となる。

$$[Lower_{E[OP(Z_n)]}, Upper_{E[OP(Z_n)]}] \quad (20)$$

ここで、

$$\begin{aligned} Lower_{E[OP(Z_n)]} &= E[OP(Z_n)] - z_{\alpha/2} \sqrt{V[OP(Z_n)]} \\ Upper_{E[OP(Z_n)]} &= E[OP(Z_n)] + z_{\alpha/2} \sqrt{V[OP(Z_n)]} \end{aligned}$$

ただし、上述のとおり当推定量は対称分布を仮定した信頼区間推定量である。

(2) エッジワース展開に基づく信頼区間推定法

次に、エッジワース展開を用いた個人のオプション価格の信頼区間推定量を定式化する。エッジワース展開とは個々の統計量について漸近展開の手法を用いて近似的な分布を求める手法である¹⁰⁾²³⁾。

基本的なケースとして、 $y_1 \dots y_N$ を独立同一分布からの d 変数ベクトルの連続確率変数とし、母平均を $\hat{y}$ とすると、関数 $g(y)$ について式(21)は中心極限定理により標準正規分布に分布収束する。

$$S_n = \frac{\sqrt{n}[g(\bar{y}) - g(\hat{y})]}{h(\hat{y})} \quad (21)$$

ここで、 $h(\hat{y})$ は、関数 $g(y)$ の標準偏差である。

$\Phi(x)$ を標準正規分布の分布関数とすれば、任意の x について S_n の分布関数は $P(S_n \leq x) \rightarrow \Phi(x) (n \rightarrow \infty)$ となる。これが基本的な漸近理論である。また、任意の高次のモーメントの存在を仮定すると、独立同一分布に従う連続変数 θ_j をもとにした関数の和の分布関数のエッジワース展開は式(22)で示される。

$$\begin{aligned} P(S_n \leq x) &= \Phi(x) + n^{-1/2} p_1(x) \phi(x) + \dots \\ &+ n^{-j/2} p_j(x) \phi(x) + o(n^{-j/2}) \quad (22) \end{aligned}$$

上式は $n^{-j/2}$ のオーダーまでのエッジワース展開であり、 ϕ は標準正規分布の確率密度関数、 p_j は $j+1$ 次のエルミート多項式と $j+2$ 次の基準化されたキュムラントとから求まる多項式であり、 $o(n^{-j/2})$ は剰余項である。また、式(21)において、母分散が既知の場合、多項式 p_1 は式(23)で示されるが、母分散が未知の場合は推定値を用いることから、式(23)は式(24)として再定義される。

$$p_1 = -\frac{1}{6} \kappa_3 (x^2 - 1) \quad (23)$$

$$q_1 = -[\kappa_{1,2} + \frac{1}{6} \kappa_{3,1} (x^2 - 1)] \quad (24)$$

以上の基礎理論をもとに、個人のオプション価格の推定量について定式化する。Hall¹⁰⁾の枠組みに従うと、個人のオプション価格の母分散は未知であることから、

$$A(\theta) = OP(\theta|Z_n) - OP(\hat{\theta}|Z_n) \quad (25)$$

と定義し、パラメータの数を d 、そして、

$$Z = n^{1/2}(\bar{\theta} - \hat{\theta}) \quad (26)$$

$$a_{i_1 \dots i_j} = \frac{\partial^j A(\hat{\theta})}{\partial \theta_{i_1} \dots \partial \theta_{i_j}} \Big|_{\theta=\hat{\theta}} \quad (27)$$

とすることで、テーラー展開をもとに次式が導出される。

$$S_n = n^{1/2} \{A(\bar{\theta}) - A(\hat{\theta})\} = n^{1/2} A(\bar{\theta}) = S_{nr} + o_p(n^{-r/2}) \quad (28)$$

$$\begin{aligned} S_{nr} &= \sum_{i=1}^d a_i Z_i + n^{-1/2} \frac{1}{2} \sum_{i_1=1}^d \sum_{i_2=1}^d a_{i_1 i_2} Z_{i_1} Z_{i_2} + \dots \\ &+ n^{-(r-1)/2} \frac{1}{r!} \sum_{i_1=1}^d \dots \sum_{i_r=1}^d a_{i_1 \dots i_r} Z_{i_1} \dots Z_{i_r} \quad (29) \end{aligned}$$

ここで式(28),(29)につき、 $r=1$ を適用すると式(30)が定式化される。

$$S_n = \sum_{i=1}^d a_i Z_i + n^{-1/2} \frac{1}{2} \sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^d a_{ij} Z_i Z_j + o_p(n^{-1/2}) \quad (30)$$

さらに、

$$\sigma_{i_1 \dots i_j} = COV[\theta_{i_1}, \dots, \theta_{i_j}] = E[(\theta_{i_1} - \hat{\theta}_{i_1}) \dots (\theta_{i_j} - \hat{\theta}_{i_j})] \quad (31)$$

とすると、式(30)のモーメントは、

$$E(S_n) = n^{-1/2} \frac{1}{2} \sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^d a_{ij} \sigma_{ij} + o(n^{-1/2}) \quad (32)$$

$$E(S_n^2) = \sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^d a_i a_j \sigma_{ij} + o(n^{-1/2}) \quad (33)$$

$$E(S_n^3) = n^{-1/2} \left[\sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^d \sum_{k=1}^d a_i a_j a_k \sigma_{ijk} + \frac{3}{2} \sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^d \sum_{k=1}^d \sum_{l=1}^d a_i a_j a_k l (\sigma_{ij} \sigma_{kl} + \sigma_{ik} \sigma_{jl} + \sigma_{il} \sigma_{jk}) \right] + o(n^{-1/2}) \quad (34)$$

となり、最初の3次のキュムラントは、式(35)～式(37)から求まる。

$$\kappa_{1,n} = E(S_n) = n^{-1/2} A_1 + o(n^{-1/2}) \quad (35)$$

$$\kappa_{2,n} = E(S_n^2) - (E(S_n))^2 = \sigma'^2 + o(n^{-1/2}) \quad (36)$$

$$\kappa_{3,n} = E(S_n^3) - 3E(S_n^2)E(S_n) + 2(E(S_n))^3 = n^{-1/2} A_2 + o(n^{-1/2}) \quad (37)$$

ここで、

$$A_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^d a_i a_j \sigma_{ij} \quad (38)$$

$$\sigma'^2 = \sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^d a_i a_j \sigma_{ij} \quad (39)$$

$$A_2 = \sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^d \sum_{k=1}^d a_i a_j a_k \sigma_{ijk} + 3 \sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^d \sum_{k=1}^d \sum_{l=1}^d a_i a_j a_k l \sigma_{ik} \sigma_{jl} \quad (40)$$

である。また、式(39)より式(28)の漸近分散 σ'^2 が求まることから、式(28)を $S_n = n^{1/2} A(\bar{\theta})/\sigma'$ と再定義することで、式(24)における $\kappa_{1,2}$ と $\kappa_{3,1}$ キュムラントが求まる。

$$\kappa_{1,2} = A_1 \sigma'^{-1} \quad (41)$$

$$\kappa_{3,1} = A_2 \sigma'^{-3} \quad (42)$$

よって、式(24)は式(43)として再定義される。

$$q_1 = -[A_1 \sigma'^{-1} + \frac{1}{6} A_2 \sigma'^{-3} (x^2 - 1)] \quad (43)$$

以上をもとに、個人のオプション価格の分布関数のエッジワース展開は式(44)として定式化される。

$$P(S_n \leq x) = \Phi(x) + n^{-1/2} \{ -[A_1 \sigma'^{-1} + \frac{1}{6} A_2 \sigma'^{-3} (x^2 - 1)] \phi(x) + o(n^{-1/2}) \} \quad (44)$$

以上のエッジワース分布が求められた場合、分布関数の逆関数を展開することで、信頼区間推定に必要なエッジワース分布の片側 $\alpha/2$ 確率を与える漸近展開値 $w_{\alpha/2}$ を求めることが可能となる。これが、コーニッシュ・フィッシャー展開である。

コーニッシュ・フィッシャー展開より、個人のオプション価格の片側 $\alpha/2$ 確率を与える漸近展開値の下限値 $w_{L(\alpha/2)}$ および上限値 $w_{U(\alpha/2)}$ は、式(45),(46)より求まる。

$$w_{L(\alpha/2)} = -z_{\alpha/2} + n^{-1/2} \{ A_1 \sigma'^{-1} + \frac{1}{6} A_2 \sigma'^{-3} [(-z_{\alpha/2})^2 - 1] \} + o(n^{-1/2}) \quad (45)$$

$$w_{U(\alpha/2)} = z_{\alpha/2} + n^{-1/2} \{ A_1 \sigma'^{-1} + \frac{1}{6} A_2 \sigma'^{-3} [(z_{\alpha/2})^2 - 1] \} + o(n^{-1/2}) \quad (46)$$

ここで、 $-z_{\alpha/2}$ および $z_{\alpha/2}$ は、標準正規分布の片側 $\alpha/2$ 確率を与える値である。

以上をもとに、エッジワース展開およびコーニッシュ・フィッシャー展開を用いた個人のオプション価格の $(1 - \alpha) \times 100\%$ 信頼区間は式(47)より求められる。

$$[Lower_{OP}(\hat{\theta}|Z_n), Upper_{OP}(\hat{\theta}|Z_n)] \quad (47)$$

ここで、

$$Lower_{OP}(\hat{\theta}|Z_n) = OP(\hat{\theta}|Z_n) + w_{L(\gamma/2)} \sqrt{\sigma'}$$

$$Upper_{OP}(\hat{\theta}|Z_n) = OP(\hat{\theta}|Z_n) + w_{U(\gamma/2)} \sqrt{\sigma'}$$

一方、式(44)のエッジワース分布は分布に3次のキュムラント(歪度)が考慮されていることから、対称分布とは異なり個人のオプション価格の中央値を求める必要がある。個人のオプション価格の中央値は式(48)より求まる。

$$Median_{OP}(\hat{\theta}|Z_n) = OP(\hat{\theta}|Z_n) + w_{(0.5)} \sqrt{\sigma'} \quad (48)$$

ここで、

$$w_{(0.5)} = z_{0.5} + n^{-1/2} \{ A_1 \sigma'^{-1} + \frac{1}{6} A_2 \sigma'^{-3} [(z_{0.5})^2 - 1] \} + o(n^{-1/2})$$

なお、実際の計算においては繰返し計算が行えないため、 $n=1$ を適用することとなる。

4. シミュレーション法に基づく個人のオプション価格の信頼区間推定法

ここでは、シミュレーション法による個人のオプション価格の信頼区間推定量を定式化する。

推計されたロジットパラメータは漸近的に多変量正規分布であることから、個人のオプション価格の推定量について、式(49)から発生させた多変量正規乱数を適用することで、個人のオプション価格のシミュレーション値 $OP^*(\theta^*|Z_n)$ が推計される。

$$\theta^* = random\{MVN[\hat{\theta}, \Sigma(\hat{\theta})]\} \quad (49)$$

ここで MVN は、平均 $\hat{\theta}$ と分散共分散行列 $\Sigma(\hat{\theta})$ を有する多変量正規分布である。乱数を任意に (R 回) 発生させることで、 $OP^*(\theta^*|Z_n)$ の分布が形成される。なお、乱数の発生回数 R は1000程度(以上)において、安定した推計結果が得られることが報告されている¹³⁾。

$OP^*(\theta^*|Z_n)$ の推計値をもとに、順列評価を行い、 $R/2$ 番目の推計値が中央値であり、 $(1 - \alpha) \times 100\%$ 信頼区間は $\alpha/2 \times R$ 番目が信頼下限、 $(1 - \alpha/2) \times R$ 番目が信頼上限となる。

5. モンテカルロシミュレーションを用いた数値検証

本節では、前節までに定式化した信頼区間推定法につ

いて、幾つかの仮想データを用いた数値実験を行ない、近似法（テラー展開・エッジワース展開）およびシミュレーション法から求められる信頼区間の推定精度について考察する。なお、シミュレーション法については乱数発生回数による精度の変化を検証する意味からも（ $R=500, 1000, 10000$ ）を実施する。

(1) 仮想データの概要

本研究では、数値事例の検証データとして、モンテカルロ法を適用した仮想データを作成している。検証に用いるRP（SP）選択行動モデルの効用差関数は簡単のため式(50)を用いる。

$$\Delta U_n = U_{1n} - U_{0n} = \alpha Q + \beta Z_n - \gamma c_n + \varepsilon_n \tag{50}$$

また、回答結果は、設定した仮想パラメータをもとに各個人の仮想データを適用することで作成している。

なお、設定したデータセットはサンプル数 $N=200, 500, 1000, 5000$ の4ケースである。

表－1: 仮想データの概要

変数		乱数	レンジ	備考
Q	環境・アメニティ質	定数	1	－
z_n	個人属性	一様乱数	0 ～ 10	－
c_n	一般化費用	一様乱数	0 ～ 10	－
ε_n	誤差項	logistic 乱数	$(\eta, \lambda) = (0, 3)$	－
N	サンプル数	200, 500, 1000, 5000		
仮想パラメータ		$\alpha = 3.0, \beta = 1.0, \gamma = 1.0$		

(2) 数値事例による検証結果

仮想データをもとにしたモデルの推定結果を表－2に示す。構築したモデルは仮想データを適用していることから、各パラメータのt値、尤度比等の統計指標は有意であり、パラメータの符号条件も一致している（個人属性は郊外活動頻度等を想定している。また、各パラメータは基準化して推計されることから、仮想パラメータの概ね1/λの推計結果となっている。）。さらに、各モデルの分散共分散行列の要素は概ね N^{-1} のオーダーで変化している。

次に、表－2のモデルをもとに、個人の代表値として各データセット毎の属性平均値を適用した個人のオプション価格に対する中央値および95%信頼区間推計を行う。

近似法（テラー展開・エッジワース展開）およびシミュレーション法（ $R=500, 1000, 10000$ ）による信頼区間推計結果を表－3に示す。また、近似法（テラー展開・エッジワース展開）による個人のオプション価格の確率密度関数およびシミュレーション法による分布結果（ $R=10000$ ）を図－1に示した。

まず、信頼区間推計結果について全体的な傾向を整理すると、信頼区間のレンジおよび変動係数については、サンプル数が大きなモデルになるに従い、その精度は向上していく。このことは、図－1からも明らかである。

各手法毎について整理すると、テラー展開はオプション価格推定量の2次近似式をもとに対称分布（正規分布）

表－2: モデル推計結果

N；サンプル数		200	500	1000	5000
$\hat{\alpha}$ (個人属性) <t 値>		0.918 <2.12>	1.280 <4.42>	0.968 <4.70>	1.105 <12.33>
$\hat{\beta}$ (環境・アメニティ質) <t 値>		0.300 <4.40>	0.293 <7.02>	0.383 <12.02>	0.317 <23.60>
$\hat{\gamma}$ (一般化費用) <t 値>		0.307 <5.05>	0.359 <8.37>	0.354 <11.13>	0.324 <24.04>
ρ^2 ；尤度比		0.212	0.214	0.257	0.206
Hit Ratio；適中率		0.740	0.734	0.778	0.756
$\Sigma(\hat{\theta})$	$\hat{\sigma}_{\alpha\alpha}$	0.1865	0.0837	0.0424	0.0080
	$\hat{\sigma}_{\alpha\beta}$	-0.0159	-0.0048	-0.0024	-0.0005
	$\hat{\sigma}_{\alpha\gamma}$	0.0167	0.0088	0.0045	0.0008
	$\hat{\sigma}_{\beta\beta}$	0.0047	0.0017	0.0010	0.0002
	$\hat{\sigma}_{\beta\gamma}$	0.0007	0.0005	0.0003	0.0001
	$\hat{\sigma}_{\gamma\gamma}$	0.0037	0.0018	0.0010	0.0002

を仮定した信頼区間推計法であるが、得られた中央値は、サンプルモデル全体を通してエッジワース法およびシミュレーション法の中央値より過大推計となっている。このことは、テラー近似の2次項の影響と考えられる。一方で、サンプル数が大きなモデルになるに従い、他の手法の結果に近づいていく傾向が確認できる。

エッジワース展開については、推定量の3次のキュムラントまでを適用した分布の歪度を考慮した信頼区間推定法であり、結果として、図－1および片側2.5%確率を与える漸近展開値から分布は右側に歪んだ信頼区間推計結果となっていることが確認できる。また、エッジワース展開から求められた中央値および信頼限界値は、サンプル数が大きなモデルになるに従い、シミュレーション値の結果（ $R=10000$ ）に近づき、特に、5000サンプルモデルでは、エッジワース展開とシミュレーション法（ $R=10000$ ）の中央値は0.001のオーダーで一致している。

シミュレーション法については、一般的に乱数発生回数 $R=1000$ で十分といわれるが、ここでは、漸近特性をより厳密に把握することを目的に、 $R=10000$ を実施し、これを他の比較評価に対しての基準と位置づけている。乱数発生回数による変動については、 $R=500 \rightarrow 1000$ と $R=1000 \rightarrow 10000$ では、前者の方が結果の変動程度が大きい。この傾向はサンプル数が大きなモデルになるに従い影響は軽微になるが、精度あるシミュレーションを行う上では、可能な限り R を大きくとることが妥当であると判断する。また、シミュレーション法による信頼区間推計結果では、他の手法と比べレンジが大きく、また図－1からも分布が強く右に歪んでいることが確認できる。分布の歪みは、オプション価格の推定量が非線形関数であることが影響していると考えられ、特に、サンプル数が少ないモデルにおいて分布の歪みが顕著であり、このことは、得ら

表－ 3: 信頼区間推計結果

注 1) <>内の数値は、標準正規分布またはエッジワース分布の片側 2.5%の確率を与える値

注 2) z_{α} , c_{α} には各ケース毎の仮想データの平均値を適用

<N=200 サンプルモデル>

I：近似法	下限 2.5%	中央値	上限 2.5%	レンジ	標準偏差	変動係数
テラー展開	2.626 <-1.960>	4.289	5.953 <1.960>	3.327	0.849	0.198
エッジワース展開	3.079 <-1.290>	4.149	6.299 <2.630>	3.220	0.821	0.192
II：シミュレーション法	下限 2.5%	中央値	上限 2.5%	レンジ	標準偏差	変動係数
多変量正規乱数 (R=500)	2.876	4.148	6.228	3.353	0.852	0.200
多変量正規乱数 (R=1000)	2.993	4.174	6.485	3.493	0.908	0.211
多変量正規乱数 (R=10000)	2.938	4.170	6.829	3.891	1.105	0.254

<N=500 サンプルモデル>

I：近似法	下限 2.5%	中央値	上限 2.5%	レンジ	標準偏差	変動係数
テラー展開	2.629 <-1.960>	3.417	4.206 <1.960>	1.577	0.402	0.118
エッジワース展開	2.752 <-1.563>	3.377	4.311 <2.357>	1.559	0.398	0.116
II：シミュレーション法	下限 2.5%	中央値	上限 2.5%	レンジ	標準偏差	変動係数
多変量正規乱数 (R=500)	2.731	3.420	4.380	1.648	0.412	0.120
多変量正規乱数 (R=1000)	2.721	3.383	4.404	1.683	0.411	0.120
多変量正規乱数 (R=10000)	2.723	3.382	4.344	1.621	0.418	0.122

<N=1000 サンプルモデル>

I：近似法	下限 2.5%	中央値	上限 2.5%	レンジ	標準偏差	変動係数
テラー展開	3.228 <-1.960>	3.891	4.554 <1.960>	1.326	0.338	0.087
エッジワース展開	3.306 <-1.660>	3.865	4.622 <2.260>	1.317	0.336	0.086
II：シミュレーション法	下限 2.5%	中央値	上限 2.5%	レンジ	標準偏差	変動係数
多変量正規乱数 (R=500)	3.293	3.861	4.724	1.431	0.355	0.091
多変量正規乱数 (R=1000)	3.305	3.867	4.657	1.352	0.341	0.088
多変量正規乱数 (R=10000)	3.289	3.869	4.639	1.350	0.347	0.089

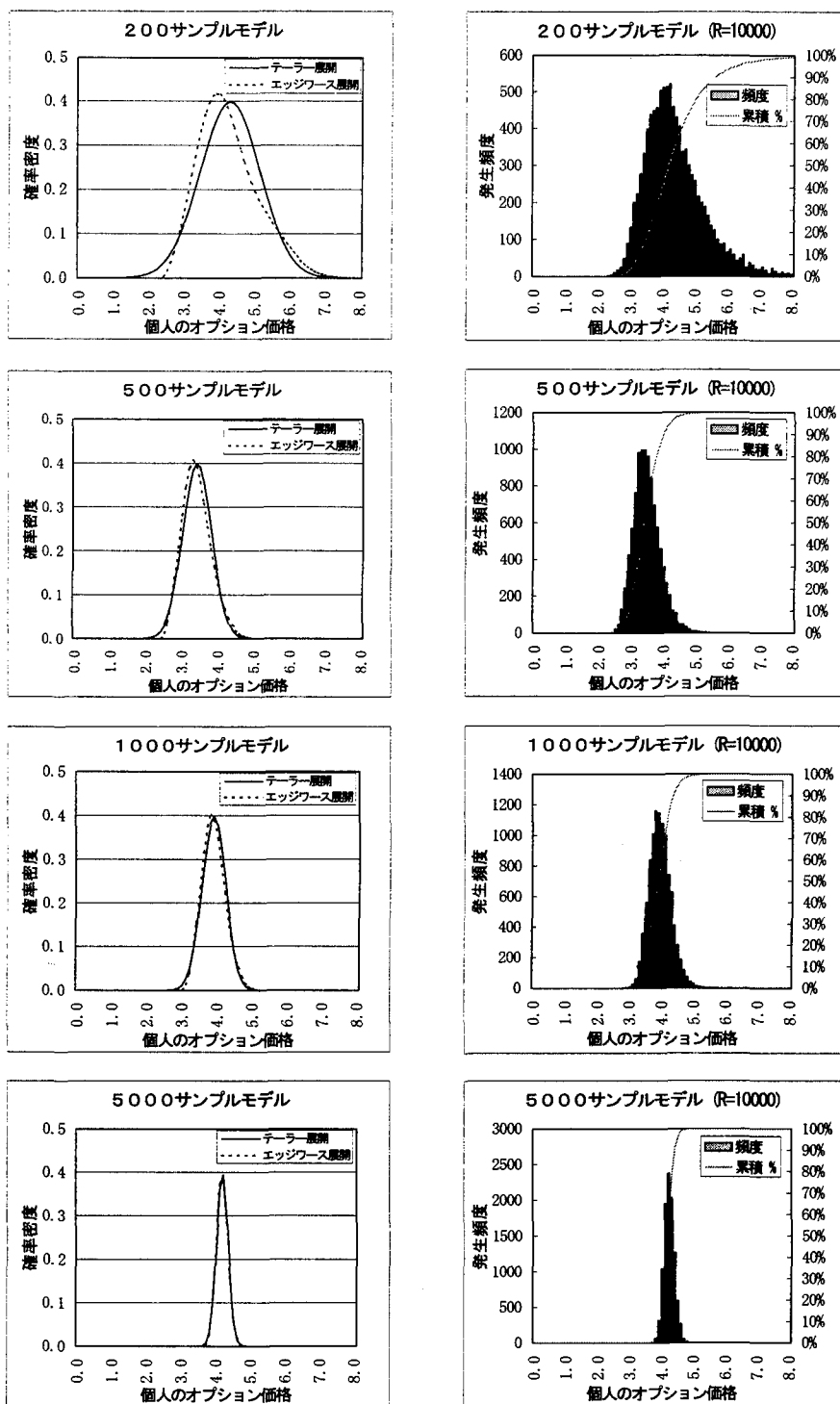
<N=5000 サンプルモデル>

I：近似法	下限 2.5%	中央値	上限 2.5%	レンジ	標準偏差	変動係数
テラー展開	3.847 <-1.960>	4.174	4.501 <1.960>	0.655	0.167	0.040
エッジワース展開	3.864 <-1.818>	4.168	4.518 <2.102>	0.654	0.167	0.040
II：シミュレーション法	下限 2.5%	中央値	上限 2.5%	レンジ	標準偏差	変動係数
多変量正規乱数 (R=500)	3.855	4.165	4.542	0.687	0.178	0.043
多変量正規乱数 (R=1000)	3.871	4.165	4.520	0.649	0.166	0.040
多変量正規乱数 (R=10000)	3.871	4.167	4.523	0.652	0.166	0.040

れた分散共分散行列の精度にも起因する。一方、5000 サンプルモデルにおいては、分布の歪みは緩和され、中央値・レンジともエッジワース展開の結果と概ね一致する。

以上の結果を総括すると、(1)テラー展開については、サンプル数の増加に従い推計された中央値、レンジおよび変動係数は他の手法の結果に漸近していくが、サンプル数 5000 モデルにおいても中央値は過大推計となっており、非線形関数の推定量に対しては、対称分布を仮定した信頼区間推計結果は誤差が生じる可能性が示唆される。(2)エッジワース展開については、推定量の漸近正規性を前提とした分布の歪みを考慮した推計法であり、本仮想データでは、サンプル数が少ない場合においてシミュ

レーション結果との若干の乖離が認められるものの、1000 サンプル以上のモデルにおいては、シミュレーション結果の中央値および信頼限界値に概ね一致する結果が得られており、分散の直接推計が困難な推定量に対する有効な解析アプローチであるといえる。(3)シミュレーション法については、推定量の漸近特性をより厳密に把握することを目的に乱数発生回数を多くとることが妥当であり、本研究では $R = 10000$ を採用することで他の比較評価に対する基準として位置づけている。シミュレーション法による推計結果については、全サンプルモデルとも $R = 1000$ 以



図－ 1: テーラー展開・エッジワース展開による確率密度関数およびシミュレーション結果の分布
 上において推計結果は安定傾向を示しており，1000 サンプル以上のモデルにおいて，エッジワース展開の推計結果と概ね一致する傾向が確認されている。

6. おわりに

本研究では，レクリエーション施設の整備便益について，旅行費用法に着目し，個人のオプション価格の推計便益の信頼性の評価手法として，近似法（テーラー展開・エッジワース展開）およびシミュレーション法による信頼区間

推定法を提示した．特に実証的な検証は行っていないが，簡略化した数値検証による結果からは，分散の直接推計が困難な非線形関数の推定量に対する信頼区間を求める上では，シミュレーション法およびエッジワース展開による推計法が有効であり，対象とするサンプル数が大きい場合においては，両者の推計値は概ね一致する結果が得られている。

特に，エッジワース展開は推定量の漸近正規性を前提とした近似値の誤差オーダーの規定が可能な推計法であ

り、分散の直接推計が困難な非線形関数の推定量に対する推定量の漸近分布および分布の漸近展開値を解析的に求めることができる有用なアプローチであるといえる。

一方、テーラー展開については、非線形関数の推定量に対する簡便な信頼区間推定法であるが、対称分布を仮定しない他の2つの信頼区間推定法と比べては誤差を伴う可能性が高いことが示唆される。

以上の結果は、費用便益分析における推計便益の信頼区間推定を行う上での有効な知見を提供するものと考えられる。なお、今後の精度向上としては、説明変数を増加させた場合や同一サンプル数における誤差精度を変化させた場合のシミュレーション法とエッジワース展開の推定結果の検証や、レクリエーションサイトの選択肢数を増やした場合の信頼区間推定についても検討を進めることを予定している。また、本研究ではRP(SP)データに焦点をおいた分析を行ったが、RP・SPデータを同時に用いた場合の信頼性分析等についても検討を行っていく必要がある。この点に関しては今後の課題としたい。

参考文献

- 1) Ben-Akiva and Lerman : *Discrete Choice Analysis*, MIT Press, 1985.
- 2) Burt, O. R. and Brewer, D. : Estimation of Net Social Benefits from Outdoor Recreation, *Econometrica*, Vol.39, pp.182-187, 1971.
- 3) Cameron T.A. : Interval Estimates of Non-Market Resource Value from Referendum Contingent Valuation Surveys, *Land Economics*, 67(4), pp.413-421, 1991.
- 4) Clawson, M. and Knetsch, J.L. : *Economics of Outdoor Recreation*, John Hopkins University Press, 1966.
- 5) Davison A.C. and D.V. Hinkley : *Bootstrap methods and their application*, Cambridge University Press, 1997.
- 6) Downing M. and T. Ozuna, Jr. : Testing the Reliability of the Benefit Function Transfer Approach, *Journal of Environmental Economics and Management*, 30, pp.316-322, 1996.
- 7) Duffield J.W. and D.A. Patterson : Inference and Optimal Design for a Welfare Measure in Dichotomous Choice Contingent Valuation, *Land Economics*, 67(2), pp.225-239, 1991.
- 8) Feenberg, D. and Mills, E. S. : *Measuring the Benefits of Water Pollution Abatement*, New York, Academic Press, 1980.
- 9) Freeman III A. M. : *The Measurement of Environmental and Resource Values*, Resource for the Future, pp.469-472.
- 10) Hall P. : *The Bootstrap and Edgeworth Expansion*, Springer Series in Statistics, 1992.
- 11) Johansson, P.-O. : *The Economic Theory and Measurement of Environmental Benefits*, Cambridge University Press, 1987.
- 12) Johansson, P.-O. : *Cost-Benefit Analysis of Environmental Changes*, Cambridge University Press, 1993.
- 13) Krinsky I. and A.L. Robb : On Approximating the Statistical Properties of Elasticities, *The Review of Economics and Statics*, 68, pp.715-719, 1986.
- 14) Mäler, K.-G. : *Environment Economics: A Theoretical Inquiry*, John Hopkins University Press, 1974.
- 15) McConnell, K.E. : The Economics of Outdoor Recreation, in: Kneese, A. V. and Sweeney, J.L. (eds.): *Handbook of Natural Resource and Energy Economics*, Vol. II, North-Holland, 1985.
- 16) McCullagh P. : *Tensor Methods in Statistics*, Chapman and Hall, 1987.
- 17) McFadden, D. : Conditional logit analysis of qualitative choice behavior, in: Zarembka, P. (ed.): *Frontiers of Econometrics*, Academic Press, 1973.
- 18) Park T., J.B. Loomis and M. Creel : Confidence Intervals for Evaluating Benefits Estimates from Dichotomous Choice Contingent Valuation Studies, *Land Economics*, 67(1), pp.64-73, 1991.
- 19) Train K.E. : Recreation Demand Models with Taste Differences Over People, *Land Economics*, 74(2), pp.230-239, 1998.
- 20) 嘉田良平・浅野耕太・新保輝幸 : 農林業の外部経済効果と環境農業政策, 多賀出版, 1995.
- 21) 川除隆広・多々納裕一・岡田憲夫 : 支払意思額の異質分散性を考慮したCVMによる推計便益の信頼区間推定法, 土木計画学研究・論文集, No.16, pp.319-326, 1999.
- 22) 小林潔司・文世一・多々納裕一 : 交通情報の経路誘導システムの経済便益評価に関する研究, 土木学会論文集, No.506/IV-26, pp.77-86, 1995.
- 23) 竹村彰通 : 多変量推測統計の基礎, 共立出版, 1991.
- 24) 多々納裕一・小林潔司・馬場淳一 : 滞在時間分布を考慮した旅行費用法によるレクリエーション便益の計測, 土木学会論文集, No.625/IV-44, pp.113-124, 1999.
- 25) 土木学会編 : 非集計行動モデルの理論と実際, 1995.
- 26) ネルソン W. : 寿命データの解析, 日科技連, 1988.
- 27) 林山泰久 : 非市場財の存在価値, 土木計画学研究・講演集, No.21(2), pp.35-48, 1998.
- 28) 養谷千風彦 : 計量経済学の理論と応用, 日本評論社, 1996.
- 29) 森村善芳 : 社会資本整備の便益評価, 勁草書房, 1997.

離散選択モデルを用いたレクリエーション便益に関する信頼区間推定法

川除 隆広, 多々納 裕一, 岡田 憲夫

本研究では、レクリエーション施設の整備便益について旅行費用法に着目し、オプション価格の推計便益の信頼性の評価手法として、近似法(テーラー展開・エッジワース展開)およびシミュレーション法による信頼区間推定法を提示している。モンテカルロ法を用いた数値実験からは、分散の直接推計が困難な非線形関数の推定量に対する信頼区間を求める上では、シミュレーション法および解析的アプローチであるエッジワース展開による推計法が有効であり、テーラー展開については、対称分布を仮定しない他の2つの信頼区間推定法と比べては誤差を伴う可能性が高いことが示唆されている。

Interval Estimation Methods for Recreation Benefits Based on a Discrete Choice Model

By Takahiro KAWAYOKE, Hirokazu TATANO and Norio OKADA

This paper presents several methods to estimate confidence intervals of mean (madian) option price of individual measured by the travel cost method based on a discrete choice model which involves improvement of recreation site quality. One is an approximation method with Taylor series for option price estimator of individual. Second is an approximation method with Edgeworth expansion. These approximate confidence intervals are formulated in firms analytically tractable. Third is simulation method for option price estimator of individual. Monte Carlo simulations are executed to illustrate performances of these proposed confidence intervals of mean (madian) option price of individual.