タクシー・サービスのスポット市場均衡に関する研究*

SPOT MARKET EQUILIBRIUM OF TAXI SERVICES*

松島格也**・小林潔司***
by Kakuya MATSUSHIMA** and Kiyoshi KOBAYASHI***

1. はじめに

タクシー・サービスの取引は，都市内に設けられたタクシー乗り場（あるいは，地点）という局所的な市場（以下，スポット市場と呼ぶ）で発生する．近年の規制緩和政策の結果，タクシー料金に関わる価格競争が見られるようになってきたものの，個々のタクシー・サービスの間には顕著な異質性は見られない．むしろ，個々のタクシーは同質なサービスを提供しており，同質なサービスが取引されるような市場が空間的に集積した結果がタクシー・サービスのスポット市場であると考えることができる．

タクシー・サービスの需要者と供給者が互いにマッチングされることによりサービスの売買の契約が成立するようなスポット市場では，市場取引に伴う外部経済性がスポット市場の構造を決定する．あるスポット市場においてサービスに対する需要や供給が増加すれば，そこに混雑という現象が生じない限り，さらに多くの顧客やタクシー・ドライバーを引きつけるというポジティブなフィードバックメカニズムが働く．このようなフィードバック機能が市場集積の原因となっている．

本研究では，同質なサービスを提供する不特定多数の企業（タクシー）と顧客がサービスを取引する市場が局所的に形成されるメカニズムについて分析する．タクシー市場において顕著に見られるように，このような局所市場ではサービスの取引を行うためには待ち行列に参加せざるを得ないという取引費用が発生する．企業と顧客がマッチングされるような市場では，企業と顧客の双方が集積するほど取引費用が節減されるという規模の経済性が発生する．このような市場取引に伴う規模の経済性が存在する場合，スポット市場におけるタクシーの需給関係には，複数の均衡解が存在する可能性がある．

以上の問題意識の下に，本研究ではタクシー・サービスが取引される市場均衡モデルを提案し，スポット市場の形成メカニズムについて分析することとする．以下，2．では本研究の基本的な考え方を説明する．3．ではスポット市場におけるタクシー・サービスの取引状況を2重待ち行列モデルを用いて定式化する．4．ではタクシー・顧客の市場参入行動をモデル化する．5．では，スポット市場における市場均衡を定式化し，6．で市場均衡の特性を分析する．7．では数値計算事例を示す．

2. 本研究の基本的な考え方

(1) 従来の研究の概要

タクシー市場の構造やその形成メカニズムは研究が遅れている分野の1つであった．しかし，近年におけるタクシー市場の規制緩和に関する論議の高まりの中で，都市全体を対象としたタクシー市場構造に関する理論的・実証的な研究が蓄積されつつある[1)2)3)]．このようなマクロな市場構造の分析が進展する中で，ミクロな個々のスポット市場におけるタクシー市場に関しては研究がほとんど進展していない．著者等の知る限り，わずかに，街路におけるタクシーの路上駐車の規制問題に関して研究が行われているのみである[4)]．しかし，そこではタクシー・サービスの供給サイドの行動にのみ焦点が置かれている．このような均衡論的な視点を欠いた分析枠組みでは，駐車規制がもたらす効果を整合的に把握することは困難である．本研究では，タクシー・スポット市場の構造を分析するために市場均衡モデルを提案する．著者等の知る限り，次節で述べるようなスポット市場の外部経済性を考慮したような市場均衡モデルは他に例を見ない．本稿では市場均衡のメカニズムに関する分析に焦点を絞ることとするが，本研究で提案する市場均衡モデルを用いて今後各種の政策分析を行うことが可能になると考える．

(2) スポット市場における外部経済性

タクシー・サービスのスポット市場では，サービスの売り手と買い手の双方が市場で生じるであろう需要と供給の状況をあらかじめ知り得ず，互いに需給関係に関して不完全な憶測(imperfect guess)に基づいて行動しなければならない．サービスの買い手と売り手が市場で出会うためには，互いにスポット市場まで足を運ばざるを得ない．また，市場でのマッチングを成立させるために待ち時間という取引費用が生じる．このような1）不完全な憶測と2）取引費用の存在が原因となり，市場で取引が行う際に金銭的な外部性が生じる[5)6)7)]．たとえば，タクシーが待ち時間をかけて熱心に顧客を待てば，顧客は容易にタクシーを見いだすことが可能である．顧客に関しても同様

*キーワーズ：公共交通需要，交通行動分析，駐車需要
**正員 工修 京都大学大学院工学研究科土木工学専攻
(〒606-8501 京都市左京区吉田本町 TEL・FAX 075-753-5073)
***正員 工博 京都大学大学院工学研究科土木工学専攻
(〒606-8501 京都市左京区吉田本町 TEL・FAX 075-753-5071)

である．顧客とタクシーがより頻繁にスポット市場を訪問すれば互いに相手にとって外部的な利得を与えるという市場厚の外部経済性 (thick-market externality) が存在する．タクシーと顧客が互いに需要と供給の増加を予想すれば，このような予想は実際に需給を増加させ，そこに市場厚の外部性が働き予想は現実のものとなる．同様の理由から低い需給関係に関する予想も自己実現的 (self-fulfilling)[8] である．両者が互いに需給を低く見積もれば，実際に市場は停滞してしまう．このように情報の不完全性と取引費用を要するマッチング市場では，非価格的な相互作用から生じる戦略的外部性 (strategic complementality)[9][10] が働くため，取引厚（薄）の外部性が生じ市場には乗数効果が現れる．このようなポジティブなフィードバックが働く市場では，複数の均衡解が生じる可能性が存在する．

3. 2重待ち行列モデルの定式化

(1) モデル化の方針

マッチング・スポット市場においては，サービスの客とタクシーの双方が互いに相手の到着を待つために待ち行列を形成する．双方がスポット市場に到着することによって，客はタクシーに乗車することができる．このような待ち現象は2重待ち行列として表現できる．すでに，Kendall[11]，Sasieni[12] 等はタクシー・ベイでの待ち現象が2重待ち行列モデルとして表現できることを示すとともに，その解析方法を提案している．Kendall 流の2重待ち行列は，客とタクシーがマッチングされれば瞬時にサービス（乗車）が完了することを仮定している．現実には，サービスが直ちに完了することはなく，正のサービス時間を必要とする．この場合，客とタクシーの双方が同時に待ち行列を形成する可能性がある．しかし，正のサービス時間を仮定した場合，モデルが過度に複雑になるという問題が生じる．また，この種の混雑現象はスポット市場の外部経済性を表現するために，本質的な役割を果たさない．そこで，以下では伝統的な2重待ち行列モデルの枠組みの中で議論することとする．以下で示す2重待ち行列モデルに新規性はないが，読者の便宜を図るため待ち行列モデルについて最低限の記述を行っておく．

(2) モデルの前提条件

顧客はある限られたスポット市場でタクシーに乗車すると考える．当該のスポット市場においてのみタクシー・サービスが利用可能であり，スポット市場に到着した顧客にはタクシー以外に利用可能な交通手段は存在しない．一度，タクシー乗り場に到着した客は，待ち行列から立ち去ることはなく，利用可能なタクシーが到着するまで待ち続けるものと考える．すなわち，客の待ち行列長には上限が存在しない．一方，タクシーの待ち行列長の上限値 M $(M = 0, 1, 2, \cdots)$ は外生的に固定されており，待ち行列長が M の時に新規に到着したタクシーは市場から立ち去ると仮定する．タクシーの待ち行列長の上限値が決定されるメカニズムは3.（4）で言及する．多くの実証研究[13] で報告されているように，客・タクシーがそれぞれ単位時間当たり平均到着率 λ, μ でポワソン到着すると考える．短期均衡モデルにおいては，平均到着率 λ, μ が外生的に与えられており，変化しないと仮定する．伝統的な2重待ち行列モデルに従って，客とタクシーのいずれかにのみ待ち行列が発生すると考える．

(3) 2重待ち行列モデル

いま，客の側に待ち行列が発生している状況を考える．時刻 t において系にいる客の数が n $(n \geq 1)$ である確率を $P_n(t)$ と表す．この系の状態方程式は

$$\begin{aligned} P_n(t+\Delta t) &= (1-\mu\Delta t)(1-\lambda\Delta t)P_n(t) \\ &\quad +(1-\mu\Delta t)\lambda\Delta t P_{n-1}(t) \\ &\quad +\mu\Delta t(1-\lambda\Delta t)P_{n+1}(t) + o(\Delta t)! \end{aligned} \tag{1}$$

と表わせる．一方，タクシーに待ちが発生している状況を考える．時刻 t で系内のタクシー台数が m $(m = 1, \cdots, M)$ である確率 $Q_m(t)$ とすれば，状態方程式は

$$\begin{aligned} Q_M(t+\Delta t) &= (1-\lambda\Delta t)Q_M(t) \\ &\quad +(1-\lambda\Delta t)\mu\Delta t Q_{M-1}(t) + o(\Delta t)! \end{aligned} \tag{2a}$$

$$\begin{aligned} Q_m(t+\Delta t) &= (1-\lambda\Delta t)(1-\mu\Delta t)Q_m(t) \\ &\quad +(1-\lambda\Delta t)\mu\Delta t Q_{m-1}(t) \\ &\quad +\lambda\Delta t(1-\mu\Delta t)Q_{m+1}(t) + o(\Delta t)! \end{aligned} \tag{2b}$$

となる．ここに，$Q_M(t)$ は系内のタクシー台数が待ち行列長の上限値 M に等しい確率であり，$o(\Delta t)!$ は高次の微小項である．本モデルでは0のサービス時間を仮定しているため待ち行列長時計内のタクシー台数は一致する．つぎに，客，タクシーの双方が待ちを作らない確率を $P_0(t) = Q_0(t)$ で定義すれば，状態方程式

$$\begin{aligned} Q_0(t+\Delta t) &= (1-\lambda\Delta t)(1-\mu\Delta t)Q_0(t) \\ &\quad +\lambda\Delta t(1-\mu\Delta t)Q_1(t) \\ &\quad +(1-\lambda\Delta t)\mu\Delta t P_1(t) + o(\Delta t)! \end{aligned} \tag{3}$$

を得る．状態方程式 (1),(2a),(2b),(3) の両辺を Δt で割り，$\Delta t \to 0$ の極限を考える．通常の待ち行列理論と同様の方法で定常状態における状態方程式

$$-(\mu+\lambda)P_n + \lambda P_{n-1} + \mu P_{n+1} = 0 \tag{4a}$$

$$-\lambda Q_M + \mu Q_{M-1} = 0 \tag{4b}$$

$$-(\lambda+\mu)Q_m + \mu Q_{m-1} + \lambda Q_{m+1} = 0 \tag{4c}$$

$$-(\lambda+\mu)Q_0 + \lambda Q_1 + \mu P_1 = 0 \tag{4d}$$

$$(n = 1, \cdots, \infty; n = 1, \cdots, M)$$

を得る．ただし，定常解が存在するためには $\mu > \lambda$ が成立しなければならない．この時，式 (4a)-(4d) より客が待ち行列を作る確率及びタクシーが待ち行列を作る確率は

$$P_n = \rho^{M+n} Q_M \quad (n = 1, \cdots, \infty) \tag{5a}$$

$$Q_m = \rho^{M-m} Q_M \quad (m = 0, \cdots, M) \tag{5b}$$

と表せる．ただし$\rho=\lambda/\mu$である．また，

$$\sum_{n=1}^{\infty}P_n+\sum_{m=0}^{M}Q_m=1 \tag{6}$$

が成立する．式(5a),(5b)を式(6)に代入すれば，

$$Q_M=1-\rho \tag{7}$$

を得る．したがって，定常確率P_n及びQ_mは

$$P_n=(1-\rho)\rho^{M+n}\ (n\geq 1) \tag{8a}$$

$$Q_m=(1-\rho)\rho^{M-m}\ (M\geq m\geq 0) \tag{8b}$$

と表せる．したがって，タクシーの待ち行列長の上限値がM $(M=0,1,2,\cdots)$，平均到着率(λ,μ)の場合における客・タクシーの平均待ち行列長は，それぞれ

$$E(n:\lambda,\mu,M)=\frac{\rho^{M+1}}{1-\rho} \tag{9a}$$

$$E(m:\lambda,\mu,M)=M-\frac{\rho}{1-\rho}(1-\rho^M) \tag{9b}$$

と表せる．到着率(λ,μ)の下での客及びタクシーの平均待ち時間$T(\lambda,\mu,M),S(\lambda,\mu,M)$は，

$$T(\lambda,\mu,M)=E(n:\lambda,\mu,M)/\lambda \tag{10a}$$

$$S(\lambda,\mu,M)=E(m:\lambda,\mu,M)/\mu \tag{10b}$$

と表せる（**付録I**参照）．タクシーが市場に到着した際，待ち行列長がMに達している確率（呼損率ξ）は

$$\xi=Q_M=1-\rho \tag{11}$$

で与えられる．なお，以上の議論は$M=0$の場合にも成立する．$M=0$の場合には，タクシーは市場に到着率μで到着するが，市場で客が自分の到着を待っていなければ，直ちに市場を立ち去る．客・タクシーの平均待ち時間は，それぞれ次式で表せる．

$$T(\lambda,\mu,0)=\frac{1}{\mu(1-\rho)} \tag{12a}$$

$$S(\lambda,\mu,0)=0 \tag{12b}$$

(4) 最大待ち行列長の決定

以上の議論では待ち行列長の上限値Mを与件と考えていた．しかし，その値はスポット市場における駐車容量やタクシーの客待ち行動により決定される．いま，スポット市場におけるタクシーの物理的な駐車容量に制約がないと考えよう．スポット市場に到着したタクシーは，タクシーの待ち行列長を観察し，新たに行列に加わるか，他のスポット市場に移動するかを決定する．タクシーの待ち行列の長さが$m-1$の時に新たに到着したm番目のタクシーの平均待ち時間$W(m)$は

$$W(m)=\frac{m}{\lambda} \tag{13}$$

と表わされる（**付録I**参照）．この時，当該のタクシーの期待利潤$\Pi(m)$は

$$\Pi(m)=q-\frac{m}{\lambda} \tag{14}$$

と表わせる．qはサービス1単位当たりの時間単位で測定した期待利潤である．ドライバーは客を乗せるまでは，利潤を正確に把握することは不可能であるが，過去の経験を通じて期待利潤は予測できる．タクシーは当該のスポット市場を訪問するために取引費用cを負担する．スポット市場に到着した時点で，取引費用はすでにサンクされており，ドライバーはスポット市場において正の利潤を得ることができる限り待ち行列に参入するだろう．客が到着率λで訪問するスポット市場において，自発的な期待利潤最大化行動によって規定される最大待ち行列長$M(\lambda)$（以下，自発的待ち行列長と呼ぶ）は，$\Pi(m)\geq 0$の条件より

$$M(\lambda)=[q\lambda] \tag{15}$$

と表せる．記号$[\cdot]$は$q\lambda$を越えない最大の自然数を意味する．つぎに，スポット市場に容量制約がある場合を考えよう．スポット市場の容量をWとしよう．タクシーの物理的な容量に制約がある場合，タクシーの待ち行列の最大長$M^*(W,\lambda)$は

$$M^*(W,\lambda)=\min\{W,M(\lambda)\} \tag{16}$$

で決定される．なお，タクシーが市場を訪問する誘因を持つためには少なくとも

$$q\geq c \tag{17}$$

が成立しなければならない．$q<c$の場合には，タクシーは市場を訪問せずスポット市場は成立しない．

4. 客とタクシーの行動モデルの定式化

(1) モデル化の前提条件

以上では，客・タクシーの平均到着率λ,μを与件と考えた．しかし，長期的にはスポット市場への客・タクシーの新規参入や市場撤退が生じ，平均到着率が変化する．現行の平均待ち時間に基づく期待効用水準が顧客の保留期待効用水準より大きい限り，当該の顧客はスポット市場へ参入するだろう．一方，タクシーはタクシーの待ち行列長がMより小さい限り待ち行列に加わる．スポット市場におけるタクシーの取引費用は顧客のそれよりも小さいとはいえ，ゼロではない．タクシーはスポット市場において待ち行列に加われない場合の損失も含めて算定した期待利潤が保留水準より大きい限り，当該のスポット市場を訪れてみる価値があると判断するだろう．このような裁定の結果，スポット市場に対する客・タクシーの平均到着率がある均衡的な水準に収束する．以下，このような客・タクシーの自由参入・撤退行動をモデル化しよう．

(2) タクシーの行動モデル

客の到着率λをひとまず与件と考えよう．スポット市場の物理的駐車容量をW $(W=0,1,\cdots)$と表そう．$W\geq M(\lambda)$が成立する場合，待ち行列の最大長(16)の定義より$M^*(W,\lambda)=M(\lambda)$が成立する．したがって，以下では$W\leq M(\lambda)$が成立する場合に着目して議論を進める．いま，待ち行列長の上限値Mが$M=W\leq M(\lambda)$を満足する場合に着目する．スポット市場に駐車スペースが存在していない場合，スポット市場に到着したタクシーは直ちに

市場を立ち去ると考える．待ち行列長がW未満の場合には，直ちに市場に参入する．市場参入を諦める確率（呼損率）は式(11)より$\xi = 1-\rho$で表わせる．この場合，利潤$-c$を得る．一方，確率$1-\xi=\rho$で市場参入し，期待利潤

$$\Pi = q - S'(\lambda, \mu, W) - c \tag{18}$$

を得る．利潤は時間単位で計測されている．$S'(\lambda,\mu,W)= S(\lambda,\mu)/\rho$はタクシーの待ち行列長の上限が$W$であり，かつ到着率$\mu$の場合のタクシーの平均待ち時間を表す．具体的には，式(10b)を用いて

$$S'(\lambda,\mu,W) = \frac{1}{\mu\rho}\left\{W - \frac{\rho}{1-\rho}(1-\rho^W)\right\} \tag{19}$$

で表せる．なお，駐車容量がない（$W=0$）場合，

$$S'(\lambda,\mu,0) = 0 \tag{20}$$

である．タクシーがスポット市場を訪問することにより得られる期待利潤$E(\Pi,W)$ $(W=0,1,2,\cdots)$は

$$\begin{aligned} E(\Pi,W) &= \rho\{q - S'(\lambda,\mu,W)\} - c \\ &= \rho q - S(\lambda,\mu,W) - c \end{aligned} \tag{21}$$

と表せる．タクシーは当該のスポット市場を訪問することにより正の利潤を得ることができる限り当該市場を訪問する．客の到着率μを与件とした時に，タクシーのスポット市場への長期的な到着率は

$$\frac{\lambda}{\mu^*}q - S(\lambda,\mu^*,W) - c = 0 \tag{22}$$

を満足するようなμ^*として定義できる．ただし，Wは$M(\lambda) \geq W \geq 0$を満足する自然数である．

(3) 客の行動モデル

客がタクシーを利用することにより得られる効用をv，タクシーに乗車するための待ち時間をtと表そう．客の効用関数を危険中立型効用関数

$$V = v - t \tag{23}$$

を用いて表現する．効用関数は時間単位で計測されている．効用項vは目的地で獲得する効用値から所要時間，運賃等の不効用，スポット市場までの移動不効用を差し引いた値を表しており，個人にとっては確定値であるが観測者にとっては直接観測できない確率変数である．ここで，タクシーの到着率μを与件とする．さらに，客の平均到着率を仮にλであると想定しよう．この時，客の平均待ち時間は式(12a)よりタクシーの平均到着率μ，サービス率$\rho=\lambda/\mu$，スポット市場の容量Wの関数として

$$T(\lambda,\mu,W) = \frac{\rho^W}{\mu(1-\rho)} \tag{24}$$

と表される．タクシーを利用することによる期待効用は

$$EV = v - T(\lambda,\mu,W) \tag{25}$$

と表せる．いま，個々の客は当該のスポット市場を利用するかどうかを期待効用EVを用いて判断すると考える．スポット市場に到着するためには十分大きい取引（アクセス）費用を要するため，市場に行くかどうかを事前に判断する．一度，市場に到着すれば取引費用はすでにサンクされており，待ち行列長に関わらず市場にとどまる．客は期待効用が正である限り，スポット市場に参入するインセンティブを持つ．いま，タクシーを利用する可能性のある顧客の確率効用項vが区間$[0,\bar{v}]$上で確率分布関数$F(v)$に従って分布していると考えよう．確率分布の形状に関して特定化せずに議論を進める．ここに，$\bar{v}$は顧客がタクシーを利用することによって得られる効用の上限値である．$\bar{v}=\infty$であっても差し支えないが，当面の間$\bar{v}$は有限の値をとると仮定する．式(25)より，顧客の待ち時間の上限値$\overline{T}(\lambda,\mu,W)$は条件$EV=0$より$\overline{T}(\lambda,\mu,W)=\bar{v}$と表せる．式(24)より，スポット市場が成立する（顧客がスポット市場を訪問する）ためには

$$\frac{\rho^W}{\mu(1-\rho)} \leq \bar{v} \tag{26}$$

が成立しなければならない．潜在的顧客の総数を$\overline{H}$とすれば，タクシーを利用する顧客数hは

$$h = \overline{H}\{1 - F(T(\lambda,\mu,W))\} \tag{27}$$

で表される．ここに$F(\cdot)$は客の確率効用が従う確率分布関数である．各客のスポット市場への到着間隔が互いに独立な同一のポワソン分布（平均$1/\nu$）に従うと仮定すれば，h人の顧客による平均到着率は$\lambda=h\nu$と表せる．また，長期的均衡における客の到着率は

$$\lambda^* = \sigma\{1 - F(T(\lambda^*,\mu,W))\} \tag{28}$$

を満足するようなλ^*に決定される．$\sigma=\nu\overline{H}$である．ただし，上式を満足するようなλ^*は条件(26)を満足しなければならない．以上では，客・タクシーの平均到着率μ,λが決定されるメカニズムを，それぞれ相手の到着率を与件として考察してきた．しかし，客とタクシーの到着率は相互に関係し合っている．次節では両者が同時に決定されるメカニズムについて考察する．

表－1　市場均衡解の分類

均衡状態	制限均衡		自由参入均衡
市場の種類	流しの市場	スポット市場	
成立条件	$W=0$ $\frac{1}{\mu(1-\rho)} \leq \bar{v}$ $q>c$	$W<M(\lambda^*(W))$ $\frac{\rho^W}{\mu(1-\rho)} \leq \bar{v}$ $q>c$	$W=M(\lambda^*(W))$ $\frac{\rho^W}{\mu(1-\rho)} \leq \bar{v}$ $q>c$

5．市場均衡解

(1) 市場均衡解の分類

スポット市場が成立するためには，客・タクシーの双方がスポット市場を訪問しなければならない．**表－1**に示すように，スポット市場が成立する場合，タクシーが客待ちを行うか否かで1）いわゆる「流しのタクシー」市場と，2）タクシーが客待ちを行うスポット市場に分類できる．一方，タクシーの待ち行列の最大長が式(16)と表されることに着目すれば，市場均衡解を2種類のタイプに分類することができる．すなわち，1）タクシーの駐車容量Wが，のちに**5．(3)**で述べるような駐車容量Wの下での条件付き自発的待ち行列長$M(\lambda^*(W))$より小さい場合，2）タクシーの駐車容量が条件付き自発的待ち行列長$M(\lambda^*(W))$と等しい場合である．1）の場合には，タクシーの待ち行列長がタクシー駐車容量で制約される．こ

のように客・タクシーの到着が駐車容量で規定されるような均衡を，本研究では制限均衡 (constrained equilibrium) と呼ぶ．一方，2）の場合には，タクシー容量は自発的待ち行列長に一致しており，駐車容量がさらに増加しても客・タクシーの平均到着率は変化しなくなる．換言すれば，駐車容量を増加させても，常に駐車スペースに空きが生じる状態となる．このような客・タクシーの自由な市場参入により実現するような均衡を自由参入均衡 (free entry equilibrium) と呼ぶこととする．駐車容量Wが条件付き自発的待ち行列長$M(\lambda^*(W))$が一致する場合，当該の駐車容量の下で実現する制限均衡解が駐車容量制約のない場合に実現する自由参入均衡解に一致する．したがって，自由参入均衡解は制限均衡解の中に含まれる．そこで，以下ではまず制限均衡解を定式化することとする．

(2) 制限均衡解（$W=0$の場合）

タクシーの待ち行列長の上限値が$W=0$の場合を考える．タクシーの客待ち駐車は禁止されている．タクシーが市場を訪問した時に客が待っていなければ，タクシーはスポット市場を直ちに立ち去ることになる．いわゆる「流しのタクシー」によるサービスの授受はこのケースに該当する．式 (12b) よりタクシーの待ち時間は

$$S(\lambda,\mu,0)=0 \tag{29}$$

で表せる．一方，式 (12a) より客の待ち時間は

$$T(\lambda,\mu,0)=\frac{\rho}{\mu(1-\rho)} \tag{30}$$

と表される．均衡到着率は式 (22),(28) を満足するような(λ^*,μ^*)として定義できる．すなわち，駐車容量$W=0$の下での制限均衡$(\lambda^*(0),\mu^*(0))$は

$$\lambda^*=\sigma\left\{1-F\left(\frac{1}{\mu(1-\rho^*)}\right)\right\} \tag{31a}$$

$$\rho^*=\frac{c}{q} \tag{31b}$$

を満足するようなナッシュ均衡解(λ^*,μ^*)として定義できる．このようなスポット市場が成立するためには，客とタクシーの双方がスポット市場を訪問するという誘因を持たなければならない．条件 (17), (26) より

$$q\geq c \tag{32a}$$

$$\frac{1}{\mu(1-\rho)}\leq\bar{v} \tag{32b}$$

が成立しなければならない．以上の条件を満足するナッシュ均衡解が存在しない場合には，$W=0$のスポット市場は成立しない．この場合，**6**．で詳述するように，$(\lambda,\mu)=(0,0)$のみが安定均衡解となる．

(3) 制限均衡解（$W\geq 1$の場合）

いま，$W=0$の下でのスポット市場が成立する場合に着目しよう．スポット市場にタクシー駐車スペースを設けることにより，市場均衡解がどのように変化するかについて分析する．式 (10b) よりタクシーの待ち時間は

$$S(\lambda,\mu,W)=\frac{1}{\mu}\left\{W-\frac{\rho}{1-\rho}(1-\rho^W)\right\} \tag{33}$$

で表せる．一方，式 (10a) より客の待ち時間は

$$T(\lambda,\mu,W)=\frac{\rho^W}{\mu(1-\rho)} \tag{34}$$

と表される．均衡到着率は式 (22),(28) を満足するような(λ^*,μ^*)として定義できる．すなわち，駐車容量Wの下での制限均衡解$(\lambda^*(W),\mu^*(W))$は

$$\lambda^*=\sigma\left\{1-F\left(\frac{{\rho^*}^W}{\mu(1-\rho^*)}\right)\right\} \tag{35a}$$

$$c=\rho^*q-\frac{1}{\mu^*}\left[W-\frac{\rho^*}{1-\rho^*}(1-{\rho^*}^W)\right] \tag{35b}$$

を満足するナッシュ均衡解(λ^*,μ^*)として定義できる．いま，駐車容量Wの下でタクシーの客待ち行動により生じる条件付き自発的待ち行列長を$M(\lambda^*(W))=[q\lambda^*(W)]$と表そう．タクシーの待ち容量$W\ (>0)$の下での制限均衡が成立するためには，タクシーの容量がタクシーの条件付き自発的待ち行列長$M(\lambda^*(W))$より小さくなければならない．すなわち，客の均衡到着率$\lambda^*(W)$は

$$\lambda^*(W)\geq\frac{W}{q} \tag{36}$$

を満足する必要がある．式 (36) が成立しない場合には，タクシーの条件付き自発的な待ち行列長$M(\lambda^*(W))$がWより小さくなるため，駐車容量Wが2重待ち行列モデルにおける待ち行列長Mとなるような制限均衡は実現しない．当然のことながら，着目しているWより小さい駐車容量の下では制限均衡解が存在する可能性がある．

(4) 自由参入均衡解

任意のWの下での制限均衡における客の均衡到着率を$\lambda^*(W)$と表そう．$W\leq M(\lambda^*(W))$が成立している限り，タクシーは駐車容量一杯まで客待ち駐車を行う誘因を持つだろう．しかし，$W>M(\lambda^*(W))$が成立している場合，タクシーの駐車スペースには常に空きが生じることとなる．自由参入市場ではタクシーは期待利潤が正となる限り市場参入を試みる．したがって，

$$\left.\begin{array}{ll} W>M(\lambda^*(W)) & W>W^*\text{の時} \\ W=M(\lambda^*(W)) & W=W^*\text{の時} \end{array}\right\} \tag{37}$$

が成立するような最大の駐車容量W^*が存在する．この時，$M(\lambda^*(W^*))=[q\lambda^*(W^*)]$は駐車制限がないような市場環境の下で実現するタクシーの待ち行列長の上限値となる．また，自由な市場参入の下で実現する自由参入均衡解は駐車容量W^*の下での制限均衡解$(\lambda^*(W^*),\mu^*(W^*))$と一致する．駐車容量が$W^*$より大きくなれば，$W>M(\lambda^*(W^*))$が成立する．この場合，タクシーが長さ$M(\lambda^*(W^*))$以上の待ち行列を形成することはありえず，制限均衡$(\lambda^*(W),\mu^*(W))$は実現しない．換言すれば，常に駐車スペースに空きが生じることとなる．

6．市場均衡の特性

(1) 2重待ち行列と規模の経済性

式 (9a),(9b) より平均待ち行列長$E(n:\lambda,\mu,M)$,$E(m:$

$\lambda, \mu, M)$ は平均到着率λ, μに関してゼロ次同次関数であり，任意の$\mu > \lambda \geq 0$と$\theta > 0$に関して

$$E(n : \lambda, \mu, M) = E(n : \theta\lambda, \theta\mu, M) \quad (38a)$$
$$E(m : \lambda, \mu, M) = E(m : \theta\lambda, \theta\mu, M) \quad (38b)$$

が成立する．客とタクシーの平均到着率が共にθ倍になっても待ち行列長は変化しない．一方，式(10a), (10b)より明らかなように，任意の$\mu > \lambda \geq 0$と$\theta > 1$に関して

$$T(\theta\lambda, \theta\mu, M) = \frac{1}{\theta} T(\lambda, \mu, M) \quad (39a)$$
$$S(\theta\lambda, \theta\mu, M) = \frac{1}{\theta} S(\lambda, \mu, M) \quad (39b)$$

が成立する．すなわち，客，タクシーの平均到着率が増加すれば，系全体における客・タクシーの平均待ち時間は減少する．市場に参入する客・タクシーの数が多くなればなるほど，市場が効率化していくという取引厚の外部性が存在する．一方，λ，μの内，片方のパラメータ値を固定し他方のパラメータ値のみをθ (> 1)倍した場合，

$$T(\lambda, \mu, M) < T(\theta\lambda, \mu, M) \quad (40a)$$
$$S(\lambda, \mu, M) < S(\lambda, \theta\mu, M) \quad (40b)$$

が成立する．すなわち，客あるいはタクシーの到着率のみが単独に増加した場合，客あるいはタクシーの平均待ち時間は増加する．したがって，客・タクシーのそれぞれ待ち現象においては到着率が増加すれば混雑現象が生起する．

式(38)を見れば明らかなように，客とタクシーの双方の到着率が増加すればそれぞれの期待待ち時間は減少する．そのようなスポット市場にはより多くの客とタクシーが集まるようになる．このように，タクシー・サービスのスポット市場における市場取引では，客あるいはタクシーの到着率の増加が市場取引を通じて互いに他方の到着率の増加をもたらすという金銭的外部経済が存在している．このような金銭的外部経済性が一方の到着率の増加（減少）が他方の到着率の増加（減少）をもたらすというポジティブ・フィードバックとして機能することになる．その一方で，客あるいはタクシーの到着率が増加すれば，それぞれの平均待ち行列長が長くなるという混雑現象も生じる．スポット市場の構造は，このような金銭的外部経済と混雑という外部不経済の相互作用によって内生的に決定されることとなる．なお，客とタクシーの到着率は市場において内生的に決定される値であり，式(39a),(39b)に示すような規模の経済性が存在する場合，市場環境パラメータq, c, σに応じてスポット市場の構造は複雑に変化する．

(2) 複数均衡解の存在

式(36)より，駐車容量W $(W = 0, 1, 2 \cdots)$の下での制限均衡が成立するような客の均衡到着率の下限値を$\overline{\lambda}(W) = \frac{W}{q}$と定義しよう．明らかに$\overline{\lambda}(W)$は単調に増加する数列となる．客が市場に到着するインセンティブを持つためには式(26)が成立する必要がある．すなわち，駐車容量Wの下で$(0,0)$でない制限均衡解$(\lambda^*(W), \mu^*(W))$が存在するためには式(35a),(35b)を満足するλ^*, μ^*が

$$\lambda^* \geq \overline{\lambda}(W) \quad (41a)$$
$$\frac{\rho^{*W}}{\mu^*(1-\rho^*)} \leq \bar{v} \quad (41b)$$

を満足しなければならない．まず，スポット市場の容量が$W = 0$の場合をとりあげる．タクシーの市場アクセス誘因を表す条件(32a)は満足されている場合を考える．タクシー及び客のスポット市場への到着率は，式(31a),(31b)を同時に満足するようなナッシュ均衡λ^*, μ^*として求められる．式(31b)より均衡サービス率は常に一定値$\rho^\circ = \frac{c}{q}$をとる．そこで，均衡条件(31a)を

$$\lambda^* = \sigma \left\{ 1 - F\left(\frac{\rho^\circ}{\lambda^*(1-\rho^\circ)} \right) \right\} \quad (42)$$

と書き換える．式(42)の右辺を$\Gamma(\lambda, 0)$と表そう．ここに，$\Gamma(\lambda, 0)$はλに関する単調増加関数であり，$\lim_{\lambda\to\infty} \Gamma(\lambda, 0) = \sigma < \infty$が成立する．$W = 0$の場合には，条件(41a)は自動的に満足される．条件(41b)より，スポット市場が成立するためのタクシーの均衡到着率の下限値は

$$\underline{\mu} = \frac{1}{\bar{v}(1-\rho^\circ)} \quad (43)$$

となる．点$(\underline{\lambda}, \underline{\mu}) = (\frac{\rho^\circ}{\bar{v}(1-\rho^\circ)}, \frac{1}{\bar{v}(1-\rho^\circ)})$において$\Gamma(\bar{\lambda}, 0) = 0$が成立する．$\lambda = 0$の時，$\rho q - c = -c < 0$となり$\mu = 0$となる．均衡解$(0,0)$は局所的に安定的であり一度$(0,0)$に到達すればその点にロックインされる（**付録II**参照）．一方，式(42)が解λ^*を持つ場合を考えよう．λ^*が安定均衡解であるためには，のちに**図－1**に示すような$y-\lambda$平面上で関数$y = \Gamma(\lambda, 0)$が点λ^*において45度線$y = \lambda$を上方から交差しなければならない．すなわち，

$$1 > \left.\frac{\partial\Gamma(\lambda,0)}{\partial\lambda}\right|_{\lambda^*} > 0 \quad (44)$$

が成立する必要がある．式(42)及び条件(44)を満足するλが少なくとも1つ以上存在する場合，安定均衡解は$(0,0)$も含めて少なくとも2個以上存在することが保証される（**付録II**参照）．特に，確率効用項が一様分布に従う場合，安定均衡解は1個$(0,0)$のみか，あるいは2個の安定均衡解$(0,0)$,(λ^*, μ^*)が存在することが保証される．しかし，確率効用項が一般的な確率分布に従う場合，安定均衡解の個数は確率分布の形式に依存する．安定均衡解の個数を解析的に求めることは困難であり，数値計算に頼らざるを得ない．以上の議論は$W \geq 1$の場合にも容易に拡張することができる．式(35b)において，あるλに対して$1 > \rho > 0$を満足するようなμ^*が存在する（**付録II**参照）．このようなμ^*を$\mu^*(\lambda)$と表そう．この時，式(35a)を$\lambda = \Gamma(\lambda, \mu^*(\lambda), W)$と表すことができる．いま，$\lambda^* = \Gamma(\lambda^*, \mu^*(\lambda^*), W)$を満足する均衡解$\lambda^*$が

$$1 > \left.\frac{\partial\Gamma(\lambda,\mu^*(\lambda),W)}{\partial\lambda}\right|_{\lambda^*} > 0 \quad (45)$$

満足する場合，均衡解$(\lambda^*, \mu^*(\lambda^*))$は安定的である．安定均衡解が条件(41a),(41b)を満足しない場合，当該の駐車容量Wの下では制限均衡解が存在せず，より小さい駐車

容量の下で制限均衡解が存在するかどうかを検討する必要がある．なお，$W \geq 1$において安定的な制限均衡解が存在すれば$W = 0$において制限均衡解は必ず存在することが保証される．ここに，以下の命題を得る．

命題 スポット市場が成立しないような均衡解$(0,0)$は安定的な制限均衡，自由参入均衡となりうる．市場均衡条件(35a),(35b)が$(0,0)$以外に，条件(41a),(41b),(45)を満足する制限均衡解，自由参入均衡解が存在する場合には均衡解$(0,0)$を含めて複数の均衡解が存在する．

なお，以上の議論では確率効用項がある閉区間$[0,\bar{v}]$上で分布する場合を考えていた．議論を拡張し，確率効用の分布関数$F(v)$が$[0,\infty]$で定義される場合を考えよう．ただし，確率効用の確率密度関数$f(v)$は$\lim_{v\to\infty} f(v) = 0$を満足すると仮定する．いま，$\lambda = \rho^\circ\mu$の関係を満足しながら$\lambda$が0に漸近する極限を考えよう．極限において，$\lim_{\lambda\to 0}\Gamma(\lambda,0) = 0$が成立する．したがって，点$\lim_{\lambda\to 0}(\rho^\circ\lambda,\lambda) = (0,0)$は均衡解である．$\Gamma(\lambda,0)$は$\lambda$に関して増加関数であり，$\lim_{\lambda\to 0}\partial\Gamma/\partial\lambda = 0$が成立する（**付録II**参照）．したがって，均衡解$(0,0)$は局所的に安定的な均衡解である．式(35a),(35b)が解$(0,0)$以外に条件(41a),(45)を満足する制限均衡解，自由参入均衡解が存在する場合には均衡解$(0,0)$を含めて複数の均衡解が存在する．したがって，確率効用項の上限値が無限大の場合にも命題が成立する．

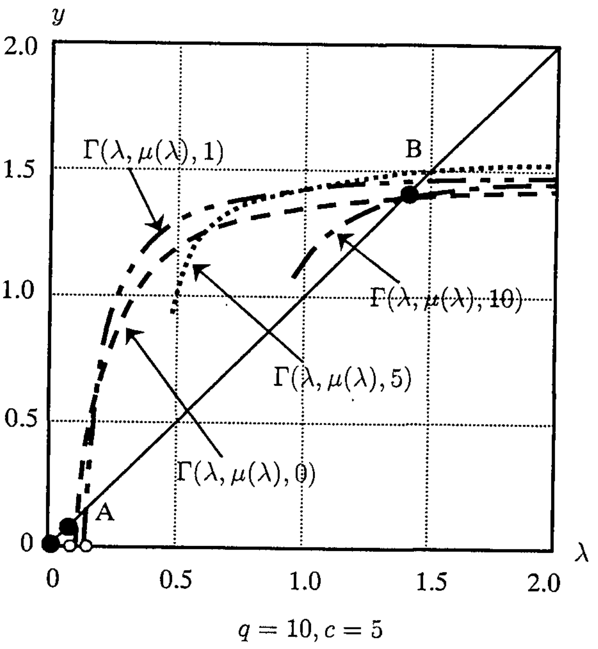
(3) 駐車容量と市場均衡解の関係

2重待ち行列モデルとして表現されるスポット市場では，顧客とタクシーの到着の間には，1）客・タクシーの到着率の増加が互いに相手の到着率の増加をもたらすという金銭的な外部経済性，2）客・タクシーのそれぞれの到着率の増加は，客・タクシーそれ自体の待ち行列長の増加を招くという混雑現象が存在する．このようにスポット市場の均衡メカニズムには，同一主体間における外部不経済と異主体間における外部経済という複雑なメカニズムが働くため，駐車容量の増加が必ずしも客・タクシーの平均到着率の増加や平均待ち時間の減少につながるわけではない．特に，駐車容量を増加すればタクシーの待ち行列長が増加し，結果としてタクシーの平均待ち時間は増加する．このことは長期的にタクシーの市場への到着率の減少を招く可能性がある．制限均衡は式(35a),(35b)を満足する安定的なナッシュ均衡解として得られるが，駐車容量が均衡解に及ぼす影響を解析的に判定することは不可能である．その影響を分析するためには数値解析によらざるを得ない．そこで，以下では数値計算事例を通じて駐車場容量が市場均衡に及ぼす影響を分析してみよう．

7. 数値計算事例

(1) パラメータ値の設定

数値計算にあたり基本ケース（以下，*Case A*と呼ぶ）



図－1　市場均衡のメカニズム (*Case A*)

のパラメータの値を以下のように設定した．すなわち期待利潤qを10，タクシーが市場にアクセスするための取引費用cを5，需要ポテンシャルを表すパラメータσの値を1.5に設定する．

(2) 分析結果の考察

顧客の確率効用vが区間$[0,10]$上で一様分布に従って分布していると仮定しよう．一般の確率分布を仮定しても命題の内容を確認することができるが，複数均衡解が確率分布の形状と市場取引における金銭的外部経済性の双方の効果が複合した形で現れる．以下では，金銭的外部経済性が複数均衡解の存在をもたらすメカニズムに焦点を絞って分析するために一様分布を仮定することとする．いま，あるλに対して式(35b)を満足するようなμの値を$\mu^*(\lambda)$と表そう．この時，式(35a)の両辺をそれぞれ$y = \lambda$，$y = \Gamma(\lambda,\mu^*(\lambda),W)$という２つのグラフに表現することができる．**図－1**において，45度線がグラフ$y = \lambda$を表している．**図－1**には異なるWに対応した関数$\Gamma(\lambda,\mu^*(\lambda),W)$を併記している．ここでは，条件(41a),(41b)を満足する領域においてのみ関数$\Gamma(\lambda,\mu^*(\lambda),W)$を図示している．まず，$(\lambda,\mu) = (0,0)$は安定均衡解である．さらに，各$\Gamma(\lambda,\mu^*(\lambda),W)$が上方から45度線と交わる点が，それぞれの$W$の値に対応した安定均衡解となる．まず，駐車容量がない場合（$W = 0$）に着目しよう．式(42)を満足する解として原点O以外に点A，点Bの２つが存在している．このうち点Aは不安定均衡解であり，点Bのみが安定均衡解となる．いま，初期時点における客の到着率が何らかの理由により点Aにおける客の到着率λ_Aより大きかった場合を想定しよう．この場合，λの値が大きくなれば，タクシーの期待利潤が増加し式(22)が成立するまでタクシーの到着が増加する．タクシーの到着率が増加すれば

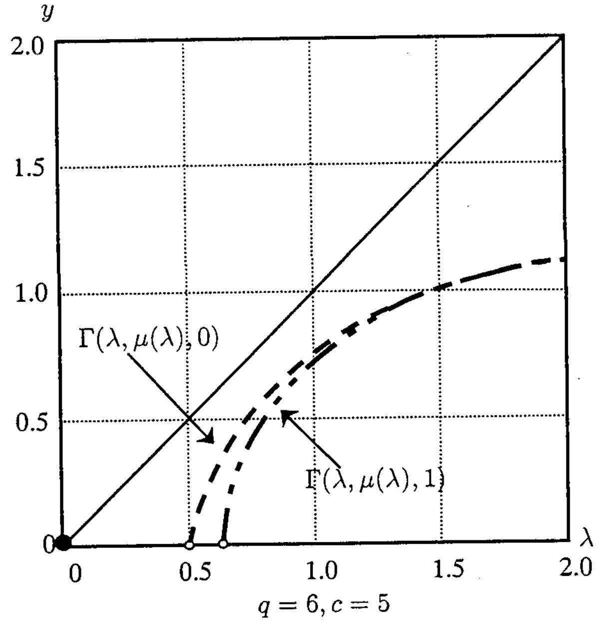
表－2　均衡到着率の変化

W	$\lambda^*(W)$	$\mu^*(W)$
0	1.40	2.79
1	1.44	2.79
5	1.48	2.28
10	1.40	1.66

客の到着率も増加する．このような市場厚の外部経済性が働くため，最終的に点Bにおいて市場均衡が成立する．一方，初期時点において到着率がλ_A以下の場合を考えよう．この場合，式(28)より初期時点よりλが減少する．客の到着が減少すればタクシーの到着率も減少し，最終的には$(\lambda,\mu)=(0,0)$が成立する．このような市場薄の外部不経済性が存在する場合，スポット市場は成立しなくなる．いま，初期均衡解が点Bに位置している場合を考えよう．さらに，駐車容量Wを増加させる．**表－2**は，駐車容量Wの各値の下での制限均衡解$(\lambda^*(W),\mu^*(W))$を示している．この数値計算事例では駐車容量Wを大きくなるほど，タクシーの均衡到着率が減少する結果となっている．駐車容量が大きくなれば，タクシーの待ち行列長が増加する．その結果，タクシーの客待ち時間が長くなり，結果的にタクシーの平均到着率が減少する．その結果，駐車容量の増加に伴い客の到着率が減少する場合が生じる．２重待ち行列では顧客とタクシーの到着の間には前述のような金銭的な外部経済性が機能する．しかし，顧客の到着率の増加は（タクシーの到着率が一定である限り），顧客の待ち時間の増加をもたらす．すなわち，顧客の到着現象の間には混雑という外部不経済が機能する．一方，タクシーの行動に関しても同様のメカニズムが働く．個々の客やタクシーは，自分の行動が他の客やタクシーの待ち時間に及ぼす影響を考慮せずに市場を訪問するため，そこに混雑という外部不経済が機能することとなる．したがって，駐車容量の増加が必ずしも客・タクシーの平均到着率の増加や平均待ち時間の減少につながるわけではない．つぎに，**図－2**は$Case\ B$ $(q=6,c=5)$に設定した場合の結果を示している．ここでは，$Case\ A$よりも期待利潤が低く設定されている．$Case\ B$では，曲線$\Gamma(1)=\Gamma(\lambda,\mu^*(\lambda),1)$と$\Gamma(0)=\Gamma(\lambda,0)$の双方が45度線と交点を持たない結果となっている．すなわち，タクシー・サービスのスポット市場は成立しない．

(3) 政策的含意

命題に示すように，タクシー・サービスのスポット市場の均衡解には複数均衡解が生じる可能性が存在する．初期時点において客の到着率がある臨界的水準以下にとどまっている場合には，$(\lambda,\mu)=(0,0)$というタクシーも客も到着しない均衡解に収束しスポット市場は消滅する．しかし，到着率がある臨界的水準を超えた場合には，市場厚の外部経済性が機能しスポット市場均衡解に到達する．したがって，スポット市場としてのタクシー・ターミナル



図－2　市場均衡のメカニズム ($Case\ B$)

を整備する場合，初期時点においてある一定レベルの客の到着率を確保するする施策を講じることが必要となる．**6.(3)**で述べたように，スポット市場には異主体間での取引に伴う金銭的外部経済性と同一主体内での混雑という２種類の外部性が働く．個々の客やタクシーは，自分の行動が他の客やタクシーの待ち時間に及ぼす影響を考慮せずに市場を訪問するため，客やタクシーの市場への自由な到着が社会的に望ましい市場均衡を実現できるとは限らない．したがって，数値計算事例で示したように，駐車容量の増加が必ずしも客やタクシーの平均到着率の増加や期待待ち時間の減少につながらない場合が生じうる．換言すれば，自由参入均衡の効率性が制限均衡よりも劣ることがありうる．本事例で示したように，タクシーの客待ちによる混雑の外部性が金銭的外部経済性が卓越する場合，タクシーの客待ち行列長に規制を設けることが必要となる．限られた数値計算事例の結果から一般的な結論を導くことはできないが，少なくとも以上の結果より，タクシーの駐車容量の設定においては慎重な対応が必要となることは理解できよう．

8. おわりに

本研究では，不特定多数の客とタクシー・サービスが互いにマッチングされることによりサービスの売買の契約が成立するようなタクシー・サービスのスポット市場では，市場取引に伴う外部経済性がスポット市場の構造を決定することを指摘した．また，客とタクシーの双方が互いに相手の供給増加，需要増加を予想すれば，市場を通じた金銭的外部性を通じて実際に双方の需要・供給が増加するメカニズムについて分析した．タクシー・サービスのスポット市場では，このような外部経済性が存

在するために複数均衡解が生じる可能性がある．さらに，スポット市場における駐車容量の増加が待ち行列長の増大による混雑現象を生起し，逆に客やタクシーの到着率の減少を招くことがありうることも明らかにした．このことは，スポット市場におけるタクシーの駐車規制が市場均衡の効率性を増加させる場合がありうることを示唆している．

本研究は，今後種々の発展が可能である．第1に，複数のスポット市場を対象とした市場均衡モデルを開発する必要がある．市場取引の外部経済性が存在する場合，ある特定のスポット市場に客やタクシーが集中する可能性がある．このような市場集中のロックイン効果に関して分析する必要がある．第2に市場取引の外部経済性は客・タクシーが不完全情報に基づいて行動していることに1つの原因がある．したがって，事前に客やタクシーにスポット市場に関する情報を提供することにより，市場における取引の効率化を達成できる可能性がある．このような情報提供の効果について今後研究を行う必要があろう．最後に，社会的厚生を最大にするような望ましいタクシー駐車規制，あるいは駐車スペースの設計問題を取り扱う必要がある．このような規範的な問題は本研究で提案した市場均衡モデルを内蔵するような計画モデルを用いて分析することが可能である．本研究では紙面の都合上，規範的な計画問題に対する分析結果を割愛せざるを得なかった．その結果に関しては別の機会に発表したいと考える．

付録I　平均待ち時間の算出

客の平均待ち時間$T(\lambda,\mu,M)$は$T(\lambda,\mu,M)=\int_0^\infty R(t)dt$で表される．ここに，$R_p(t)$は新たに行列が並んだ人の待ち時間が$t$以上になる確率である．タクシーが待ち行列を形成している場合，待ち時間は0となる．客が待ち行列を形成している場合，先頭の客は到着率μでポワソン到着するタクシーを待つ．客が到着した時，客もタクシーも系にいない確率を$P_0=Q_0$とすれば，

$$\begin{aligned}
R_p(t) &= \sum_{k=0}^{\infty} P_k \sum_{r=0}^{k} e^{-\mu t}\frac{(\mu t)^r}{r!}\\
&= e^{-\mu t}(1-\rho)\rho^M \sum_{k=0}^{\infty}\rho^k \sum_{r=0}^{k}\frac{(\mu t)^r}{r!}\\
&= e^{-\mu t}(1-\rho)\rho^M \sum_{r=0}^{\infty}\frac{(\mu t)^r}{r!}\sum_{k=r}^{\infty}\rho^k\\
&= e^{-\mu t}(1-\rho)\rho^M \sum_{r=0}^{\infty}\frac{(\mu t)^r}{r!}\frac{\rho^r}{1-\rho}\\
&= e^{-\mu t}\rho^M \sum_{r=0}^{\infty}\frac{(\mu t)^r\rho^r}{r!} = \rho^M e^{-(1-\rho)\mu t}
\end{aligned}$$

が成立する．したがって，平均待ち時間は

$$\begin{aligned}
T(\lambda,\mu,M) &= \int_0^\infty R_p(t)dt = \frac{\rho^M}{(1-\rho)\mu}\\
&= E(n:\lambda,\mu,M)/\lambda
\end{aligned}$$

となる．一方，新たに並んだタクシーの待ち時間がt以上になる確率$R_T(t)$は

$$\begin{aligned}
R_T(t) &= \sum_{k=0}^{M-1} Q_k \sum_{r=0}^{k} e^{-\lambda t}\frac{(\lambda t)^r}{r!}\\
&= e^{-\lambda t}(1-\rho)\rho^M \sum_{k=0}^{M-1}\rho^{-k}\sum_{r=0}^{k}\frac{(\lambda t)^r}{r!}\\
&= e^{-\lambda t}(1-\rho)\rho^M \sum_{r=0}^{M-1}\frac{(\lambda t)^r}{r!}\sum_{k=r}^{M-1}\rho^{-k}\\
&= e^{-\lambda t}(1-\rho)\rho^M \sum_{r=0}^{M-1}\frac{(\lambda t)^r}{r!}\frac{\rho^{-(M-1)}(1-\rho^{M-r})}{1-\rho}\\
&= e^{-\lambda t}\rho \sum_{r=0}^{M-1}\frac{(\lambda t)^r}{r!}\left\{1-\frac{\rho^M}{\rho^r}\right\}
\end{aligned}$$

と表される．したがって，平均待ち時間は

$$\begin{aligned}
S(\lambda,\mu,M) &= \int_0^\infty e^{-\lambda t}\rho\sum_{r=0}^{M-1}\frac{(\lambda t)^r}{r!}\left\{1-\frac{\rho^M}{\rho^r}\right\}dt\\
&= \rho\sum_{r=0}^{M-1}\left\{1-\frac{\rho^M}{\rho^r}\right\}\int_0^\infty e^{-\lambda t}\frac{(\lambda t)^r}{r!}dt\\
&= \rho\sum_{r=0}^{M-1}\left\{1-\frac{\rho^M}{\rho^r}\right\}\frac{\lambda^r\Gamma(r+1)}{r!\lambda^{r+1}}\\
&= \frac{\rho}{\lambda}\sum_{r=0}^{M-1}\left\{1-\frac{\rho^M}{\rho^r}\right\}\\
&= \frac{\rho}{\lambda}\left\{M-\frac{\rho(1-\rho^M)}{1-\rho}\right\} = \frac{1}{\mu}E(m:\lambda,\mu)
\end{aligned}$$

ただし，$\Gamma(m+1)=m!$はガンマ関数である．タクシーの長さが$m-1$の時，新たに到着したm番目のタクシーの待ち時間がt以上になる確率$R_T(t:m)$は

$$R_T(t:m) = \sum_{r=0}^{m-1} e^{-\lambda t}\frac{(\lambda t)^m}{m!}$$

となる．平均待ち時間$W(m)$は

$$\begin{aligned}
W(m) &= \int_0^\infty \sum_{r=0}^{m-1} e^{-\lambda t}\frac{(\lambda t)^r}{r!}dt\\
&= \sum_{r=0}^{m-1}\int_0^\infty \frac{\lambda^{r+1}\Gamma(r)}{r!\lambda^{r+1}} = \sum_{r=0}^{m-1}\frac{1}{\lambda} = \frac{m}{\lambda}
\end{aligned}$$

付録II　市場均衡解の特性

A) $\bar{v}<\infty$の場合　1) $W=0$の場合　$\Gamma'(\lambda,0)=\sigma f(x)>0$．ただし，$\Gamma'(\lambda,0)=\partial\Gamma(\lambda,0)/\partial\lambda$，$x=\rho^\circ/\{\lambda(1-\rho^\circ)\}$，$f(x)=dF(x)/dx$である．$\Gamma(\lambda,0)$は$\lambda$に関して単調増加関数であり，$\lim_{\lambda\to\infty}\Gamma'=+0$．したがって，$\lambda=\Gamma(\lambda,0)$が条件(45)を満足する$\lambda=0$以外の解を少なくとも1つ持つとすると，$\lambda=\Gamma(\lambda,0)$は少なくとも1回45度線$y=\lambda$を上方から交差する．ゆえに，安定均衡解$\lambda>0$が少なくとも1つ存在する．なお，$\Gamma''(\lambda)=-\sigma f'(x)\frac{\rho^\circ}{\lambda^2(1-\rho^\circ)}$．一様分布の場合$f'=0$であり$\Gamma''(\lambda,0)<0$．ゆえに，安定解1個を持つ．一方，$0=\Gamma(0,0)$が成立し，$\rho q-c=-c<0$となり$\mu=0$が成立．$\mu$が微小に$\varepsilon>0$増加しても$\rho q-c<0$が成立し$\mu=0$に収束する．$0\le\lambda\le\underline{\lambda}$を満たす任意の$\lambda$に対して$\Gamma(\lambda,0)=0$が成立し，$\lambda$が微小に$\lambda=0$よりかい離しても$\lambda=0$に向かって収束する．よって$(\lambda,\mu)=(0,0)$は安定

均衡解である． **2) $W \geq 1$の場合** 式(35b)は代数方程式$\rho^W + \cdots + \rho + \lambda q - \mu c - W = 0$と書き直すことができる．ここで，代数方程式$\rho^W + \cdots \rho = \omega$を考える．ただし，$\omega = -\lambda q + \mu c + W$である．$W \geq \rho^W + \cdots + \rho \geq 0$は$\rho$に関する連続増加関数であり$\rho = 0$の時に0を，$\rho = 1$の時に$W$をとる．ゆえに，任意の$W > \omega > 0$に対して$1 > \rho > 0$を満足するような代数方程式の解$\rho^o$が存在する．いま，任意の$\lambda > 0$に対して$\mu = \lambda/\rho$を用いて$\omega = \lambda(c/\rho - q) + W$を定義しよう．$\rho q - c > 0$より$W > \omega = \lambda(c/\rho - q) + W > 0$を満足する．不動点定理より$\rho^W + \cdots \rho = \lambda(c/\rho - q) + W$を満足するような$1 > \rho > 0$が存在する．したがって，式(35b)及び$1 > \rho > 0$が成立するような$\mu^*(\lambda)$が存在する．$W = 0$の場合と同様に$\lambda = \Gamma(\lambda, \mu^*(\lambda), W)$が少なくとも1回45度線$y = \lambda$を上方から交差すれば，少なくとも1個安定均衡解$\lambda > 0$を持つ．**B) $\bar{v} = \infty$の場合** $0 = \Gamma(0,0)$が成立．$\lim_{\lambda \to 0} x = \infty$である．また，仮定$f(\infty) = 0$より$\lim_{\lambda \to +0} \Gamma'(\lambda, 0) = 0$が成立．$\Gamma(\lambda, 0)$は$\lambda \to 0$の極限において下側から$y = \lambda$を交差する．したがって，$(\lambda, \mu^*(\lambda))$は安定均衡解である．$W \geq 1$の場合にも同様の議論が成立する．

参考文献

1) Teal, R. F. and Berglund, M.: The impacts of taxicab deregulation in the USA, *Journal of Transport Economics and Policy*, Vol. 21, pp. 37-56, 1987.
2) Häckner, J. and Nyberg, S.: Deregulating taxi services: A word of caution, *Journal of Transport Economics and Policy*, Vol. XXIX, No. 2, pp. 195-207, 1995.
3) 土井健司，吉田忠司，水野高幸：特殊な競争環境下のタクシー市場における利用者の選択可能性と評価に関する分析，土木計画学研究・論文集，No.14, pp.747-756, 1997.
4) 柳沢吉保，堂柿栄輔：都心部タクシーベイの利用実態に関する研究，土木計画学研究・講演集，No. 19(2), pp. 541-544, 1996.
5) Howitt, P. W.: *The keynesian Recovery*, Prentice Hall, 1990.
6) Howitt, P. W. and McAfee, R.P.: Costly search and recruiting, *International Economic Review*, Vol. 28, pp. 89-107, 1987.
7) 小林潔司，福山敬，松島格也：フェイス・ツゥ・フェイスのコミュニケーション過程に関する理論的研究，土木学会論文集，No.590/IV-39, pp. 11-22, 1998.
8) Farmer, R. E. A.: *The Macroeconomics of Self-Fulfilling Prophecies*, The MIT Press, 1993.
9) Bulow, J. I., Geanakoplos, J. D., and Klemperer, P. D.: Multimarket oligopoly: Startegic substitutes and complements, *Jounal of Political Economy*, vol. 93, pp. 488-511, 1985.
10) Cooper, R. and Andrew, J.: Coordinating coordination failures in Keynesian models, *Quarerly Journal of Economics*, Vol. 103, pp. 441-463, 1988.
11) Kendall, D. G.: Some problems in the theory of queues, *Journal of the Royal Statistical Society*, Vol. XIII, p. 151-185, 1951.
12) Sasieni, M.W.: Double queues and impatient customers with an application to inventory theory, *Operations Research*, pp. 771-781, 1961.
13) 堂柿栄輔，柳沢吉保：時間帯を考慮したタクシーの客待ち街路周遊交通量の推定，土木計画学研究・講演集，No.21(2), pp. 285-288, 1998.

タクシー・サービスのスポット市場均衡に関する研究*

松島格也**，小林潔司***

タクシーサービスの需給関係は，都市内に設けられたタクシー乗り場という局所的なスポット市場で発生する．このようなスポット市場には，不完全な憶測と取引費用の存在が原因となる市場取引の外部性が存在する．したがってサービス需要や供給が増加すれば，さらに多くの顧客やタクシードライバーが市場参入するというポジティブなフィードバックメカニズムが働き，その結果として複数の均衡解が生じる可能性が存在する．以上の問題意識の下に，本研究ではタクシーサービスが取引される市場均衡モデルを提案し，スポット市場の形成メカニズムについて分析した．

SPOT MARKET EQUILIBRIUM OF TAXI SERVICES*

By Kakuya MATSUSHIMA** and Kiyoshi KOBAYASHI***

Transactions of taxi services are taken place at particular spot markets in cities. The market externalities due to transaction costs function to come a limit number of spot markets into existence; The more suppliers gather at a market, the more customers will visit the market, and vice versa. Thus, positive feedback functions between demand and supply are key factors to understand the multiplicity of spot market equilibria. In this paper, an equilibrium model is presented to investigate agglomeration mechanisms working at local spot markets of taxi services.