【土木計画学研究・論文集 No.16 1999年9月】

防災投資による非可逆的リスクの軽減効果の経済便益評価*

THE ECONOMIC BENEFITS OF IRREVERSIBLE RISK REDUCTION BY DISASTER PREVENTION INVESTMENT*

横松宗太**・小林潔司***

by Muneta YOKOMATSU** and Kiyoshi KOBAYASHI***

1. はじめに

人命の損失が一度生じれば，再びもとの状態に戻ることは不可能である．事象の生起により元の状態に戻ることが不可能となるリスクを非可逆的リスクと呼ぶ．地震等の災害や原子力発電の事故は，非可逆的リスクの典型事例である．非可逆的リスク軽減効果の計測には物的被害等の可逆的な被害とは異なるアプローチが必要である．

家計は災害等の外的な要因がもたらす非可逆的なリスクと同時に家計的・生理的な要因による人命の損失といった非可逆的リスクに直面している．家計的リスクは年齢や家計特性によって多様に異なり，家計がその生起を行動を通じてある程度制御することも可能である．これに対して災害等のリスクは，部分的に制御可能な部分もあるものの，基本的には家計にとって外的に与えられる．

災害リスクは時間を通じて常に存在しており，家計行動にとってback-ground risk（以下，基盤リスクと呼ぶ）を形成している．このような基盤リスクは家計生活のあらゆる局面に介在しており，リスクの軽減は家計の生涯にわたる消費行動に影響を及ぼすことになる．したがって，防災投資による基盤リスクの軽減は，将来効用に対する主観的な割引率，人命の損失に対する保険行動，長期にわたる消費行動に影響を及ぼすことになる．

本研究では家計的リスクと災害リスクという２種類の非可逆的リスクに直面する家計の長期消費行動モデルを定式化し，防災投資による災害リスクの軽減が家計行動に及ぼす影響を分析する．さらに，防災投資による災害リスクの軽減の経済効果を計測するための方法論を提案する．以下，２．では本研究の基本的な考え方を述べ，３．で家計行動モデルを定式化する．４．で防災投資の費用便益ルールを導出し，５．で数値計算事例を示す．

2. 本研究の考え方

(1) 災害リスクの特殊性

防災投資の経済効果に関する研究蓄積は極めて乏しいのが実状である．土木計画学の分野では，高木・森杉・上田ら[1)2)]，多々納[3)]が伝統的な不確実性下の経済便益評価の方法を用いて防災投資によるリスク軽減便益を測定する方法を提案している．しかし，災害リスクの特殊性を考慮した内容になっているとは言いがたい．災害リスクは，１）事象が生起する確率は稀少であるが，一度生起すれば多くの家計や資産に多大な被害をもたらすという集合的リスクである，２）災害が生起すれば人命の損失等，非可逆的な被害をもたらす可能性がある，３）防災投資の経済便益は，災害の被害を誰がどのように負担するかによって異なった値をとりうる，４）災害が稀少現象であり，家計が防災投資に関する便益を理解しにくい（あるいは，市場メカニズムに家計の選好が顕示されにくい）といった特性を有している．もちろん，これらの点は災害リスクのみに特有な特殊な性質ではないが，防災投資の経済効果を議論する場合には，これらの特性を明示的に考慮することが必要となろう．しかし，防災投資の経済評価に関する研究は緒についたばかりであり，現時点で以上のすべての特性を同時に考慮することは不可能であると言わざるを得ない．今後，個別的な研究成果を積み重ねることにより，防災投資の経済便益評価の方法論を構築していくことが肝要であると思われる．本研究では特に２）３）の特性に焦点をあてるとともに，防災投資による人命の損失等の非可逆的なリスクの軽減効果の測定方法について理論的に考察することとする．

(2) リスクの種類

災害リスクもその特性に応じていくつかの分類が可能である．まず，被害が生じた場合にも，元の状態に復元することが可能か否かにより可逆的リスクと非可逆的リスクとに分類できる．前者は例えば軽傷の怪我のように復元可能なリスクであり，後者は人命の損失に代表されるように復元が不可能なリスクである．リスクの中には家計がその生起状態を制御することが可能なリスク（制御可能リスク）とそうでないリスク（制御不可能リスク）が存在する．前者は家計が自分の家屋や資産に対して防災投資を行いリスクを軽減する場合等が相当する．後者は，公共空間上での被害等が該当し，家計が被害の生起を制御することができない．最後に，立地行動等の家計行動を通じてリスクの生起状態を事前に選択できるようなリスク（選択的リスク）とそれが不可能な場合（非選択的リスク）がある．特に，地震災害はその生起を事前

*キーワーズ：公共事業評価，防災計画
**学生員　工修　京都大学大学院工学研究科土木工学専攻
（〒606-8501 京都市左京区吉田本町　TEL・FAX 075-753-5073）
***正員　工博　京都大学大学院工学研究科土木工学専攻
（〒606-8501 京都市左京区吉田本町　TEL・FAX 075-753-5071）

に予知することが困難であり，家計は私的・公的空間を問わず常に災害リスクに直面している．人間行動のあらゆる局面において介在するような基盤リスクとなっている．もちろん，現実の災害リスクを上述のように単純に分類できるものではないが，リスク回避の便益モデルを作成するためには，上述のようにリスクの種類を分類せざるを得ない．本研究では，典型的な災害リスクのタイプである1）非可逆的，2）制御不可能，3）非選択的リスクをとりあげる．このようなリスクには，例えば地震による公共空間上での人命の喪失等が該当している．

(3) 被害帰着と経済便益

防災投資の便益評価を行う場合，災害による被害が最終的に誰に帰属するという問題を避けて通ることができない．災害により生じる被害に対して保険契約を結ぶことが可能かどうかは極めて重要な問題である．例を示そう．いま，災害により可逆的な被害が生じたとする．その被害が保険でカバーされ，瞬時に元の状態に復元できるとしよう．この場合，被害は支給された保険額に相当しており，保険加入者全員が被害を負担することとなる．しかし，保険契約が不可能な場合，被害者が元の状態に復元するまでには長時間を要することとなり，当該家計が被る被害額は保険可能な場合よりもはるかに大きくなる．特に，非可逆的なリスクの場合，災害による死亡時に遺族に保険が支給されるか否かは，被保険者の生涯を通じた保険行動や資産形成行動に影響を及ぼし，結果的に防災投資の経済便益にも影響を及ぼすことになる．このように災害被害の保険可能性によって災害リスクの回避便益の計測が異なってくる．以上の問題意識に基づいて，本研究では，災害保険の利用可能性が防災投資便益に及ぼす影響を計量化しうるような分析枠組みを提案する．

3. 家計行動のモデル化

(1) 従来の研究概要

本研究では家計の生命保険の購入を考慮したような動学的最適消費問題をとりあげる．被保険者が遺族に対して遺産を残したいという利他的動機に基づいて生命保険が購入されると考える．このような利他的動機を有する最適生命保険問題に関してはYaariが先鞭を付けた．その後，保険の解約や年金市場を考慮したようなモデルの精緻化[7)-11)]が試みられている．本研究では伝統的な利他的動機を有する最適保険行動モデル[11)]を拡張し，災害リスクに直面しているような家計の最適保険行動をモデル化する．その際，次項で説明するような拡張を試みるものの，基本的には伝統的な最適生命保険モデルを踏襲している．本研究の主眼は，基本モデルに基づいて防災投資の費用便益ルールを導出する点にある．さらに，災害保険の制度的な特性や家計属性の差異が家計の支払い意思額に及ぼす影響を分析することとする．

(2) モデル化の前提

本研究では，伝統的な最適保険行動モデルに対して以下のような拡張を試みる．第1に，従来のモデルでは生理的な死亡リスクのみを考慮していたが，本研究では時間に依存した家計的リスクと完全な基盤リスクである災害リスクを同時に取り扱うこととする．災害リスクは家計属性に依存せず一定であり，防災投資は災害リスクを直接的に制御する．防災投資は基盤リスクの変化を通じて間接的に家計の最適消費，保険行動を変化させる．厳密には，家計属性は災害リスクにも重要な影響を及ぼすが，ここでは家計的リスクと災害リスクの違いを際だたせるために災害リスクは完全な基盤リスクとして取り扱う．第2に，家計的リスクと災害リスクの双方に対する保険を考慮する．民間の保険会社が地震災害のように多くの家計が同時に被害リスクに直面するような集合リスクを担保することは不可能である．それが可能となるためには，政府が災害保険を受け持ち時間軸に沿ってリスクを分散するか，国際再保険市場[12)]が完全に機能し同一時点でリスクを分散することが必要となろう．すなわち元受保険会社は，保険金が巨額になり当該会社の資金では支払い不能に陥るリスクに直面するため，保険の保険として再保険をかける．このとき，巨大災害リスク等，一国の経済にとっての集合的リスクに対しては国際的な市場で元受保険会社のリスクを分散する必要が生じるのである．現時点では災害リスクの完全な分散方法は制度的に確立していないが，国際的な再保険市場が発展すれば災害保険市場も整備しうるものと考える．しかし，大規模災害に対しては再保険市場を通じてもリスクの完全な分散は不可能であることが予想されている．本研究では，災害保険の料率には集団リスクに対するマークアップ率が加算され，通常の生命保険の料率よりも高率になると考える．すなわち保険会社の支払い能力を保証するために，保険料は支払われる保険金の期待値にマークアップ率(≥ 1)を乗じた大きさに設定される．一方，保険料が割高である保険をあえて購入する家計のインセンティブは，リスクプレミアムの概念[13)]によって説明されるだろう．すなわち災害保険は，家計が損失の不確実性や変動が軽減されるならば，損失の期待値よりも余分に損をしても良いと考えることにより購入される．なお，マークアップ率の値を決定するためには，災害保険市場をとりあげた市場均衡モデルが必要となる．本研究では，防災投資が家計行動に及ぼす影響を分析することに焦点を絞るため，以下ではマークアップ率は外生的に与えられていると仮定する．

(3) 死亡事象の到着

ある代表的な家計の生涯を考えよう．現在時点$t=0$を起点とする時間軸を考え，ある保険対象期間$[0,T)$に着目する．時刻Tは保険対象期間の上限(supremum)であり，家計は時刻Tにおいては保険行動を行うことができない．

当該の家計に対して，１）生理的・家計的要因による死亡，および２）災害等による死亡という２種類の死亡事象が到着する．以下，前者を家計的リスクによる死亡事象，後者を基盤リスクによる死亡事象と呼ぶこととする．政府は防災投資等を通じて基盤リスクによる死亡事象の到着を制御する．家計的リスクによる死亡事象の到着は外生的であり，時刻に関して連続な到着率$\delta(t)$を持つポワソン確率過程に従うと仮定する．換言すれば，家計的リスクによる死亡事象の到着は時刻（年齢）tに依存している．いま，ある時刻$[t,t+\Delta t]$において家計的リスクによる死亡事象が到着する確率をハザードモデルを用いて

$$\delta(t)dt=\frac{\psi(t)dt}{1-\Psi(t)} \tag{1}$$

と表す．ここに，$\Psi(t)$は時刻tまでに死亡する確率，$\psi(t)$はその確率密度関数である．一方，基盤リスクによる死亡事象の到着率は時刻を通じて一定である．防災投資は基盤リスクを変化させる．時刻$[t,t+\Delta t]$において基盤リスクによる死亡事象が到着する確率は次式で与えられる．

$$\mu(x)dt=\frac{\phi(t,x)dt}{1-\Phi(t,x)} \tag{2}$$

なお，防災投資は$d\mu(x)/dx<0$, $d^2\mu(x)/dx^2>0$を満足すると仮定する．つぎに，式(1), (2)において$\psi(t)=d\Psi(t)/dt, \phi(t,x)=d\Phi(t,x)/dt$となることに留意すれば，確率微分方程式

$$\dot{\Psi}(t)=\{1-\Psi(t)\}\delta(t) \tag{3}$$

$$\dot{\Phi}(t,x)=\{1-\Phi(t,x)\}\mu(x) \tag{4}$$

を得る．微分方程式を解くことにより，

$$1-\Psi(t)=\exp\{-\int_0^t\delta(t)dt\} \tag{5}$$

$$1-\Phi(t,x)=\exp\{-\mu(x)t\} \tag{6}$$

を得る．家計的リスク・基盤リスクによる死亡事象が互いに独立に生起すると考えれば，防災投資水準xの下で家計が時刻tで生存している確率$\Pi(t,x)$は

$$\begin{aligned}\Pi(t,x)&=\{1-\Psi(t)\}\{1-\Phi(t,x)\}\\&=\exp\left\{-\int_0^t\nu(t,x)dt\right\}\end{aligned} \tag{7}$$

と表せる．ただし，$\nu(t,x)=\delta(t)+\mu(x)$である．時刻$t$まで生存し，かつ期間$[t,t+\Delta t]$に家計的リスクで死亡する確率$\pi_1(t,x)dt$，基盤リスクで死亡する確率$\pi_2(t,x)dt$はそれぞれ次式のようになる．

$$\pi_1(t,x)dt=\delta(t)\Pi(t,x)dt \tag{8}$$

$$\pi_2(t,x)dt=\mu(x)\Pi(t,x)dt \tag{9}$$

保険対象期間の上限Tは外生的に与えられ，$\delta(t)$は次式を満足すると仮定する．

$$\int_0^t\delta(t)dt<\infty \quad t\in[0,T) \tag{10}$$

すなわち，家計が時刻Tに生存している確率$\Pi(T,x)$は$1>\Pi(T,x)>0$を満足する．

(4) 家計行動の定式化

ある家計の時刻$t\in[0,T)$における瞬間的効用関数を合成財の消費量$c(t)$の関数$u(c(t))$により表す．ただし，$du(\cdot)/dc(t)>0$, $d^2u(\cdot)/dc(t)^2\leq 0$を仮定する．等号の場合は危険中立型効用関数を表す．家計は遺族に遺産を残すことにより利他的効用を獲得する．家計が時刻tに死亡した場合，遺族は家計が蓄積した富と保険金の和で表される遺産$b_i(t)(i=1,2)$を受け取る．家計的要因による死亡に対する保険金を$s(t)$，災害による死亡に対する保険金を$z(t)$と表す．家計が時刻tに家計的リスク，基盤リスクにより死亡した場合，遺族が受け取る遺産額はそれぞれ，

$$b_1(t)=w(t)+s(t) \tag{11}$$

$$b_2(t)=w(t)+z(t) \tag{12}$$

で表される．ただし$w(t)$は家計が保有する金融資産を表す．なお，大規模災害が生起したときには，人命と同時に家財にまで被害が及び，結果的に遺産に大きな影響が及ぶ可能性がある．例えば被害を受けた住宅を金融資産$w(t)$を取り崩すことによって直ちに補修した結果，遺産$b_2(t)=w(t)+z(t)$が減じられることが考えられよう．しかし，このようなケースを分析する際には，モデルに損害保険を導入したり，危険資産と安全資産を明示的に区別するような体系が必要となる．本研究は災害リスクが有する非可逆的リスクとしての側面のみに焦点を当てるものである．よって本研究では基盤リスクが生起した場合に資産$w(t)$には損害が及ばないものと仮定する．また，時刻tに各事象が生起する確率は式(8), (9)に示した通りである．利他的効用関数を$v(b_i(t),t)$と表そう．ただし，$\partial v(\cdot)/\partial b_i(t)\geq 0$, $\partial^2 v(\cdot)/\partial b_i(t)^2\leq 0$を仮定する．いま，生命保険は瞬間的な掛け捨て保険であり，完全競争的な保険市場が成立していると考える．保険料$p(t)$は毎期の保険会社の利潤がゼロとなる水準に決定されるため保険料率は死亡率に一致する．

$$p(t)=\delta(t)s(t) \tag{13}$$

一方，災害保険の保険料$q(t)$は市場が評価した基盤リスクに対するプレミアム分をマークアップした水準

$$q(t)=\mu(x)\theta z(t) \tag{14}$$

に決定される．θは基盤リスクに対するマークアップ率であり，$\theta\geq 1$を満足する．基盤リスクが市場で完全に分散される場合，$\theta=1$が成立する．厳密に言えば，θは家計の保険購入行動を通じて災害保険市場により内生的に決定される．筆者らは災害保険市場を対象とした一般均衡モデル[14)]を開発し，保険料が市場で内生的に決定されるメカニズムを考察している．しかし，本研究は家計行動のモデル化に焦点を絞っており，マークアップ率は外生的に与えられると考える．家計が保有する資産$w(t)$は安全資産として蓄積され，その変化は

$$\begin{aligned}\dot{w}(t)&=r(t)w(t)+y(t)-c(t)-p(t)-q(t)\\&=r(t)w(t)+y(t)\\&\quad-c(t)-\delta(t)s(t)-\mu(x)\theta z(t)\end{aligned} \tag{15}$$

によって規定される．ここに，$\dot{w}=dw/dt$であり，記号$\cdot$は時刻tに関する全微分を意味する．また，$r(t)$は資産$w(t)$の収益率，$y(t)$は勤労所得（外生変数），$c(t)$は消費支出額である．初期時点での富を$w(0)=w_0$と表す．

時刻$\tau\in[0,T)$にリスクi $(i=1,2)$による死亡事象が

到達し，遺族が遺産 $b_i(\tau)$ を受け取る場合，この家計が獲得できる生涯効用の現在価値 $W_i(0:\tau)$ は

$$W_i(0:\tau) = \int_0^\tau u(c(t))\exp(-\rho t)dt + v(b_i(\tau),\tau)\exp(-\rho\tau) \quad (16)$$

と表すことができる．ただし，ρは主観的時間選好率である．また終端時刻Tにおいては家計は消費，保険行動を行えず，資産 $w(T)$ を遺産として遺族に贈与すると考える．当該家計の期待生涯効用 EWは

$$EW = \Pi(T,x)v(w(T),T)\exp\{-\rho T\} + \int_0^T (\pi_1+\pi_2)\{\int_0^\tau u(c(t))\exp(-\rho t)dt\} + [\pi_1 v(b_1(\tau),\tau) + \pi_2 v(b_2(\tau),\tau)]\exp(-\rho\tau)d\tau \quad (17)$$

と表せる．積分領域 $(0 \le \tau \le T, 0 \le t \le \tau)$ はそれと同値な領域 $(t \le \tau \le T, 0 \le t \le T)$ に書き直せることに着目する．積分の順序を交換しτに関して積分を実施することにより期待生涯効用は

$$EW = v(w(T),T)\exp\{-\eta(T,x)\} + \int_0^T U(t,x)\exp\{-\eta(t,x)\}dt \quad (18)$$

と表せる．ここに，$U(t,x)$ は一般化された瞬間的効用関数であり次式で定義される．

$$U(t,x) = u(c(t)) + \delta(t)v(b_1(t),t) + \mu(x)v(b_2(t),t) \quad (19)$$

また，$\eta(t,x) = \rho t + \int_0^t \nu(t,x)dt$ である．家計の時刻tの主観的割引率$\eta(t,x)$ は累積時間選好率ρt と累積死亡率 $\int_0^t \nu(t,x)dt$ の和により表される．この時，家計の最適化行動は以下のように表現できる．

$$\max_{c(t),s(t),z(t)} v(w(T),T)\exp\{-\eta(T,x)\} + \int_0^T U(t,x)\exp\{-\eta(t,x)\}dt \quad (20)$$

subject to

$$\dot{w}(t) = r(t)w(t) + y(t) - c(t) - \delta(t)s(t) - \mu(x)\theta z(t) \quad (21)$$

$$b_1(t) = w(t) + s(t) \quad (22)$$

$$b_2(t) = w(t) + z(t) \quad (23)$$

$$w(0) = w_0 \quad (24)$$

すなわち，自由終端条件を持つ最適制御問題として表現できる．伝統的なFisher型動的最適消費問題では「制度的な理由から人々は原則として負債を抱えて死ぬことはできない」と考え，$b_i(t)$ に非負条件 $b_i(t) \ge 0$ を課す[9)10)]．これに対して，Yaariは利他的効用項を含むMarshall型効用関数(19)を導入し，非負遺産制約を含まないようなMarshall型動的最適消費問題を定式化した．ここでは遺産の非負制約が不要である代わりに，利他的効用関数が負の遺産に対するpenalty関数としての役割を果たす．Yaariによるアプローチによれば，家計が遺族に負の遺産を残す可能性を妨げるものではないが，家計が十分に強い遺産動機を持てば遺族に対して非負の遺産を残す誘因を持つだろう．本研究ではMarshall型アプローチを採用し，非負の遺産制約を設けない．

(5) 最適化条件

問題(20)-(24)のハミルトニアンを

$$H = U(t,x)\exp\{-\eta(t,x)\} + \lambda(t)[r(t)w(t) + y(t) - c(t) - \delta(t)s(t) - \mu(x)\theta z(t)]$$

と定義する．$\lambda(t)$ は式(21)に対応する随伴変数である．ポントリャーギンの最適値原理より，1階の最適化条件は式(21)-(24)及び

$$\frac{\partial H}{\partial c(t)} = u'(c(t))\exp\{-\eta(t,x)\} - \lambda = 0 \quad (25)$$

$$\frac{\partial H}{\partial s(t)} = \delta(t)v_{b_1}\exp\{-\eta(t,x)\} - \lambda\delta(t) = 0 \quad (26)$$

$$\frac{\partial H}{\partial z(t)} = \mu(x)v_{b_2}\exp\{-\eta(t,x)\} - \lambda\mu(x)\theta = 0 \quad (27)$$

$$\dot{\lambda} = -\{\delta(t)v_{b_1} + \mu(x)v_{b_2}\}\exp\{-\eta(t,x)\} - \lambda r(t) \quad (28)$$

$$\lambda(T) = v_w(w(T))\exp\{-\eta(T,x)\} \quad (29)$$

で表せる．ただし，$v_{b_i} = \partial v(b_i(t),t)/\partial b_i(t)$，$v_w(w(T)) = \partial v(w(T),T)/\partial w(T)$ である．式(25)は各期の最適消費量が消費の期待限界効用がその期の富の潜在価格と等しくなる水準に，式(26),(27)は最適保険額は遺産に対する期待利他的限界効用がその期の富の潜在価格で評価した保険料率に等しくなることを表している．式(28)より

$$\lambda(t) = \bar{\lambda}\exp(-\xi(t) - \zeta(t,x)) \quad (30)$$

を得る．ただし，$\xi(t) = \int_0^t r(t)dt$，$\zeta(t,x) = \int_0^t\{\delta(t) + \theta\mu(x)\}dt$，$\bar{\lambda}$は積分定数である．富の潜在価格は時間とともに単調に減少する．式(30)と終端条件(29)より，

$$\bar{\lambda} = v_w(w(T))\exp\{\Lambda(T,x)\} \quad (31)$$

を得る．ただし，

$$\Lambda(t,x) = \xi(t) - \rho t + \mu(x)(\theta-1)t$$

である．初期時点における富の潜在価格$\bar{\lambda}$は，終端状態量 $w(T)$ により規定される．式(25)より

$$u'(c(t)) = \bar{\lambda}\exp\{-\Lambda(t,x)\} \quad (32)$$

を得る．式(32)の両辺をtに関して全微分することにより，最適消費経路 $c^*(t)$ は

$$\frac{dc^*}{dt} = -\frac{u'(c^*(t))}{u''(c^*(t))}\cdot\Lambda_t(t,x) \quad (33)$$

に従うことが理解できる．ただし，

$$\Lambda_t(t,x) = \frac{\partial\Lambda(t,x)}{\partial t} = r(t) - \rho + \mu(x)(\theta-1) \quad (34)$$

である．一方，式(26)より

$$v_{b_1} = \bar{\lambda}\exp\{-\Lambda(t,x)\} \quad (35)$$

$$v_{b_2} = \theta\bar{\lambda}\exp\{-\Lambda(t,x)\} \quad (36)$$

となる．最適遺産行動は次式で表される．

$$\frac{db_i^*}{dt} = -\frac{v_{b_i}}{v_{b_ib_i}}\cdot\Lambda_t(t,x) - \frac{v_{b_it}}{v_{b_ib_i}} \quad (37)$$

なお，上式において $v_{b_it} = \partial^2 v(b_i(t),t)/\partial b_i(t)\partial t$，$v_{b_ib_i} = \partial^2 v(b_i(t),t)/\partial b_i(t)^2$ である．

4. 費用・便益ルールの導出

(1) 遺産動機がある場合の支払い意思額

家計の最適化問題(20)-(24)における最適トラジェクトリーを $c^*(t)$, $b_i^*(t)$ と表そう．最適値関数

$$W(x,w_0) = v(w^*(T),T)\exp\{-\eta(T,x)\}$$

$$+\int_0^T \{u(c^*(t)) + \delta(t)v(b_1^*(t),t) + \mu(x)v(b_2^*(t),t)\}\exp\{-\eta(t,x)\}dt \tag{38}$$

を用いて家計の最適期待生涯効用を表す．最適期待生涯効用は防災投資水準x，及び初期富w_0の関数として表現できる．防災投資水準がx^0からx^1に変化したとしよう．この時，補償変分は

$$W(x^1, w_0 - CV) = W(x^0, w_0) \tag{39}$$

を満足するCVとして定義される．プロジェクトがsmallであれば，上式の左辺を全微分することにより補償変分は

$$dW = W_{w_0}^1 dCV + W_x^1 dx = 0 \tag{40}$$

を満足するような変分dCVとして与えられる．ただし，$W_{w_0}^1 = \partial W(x^1, w_0)/\partial w_0, W_x^1 = \partial W(x^1, w_0)/\partial x$であり，それぞれ防災投資水準$x^1$で評価した富，及び投資水準の期待限界最適効用を表している．したがって，防災投資dxに対する補償変分は

$$dCV = -\frac{W_x^1}{W_{w_0}^1}dx \tag{41}$$

と表される．同様に，等価変分は

$$W(x^1, w_0) = W(x^0, w_0 + EV) \tag{42}$$

を満足するCVとして定義される．プロジェクトがsmallであれば，等価変分は

$$dW = W_{w_0}^0 dEV + W_x^0 dx = 0 \tag{43}$$

を満足するようなdEVとして与えられる．ただし，$W_{w_0}^0 = \partial W(x^0, w_0)/\partial w, W_x^0 = \partial W(x^0, w_0)/\partial x$である．したがって，防災投資$dx$に対する等価変分は

$$dEV = -\frac{W_{x^0}}{W_{w_0}^0}dx \tag{44}$$

と表される．若干の計算により，たとえば等価変分は

$$\begin{aligned} dEV = -\frac{dx}{W_{w_0}^0}\{&\eta_{x_0} v(w^*(T),T)\exp\{-\eta(T,x_0)\} \\ &+ \int_0^T \eta_{x_0} u(c^*(t))\exp\{-\eta(t,x_0)\}dt \\ &+ \int_0^T \eta_{x_0}\delta(t)v(b_1^*(t),t)\exp\{-\eta(t,x_0)\}dt \\ &+ \int_0^T \eta_{x_0}\mu(x)v(b_2^*(t),t)\exp\{-\eta(t,x_0)\}dt \\ &- \int_0^T [v_2^*\exp\{-\eta(t,x_0)\} - \lambda^*\theta z^*]\mu_{x_0}dt\} \end{aligned} \tag{45}$$

$$W_{w_0}^0 = v_w(w^*(T),T)\exp\{\xi(T) - \rho T + \mu(x_0)(\theta - 1)T\} + \int_0^T \bar{\lambda}\{r + \delta(t) + \mu(x_0)\theta\}dt \tag{46}$$

で与えられる（**付録1参照**）．ここで，$v_2 = v(b_2(t),t)$，$\mu_{x_0} = d\mu/dx|_{x=x_0}$，$\eta_{x_0} = d\eta/dx|_{x=x_0}$，$v_w = \partial v(w(T),T)/\partial w(T)$を表す．式(45)の右辺の第1行は災害の生起確率の減少がもたらす主観的割引率の減少による終端時点での遺産効用の変化を表している．第2行は，災害の生起確率の減少による消費の期待生涯効用の変化を意味している．第3行は生命保険による期待遺産効用の変化と，第4行は災害保険による期待遺産効用の変化と対応している．第5行において$v_2^*\exp\{-\eta(t,x_0)\}$は災害保険による利他的遺産効用を，$\lambda^*\theta z^*$は災害保険料の減少がもたらす期待生涯効用の変化を表している．$v_2^*\exp\{-\eta(t,x_0)\} - \lambda^*\theta z^*$は災害保険に加入することによる瞬間的な消費者余剰を表しており，第5行は災害の生起確率の減少によって生じる遺産機会の減少に関する補正項となっている．すなわち，式(45)の分子は防災投資によるネットの期待生涯効用の現在価値の変化を表している．一方，分母は初期富の変化がもたらす期待生涯限界効用の変化である．したがって，等価変分は初期富の限界効用で評価した純期待生涯効用の変化を表している．

(2) 遺産動機がない場合の支払い意思額

等価変分(45)は遺産動機を保有する家計の保険行動に基づいて導出したものである．ここでは，遺産動機を持たない家計の最適消費行動を考え，防災投資に対する家計の支払い意思額指標を導出しよう．家計の最適消費行動は次式で表される．

$$\max_{c(t)} \quad v(w(T),T)\exp\{-\eta(T,x)\} + \int_0^T u(c(t))\exp(-\eta)dt \tag{47}$$

subject to

$$\dot{w}(t) = r(t)w(t) + y(t) - c(t) \tag{48}$$

$$w(0) = w_0 \tag{49}$$

ただし，目的関数の第1項は終端時点において残された人生に関する期待効用の現在価値である．この項は家計が無限に借金をすることを抑制するために導入されている負の資産に対するpenalty関数としての役割を果たすことになる．最適値関数を

$$V(x, w_0) = v(w^\circ(T),T)\exp\{-\eta(T,x)\} + \int_0^T u(c^\circ(t))\exp(-\eta)dt \tag{50}$$

と定義しよう．$c^\circ(t), w^\circ(t)$は問題(47)-(49)の最適トラジェクトリーを表す．費用便益ルールは次式で与えられる（**付録1参照**）．

$$dEV = -\frac{dx}{V_{w_0}^0}[\eta_{x_0} v(w^\circ(T),T)\exp\{-\eta(T,x_0)\} + \int_0^T \eta_{x_0} u(c^\circ(t))\exp(-\eta(t,x_0))dt] \tag{51}$$

$$V_{w_0}^0 = v_w(w^\circ(T),T)\exp\{\xi(T) - \eta(T,x_0)\} + \int_0^T \bar{\lambda}_1 r dt \tag{52}$$

ここで，$\bar{\lambda}_1$は式(48)の随伴変数$\lambda_1(t)$の初期値である．防災投資の経済便益は，基盤リスクの減少がもたらす主観的割引率の減少による最適期待生涯効用の増加で表される．

(3) 費用便益分析への示唆

従来の逸失便益の概念に基づいた人命の価値は，仮に終端時刻まで生きていた（定年退職まで就労していた）ことに対する生涯所得の現在価値で表される．現時点における死亡がもたらす逸失便益は，終端時刻T'を定年退職の時刻と考えて，生涯所得の期待値$\int_0^{T'} y(t)\exp(-\rho t)dt + w_0$と表すことができる．逸失便益に基づく方法は，1）家計の異時点間での消費の代替行動を考慮できない，2）家計の危険回避行動を考慮できない，3）家計の遺産動機を考慮できない，4）定年退職後の人生で享受する便益が評価

対象外とされている，という問題点をもつ（**付録2参照**）．4）は，この方法に基づくと勤労所得を得られない定年退職後における死亡リスクの軽減が便益とはみなされないことを指摘する．それに対して本研究で提案する災害リスクの軽減便益の評価方法においては，保険対象期間の上限Tまでが評価の対象とされる．よって保険が利用可能である限り，$y(t)=0$となる定年退職後の人生の便益も評価することが可能である．また，家計が遺産動機を持つ場合，家計は一方では遺族に残す財産を形成しながら自分自身の消費活動を行っている．したがって，遺産動機があるような家計の防災投資に対する支払い意思額には，式(45)の第3-5行で表される1）生命保険による期待遺産効用の変化，2）災害保険による期待遺産効用の変化，3）第5行で表される補正項が新たに加わることになる．遺産動機がない場合，遺産を目的とした資産形成を行わないので，家計はより多くの金銭を消費に利用することができる．したがって，消費がもたらす期待生涯効用は，消費に対する効用関数が同一である限り，遺産形成をする場合よりも必ず増加することとなる．したがって，数値計算事例で示すように遺産動機を持つ家計の防災投資に対する支払い意思額は，遺産動機がない家計の支払い意思額より多くなるとは限らない．

最後に本モデルにおける家計的リスクの役割について言及しよう．第1に，家計的リスクの存在により，家計の寿命は基盤リスクの大きさに関わらず有限となる．このとき本モデルにおける利他的効用関数$v(b_i(t))$の項は，王朝モデルにおける状態評価関数に相当する．すなわち子孫の生涯が初期富$b_i(t)$で始まったときに，当該子孫が達成できる生涯効用の最大水準を表す関数と解釈することができる．第2に，式(45)に示されるように，家計的リスクの状態は主観的割引率の大きさを通じて防災投資の便益評価に影響を与えていることがわかる．家計的リスクが増加すると主観的割引率が増加することによって，式(45)の第1-4行で表される項はそれぞれ減少する．また分母の$W^0_{w_0}$が増加することによってdEVは減少する．このことは家計の年齢が増すにしたがって，防災投資への支払い意思額が減少することを意味する．よって防災投資による基盤リスクの軽減効果を計測する際には，もう一方の死亡リスクである家計的リスクを明示的に考慮することが必要となるのである．

5. 数値計算事例

(1) 関数の特定化

家計の効用関数を相対的危険回避度一定型効用関数を用いて特定化しよう．

$$u(c(t))=\begin{cases}\frac{c(t)^{1-\gamma}-1}{1-\gamma} & \gamma\neq 1\text{のとき}\\ \log c(t) & \gamma=1\text{のとき}\end{cases} \tag{53}$$

$$v(b_i(t),t)=\begin{cases}n_h(t)\frac{b_i(t)^{1-\gamma}-1}{1-\gamma} & \gamma\neq 1\text{のとき}\\ n_h(t)\log b_i(t) & \gamma=1\text{のとき}\end{cases} \tag{54}$$

γは相対的危険回避度を表すパラメータ（外生変数）であり，その値が大きくなる程危険回避の程度が大きくなることを表している．$\gamma\geq 0$を仮定し，$\gamma=0$の場合は危険中立型効用関数となる．また，$n_h(t)$は家計がt歳で死亡する時に有する利他的選好の強さを表すパラメータである．添え字hは所得階級，子供の数，職業など家計にとって時間に依らず一定な属性，すなわち家計のタイプを表す．$n_h(t)$は家計や遺族の経済的環境や肉体的，心理的要因を反映して，時間の経過に従って変化するパラメータである．$n_h(t)=0$のときには遺族に遺産を残す誘因を持たないことを意味している．効用関数(53)-(54)の下では，最適消費，遺産経路は

$$\frac{dc^*(t)}{dt}=\frac{c^*(t)\Lambda_t(t,x)}{\gamma}$$

$$\frac{db_i^*(t)}{dt}=\frac{b_i^*(t)}{\gamma}[\Lambda_t(t,x)-\frac{\dot{n}_h(t)}{n_h(t)}]$$

で表される．したがって，次式を得る．

$$c^*(t)=\bar{\lambda}^{-\frac{1}{\gamma}}\exp\{\frac{\Lambda(t,x)}{\gamma}\} \tag{55}$$

$$b_1^*(t)=(\frac{\bar{\lambda}}{n_h(t)})^{-\frac{1}{\gamma}}\exp\{\frac{\Lambda(t,x)}{\gamma}\} \tag{56}$$

$$b_2^*(t)=(\frac{\bar{\lambda}\theta}{n_h(t)})^{-\frac{1}{\gamma}}\exp\{\frac{\Lambda(t,x)}{\gamma}\} \tag{57}$$

$$\bar{\lambda}=n_h(T)w(T)^{-\gamma}\exp\{\Lambda(T,x)\} \tag{58}$$

若干の計算により$\gamma\neq 1$の時，最適値関数(38)は

$$\begin{aligned}W(x,w_0)=&\frac{1}{1-\gamma}\{\bar{\lambda}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\exp\{\frac{1-\gamma}{\gamma}\Lambda(T,x)\}\cdot\\ &n_h(T)^{\frac{1}{\gamma}}-n_h(T)\}\exp\{-\eta(T,x)\}\\ &+\frac{1}{1-\gamma}\int_0^T\{\bar{\lambda}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\exp\{\frac{1-\gamma}{\gamma}\Lambda\}\cdot\\ &[1+(\delta(t)+\mu(x)\theta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}})n_h(t)^{\frac{1}{\gamma}}]\\ &-[1+(\delta(t)+\mu(x))n_h(t)]\}\exp\{-\eta(t,x)\}dt\end{aligned} \tag{59}$$

と表される．等価変分はプロジェクトがsmallの場合，

$$dEV=-\frac{W^0_x}{W^0_{w_0}}dx \tag{60}$$

と表せる．ただし，

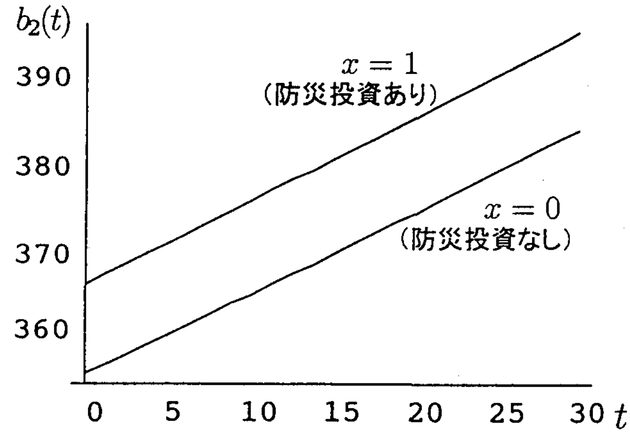
$$\begin{aligned}W^0_x=&-\frac{\mu_{x_0}n_h(T)\{w(T)^{1-\gamma}-1\}T}{1-\gamma}\exp\{-\eta(T,x)\}\\ &-\frac{\mu_{x_0}}{1-\gamma}\int_0^T[\bar{\lambda}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\exp\{\frac{1-\gamma}{\gamma}\Lambda(t,x)\}\cdot\Gamma(t,x)\\ &-\Phi(t,x)]t\cdot\exp\{-\eta(t,x)\}dt\\ &+\frac{1}{1-\gamma}\int_0^T\{\bar{\lambda}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}[\Gamma(t,x)\cdot\Psi(t,x)\\ &+\mu_{x_0}\theta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}n_h(t)^{\frac{1}{\gamma}}]\exp\{\frac{1-\gamma}{\gamma}\Lambda(t,x)\}\\ &-\mu_{x_0}[n_h(t)-2t\cdot\Phi(t,x)]\}\exp\{-\eta(t,x)\}dt\end{aligned} \tag{61}$$

$$\begin{aligned}W^0_{w_0}=&-\frac{1}{\gamma}\frac{\bar{\lambda}_{w_0}}{\bar{\lambda}^{\frac{1}{\gamma}}}n_h(t)^{\frac{1}{\gamma}}\exp\{\frac{1-\gamma}{\gamma}\Lambda(T,x)-\eta(T,x)\}\\ &-\frac{1}{\gamma}\int_0^T\frac{\bar{\lambda}_{w_0}}{\bar{\lambda}^{\frac{1}{\gamma}}}\Gamma(t,x)\exp\{\frac{1-\gamma}{\gamma}\Lambda(t,x)-\eta(t,x)\}dt\end{aligned} \tag{62}$$

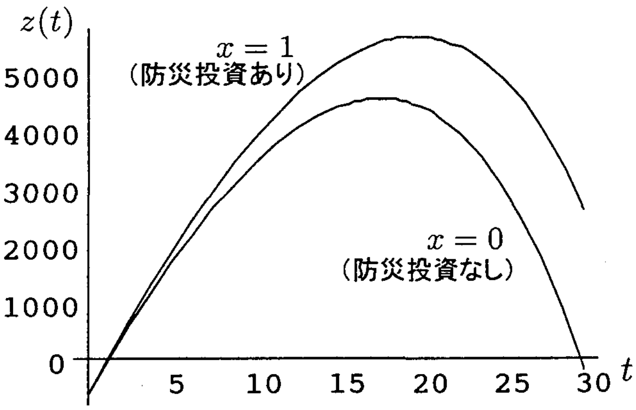
ただし

$$\Psi(t,x)=\frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{\bar{\lambda}_x}{\bar{\lambda}}+(\frac{1-\gamma}{\gamma}\theta-\frac{1}{\gamma}+1)\mu_{x_0}t \tag{63}$$

式(61)の右辺の1行目は終端時点における遺産効用の増加を表す．また第2,3行は消費に関する期待生涯効用，生命保険・災害保険による最適遺産効用の変化の和を表している．最後に，第4-6行目は式(45)の第3行に対応する遺



図－1　防災投資と最適遺産行動

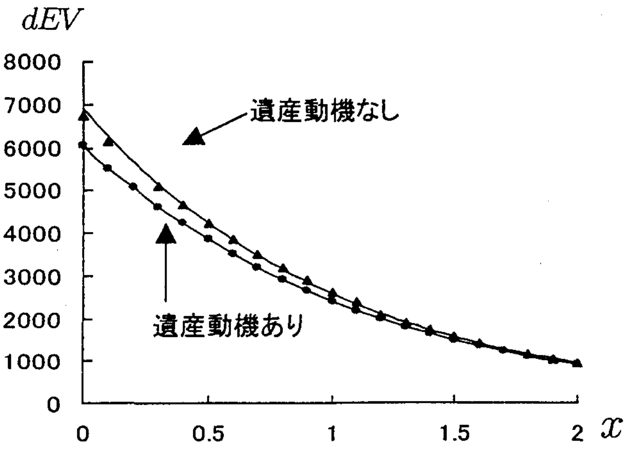


図－2　防災投資と災害保険の購入行動

産効用に関する補正項を表している．

(2) 家計の最適行動

相対的危険回避度$\gamma = 1$，利他的選好の強さ$n_h(t) = 0.5$，主観的割引率，利子率を$\rho = r(t) = 0.05$，災害保険料のマークアップ率$\theta = 1.5$に設定しよう．また，初期時点$t = 0$における年齢を30歳，終端時刻$T = 30$をここでは定年退職が行われる60歳に設定する．初期富，所得を$w_0 = 1000, y(t) = 500 + 50t$（万円）と与える．家計的リスクによる死亡事象の到着率は年齢に依存する関数$\delta(t) = 10^{\frac{t-77}{24}}$で表現される．基盤リスクによる死亡事象の到着率を防災投資水準xの関数として$\mu(x) = \mu_0\exp(-x)$と表そう．防災投資がない場合，$\mu_0 = 0.005$，すなわち200年に一度家計が死亡する大災害が到着するとする．図－1は，防災投資水準xが0から1に変化したときの家計の災害リスクに対する最適遺産水準$b_2(t)$の変化を示している．防災投資水準が増加し災害の生起確率が減少すると，各期において家計の最適遺産水準は増加する．数値計算より富の潜在価格の初期値$\bar{\lambda}$はxに関して減少関数となることが判明した．また，式(55)を考慮すると，$c(t)$がxの増加関数であることが容易に確認できる．家計の最適遺産水準は年齢とともに単調に増加していることが理解できる．図－2は家計の災害保険の購入量を表す．初期時点から年齢が増加するに従って，災害保険の購入額は増加し，t =15～25

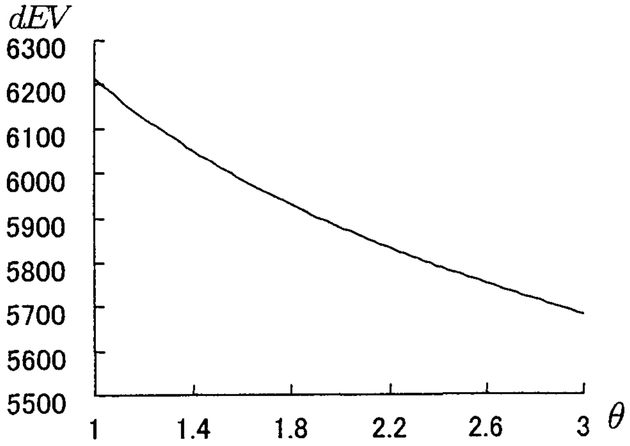


図－3　防災投資と支払い意思額

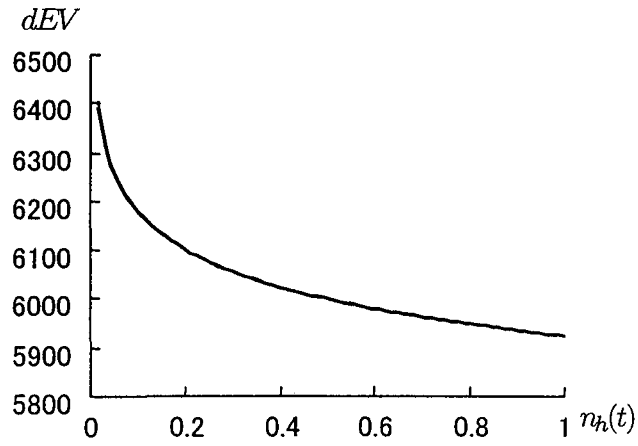
において購入額がピークに達する．終端時刻では保険金が評価されない（保険が掛けられない）ため，ピーク年齢を過ぎると災害保険の購入額は減少する．災害リスクが減少するほど，災害保険料が低下し家計の災害保険の購入量は増加する．これは生命保険$s(t)$に関しても同様である．紙面の都合，計算結果は表示していないが，災害保険料にはマークアップ率が付加されるため，災害保険の購入量は生命保険の購入量より常に小さくなる結果となっている．このことは1階の最適化条件(26)，(27)より明らかである．図－1に最適な遺産水準を示したが，遺産水準から図－2に示す災害保険の購入量を差し引いたものが最適な資産水準となる．すなわち，家計の負債額はt =15～25にピークとなり，それ以降，終端時刻に向けて負債を返済し始める．災害リスクの減少により初期時点の富の潜在価格が減少し，各年齢における消費が一様に増加することにより，防災投資により各年齢の資産水準$w(t)$は一様に低下する．

(3) 防災投資の経済効果

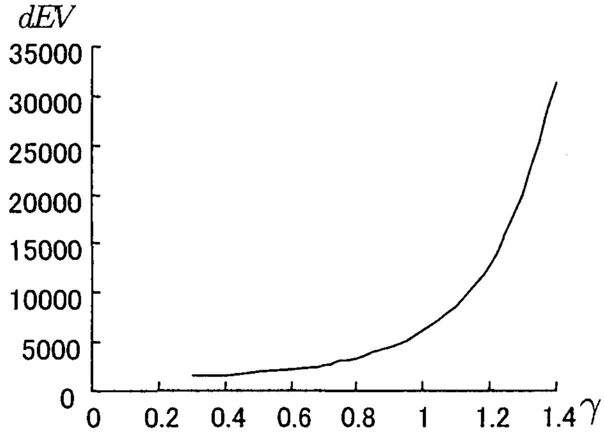
防災施設水準と支払い意思額の関係を図－3に示す．防災施設水準が向上し，災害リスクの生起確率が小さくなるほど家計の防災投資に対する支払い意思額は減少する．本計算事例では防災投資水準が$x = 0$から$x = 1$に増加するとき，死亡に至る規模の災害の生起確率は200年に1回から約550年に1回程度に減少する．支払い意思額を$dEV = (dEV/dx) \cdot dx$ $(dx = 1)$で定義する．防災施設水準$x = 0$における限界的な防災投資に対して家計は約6000万円の支払い意思額を持つ結果となっている．図－3には，遺産動機がない場合における防災施設水準と支払い意思額の関係も併記している．遺産動機がない場合，家計は災害保険料を支払わず遺産行動をとらないため，遺産動機がある場合と比較して各期における消費額が増加する．したがって，期待生涯効用は遺産動機がある場合よりも増加する．また，初期富の限界効用は低下する．したがって，防災投資に対する支払い意思額は遺産動機のある場合よりも大きな値をとることとなる．つぎに，災害保険のマークアップ率θ，利他的選好の強度$n_h(t)$，危険回



図－4　マークアップ率と支払い意思額



図－5　利他的動機と支払い意思額



図－6　危険回避度と支払い意思額

避度γの変化と支払い意思額の関係について考察してみよう．図－4は災害保険のマークアップ率と支払い意思額の関係を示している．θの値が1より大きくなるほど，マークアップ率は大きくなる．災害保険が利用可能でない場合は災害保険料が禁止的に高い場合に該当する．災害保険のマークアップ率が大きくなれば災害保険料が高くなり，家計は消費を抑えることにより金銭的資産として遺産を残そうとする．その結果，家計の将来にわたる消費計画によってもたらされる期待生涯効用は減少する．また，家計の初期富に関する限界効用は大きくなる．その結果，マークアップ率が大きくなるほど，支払い意思額は小さくなる．言い換えれば，保険市場が整備され災害保険の保険料が完全競争市場の水準に近づけば防災投資に対する支払い意思額は大きくなる．この意味で，災害保険と防災投資は互いに補完的な関係にあることが理解できる．なお，マークアップ率が大きいため災害保険に加入しない行動と遺産動機がないために災害保険に加入しない行動の両者の間には大きな隔たりがあることに留意しなければならない．遺産動機があるにも関わらず災害保険が利用可能でない場合には，家計は金銭的資産として遺産を残そうとする誘因を持つ．その結果，期待生涯効用は小さくなり，支払い意思額は小さくなる．防災投資に対する支払い意思額の計測にあたって遺産動機を無視すれば，防災投資の経済便益を過大推計する危険性が生じる．図－5は利他的選好の強度$n_h(t)$と支払い意思額の関係を示している．利他的選好が大きくなれば，より多くの遺産を残すために災害保険料が増加する．したがって，各期の消費量は抑制されることになり，結果的に期待生涯効用が減少する．したがって，防災投資に対する支払い意思額は減少する．最後に，図－6は危険回避度γと支払い意思額の関係を示している．危険回避度が大きくなれば，非可逆的リスクの減少に対するリスクプレミアムが大きくなり，防災投資に対する支払い意思額は増加する．図－6に示すように，危険回避度γの値は支払い意思額に大きな影響を及ぼすことが理解できる．リスク中立的な家計の場合，危険回避度は$\gamma=0$となり，リスクプレミアムはゼロとなる．逸失便益による人命の価値の計測方法は，危険中立型の家計の支払い意思額を計測していることに他ならない．したがって，逸失便益による方法は非可逆リスクの軽減便益をかなりの程度過小評価している危険性がある．以上の分析結果から判るように，危険回避度は支払い意思額の水準に大きな影響を及ぼす可能性があり，パラメータ値の特定にあたっては慎重な対応が必要である．今後，危険回避度の測定とそれに基づくリスクプレミアムの推定に関する実証分析を積み重ねる必要があると考える．

6．おわりに

本研究では人命の損失に代表されるような非可逆的リスクをとりあげ，防災投資による災害リスクの軽減が家計の長期行動に及ぼす影響を分析した．さらに，防災投資による災害リスクの軽減の経済効果を計測するための方法論を提案した．防災投資による災害リスクの軽減は，家計の将来効用の主観的割引率に影響を及ぼし，結果的に家計のライフサイクルを通じた消費行動を変化させる．また，災害保険市場が未成熟な現段階においては，逸失便益の現在価値を用いて人命の損失を計上するという伝統的な方法によれば防災便益がもたらすリスク・プレミアム，異時点間での消費代替効果，遺産動機に基づく保険効果を看過することになる．本研究は防災投資の経済便益評価における非可逆的リスクの取り扱い方に対して一

つの有効な方法論を提供しうるものであるが，今後にいくつかの研究課題を残している．第1に，家計の遺産行動について，死亡の際に遺族に相続される財産が，はたして遺産として意図的に形成された遺産なのか，又は死亡時期の不確実性に起因する意図せざる遺産なのか，理論的・実証的な検討が必要である．第2に，本研究では保険のマークアップ率を外生的に与えたが，その値は保険市場において内生的に決定されるものである．災害保険市場を対象とした一般均衡モデルの開発が不可欠である．第3に，本研究では防災投資による非可逆的リスク軽減に対する家計の支払い意思額を推定する方法を提案した．しかし，災害時には多数の家計が非可逆的リスクに同時に直面することになる．このような集合リスクの回避便益は，家計の支払い意思額の単純な加算和で計測することはできない．集合的リスクを明示的に考慮したような防災投資便益の測定方法を提案することが必要であろう．最後に，本研究の遂行にあたって文部省科学研究費補助金（特定領域研究(A)(1)08248112）のご援助を賜っている．ここに，感謝の意を表します．

付録1　費用便益ルールの導出

1) 遺産動機を持つ場合　表記上の簡単化のために状態変数，制御変数を省略する．また，例えばu_xのように関数の添字は当該の変数による偏微分を意味する．$v(b_i(t),t)=v_i$と略記する．最適値関数の定義より

$$\begin{aligned}W_x &= \{v_w w_x^*(T)-\eta_x v(w^*(T))\}\exp\{-\eta(T)\}\\&+\int_0^T \{u'^* c_x^* + \delta v_{b_1}^* b_{1x}^* + \mu_x v_2^* + \mu v_{b_2}^* b_{2x}^*\\&-\eta_x[u^*+\delta v_1^* + \mu v_2^*]\}\exp(-\eta)dt\end{aligned}$$

を得る．式(25)-(28)を代入すれば，

$$\begin{aligned}W_x &= \{v_w w_x^*(T)-\eta_x v(w^*(T))\}\exp\{-\eta(T)\}\\&+\int_0^T \{\lambda^*[c_x^*+\delta b_{1x}^* + \mu\theta b_{2x}^*]\\&+[\mu_x v_2^* - \eta_x(u^*+\delta v_1^*+\mu v_2^*)]\exp(-\eta)\}dt\end{aligned}$$

を得る．ここで，式(21)の両辺をxに関して微分すれば

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{dw}{dt}\right) = rw_x - c_x - \delta s_x - \mu\theta z_x - \theta z \mu_x$$

を得る．また，$b_{1x}=w_x+s_x$，$b_{2x}=w_x+z_x$ に留意し，上式をc_xに関して整理し最適値関数に代入すれば，

$$\begin{aligned}W_x &= \{v_w w_x^*(T)-\eta_x v(w^*(T))\}\exp\{-\eta(T)\}\\&+\int_0^T \{\lambda[-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{dw^*}{dt}\right)+(r+\delta+\mu\theta)w_x^* - \mu_x\theta z^*]\\&+[\mu_x v_2^* - \eta_x(u^*+\delta v_1^*+\mu v_2^*)]\exp(-\eta)\}dt\end{aligned}$$

を得る．Youngの定理より

$$\begin{aligned}\int_0^T \lambda\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{dw}{dt}\right)dt &= [\lambda w_x]_0^T - \int_0^T \dot{\lambda} w_x dt\\&= \lambda(T)w_x(T) + \int_0^T \lambda(r+\delta+\mu\theta)w_x dt\end{aligned}$$

したがって，次式を得る．

$$\begin{aligned}W_x &= -\eta_x v(w^*(T))\exp\{-\eta(T)\}\\&-\int_0^T \eta_x U^*(t,x)\exp(-\eta)dt\\&-\int_0^T \{\lambda^*\theta z^* - v_2^*\exp(-\eta)\}\mu_x dt\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}W_{w_0} &= v_w w_{w_0}^*(T)\exp\{-\eta(T)\}\\&+\int_0^T \{u'^* c_w^* + \delta v_{b_1}^* b_{1w}^* + \mu v_2 b_{b_2w}^*\}w_{w_0}^*\exp(-\eta)dt\end{aligned}$$

式(21)の両辺をwに関して微分すれば

$$r - c_w - \delta s_w - \theta\mu z_w = \frac{\partial}{\partial w_0}\left(\frac{dw}{dt}\right)$$

$b_{1w}=1+s_w$, $b_{2w}=1+z_w$. $w_{w_0}=\exp(\xi+\zeta)$．また，

$$\begin{aligned}W_{w_0} &= v_w(w^*(T))\exp\{\xi(T)-\rho T+\mu(\theta-1)T\}\\&+\int_0^T \bar{\lambda}(r+\delta+\mu\theta)dt\end{aligned}$$

2) 遺産動機を持たない場合　$\partial(dw/dt)/\partial x = rw_x - c_x$を考慮すれば1)と同様の方法で

$$V_x = -\eta_x v(w^\circ(T))\exp\{-\eta(T)\} - \int_0^T \eta_x u^\circ \exp(-\eta)dt$$

$$\begin{aligned}V_{w_0} &= v_w(w^\circ(T))w_{w_0}^\circ\exp\{-\eta(T)\}\\&+\int_0^T u'^\circ c_w^\circ w_{w_0}^\circ \exp(-\eta)dt\\&= v_w(w^\circ(T))\exp\{\xi(T)-\eta(T,x)\} + \int_0^T \bar{\lambda}_1 r dt\end{aligned}$$

付録2　逸失便益に基づく防災投資便益

人命価値を逸失便益で定義した場合の防災投資便益を定義する．終端時刻T'は定年退職の時刻にあたる．時刻τで死亡した時の逸失便益は$\int_\tau^{T'} y(t)\ \exp(-\rho t)dt$．生涯期待逸失便益は$EL = \int_0^{T'}(\pi_1+\pi_2)\int_\tau^{T'} y(t)\exp(-\rho t)dtd\tau$．積分範囲の変換により$EL = \int_0^{T'} y(t)\ \exp(-\rho t)[1-\exp\{-\int_0^t \nu dt\}]dt = \int_0^{T'} y(t)\ \exp(-\rho t)dt - \int_0^{T'} y(t)\exp\{-\eta(t)\}dt$．最終式の第1項は最終期まで生存した時の生涯所得の現在価値，第2項は死亡確率を考慮した時の期待生涯所得である．この定義より，逸失便益に基づく方法は，1）異時点間での消費の代替行動，2）危険回避行動，3）遺産動機，4）定年退職後の便益を考慮できないことが理解できる．

参考文献

1) 高木朗義，上田孝行，森杉壽芳，西川幸雄，佐藤尚：立地均衡モデルを用いた治水投資の便益評価手法に関する研究，土木計画学研究・論文集，No. 13, 1996.
2) 上田孝行: 防災投資の便益評価-不確実性と不均衡の概念を念頭において，土木計画学研究・論文集，No. 14, pp.17-34, 1997.
3) 多々納裕一: 不確実性下のプロジェクト評価：課題と展望，土木計画学研究・講演集，No.20(2), pp. 19-30, 1997.
4) Diamond, P. A. and Mirrlees, J. A.: Insurance aspects of pensions, In: Wose, D.A. (ed.): *Pensions, Labor, and Individual Choice*, The University of Chicago Press, 1985.
5) Green, J.R.: The riskiness of private pensions, In: Wose, D.A. (ed.): *Pensions, Labor, and Individual Choice*, The University of Chicago Press, pp. 53-84, 1985.
6) Richard, S.F.: Optimal consumption, portfolio and life insurance rule for an uncertain lived individual in a continuous-time model, *Journal of Financial Economics*, Vol. 2, pp. 187-203, 1975.
7) Friedman, B.M. and Warshawsky, M.J.: The cost of annuities: Implications for saving behavior and bequests, *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 105, pp. 135-154, 1990.
8) Johansson, P.-O. and Löfgren, K.-G.: Wealth from optimal health, *Journal of Health Economics*, Vol. 14, pp.

65-79, 1995.
9) Fisher, I.: *The Nature of Capital and Income*, New York and London: The Macmillan, Co., 1906.
10) Phelps, E.S.: The accumulation of risky capital: A sequential utility analysis, *Econometrica*, Vol. 30, pp. 729-743, 1962.
11) Yaari, M. E.: Uncertain lifetime, life insurance, and the theory of the consumer, *Review of Economic Studies*, Vol. 32, pp. 137-150, 1965.
12) 上山道生: 損害保険産業の構造変化と将来, 東洋経済, 1995.
13) 酒井泰弘: 不確実性の経済学, 有斐閣, 1982.
14) 小林潔司, 横松宗太: カタストロフ・リスクと防災投資の経済評価, 土木計画学研究・講演集, No. 21(2), pp. 443-446, 1998.
15) Chuma, H.: Life insurance saving, life protection and inflation, ファイナンス研究, No. 6, pp. 31-53, 1987.

防災投資による非可逆的リスクの軽減効果の経済便益評価*

横松宗太**, 小林潔司***

人命の損失が一度生じれば，再びもとの状態に戻ることは不可能である．また，災害リスクは時間を通じて常に存在しており，人間の行動のあらゆる局面にそのリスクが介在している．本研究では家計的・生理的リスクと災害リスクという２種類の非可逆的リスクに直面している家計の長期的な消費行動モデルを定式化するとともに，防災投資による災害リスクの軽減が家計の長期行動に及ぼす影響を分析する．さらに，防災投資による災害リスクの軽減の経済効果を計測するための方法論を提案する．

THE ECONOMIC BENEFITS OF IRREVERSIBLE RISK REDUCTION BY DISASTER PREVENTION INVESTMENT*

By Muneta YOKOMATSU** and Kiyoshi KOBAYASHI***

If disaster occurs and once dead, one never recovers his/her states alive any longer. One always has to be with disaster risks and never be free from them throughout one's life. In this paper, a dynamic model is formulated to investigate the life-long consumption and the demand for insurance. Then, we propose economic valuation methods of the benefits of investment for disaster prevention.