【土木計画学研究・論文集 No.16 1999年9月】

外部性を考慮した流域水利用システムの自発的形成問題のモデル化*

Modeling the Self Organization of Basin-Wide Water Usage Systems with Spillover Considered*

谷本 圭志**, 榊原 弘之***, 岡田 憲夫****

By Keishi TANIMOTO **, Hiroyuki SAKAKIBARA *** and Norio OKADA ****

1. はじめに

近年, 水に対する社会的な要請は高まっており,「量」「質」両面における安定的な供給が求められている. その実現には, 流域内の関連主体の協力が不可欠となっており, 中でも上流・下流域の協力関係の構築が決定的に重要である.

流域内にどのような協力関係が構築されるかは, 協力関係の形成に伴う利得や費用が関係主体の間にどう配分されるかに大きく依存している. 従って, 配分ルールの設計は協力関係の構築, さらにはその協力によって改善されるであろう社会の厚生水準にも大きな影響を与えると考えられる.

このため, ある配分ルールのもとでどのような提携が形成されるかについて理論的に検討することが一つの重要な課題となる. これは提携の自発的形成問題と呼ばれており, 例えば水資源計画の分野では高野[1]や榊原ら[2]による流域下水道事業を対象とした検討例があるが, 内外で研究が緒についたばかりである. 特に, これまでは水問題特有の性質である流域内のカスケード性, すなわち上流域での選択行動が下流域に不可避的に影響を及ぼすという「遺漏効果 (spillover)」を明示的に取り扱かっていない. 遺漏効果はある種の外部性であり, 必ずしも水問題に限って生じうるものではない. 例えば, Yi[3]やYiら[4]は研究グループの形成における各研究者の行動, 関税同盟の形成における各国の行動に関する遺漏効果について取り上げている. また, Yi[3]やBloch[5], Rayら[6]など, カルテルの形成における各企業の行動に関する遺漏効果に着目した研究例がある.

本研究では, 流域内での水利用システムを対象にその種の外部性 (遺漏効果) を考慮した各流域による自発的な提携形成をゲーム理論を用いてモデル化し, 均衡として形成されうる提携について検討する. その際, 水利用システムに複数の代替案がある場合, プレイヤーにとってそれらの代替案の選択行動を伴うゲームについてモデル化し, その選択行動に外部性が及ぼす影響についても検討する.

*キーワーズ：水資源計画, 環境計画, 計画基礎論, 費用配分

**正員 工博 鳥取大学工学部社会開発システム工学科
(〒680-8552 鳥取市湖山町南4-101, Tel 0857-31-5311
Fax 0857-31-0882)
***正員 工修 山口大学工学部社会建設工学科
(〒755-8611 宇部市常盤台2557, Tel 0836-22-9721
Fax 0836-35-9429)
****正員 工博 京都大学防災研究所
(〒611-0011 宇治市五ケ庄, Tel 0774-38-4035
Fax 0774-38-4044)

2. 外部性がある場合のゲーム

(1) 分割関数

ゲーム理論では外部性とは, 提携の値 (以下では費用とする) がゲーム全体における提携の組まれ方, すなわち提携構造 (coalition structure) に依存する性質を指す[7].

プレイヤーの集合をNとし, 任意のプレイヤーの集合を$S(\subset N)$とすると, 集合Sの構成員であるプレイヤーがどのような提携を形成しているかを次式に示す分割$\mathcal{B}_S$ (partition) で表現することができる.

$$\mathcal{B}_S = \{B_1, B_2, ..., B_m\} \quad (B_1 \cup B_2 \cup ... \cup B_m = S) \quad (B_k \cap B_h = \phi, 1 \le k, h \le m, k \neq h) \tag{1}$$

Nの分割$(\mathcal{B}_N)$を提携構造と呼び, これを$\mathcal{B}$で表す. 外部性を表現するための技法として分割関数形(partition function form)[8]があり[1], 当該提携と提携構造の関数として費用を与える. すなわち, 費用関数を$C()$とすると, 任意の提携$B_k(\in \mathcal{B})$に関する提携構造$\mathcal{B}$の下での費用は$C(B_k, \mathcal{B})$で与えられる.

提携形の費用関数において, 提携同士の新たな提携の形成の動機を保証するための要件として劣加法性(subadditicity)があるが, これを分割関数形に拡張することができる[7]. 任意の提携構造$\mathcal{B}$及び任意の二つの提携$B_k, B_h(\in \mathcal{B})$について次式が満たされる場合, 費用関数$C$には劣加法性が成立する.

$$C(B_k \cup B_h, \mathcal{B} \backslash \{B_k, B_h\} \cup \{B_k \cup B_h\}) \le C(B_k, \mathcal{B}) + C(B_h, \mathcal{B}) \tag{2}$$

(2) 外部性の種類

[1]これに対し, 提携の値を提携のみの関数としたものを特性関数形(characteristic function form)もしくは提携形(coalition function form)と呼ぶ

提携の形成がそれ以外の提携にとって有益か有害かによって，正と負の外部性を定義することができる．正（負）の外部性がある場合の費用関数Cは以下の式で表される．

$$C(B_k, \mathcal{B}\backslash\{B_h, B_l\} \cup \{B_h \cup B_l\}) \\ \leq (\geq) C(B_k, \mathcal{B}), (\forall B_k \neq B_h, B_l \in \mathcal{B}) \tag{3}$$

(3) 費用配分法

提携の形成に関する問題を分析するアプローチとしては，提携の形成を１）提携の非協力的な形成，２）提携内のプレイヤーでの費用の配分，という２段階のプロセスとして表現する方法がとられることが多い[9) 10)]．つまり，各プレイヤーは自分が属しうる提携に参加した場合の費用を，あらかじめ決められた配分ルールに基づいて考慮しながら，どの提携に属するかを決定することになる．本研究では，配分ルールとしてMyerson[11)]による配分方法を適用した方法として提携ネットワーキング配分法[1) 2)]を取り上げる．これは，配分解を提携構造に応じて与えうるため，分割関数で与えられた費用を配分することができる方法である．

提携ネットワーキング配分法の概要は以下の通りである．Nに含まれる任意のプレイヤーi,jが互いに直接的な協力関係にある場合，その協力関係をiとjの間にリンク$i:j$を描くことで表現する．このリンクを提携リンクと呼び，リンクによって直接，間接的に結ばれたプレイヤーの集合群によって提携構造を表現したグラフg（これを提携グラフと呼ぶ）を用いてゲームを記述する．提携グラフgは協力構造(cooperation structure)と呼ばれ，協力関係についての状況を提携構造（分割）より詳細に表現することができる．任意のプレイヤー間に提携リンクが存在するグラフを完全提携グラフg^Nで表すとすれば，g^Nは次式で表される．

$$g^N = \{i : j | i, j \in N, i \neq j\} \tag{4}$$

Nに含まれる任意のプレイヤーの提携グラフgはg^Nの部分集合として以下のように定義される．

$$g \subseteq g^N \tag{5}$$

提携グラフgの下での部分集合$S(S \subseteq N)$内の協力グラフを与える部分グラフを$h(S,g)$と表し，以下のように定義する．

$$h(S,g) = \{i : j | i, j \in S, i : j \in g\} \tag{6}$$

提携ネットワーキング配分法の特徴は「The Fair Allocation Rules」である．これは提携を形成するプレイヤーに費用配分上対等な交渉力（equal bargainig power）を与えるものであり，提携グラフgでのプレイヤーiへの配分額を$W_i(g)$とすると，(7) 式で表される．

$$\forall g \in \{g \mid g \subseteq g^N\}, \forall i : j \in g, \\ W_i(g) - W_i(g \setminus i : j) = W_j(g) - W_j(g \setminus i : j) \tag{7}$$

ここに，$g \setminus i : j$は，提携グラフgからプレイヤーi,j間の提携リンクを除いた提携グラフである．

また，gによって表現された提携構造を$\mathcal{B}(g)$と表すと，その要素である任意の部分提携B_kについて，配分は次の(8) 式（提携内収支 component balance）を満足することを条件とする．

$$\sum_{i \in B_k} W_i(g) = C(B_k, \mathcal{B}(g)), (\forall B_k \in \mathcal{B}(g)) \tag{8}$$

(4) 配分解と提携グラフとの関係

３人ゲームを対象に，この費用配分ルールに基づいて各プレイヤーに配分される費用を各提携グラフ別に表したものを表．１に示す．

なお簡単のため，例えば提携構造$\{\{12\}\{3\}\}$のもとでの提携$\{12\}$に関する費用を$C(12, 12/3)$と表している．

提携形のゲームにおいて費用関数が劣加法性を満たす場合，提携グラフはg^Nに均衡する[11)]．費用関数を分割関数形に拡張した場合，この知見が保証されるかについて表．１を用いて検討しよう．

まず，ϕから任意の$\{i,j\}$への提携グラフの拡大のための条件としては，劣加法性が成立していれば十分である．しかし，任意の$\{i : j\}$から$\{i : j, j : k\}$及び$\{i : j, j : k\}$

表．１：３人ゲームにおける各提携グラフに対する配分解

提携グラフ	プレイヤー1	プレイヤー2	プレイヤー3
ϕ	$C(1,1/2/3)$	$C(2,1/2/3)$	$C(3,1/2/3)$
$*\{1:2\}$	$\{C(12,12/3)+C(1,1/2/3)$ $-C(2,1/2/3)\}/2$	$\{C(12,12/3)-C(1,1/2/3)$ $+C(2,1/2/3)\}/2$	$C(3,12/3)$
$\{1:3\}$	$\{C(13,13/2)+C(1,1/2/3)$ $-C(3,1/2/3)\}/2$	$C(2,13/2)$ $+C(3,1/2/3)\}/2$	$\{C(13,13/2)-C(1,1/2/3)$
$\{2:3\}$	$C(1,23/1)$	$\{C(23,23/1)+C(2,1/2/3)$ $-C(3,1/2/3)\}/2$	$\{C(23,23/1)-C(2,1/2/3)$ $+C(3,1/2/3)\}/2$
$**\{1:2,$ $1:3\}$	$\{2C(123,123)+C(12,12/3)$ $+C(13,13/2)+2C(1,1/2/3)$ $-C(2,1/2/3)-C(3,1/2/3)$ $-2C(3,12/3)-2C(2,13/2)\}/6$	$\{2C(123,123)+C(12,12/3)$ $-2C(13,13/2)-C(1,1/2/3)$ $-C(2,1/2/3)+2C(3,1/2/3)$ $-2C(3,12/3)+4C(2,13/2)\}/6$	$\{2C(123,123)+C(13,13/2)$ $-2C(12,12/3)-C(1,1/2/3)$ $-C(3,1/2/3)+2C(2,1/2/3)$ $-2C(2,13/2)+4C(3,12/3)\}/6$
$\{1:2,$ $2:3\}$	$\{2C(123,123)+C(12,12/3)$ $-2C(23,23/1)-C(2,1/2/3)$ $-C(1,1/2/3)+2C(3,1/2/3)$ $-2C(3,12/3)+4C(1,23/1)\}/6$	$\{2C(123,123)+C(12,12/3)$ $+C(23,23/1)+2C(2,1/2/3)$ $-C(1,1/2/3)-C(3,1/2/3)$ $-2C(3,12/3)-2C(1,23/1)\}/6$	$\{2C(123,123)+C(23,23/1)$ $-2C(12,12/3)-C(2,1/2/3)$ $-C(3,1/2/3)+2C(1,1/2/3)$ $-2C(1,23/1)+4C(3,12/3)\}/6$
$\{1:3,$ $2:3\}$	$\{2C(123,123)+C(13,13/2)$ $-2C(23,23/1)-C(3,1/2/3)$ $-C(1,1/2/3)+2C(2,1/2/3)$ $-2C(2,13/2)+4C(1,23/1)\}/6$	$\{2C(123,123)+C(23,23/1)$ $-2C(13,13/2)-C(3,1/2/3)$ $-C(2,1/2/3)+2C(1,1/2/3)$ $-2C(1,23/1)+4C(2,13/2)\}/6$	$\{2C(123,123)+C(23,23/1)$ $+C(13,13/2)+2C(3,1/2/3)$ $-C(2,1/2/3)-C(1,1/2/3)$ $-2C(1,23/1)-2C(2,13/2)\}/6$
$\{1:2,$ $1:3,$ $2:3\}$	$\{2C(123,123)+C(12,12/3)$ $+C(13,13/2)-2C(23,23/1)$ $-2C(1,1/2/3)+C(2,1/2/3)$ $+C(3,1/2/3)+4C(1,23/1)$ $-2C(2,13/2)-2C(3,12/3)\}/6$	$\{2C(123,123)+C(12,12/3)$ $-2C(13,13/2)+C(23,23/1)$ $+C(1,1/2/3)-2C(2,1/2/3)$ $+C(3,1/2/3)+-2C(1,23/1)$ $+4C(2,13/2)-2C(3,12/3)\}/6$	$\{2C(123,123)-2C(12,12/3)$ $+C(13,13/2)+C(23,23/1)$ $+C(1,1/2/3)+C(2,1/2/3)$ $-2C(3,1/2/3)-2C(1,23/1)$ $-2C(2,13/2)+4C(3,12/3)\}/6$

から$\{i:j, j:k, i:k\}$への拡大の条件としては，劣加法性の成立のみでは必ずしも保証されない．例えば，$\{1:2\}$（表．1の*）から$\{1:2, 1:3\}$（表．1の**）への拡大の条件をプレイヤー1について見ると，次式のようになる．

$$
\begin{aligned}
& 2\{C(123,123)-C(12,12/3)-C(3,12/3)\} \\
+ \quad & \{C(13,13/2)-C(1,1/2/3)-C(3,1/2/3)\} \\
+ \quad & 2\{C(2,1/2/3)-C(2,13/2)\} \leq 0 \qquad (9)
\end{aligned}
$$

上式の左辺第1,2項は劣加法性が成立していれば非正である．よって，第3項が少なくても非正であれば，すなわち負の外部性がある場合は上式が十分成立するが，正の外部性がある場合は必ずしも成立しない．これと同様のことが他の拡大の条件についても言える．以上より，3人ゲームでは，負の外部性がある場合は劣加法性が成立していれば提携グラフはg^Nに均衡するが，正の外部性がある場合は必ずしもg^Nに均衡するとは限らないことが本研究で新たな知見として得られた．

3．流域水利用システムの自発的形成問題のモデル化

河川の上・中・下流域各々に自治体が存在しており，それぞれをプレイヤー1,2,3($N=\{1,2,3\}$)とする．これらのプレイヤーは同一の河川から上水を取水し，未処理で下水を放流しており，下流ほど水質が悪化している．また，河川～自治体間の上水，下水のパイプライン網はプレイヤーとは別の上位の主体（一例としてプレイヤーが市町村である場合の都道府県）が行政区域を越えて建設している．よって，各プレイヤーの水処理に関する費用（以後水処理費用と呼ぶ）は，パイプラインの使用料と浄水費用である．そこで，水質の改善に伴う水処理費用の節減を目的としてパイプライン網の再構築を上位の主体に申し入れることを検討している．そのためにはまず流域の総意としてどのようなパイプライン網を求めるかについてプレイヤー間で合意を形成する必要がある．合意の内容によって求めるパイプライン網の形状も，各プレイヤーへの配分費用も異なる．以下では，この合意の形成がプレイヤー間での提携の形成であるとして検討する．

提携の形成は，二人のプレイヤーによる一対一の提携関係の集積によって提携グラフ（協力構造）が形成されることで表され，当該の提携グラフから提携リンクの形成（解除）の動機がどのプレイヤーにもないグラフが均衡した提携グラフ，すなわちプレイヤー間の最終的な合意である．提携リンクを形成した場合はその提携リンクに関する費用を予め設定されたルール（提携ネットワーキング配分法）に基づいて配分する．よって，プレイヤーが提携リンクを形成するのは，提携リンクを形成したときに配分される費用が二人双方にとってもとの状態よりもよい場合のみである．また，配分される費用が二人双方にとってもとの状態よりもよくなる場合，提携リンクを解除することもできる．このように，二人のペアのプレイヤーの意思決定によって提携リンクが形成されることを想定する．

以下，提携内でのプレイヤーが1) 下水，2) 上水についてパイプラインを共有する二つの代替案が提案されているとしよう．すなわち，1) 提携内の上流側のプレイヤーの下水を下流側のプレイヤーの下水とともに下流側プレイヤーの取水口下流に排出する案（「流域下水道型」と呼ぶ），2) 提携内の上流側のプレイヤーが原水を取水し，下流に輸送する案（「広域導水型」と呼ぶ）である．

以下，取水前の河川の流量を$V_0(\mathrm{m}^3/\mathrm{s})$,その汚濁量を$q_0'(\mathrm{g/day})$，任意のプレイヤー$i$に関する取水量を$V_i(\mathrm{m}^3/\mathrm{s})$，排出負荷量を$q_i'(\mathrm{g/day})$とし，$q_i=q_i'/V_0$とおく．河川にはこれらプレイヤーの取水量に対して十分大きな流量があるものとする．パイプラインの使用料がV_i，浄水費用がV_iとq_iで決定されるとすると，各プレイヤーの水処理費用Pは$P(V_i,q_i)$, $(\partial P/\partial V_i, \partial P/\partial q_i > 0)$で与えられる．すると，分割関数で与えられる費用は表．2のように与えられる．$(V_0-V_1)q_1 \geq V_1q_2$であれば，費用関数は劣加法性を満たす．注意すべきは，流域下水道型の案を選択した場合は費用関数について正の，広域導水型の場合は負の外部性があることである．

水処理費用の関数を$P(V,q)=0.03V+0.02Vq$とし，各パラメータの値を表．3のようにおく．$V_1<V_2<V_3$より，上流より下流に人口規模の大きな自治体があると想定している．ここで，水量，水質（排出負荷量）はともに人口規模に比例すると考えられるため，水量と水質の比が一定となるよう設定した．表．3によって得られる各代替案もとでの費用関数の値を表．4に示す．

(1) 各代替案のもとでの提携形成ゲーム

各代替案の下では，異なったゲームが展開される．ここでは，流域下水道型の案の下でのゲームをゲーム1(これを$G_1(N)$で表す)，広域導水型の案の下でのゲームをゲーム2($G_2(N)$)として，それぞれのゲームにおいてどのような提携リンクが均衡するかについて分析する．ゲーム$G_k(N), (k=1,2)$の下での任意の提携リンクgの下でのプレイヤーiへの配分費用を表．5に示す．表の*印は，均衡する提携グラフを示している．

この表より，どちらの案が選択されたとしても，形成される提携構造は$\{N\}$である．しかし，協力構造を見ると，流域下水道型では$\{1:2, 2:3\}$に均衡し，広域下水道型ではg^Nに均衡している．この結果は，到達する提携構造及びそのもとでの提携に関する費用が同じ(=7.0)であるにもかかわらず，協力構造は異なるという点で興味深い．提携の行く末を握っているのは外部性を受けるプレイヤー2であると考えられ，以下にこの点について考察を加える．

流域下水道型が選択されている場合　この場合，提携リンク$\{1:3\}$が成立するとプレイヤー2はただ乗りができ，

表. 2 各代替案のもとでの費用関数

Cost func.	流域下水道型	広域導水型
$C(1,1/2/3)$	$P(V_1,q_0)$	$P(V_1,q_0)$
$C(2,1/2/3)$	$P(V_2,q_0+q_1)$	$P(V_2,q_0+q_1)$
$C(3,1/2/3)$	$P(V_3,q_0+q_1+q_2)$	$P(V_3,q_0+q_1+q_2)$
$C(1,1/23)$	$P(V_1,q_0)$	$P(V_1,q_0)$
$C(2,2/13)$	$P(V_2,q_0)$	$P(V_2,q_0+\frac{V_0}{V_0-V_3}q_1)$
$C(3,3/12)$	$P(V_3,q_0+q_1+q_2)$	$P(V_3,q_0+q_1+q_2)$
$C(12,12/3)$	$P(V_1,q_0)+P(V_2,q_0)$	$P(V_1,q_0)+P(V_2,q_0)$
$C(13,13/2)$	$P(V_1,q_0)$ $+P(V_3,q_0+\frac{V_0}{V_0-V_1}q_2)$	$P(V_1,q_0)+P(V_3,q_0)$
$C(23,23/1)$	$P(V_2,q_0+q_1)$ $+P(V_3,q_0+q_1)$	$P(V_2,q_0+q_1)$ $+P(V_3,q_0+q_1)$
$C(123,123)$	$P(V_1,q_0)+P(V_2,q_0)$ $+P(V_3,q_0)$	$P(V_1,q_0)+P(V_2,q_0)$ $+P(V_3,q_0)$

表. 3 各パラメータの設定

プレイヤー	1	2	3	0(自流)
V_i（水量）	20	40	80	200
q_i（水質）	4	8	16	1

表. 4 各代替案のもとでの費用関数値

Cost func.	流域下水道型	広域導水型
$C(1,1/2/3)$	1.0	1.0
$C(2,1/2/3)$	5.2	5.2
$C(3,1/2/3)$	23.2	23.2
$C(1,1/23)$	1.0	1.0
$C(2,2/13)$	2.0	7.3
$C(3,3/12)$	23.2	23.2
$C(12,12/3)$	3.0	3.0
$C(13,13/2)$	19.2	5.0
$C(23,23/1)$	15.6	15.6
$C(123,123)$	7.0	7.0

プレイヤー3はプレイヤー2の下水から排出される負荷の処理が不可避となる．よって，当該の提携リンクからさらに協力関係（＝提携リンク）を拡大するための条件として，プレイヤー2はただ乗りによって節減した費用をベースにさらなる費用の節減を他のプレイヤーに要求することになる．このような強力な交渉力にプレイヤー1,3は十分対抗しえず，結局プレイヤー2に有利となるような提携$\{1:2,2:3\}$が成立したと考えられる．

広域導水型が選択されている場合　この場合，提携$\{1:3\}$が成立するとプレイヤー2は何をせずとも費用の増加を余儀なくされる．よって，当該の提携からさらに協力関係を拡大していくことで被った費用の増加分を減少させようとする動機がプレイヤー2に働き，提携の結託に積極的であろう．これはその分，交渉力が他のプレイヤーより弱いことを示す．一方，プレイヤー1,3の交渉力は同等であることから特別に強力な交渉力を有するプレイヤーは存在せず，結果として全てのプレイヤー間で協力関係が成立する提携が成立したと考えられる．

このような選択する代替案別の交渉力の違いは，配分結果として実際に現れている．流域下水道型の場合の配分解は$(-2.7,-4.9,14.7)$，広域下水道型の場合は$(-6.6,2.9,10.8)$であり，交渉力の差が確認できる．ここに，配分解のベクトルにおける第i要素の値はプレイヤーiの配分費用を示している．

表. 5 費用配分–上：流域下水道型，下：広域導水型

	提携グラフ	プレイヤー1	プレイヤー2	プレイヤー3
	ϕ	1.0	5.2	23.2
	$\{1:2\}$	-0.6	3.6	23.2
	$\{1:3\}$	-1.5	2.0	20.7
	$\{2:3\}$	1.0	-1.2	16.8
	$\{1:2,1:3\}$	-6.8	-3.3	17.0
*	$\{1:2,2:3\}$	-2.7	-4.9	14.7
	$\{1:3,2:3\}$	-2.0	-4.9	13.8
	$\{1:2,1:3,2:3\}$	-2.5	-5.4	14.9
	ϕ	1.0	5.2	23.2
	$\{1:2\}$	-0.6	3.6	23.2
	$\{1:3\}$	-8.6	7.3	13.6
	$\{2:3\}$	1.0	-1.2	16.8
	$\{1:2,1:3\}$	-10.9	5.0	12.9
	$\{1:2,2:3\}$	-2.7	-4.9	14.7
	$\{1:3,2:3\}$	-6.1	3.4	9.7
*	$\{1:2,1:3,2:3\}$	-6.6	2.9	10.8

(2) 代替案の選択が可能な提携形成ゲーム

(1)で検討したゲームは，二つのいずれかの代替案を選択するかについてプレイヤーがまず合意し，選択された代替案の下でプレイヤーが形成する提携グラフについて検討したものである．これに対して，各々のプレイヤーがどちらの代替案を選択するかについても意思決定できるゲームを想定することができる．そこで本研究では，このような代替案の選択が可能なゲームをモデル化し，その下での提携形成問題について検討する．

このゲームにおける各プレイヤーの行動には，他のプレイヤーと提携リンクを形成することに加え，流域下水道型の案を選択するか，広域導水型の案を選択するかが含まれる．つまり，ゲーム1,2のどちらに参加するかの意思決定を伴う．この場合，いくつかの（プレイヤーの）集合によって構成されるゲーム1と2が同時に展開されうることになる．例えば，n人のプレイヤーのうち$s(\leq n)$人がゲーム1に参加し，残りの$n-s$人がゲーム2に参加することが想定される．(1)での検討は，n人のプレイヤーがすべてゲーム1もしくはゲーム2に参加している特殊な状況と考えることができる．

以後，プレイヤーによる代替案の選択を伴う提携形成ゲームを単に「ゲーム」と呼び，同じ代替案（ゲーム1や2）を選択したプレイヤーの集合によって構成される提携形成ゲームを「サブグループゲーム」と呼び，両者を区別する．このゲームにおいてどの提携グラフが均衡するかについては，(1)に示した各サブグループゲーム内での提携形成行動と，サブグループゲームの選択行動の二つを検討する必要がある．前者については(1)で述べているため，ここでは後者について示す．

サブグループゲームの集合を次式の$GS(N)$で表す．

$$GS(N) = \{G_1(S_1), G_2(S_2), \cdots, G_z(S_z)\} \tag{10}$$

$$\bigcup_{k=1}^{z} S_k = N \tag{11}$$

ここに，$S_k(1 \leq k \leq z)$は任意のプレイヤーの集合である．二つのプレイヤーの集合S_k, S_hがあり，それぞれの集合が構成するゲームを$G_k(S_k), G_h(S_h)(\in GS(N))$とする．サブグループゲーム$G_k(S_k)(\in GS(N))$における任意

の提携グラフを $g(G_k(S_k), GS(N))$ で表す．また，サブグループゲーム $G_k(S_k)(\in GS(N))$ において均衡する提携グラフを $g^*(G_k(S_k), GS(N))$ で表す．上に示した代替案別の提携形成ゲームにおいては $\{1:2,2:3\}, \{1:2,1:3,2:3\}$ がそれぞれ $g^*(G_1(N), \{G_1(N)\}), g^*(G_2(N), \{G_2(N)\})$ となる．

サブグループゲーム $G_k(S_k)$ を構成するプレイヤーの部分集合 $T_k(\subset S_k)$ がサブグループゲーム $G_h(S_h)$ に変更した場合，ゲームは次式に示す $GS(N)$ から $GS'(N)$ へと変更される．

$$
\begin{aligned}
GS(N) &= \{G_1(S_1), \cdots, G_k(S_k), G_h(S_h), \cdots\} \\
GS'(N) &= \{G_1(S_1), \cdots, G_k(S_k \backslash T_k), G_h(T_k \cup S_h), \cdots\}
\end{aligned}
$$

サブグループゲーム G_k に残されたプレイヤーの集合 $S_k \backslash T_k$ は，次式に示す提携グラフを形成する．

$$
\begin{aligned}
& g(G_k(S_k \backslash T_k), GS'(N)) \\
= \;& h(S_k \backslash T_k, g(G_k(S_k), GS(N))) \qquad (12)
\end{aligned}
$$

このとき，次式が満たされればプレイヤーの集合 T_k はゲーム $GS(N)$ の下でのある提携グラフ g の状態からゲーム $GS'(N)$ に変更する．すなわち，変更後のサブグループゲームにおいて，もとの状態よりも配分費用が小さくなれば当該集合はサブグループゲームの変更を行う．ただし，$x_i(g(G_k(S_k), GS(N)))$ は，提携リンク $g(G_k(S_k), GS(N)$ $)$ の下でのプレイヤー i への配分費用である．

$$
\begin{aligned}
x_i(g(G_h(T_k \cup S_h), GS'(N))) &< x_i(g(G_k(S_k), GS(N))) \\
(\forall i \in T_k) & \qquad (13)
\end{aligned}
$$

ここに，サブグループゲーム $G_h(T_k \cup S_h)(\in GS'(N))$ においてどのような提携グラフ g が形成されるかが問題となる．本研究ではこれを $g^*(G_h(T_k \cup S_h), GS'(N))$ として与える．すなわち，サブグループゲーム $G_h(T_k \cup S_h)$ において均衡する提携グラフを想定する．また，サブグループゲーム G_k において均衡する提携グラフが複数ある場合，その提携グラフの集合を次式に示す EG で表す．

$$
EG(G_k(S_k), GS(N)) = \{g_j^*(G_k(S_k), GS(N))\} \qquad (14)
$$

すると，次式が成立する場合，プレイヤーの集合 T_k はゲーム $GS(N)$ の下でのある提携グラフ g の状態からゲーム $GS'(N)$ に変更する．

$$
\begin{aligned}
x_i(g_j^*(G_h(T_k \cup S_h), GS'(N))) &< x_i(g(G_k(S_k), GS(N))) \\
(\forall i \in T_k, \forall g_j^* \in EG(G_h, GS')) & \qquad (15)
\end{aligned}
$$

以上より，プレイヤーに選択されるサブグループゲームとその下で均衡する提携グラフを決定することができる．表．5に示した費用配分の結果を用いて，均衡する提携リンクを吟味する．ただし (15) 式より，$G_1(N), G_2(N)$ 以外のサブグループゲームがプレイヤーに選択されないことが直ちに示されるので，以下では $G_1(N), G_2(N)$ を対象に検討する．その際，$G_1(N)$ では $\{1:2,2:3\}$, $G_2(N)$ では $\{1:2,1:3,2:3\}$ 以外の提携グラフはプレイヤーの提携形成行動の結果均衡しないため，$G_1(N)$ における $\{1:2,2:3\}$，$G_2(N)$ における $\{1:2,1:3,2:3\}$ についてのみ検討する．

$G_1(N)$ における提携グラフ $\{1:2,2:3\}$ の下で任意の一人のプレイヤー i が G_2 へ変更したとする．この場合，$G_1(N \backslash \{i\})$ と $G_2(\{i\})$ の二つのサブグループゲームが生じる．$G_1(N \backslash \{i\})$ では $\{j:k\}(j,k \in N \backslash \{i\})$ が均衡する提携グラフとなる．一方 $G_2(\{i\})$ では，ϕ が均衡する提携グラフとなるが，このときプレイヤー i は $G_1(N \backslash \{i\})$ のプレイヤーの提携形成による外部性の影響を受ける．従って，$G_1(N \backslash \{i\}), G_2(\{i\})$ の二つのサブグループゲームがある場合の配分費用は，$G_1(N)$ における提携リンク $\{j:k\}$ の下での配分費用と同値になる．すると，サブグループゲームを変更するプレイヤーにとって，その変更はもとの提携グラフ $\{1:2,2:3\}$ よりも大きい配分費用をもたらす結果となる．従って，任意の一人のプレイヤーが G_2 へ変更する動機はない．

次いで二人プレイヤーが G_2 へ変更する場合について吟味する．プレイヤー1,3が G_2 へ変更したとする．この場合，$G_1(\{2\}), G_2(\{1,3\})$ の二つのサブグループゲームが生じる．上と同様の検討により，$G_1(\{2\})$ では ϕ が，$G_2(\{1,3\})$ では $\{1:3\}$ が均衡する提携グラフとなる．従って，$G_1(\{2\}), G_2(\{1,3\})$ の二つのサブグループゲームがある場合の配分費用は，$G_2(N)$ における提携グラフ $\{1:3\}$ の下での配分費用と同値になる．このとき，各プレイヤーへの配分費用は以下のように変化する．

$$
(-2.7, -4.9, 14.7) \rightarrow (-8.6, 7.3, 13.6) \qquad (16)
$$

よって，プレイヤー1,3の配分費用はともにもとの状態よりも小さくなる．従って，これらのプレイヤーは G_2 に変更する．

一方，$G_2(N)$ における提携グラフ $\{1:2,1:3,2:3\}$ については，任意のプレイヤーの集合がサブグループゲームの変更を行ったとしても，もとの状態よりも配分費用を小さくすることができない．よって，$\{1:2,1:3,2:3\}$ から任意のプレイヤーの集合によるサブグループゲームの変更は生じ得ない．

以上より，G_1 と G_2 の双方の代替案をプレイヤーが選択・変更するゲームでは，広域導水型の代替案が結果的に選択され，その案の下で提携グラフ $\{1:2,1:3,2:3\}$ が均衡する．

このようなサブグループゲームの変更が生じる原因を以下のように考えることができる．G_1 では正の外部性があるため，先述したように均衡する提携グラフ $\{1:2,2:3\}$ においてプレイヤー2の配分費用が相対的に小さく，プレイヤー1,3の配分費用が大きくなっている．一方 G_2 では負の外部性があるため，必ずしもプレイヤー1,3の配分費用が大きくならない．よって，プレイヤー2が受ける正の外部効果が大きくなればプレイヤー1,3にとって G_1 にとどまる動機がより小さくなる．このことは表.1に示した

配分費用を用いて確かめることができる．すなわち，G_1 での$C(2,2/13)$がより小さければ，プレイヤー1,3はG_2へ変更する可能性が高まる．このように，正の外部性があるゲームと負の外部性がある（サブグループ）ゲームをプレイヤーが選択できるゲームでは，特に正の外部効果が大きい場合については負の外部性があるゲームが選択されうると考えられる．従って，ここに得られた結果を本質的に規定するものは流域内のプレイヤーの位置関係そのものではなく，各々の代替案に決定付けられる外部性の種類（正負）及びその外部効果の大きさである．

4. おわりに

本研究では，流域水利用システムを対象として，自発的な提携形成をモデル化し考察を行った．その際，提携ネットワーキング配分法を費用配分法として取り上げ，外部性を明示的に考慮した提携形成ゲームについて検討した．その結果，正の外部性がある3人ゲームにおいて，提携ネットワーキング配分法では必ずしも完全グラフが形成されないことを示した．また，正の外部性，負の外部性がある場合について，均衡する提携構造が同じであっても，協力構造が異なりうることを明らかにした．

さらに，正の外部性，負の外部性が生じている異なったゲームを選択する提携形成ゲームについて検討し，負の外部性があるゲームに提携グラフが均衡しうることを示した．

ここでのモデルは単純な想定によるものであるため，今後はケーススタディによる実証的な例を取り上げるなど，より具体的・応用的な検討を行いたい．

[参考文献]

1) 高野浩一,榊原弘之，岡田憲夫，多々納裕一:流域下水道整備事業の費用配分方法に関するゲーム論的考察，土木計画学研究・論文集，1998.
2) 榊原 弘之, 高野 浩一, 岡田 憲夫：ネットワーク型水資源開発共同事業の費用配分法に関するゲーム理論的考察，土木計画学研究・論文集 (19), 1997.
3) Yi, S.S. : Stable Coalition Structures with Externalities, Games and Economic Behavior, 20, 1997.
4) Yi, S.S. and H. Shin : Endogenous Formation of Coalitions in Pligopoly, mimeo, Department of Economics, Dartmouth College, 1995.
5) Bloch, F. : Sequential Formation of Coalitions in Games with Externalities and Fixed Payoff Division, Games and Economic Behavior, 14, 1996.
6) Ray, D. and R. Vohra : Equilibrium Binding Agreements, Journal of Economic Theory, 73, 1997.
7) Bloch, F. : Non-cooperative Models of Coalition Formation in Games with Spillovers, New Directions in the Economic Theory of the Environment, Edited by C. Carraro and D. Siniscalco, Cambridge, 1997.
8) Thrall, R. and W. Lucas. : N-Person Games in Partition Function Form, Naval Research Logistics Quarterly, 10, 1963.
9) Shenoy, P. : On Coalition Formation : A Game Theoretical Approach, International Journal of Game Theory, 8, 1979.
10) Hart, S. and M. Kurz. : Endogenous Formation of Coalitions, Econometrica, 51,1983.
11) Myerson, R. B. : Graphs and Cooperation in Games, Mathematics of Operations Research, Vol.2, No.3, 1977.

外部性を考慮した流域水利用システムの自発的形成問題のモデル化

谷本圭志・榊原弘之・岡田憲夫

流域での水利用に対する要請は量的な側面に加え質的な側面が加わっている．これに応えるために，流域を一体とした，とりわけ上流と下流の協力関係の構築を基にした水資源計画が求められている．どのような協力関係が構築されるかは協力関係の形成に伴う費用の配分に依存しているため，配分ルールをいかに設計するかが大きな関心となる．このため，配分ルールのもとでどのような協力関係が構築されるかの分析が必要となる．流域内の特徴として上流と下流のカスケード性があり，これは一種の外部性と捉えることができる．そこで本研究では，流域の水利用システムを対象として，外部性がある場合の提携の自発的形成問題をゲーム理論により検討する．その結果，費用配分ルールとしてMyersonのルールを正の外部性がある場合に適用した場合，劣加法性の下において必ずしも完全グラフが形成されないことが明らかになった．さらに，本研究では正の外部性と負の外部性が生じる二つの異なった代替案の選択に関する意思決定を伴う提携形成問題をモデル化し，協力構造の安定性の判定基準を提案した．

Modeling the Self Organization of Basin-Wide Water Usage Systems with Spillover Considered

By Keishi TANIMOTO, Hiroyuki SAKAKIBARA, Norio OKADA

To improve the water quality in the river, cooperation between many interests, especially upstream and downstream, is important. Whether cooperation can be developed depends on the cost allocation method for project implemented on the base of their cooperation. Thus it is concern that what cooperation structure can arise endogenously under a cost allocation method. To deal with the improvement of river, spillover between upstream and downstream is one of the typical problem. In this study, we model the development of cooperation between upstream and downstream under a cost allocation method with spillover considered by use of game theory.