【土木計画学研究・論文集 No. 15 1998年9月】

流域下水道整備事業の費用配分方法に関するゲーム論的考察*

A Game Theoretic Approach to Cost Allocation Methods for the Development of a Basinwide Sewage System*

高野 浩一**，榊原 弘之***，岡田 憲夫****，多々納 裕一*****

By Koichi TAKANO**, Hiroyuki SAKAKIBARA***, Norio OKADA**** and Hirokazu TATANO*****

1. はじめに

我が国の社会システムにおいても近年,「分権化」が進められつつある．この社会システムの変革に際して，水資源に係る開発・整備事業の計画といった公共事業に関する社会システムにおいても，今後は分権的な枠組みが要請されてくるであろう．

上水道·下水道のようにネットワーク状に施設が建設される事業は，単一の都市・地域によるのではなく，複数の主体の参加により地域全体で相互連繋しながら整備を行う共同事業の形態がとられることも多い．また，近年における水域環境の「質」·「量」両面における安定性への社会的要請の高まりから，これらの事業の計画に当たっては，集中・分散機能のバランスが重視されてきている．すなわち，良質な水道水の安定供給といった旧来の社会的要請に加えて，親水空間として河川を見直す動きが高まりつつある．このため，河川水質の向上，適切な河川流量の維持などが求められている．このようなネットワーク型水資源整備事業の集中・分散性のバランス問題は，実は事業の費用効率性のみを考慮する場合にも存在する．すなわち，ネットワーク型事業において規模の経済性は必ずしも満たされないことが明らかになっているが [1)]，その際適切なネットワーク形成の規模が問題になる．

以上のような観点に立ち，本研究では，ネットワーク型水資源整備事業の共同化の新たな問題として,「効率性を保証する自律的な意思決定システム」の導入が必要であることに着目する．そこでネットワーク型水資源整備事業の典型として，流域下水道整備事業を取り上げる．このような問題に際し，ゲーム理論を援用した方法の提案を行うとともに，その際問題となるネットワーク型事業の特性に関する検討を行う [3)]．

*キーワーズ：水資源計画，環境計画，計画基礎論，費用配分
**正会員 工修 水資源開発公団 滝沢ダム建設所
(〒368-0021 秩父市下宮地町10-18, Tel 0494-23-1431)
***正会員 工修 山口大学工学部社会建設工学科
(〒755-8611 宇部市常盤台2557, Tel 0836-22-9721)
****正会員 工博 京都大学防災研究所
(〒611-0011 宇治市五ケ庄, Tel 0774-38-4035, Fax 0774-38-4044)
*****正会員 工博 京都大学防災研究所
(〒611-0011 宇治市五ケ庄, Tel 0774-38-4308, Fax 0774-38-4044)

2. 流域下水道整備事業

(1) 流域下水道整備事業における費用配分問題

下水道事業は，我が国では地方政府（市町村レベルの地方自治体）によって事業化され，利用者へのサービスが行われている．一方，複数の地方政府が共同で下水道施設整備を行った方が経済効率的である場合，流域下水道として幹線の管きょ施設と終末処理施設が共同整備·利用されることになる．この際，流域下水道に参加する地方政府間で総建設費用をいかに配分するかという「費用配分問題」が生じる．

流域下水道事業の費用配分法として，我が国では実物量準拠割振り法が慣用的に広く用いられてきた [2)]．その代表例として，各主体からの流域負荷量 Q に応じて配分する方法（Q 法）または関係区間の管長 L に Q を乗じた値 QL に応じた配分法（QL 法）がある．

しかしながら，これらの配分法では実物量が機能·便益・効用を適正に反映できないことが多いことが指摘されている [1)]．例えば，費用配分額が地方政府単独で施設整備を行うときの建設費用を上回る場合も存在する．もっとも，このような慣用法では，流域下水道の事業計画が地方政府を管轄する上位の行政主体（都道府県，国など）により策定され，費用

配分と表裏一体として上位の行政主体から補助金が交付されることを前提としていることに留意する必要がある．一方，分権化された社会システムにおいては，個々の地方政府は，費用節約を成し得るか否かによって流域下水道への参画の意思決定を行うことが要請される．また，そのための意思決定システムにおいては，効率的な共同事業に各地域が自律的に参加していく枠組みが必要となる．この種の問題に対する理論的解法としてゲーム理論を用いたアプローチが有効である．

複数の主体が共同で事業を行った方が，単独で事業を実施するよりも経済効率的である場合，これをゲーム理論では以下のように表すことができる．全提携 N の任意の部分提携 S_1，S_2 について，

$$C(S_1)+C(S_2)\geq C(S_1\cup S_2) \quad (S_1,S_2\subset N, S_1\cap S_2=\emptyset) \tag{1}$$

が成立つとき，費用関数は劣加法的であるという．つまり，費用配分においては，提携を形成することによって節減された額を，各主体の貢献度に応じてどのように分配するかが主な課題となる．

流域下水道事業は，管きょ施設を線的施設，処理施設を点的施設として，ネットワーク状に施設が配置されるネットワーク型事業の典型例である．筆者らは，ネットワーク型事業における共同施設整備の形成過程として「提携ネットワーキング配分法」を適用し，その有効性を立証している[4)]が，この先行研究においては，配分結果に「事業の効率性」が保証されていなかった．そこ本研究では，その成果をふまえつつ，流域下水道事業の特性を考慮し，かつ効率的な流域下水道のネットワーク整備が保証される費用配分ルールの提案を行う．

(2) 流域下水道整備における 2種類のネットワーク

本研究では，流域下水道のネットワークを水を輸送するための「線的施設」をリンクに,「点的施設」をノードに対応づけたグラフ理論的モデルとして定義する．また，このようなノードとリンクの施設の物理的な結びつきの総称（施設システム）を「物理的ネットワーク」と呼ぶ.「物理的ネットワーク」において「点的施設」は，輸送する水資源の確保や浄化といったプロセス変換の施設とみなすことができる．

地方政府が単独で，これらの事業，すなわち水資源の輸送・プロセス変換を行うとき，物理的ネットワークはその地方政府（の管轄区域）内で閉じたシステムとなる．一方，これらの事業が複数の地方政府による共同事業の形態をとるとき，物理的ネットワークは複数の区域にまたがるシステムとなる．

もっとも，このような共同事業は，地方政府間によって共同事業への合意が形成されてはじめて，複数の区域間をまたぐ物理的ネットワークとしての施設整備が実現可能となる．しかし流域下水道整備においては，処理施設の建設費用は共同整備によって付加的費用の減少効果が見込まれるものの，管きょ施設の建設費用に関しては必ずしもそうとは限らない[1)]．したがってこのような物理的ネットワークの効率性を考える上で，どの区域がその鍵となるかを見きわめることが重要となろう．そのためには，複数の区域間でどのような水輸送が行われているかという，区域間の輸送関係に集約化した物理的ネットワークを想定し，その効率性を検討する必要がある．実はこのような地方政府間の共同施設整備への合意の形成過程が物理的ネットワークの形成過程によって規定されてしまうことが社会的な効率性を十分に達成しえなくなることにつながることに注目しよう．つまり，経済効率的に選定された物理的ネットワークが部分的に分断されたサブネットワークの形態をとるとき，費用配分の対象をこのサブネットワークごとに閉じないで，全体をまたがる形で（再）配分を行うことも考えられてよいであろう．それが社会（地域）全体としてより効率的になり得ればという前提つきである．このとき，このような交渉しあう関係を結ぶ主体間の社会的なネットワーク（グラフ）は物理的ネットワークとは必ずしも同じパターンとはならないであろう．

以上のことから，流域下水道が成立するまでには，地域間における交渉のネットワーク（社会的なネットワーク）の発展プロセスと，物理的ネットワークの施設整備の発展プロセスという「二重の発展プロセス」が必要となる．本研究では,「物理的ネットワーク (physical network)」と明確に区別するために,「社会的なネットワーク」を「協力グラフ (cooperation graph)」と呼ぶことにする．**3.** では,「物理的ネットワーク」，ならびに「協力グラフ」への適用の方法について議論を行う．

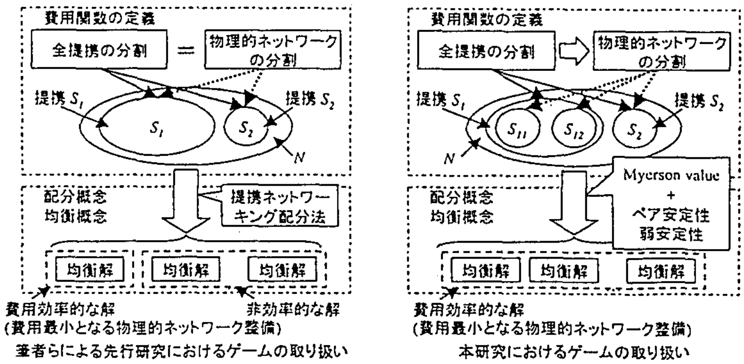


図 1: 本研究で提案する費用配分ルールと先行研究との相違点

3. 流域下水道の自律的形成のための費用配分ルール

(1) 概説

ここで，本研究で取り扱う費用配分ルールを，筆者らによる先行研究[4]との共通点と相違点に着目しながら概説する．図 1 に，その比較を図示した．

図中左側は先行研究におけるゲームの取り扱いの方法，右側は本研究での取り扱い方法を示している．まず先行研究では，N を「想定する主体全てによる提携」を意味し，S ($S \subset N$) を「一部の主体による（部分）提携」と解釈した．ここでは，全提携 N の成立は，同時に N による単一の物理的ネットワークの建設を，提携 S の成立（N が複数の（部分）提携に「分割」されること）は，S それぞれで閉じた物理的ネットワークのシステムに「分断」されて建設されることを意味した．したがって，提携 S が成立し，S 内で単一の物理的ネットワークが建設されるとき，社会全体として最適な（最も費用節約となる）物理的ネットワークの建設は保証されない．筆者らによる先行研究[4]は，このような枠組みにおいても効率的な物理的ネットワーク建設が果たされるネットワーク型水資源事業の特性について，知見を得たものである．

一方，図中右側に示した本研究でのゲームの取り扱いは，まず，N を想定する全ての主体の集合と定義する．また，S ($S \subset N$) は，N のサブグループ（部分集合）として取り扱う．

N は，「社会的なネットワーク」である「協力グラフ」によって複数の S ($S \subset N$) に分割される．分割された個々のサブグループ S を，本研究では「提携 S」として取り扱う．従って物理的ネットワークは，社会的なネットワークに対応づけられる提携 S の上に定義されるものとする．個々の提携 S 毎に定義される物理的ネットワークは，S にとって最も効率的なものであると考える．したがって，S 内で分断されている物理的ネットワークが提携 S にとって最も費用効率的であるならば，そのような物理的ネットワークが提携 S によって建設される（この建設費用を提携 S の費用関数値として定める）．したがって，提携 S は，物理的ネットワークを分断するための主体の集合としてではなく，「提携 S 内で費用配分を行うための主体の集合」として解釈する．

費用配分ルールについては，本研究においても先行研究と同様，Myerson value を導入した．これは，提携 S の範囲内で費用配分を閉じる概念である「提携内会計（収支）」と，主体の交渉力を等しく取り扱う「対等交渉力」という 2 つの概念により成り立っている．Myerson value はまた，このような配分概念の下での提携の成長過程を表すことができる．また，この提携の成長が主体の自律性の下で行われ，その落ち着き先として均衡解を得るためには，非協力ゲームに基づいた均衡概念が必要となる．先行論文[4]では，Myerson value と後述するペア安定性による配分・均衡のルールを「提携ネットワーキング配分法」と呼んでいた．本研究では，この均衡概念を一般化し，他の概念とも比較して検討を行う．

その結果，以下のような知見を得ることができる．

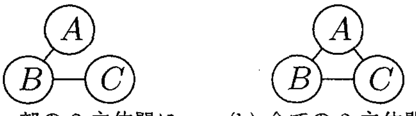
- **本研究で定義した費用関数、配分ルールを用いれば、N に対して均衡解は必ず存在する．**
- **このときの配分解は，複数存在することはない．**

• その結果，建設される物理的ネットワークは，想定する地域全体として最も効率的となる．

以下，順を追って説明する．

(2) 協力グラフと物理的ネットワーク

協力グラフは2主体間の1対1の協力関係の集合であり，グラフとして表現される．たとえば，$N=\{A,B,C\}$として「主体AとB，BとCの間に協力関係がある場合」,「全ての2主体間に協力関係がある場合」の協力グラフを図式化すると図2 (a)，(b)のようになる．



(a) 一部の2主体間に協力関係がある協力グラフ　(b) 全ての2主体間に協力関係がある協力グラフ

図 2: 協力グラフの例

ここで，協力グラフgの数学的表現を示そう．Nの構成員i，jが互いに直接的な協力関係にあるとき，iとjの間にリンク(ij)を描くことでそれをグラフとして表現する．すなわち，協力グラフはN内に存在する線分(ij)の集合として与えられるグラフgとして定義される．ノード集合Nの下で，可能な全ての協力グラフを完全協力グラフg^Nと呼ぶことにすれば，g^Nは次式で定義される．

$$g^N=\{(ij)|i,j\in N, i\neq j\} \tag{2}$$

Nの構成員間の協力グラフgはg^Nの部分集合として以下のように定義される．

$$g\subseteq g^N \tag{3}$$

さらに，本研究では，協力グラフg（集合）の集合を「協力構造（cooperation structure）」と呼ぶことにする．協力構造$\mathcal{G}$は，

$$\mathcal{G}=\{g|g\subseteq g^N\} \tag{4}$$

のように定義できる．

協力グラフgの下でサブグループS（$S\subseteq N$）内の協力グラフを与える部分グラフを$h(S,g)$と表記し，以下のように定義する．

$$h(S,g)=\{(ij)|i,j\in S,(ij)\in g\} \tag{5}$$

部分グラフ$h(S,g)$において，$i,j\in S$について$(ij)\in h(S,g)$であるか，$(ik_1),(k_1k_2),\ldots,(k_lj)$となる$k_1,k_2,\ldots,k_l\in S$が存在するならば，$h(S,g)$において$i$，$j$は「$S$上で連結されている（connected）」という．i，jが連結されているとき，i，jは直接的，または間接的にサブグループS内で協力関係にあることを示している．提携分割パターンを，協力グラフgによって連結されている主体の集合$S^j(g)$によるNの分割N/g（集合）として定義する．$S^j(g)$はN上で主体jと直接または間接的協力関係にある主体の集合であり，次式で与えられる．

$$S^j(g)=\{i|i \text{ and } j \text{ are connected by } g, i\in N\} \tag{6}$$

このとき，N内の提携分割パターンN/gは次式で与えられる．

$$N/g=\{S^j(g)|j\in N\} \tag{7}$$

すなわち，サブグループSは，協力グラフgに対応づけられる提携分割パターンN/g（集合）に属して初めて「提携」として位置づけられる．また，協力構造$\mathcal{G}$に対応づけられる提携分割パターンの集合を「提携構造（coalition structure）」と呼ぼう．

以上で定義した用語の関連を，図3に示した．協力グラフgは協力関係(ij)の集合であり，協力構造は協力グラフgの集合，すなわち,「協力関係(ij)の集合の集合」である．提携分割パターンN/gは，協力グラフgによって規定される「部分提携Sの集合」である．したがって，提携構造は,「提携分割パターンN/gにより規定される部分提携Sの集合の集合」である．

なお以下では，協力グラフにおけるノード（主体）を「地域」として解釈する．

2. でも述べたように，物理的ネットワークは社会的な交渉のネットワークが成り立ってはじめて実現されるものであることから，本研究では，物理的ネットワークを協力グラフに対応して定義されるものと考える．つまり，物理的ネットワークは，提携分割パターンN/gにより規定される提携S（$\in N/g$）の上に定義されるグラフ構造をとる．S上のグラフ構造を$f(S)$と定義し，これを物理的ネットワークと呼ぶ．なお，実現可能な$f(S)$の集合を$\mathcal{F}(S)$と定義する．$f(S)$におけるノード，リンクは，物理的ネットワークにおいてそれぞれ,「地域連合」,「地域間の下水輸送の関係」と解釈される．

(3) 費用関数

提携S（$\in N/g$）は，S内に含まれる全ての地域が少なくとも間接的には協力関係にあることを意味

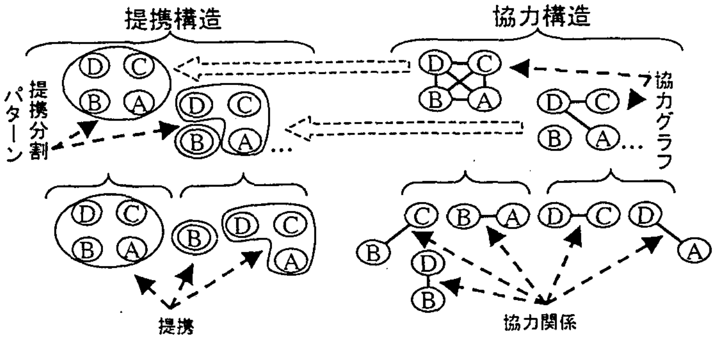


図 3: 協力グラフ g と提携分割パターン N/g

しており，この S に対応して費用 $C(S)$ が定まるものとする．その上で，S 上に実物の施設より構成される物理的ネットワーク $f(S)$ を一意的に対応づけることを考える．このような対応づけの方法は無数に存在するが，提携が個別の地域の配分費用の最小化行動の一環として形成されていることを考慮すれば，提携 S によって条件づけられる費用を最小とするネットワークを対応づけることは合理的であろう．このような協力グラフと物理的ネットワークの関係を図 4 に示す．

そこで，まず水資源の輸送量，および地理的条件は与件であるとする．このとき，提携 S に対して定まる最も効率的な物理的ネットワークの建設費用 $C(S)$ は，提携 S が建設しうる任意の物理的ネットワーク f の建設費用 $c(f,S)$ として，

$$C(S) = \min_{f\in\mathcal{F}(S)} c(f,S) \tag{8}$$

と定義される．S について最も費用効率的な物理的ネットワーク $f^E(S)$ は，次式によって与えられる．

$$f^E(S) = \arg\min_{f\in\mathcal{F}(S)} c(f,S) \tag{9}$$

したがって，$C(S)$ は，

$$C(S) = c(f^E(S), S) \tag{10}$$

となる．提携 S は「会計的に閉じた主体の集合」であることから，「提携 S 内で割り振られるべき費用」である費用関数値 $C(S)$ に提携 S により実現できる最少の費用を与えることは妥当であろう．このことは後述する費用配分ルールにおいて，「提携内会計(収支)」として条件づけられている．つまり，費用配分は，社会的なつながりをもつ主体の間で行われ，物理的なつながりをもつ主体の間で建設費用を割り振ることは，むしろその特殊なケースであると考えるのである．

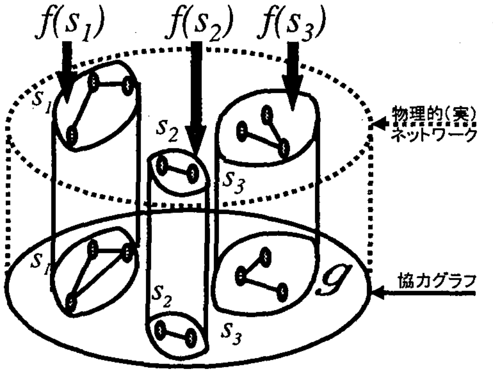


図 4: 協力グラフと物理的ネットワーク

なお，このように定義された $C(S)$ は，任意の S_1，S_2 （$S_1, S_2 \subset S, S_1 \cap S_2 = \emptyset$）に対して劣加法性の条件式 (1) を満たす．$C(N)$ についても同様であることから，費用関数は S，N について自動的に劣加法性を満たす．

また，2 つの協力グラフ g_1，g_2 において，提携分割パターン N/g_1，N/g_2 が同じであれば，実現する物理的ネットワーク（実物ネットワーク）は同じである．しかし，協力グラフ g_1，g_2 における主体間の社会的な関係は異なりうる．そのとき，これらの協力グラフの相違は費用配分の結果に反映される．

(4) 費用配分ルール

本研究では費用配分ルールとして，Myerson value を導入する．これは，協力グラフ g に対して主体（地域）i の費用配分額 $W_i(C,g)$ を対応づける費用配分ルールであり，次の 2 条件を満たす．

$$\sum_{i\in S} W_i(C,g) = C(S) \ \ (\forall S \in N/g) \tag{11}$$

$$W_i(C,g) - W_i(C,g-(ij)) =$$
$$W_j(C,g) - W_j(C,g-(ij))$$

$$(\forall (ij) \in g \in \mathcal{G}) \tag{12}$$

(11) 式は「提携内会計（収支）(component balance)」と呼ばれる配分概念である．これは，＜各 S における部分グラフ $h(S)$ 内で，事業に必要とされる費用の全額が配分されるべき＞とする立場をとる概念である．

(12) 式による配分概念は,「対等交渉力 (equal bargaining power)」と呼ばれる．ここでは，協力関係の形成・解消は当該 2 主体の合意に基づいて行われることを仮定している．すなわち，＜1 つの協力関係の形成・解消に対して，当該 2 主体の配分費用の変化額の符号が一致する＞ことを要請する．これが「協力関係の形成・解消に対する当該 2 主体の思惑が一致する」ための第 1 の要件の仮定である．協力グラフ g において，協力関係 (ij) の解消が，当該 2 主体の費用配分額を増加させるならばその協力関係を形成・維持する意思をこの 2 主体は持つ．また，協力関係の形成が当該 2 主体にとって配分費用の増加をもたらすならば，協力関係を形成する意思をこの 2 主体は持たない．言い換えれば，この協力関係を維持するインセンティブを当該 2 主体は持たない．

さらに，協力関係の形成･解消による配分費用の変化額が，当該 2 主体で「対等」であることを，Jackson *et al.*[6] は，協力グラフの下での「社会的な交渉」において主体間の能力は同じである，と解釈している．つまり，協力関係の形成･解消に際し，当該 2 主体の配分費用の減少は保証されたとしても，2 主体間で配分費用の減少の大きさをめぐってコンフリクトが生じうる．そこで協力関係の形成・解消について当該 2 主体間の思惑が一致するための第 2 の要件は，＜2 主体間で同じ額の配分費用の変化をとる＞ことを要請するもので，これによりコンフリクトが解消され，合意に至ることを仮定するものである．

なお，協力グラフが g^N のときの Myerson value における配分解は，シャプレイ値[8] に一致する．

(5) 均衡概念と配分特性

Myerson value が想定する 2 地域間の協力関係の形成･解消のプロセスは，非協力ゲームとしての均衡概念とどのように結びつくかについて検討しよう．2 地域間の協力関係の形成は，当該 2 地域の合意によってのみ行われ，解消は，当該 2 地域のうち，一方の地域の意思で自由に行うことができると考える．先行論文[4] では均衡概念の定式化は行っていなかったが，これを Jackson *et. al* は,「ペア安定性 (pairwise stability)」として，解説し，定式化している．本研究では，Dutta *et. al*[7] による「弱安定性 (weak stability)」という均衡概念とも結びつくことが示される．詳細は，[付録] に記したが，本研究で定義した自動的に劣加法性が満たされる費用関数においては，以下の特性が挙げられる．

1. ペア安定性，弱安定性ともに，必ず g^N を均衡解とする．他に均衡解が存在する複数均衡の状態が生じても，g^N 以外の他の均衡解 g^* における配分解 $W(C,g^*)$ は，g^N における費用配分解 $W(C,g^N)$ に一致し，配分解としての均衡解はただ 1 つだけ定まる[6)][7)].

2. このとき均衡概念としてペア安定性を導入することで，主体が自発的に均衡解へ至ると解釈できる．

3. また，弱安定性を導入することで，主体は自己拘束的に均衡解を維持すると解釈できる．

また，既述のように提携を「費用配分を会計的に閉じる主体の集合」としても解釈していることから，費用配分解に次のような特性を見出すことができる．

まず，均衡解は $g^* = g^N$ であることから，$N/g^* = \{N\}$ となり，全提携 N が成立する．物理的ネットワークが複数のシステムに分断されても，全提携 N $(\in N/g^N(N))$ 内でその建設費用 $C(N)$ が配分されるため，個々の物的ネットワークを構成するサブグループ S $(\in N/f^E(N))$ でその建設費用 $C(S)$ が割り振られるわけではない．すなわち，

$$\sum_{i \in S} W_i(C,g^N) = C(S) \;\; (\forall S \in N/f^E(N)) \tag{13}$$

は必ずしも満たされない．(13) 式が全ての $S \in N/f^E(N)$ で満たされているとき,「複数の物理的ネットワークに分断される共同施設整備の費用は，その物理的ネットワークの参加者内で配分される」ことになる．このような条件を,「物的ネットワーク内会計（収支)」と呼ぶのである．物的ネットワーク内会計（収支）が満たされないことは，ある物理的ネットワークの建設費用の一部が，side payment として他

の物理的ネットワークの参加者に配分されることを意味する．

以上の費用関数・配分ルール，均衡概念を再度まとめると，次の命題として与えられる．

- 社会的なネットワーク（協力グラフ）上に当該提携において費用最小となる物理的ネットワークを設定することにより，費用関数に劣加法性を保証することができる．
- その結果，配分ルールとして Myerson value を用いれば，pairwise stable，weakly stable な協力グラフが必ず存在する．
- そのときの配分解は，$W(C, g^N)$ に一致する．
- g^N において建設される物理的ネットワーク $f^E(N)$ は，N の下で最も効率的である．

4. モデル分析

(1) モデルの概要

本章では仮想的な地域を取り上げ，前章の知見を流域下水道事業の特性に即して検討を行う．流域下水道施設整備のモデルとして，図 5 のような 4 つの仮想地域を考える（$N = \{ABCD\}$）．各地域は一辺 λ [km] の正方形で面積は等しく，発生下水量をそれぞれ q_A，q_B，q_C，q_D $[10^3 \mathrm{m}^3/\mathrm{day}]$ とする．各地域内の都市化の程度は均質であるものとする．なお，各地域の発生下水量の大きさは，その地域の都市化の進展程度として解釈できる．

図中塗りつぶしで表しているのが河川であり，矢印方向に流下している．4 地域はいずれも隣り合っているが，図 6 に示すように，図中左右，上下方向に勾配（$\theta = 0.03$）が一様に分布しているものとする．各地域内に処理施設を建設する場合，処理施設は最下流端である各地域内右下側に位置することになる．この 4 地域の中で，地域 D が最も高いところに位置し，逆に地域 A が最も高度が低い．したがって，流域下水道の物理的ネットワークにおいて，最も上流側が地域 D，最も下流側に位置するのが地域 A となる．地域 B，C はその中流に位置するものとして考えることができる．なお，地域 B，C は，高度が同じであることから，この 2 地域間で自然流下型の下水の輸送関係を形成することはできない．

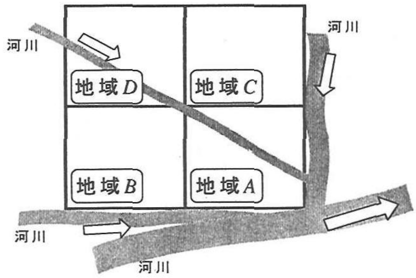


図 5: 仮想地域の立地条件

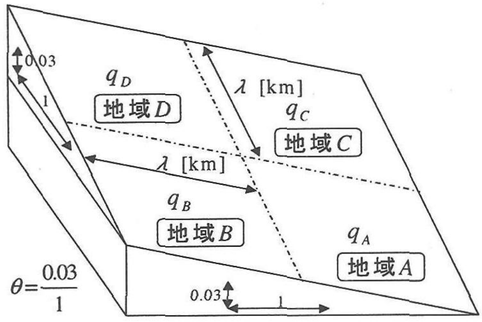


図 6: 仮想地域の地形図

4 地域はいずれも地域内に下水道を建設する意思を持ち，共同施設整備の形成の成否に関わらずその意思は変化しない．また，各地域単独での建設，あるいは複数の地域による建設に関わらず，建設する処理施設の質的な処理能力は変わらないものとする．管きょ施設については，幹線のみ建設することを考えるが，配置については，単独で建設する場合，物理的ネットワークを建設する場合のいずれでも，各地域における末端の管きょ施設（支線）の建設費用には変化はないようにする．建設費用の算定に当たっては，日本下水道協会 [10] による式を用いた．

物理的ネットワークの特性と費用配分特性のイラストレーションとして，ケース 1，2 の 2 つの例を取り上げる．それぞれの例の諸元を表 1 に示した．ケース 1 は，上流地域 D の排出下水量が最も大きく，中流地域 B の排出下水量が最も小さい例である．ケース 2 は，中流地域 B の排出下水量が最も大きく，下流地域 A からの排出下水量が最も小さい例である．それぞれのケースにおける費用関数を表 2 に示した．

表 1: モデルの諸元

	ケース 1	ケース 2
λ [km]	10	10
q_A $[10^3\mathrm{m}^3/\mathrm{day}]$	15.0	5.0
q_B $[10^3\mathrm{m}^3/\mathrm{day}]$	5.0	175.0
q_C $[10^3\mathrm{m}^3/\mathrm{day}]$	10.0	10.0
q_D $[10^3\mathrm{m}^3/\mathrm{day}]$	50.0	50.0

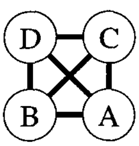
表 2: ケース 1，2 における費用関数

	ケース 1	ケース 2
$C(A)$	56.8	29.1
$C(B)$	29.1	278.8
$C(C)$	44.3	44.3
$C(D)$	122.1	122.1
$C(AB)$	81.4	308.0
$C(AC)$	94.8	72.1
$C(BC)$	73.4	323.1
$C(AD)$	170.1	151.3
$C(BD)$	151.3	362.2
$C(CD)$	163.4	163.4
$C(ABC)$	115.7	349.1
$C(ABD)$	195.1	391.4
$C(ACD)$	207.0	192.6
$C(BCD)$	192.6	406.5
$C(ABCD)$	231.8	434.3

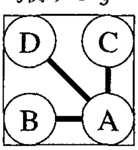
(2) 考察

図 7 に，ケース 1 における均衡する協力グラフ，物理的ネットワーク $f^E(N)$，その際の施設配置図をそれぞれ示した．このときの費用配分解を，表 3 に示した．また，図 8 には，ケース 2 における均衡する協力グラフ，物理的ネットワーク $f^E(N)$，その際の施設配置図をそれぞれ示した．このときの費用配分解を，表 4 に示した．

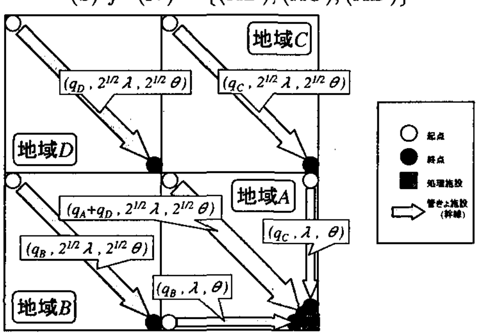
ケース 1 では，$f^E(N) = \{(AB), (AC), (AD)\}$ となり，中流地域 B，C，上流地域 D の排出下水は，



(a) 均衡する $g = g^N$



(b) $f^E(N) = \{(AB), (AC), (AD)\}$



(c) 施設配置

図 7: ケース 1 の均衡解

表 3: ケース 1 の配分解

各地域の費用配分額 [億円]

地域 A	地域 B	地域 C	地域 D
47.37	26.64	39.92	117.86

各地域の費用節約額 [億円]

地域 A	地域 B	地域 C	地域 D
9.44	2.48	4.36	4.27

それぞれ下流地域 A に直接輸送することになる．これは，中流地域 B，C の排出下水量が小さいことから，上流地域 D の排出下水を中流地域を経由せず，下流地域 A に直接輸送する方が費用が小さくなるためである．また，ケース 1 では，全提携 N において最も効率的な物理的ネットワークは分断されない．ケース 1 は，物的ネットワーク内会計（収支）が成り立つ特殊なケースである．

一方，ケース 2 では物理的ネットワーク $f^E(N) = \{(AC), (BD)\}$ は，下流地域 A と中流地域 C によるシステムと，中流地域 B と上流地域 D によるシステムの 2 つの系に分かれる．これは，下流地域 A の排出下水量が，他の地域と比べて小さく，とくに中流地域 B の排出下水量が突出しているためである．このため，4 地域での共同施設整備では，地域 B の排出下水の地域 A への輸送費用が大きくなる．また地域 A，C，D の 3 地域で共同施設整備を行い，地域 B が単独で施設整備を行うより，地域 A と C，地域 B と D によりそれぞれ共同施設整備を行う方が 4 地域全体としての総建設費用が小さくなる．これは地域 B の排出下水量が大きいことから，上流地域 D の排出下水を地域 B に輸送するための費用増加がさほど大きくはならないためである．

以上より，下流地域の排出下水量が他地域に比べ相対的に小さい場合や，中流地域の排出下水量が他地域に比べ大きい場合，4 地域すべてを物理的ネットワークで接続するような共同施設整備よりも 2 地域ごとに別系統の物理的ネットワークを形成した方が総費用（全提携による費用）が小さくなることが分かる．その際，複数の下水道システムが併存することになる．

ケース 2 は，ケース 1 とは異なり，物的ネットワーク内会計（収支）は成立しない．すなわち，全提携 N において分断された 2 つの物理的ネットワークの参加主体（それぞれ地域 A と C，地域 B と D）

の費用配分額の和と，それぞれの物理的ネットワークの建設費用との間には以下の関係がある．

$$\sum_{i\in\{AC\}} W_i(C, g^N) < C(AC) \tag{14}$$

$$\sum_{i\in\{BD\}} W_i(C, g^N) > C(BD) \tag{15}$$

以上のモデル分析により，最適な物理的ネットワーク $f^E(N)$ は地域間の人口分布及び上流・中流・下流間の地形的制約に依存することが分かる．

3. で得られた知見との関連においては次の点が具体的に確認された．

- 社会的ネットワーク（協力グラフ）は，常に g^N に均衡する．
- 物的ネットワーク内会計（収支）は必ずしも満たされない．本モデルにおいては，このことはむしろ要件とせず，全地域による社会的な提携関係（完全協力グラフ g^N）の形成に際して，複数に分断された物理的ネットワーク間での Side Payment が実施されることを許容している．それは，Side Payment を含み，全体合理性を満足する完全協力グラフ g^N は常に弱安定性の条件を満足することが保証されるからである．
- 4 地域による共同施設整備が成り立つ場合は，物的ネットワーク会計（収支）が成立する特殊なケースである．

表 4: ケース 2 の配分解

各地域の費用配分額 [億円]

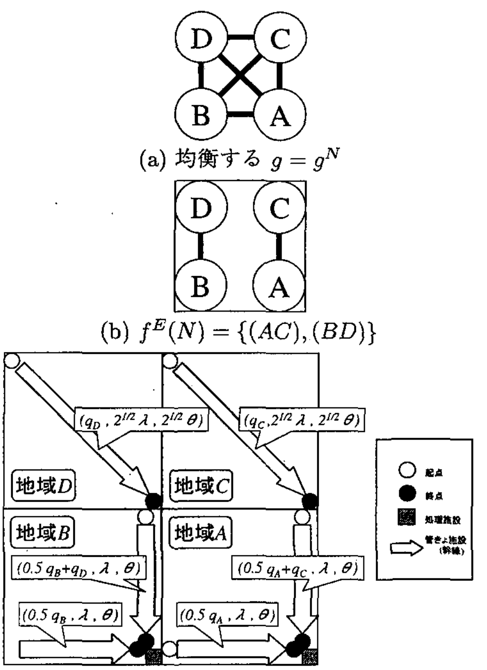
地域 A	地域 B	地域 C	地域 D
28.44	259.96	43.08	102.83

各地域の費用節約額 [億円]

地域 A	地域 B	地域 C	地域 D
0.70	18.86	1.19	19.28

5. おわりに

本研究では，分権的な社会システムにおいて,「効率性を保証する自律的な意思決定システム」が必要であることに着目した．そこで，流域下水道を対象とし，効率的なネットワーク施設整備のための費用配分ルールの提案を行った．その際，効率性を保証するためには,社会的なネットワークの発展プロセスと，物理的なネットワークの施設整備の発展プロセスを明示的に区別して取り扱うアプローチが有効であることを提示した．さらに，地域が自律的にこれらのネットワークを発展させるプロセスが,ゲーム理論により記述できることを示した．



(c) 施設配置

図 8: ケース 2 の均衡解

本研究で取り上げたモデルは完備情報下のゲームである．つまりすべての地域が実現可能な物理的ネットワークの費用に関するすべての情報を得ている．各地域がこれらの情報を部分的にしか有していない場合，提携形成時の情報共有のあり方が提携形成に影響を与えるであろう．提携内において情報が共有され，最適な物理的ネットワークが建設されるのであれば，不完備情報下であっても本研究と同様の結果が得られると予想される．一方，提携内部において地域間で情報が共有されない場合は，提携として最適な物理的ネットワークが実現しない可能性があり,提携構造の安定性に影響すると考えられる．

また，流域下水道事業の提携構造は，事業に参加しない地域に対しても上水道の水質等の面で影響を与えると考えられる．このような提携構造の変化に伴う外部性（例えば処理施設の配置による河川水質への影響の差異など）を費用配分（あるいは便益配分）に明示的に組み込むことも必要となろう．

これらの点については今後の課題としたい．

[付録] 非協力ゲームを用いた均衡概念

Dutta *et al.* [7] は，協力グラフは各主体の協力関係への意思の結果として表現できるとして，協力グラフを次のように再定義している．

主体 i 自らが，他の全ての主体と接続 (linked) の意思を持つとき，これを $t_i^{g^N}$ と表し，$t_i^{g^N} = N - \{i\}$ と定義する．主体 i が接続意思をもつ主体の集合 t_i は，$t_i^{g^N}$ の部分集合として与えられる．すなわち，$t_i \subseteq t_i^{g^N}$ と定義される．また，実現可能な t_i の集合を T_i とし，$T_i = \{t_i | t_i \subseteq t_i^{g^N}\}$ と定義する．したがって，$t_i \in T_i$ となる．さらに，全ての主体についての t_i の集合を T として，次式のように定義する．

$$T = \{t_i | i \in N\} \tag{16}$$

このとき，全ての主体において $t_i = t_i^{g^N}$ であるものを，とくに t^{g^N} と表すことにする．実現可能な T の集合を $\mathcal{T}$ とし，(17) 式のように定義する．

$$\mathcal{T} = \{T_i | i \in N\} \tag{17}$$

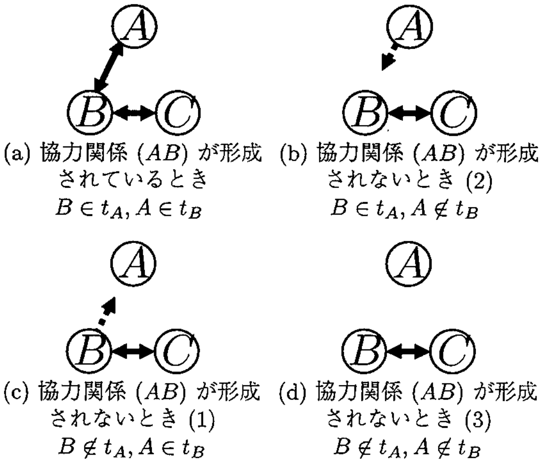
したがって，$T \in \mathcal{T}$ が得られる．

このような　T　を「協力関係指向パターン (cooperative orientation)」と呼ぼう．協力関係は，当該 2 主体双方に協力関係指向があることで形成されることから，協力グラフは T として間接的に表現される．すなわち，協力グラフ g は T の関数 $g(T)$ として，(18) 式のように示される．

$$g(T) = \{(ij) | j \in t_i, i \in t_j, t_i, t_j \in T, i, j \in N\} \tag{18}$$

したがって，ある 2 主体間に協力関係が存在しない協力グラフにおいて，(i) 一方はその協力関係指向を持つもののもう一方の主体が持たないために協力関係が成立しない場合，(ii) 双方の主体が協力関係指向を持たないために協力関係が存在しない場合のいずれかがある．これは T によって明示的に表現される．たとえば，主体 A, B 間に協力関係が存在するのは，$B \in t_A$ かつ $A \in t_B$ のいずれもが満たされるときである．$B \in t_A$，$A \in t_B$ のいずれかのみが満たされる場合，$B \notin t_A$ かつ $A \notin t_B$ の場合の 3 つの場合では，協力関係 (AB) は形成されない．

図 9 は，このような T と g の関係を表したものである．図中両端に矢印がある実線は，当該協力関係の両端の主体が協力関係指向を持つことで，協力関係が形成されている状態を表す．矢印付き破線は，矢先に位置する主体への協力関係指向を矢尻側の主体が持つことを示している．したがって，協力関係



(a) 協力関係 (AB) が形成されているとき $B \in t_A, A \in t_B$
(b) 協力関係 (AB) が形成されないとき (2) $B \in t_A, A \notin t_B$
(c) 協力関係 (AB) が形成されないとき (1) $B \notin t_A, A \in t_B$
(d) 協力関係 (AB) が形成されないとき (3) $B \notin t_A, A \notin t_B$

図 9: 協力関係指向パターンと g

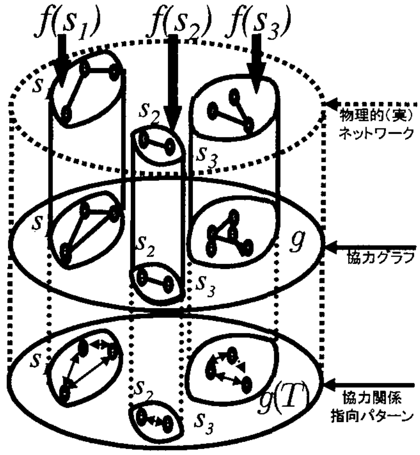


図 10: 協力関係指向パターン，協力グラフと物理的ネットワーク

指向パターン，協力グラフと物理的ネットワークの関係は，図 10 のようになる．

なお，T^S，T^{-j}，T^{-jk}，T^{-S} を以下のように定義しておく．

$$T^S = \{t_i | t_i \in T, i \in S\} \tag{19}$$

$$T^{-j} = \{t_i | t_i \in T, i \in N - j\} \tag{20}$$

$$T^{-jk} = \{t_i | t_i \in T, i \in N - j - k\} \tag{21}$$

$$T^{-S} = \{t_i | t_i \in T, i \in N - S\} \tag{22}$$

すなわち，T^S は T のうち，S についての t_i の集合，T^{-j} は T のうち，$N - j$ についての t_i の集合，T^{-j}，T^{-S} は T のうちそれぞれ $N - j - k$，$N - S$ についての t_i の集合である．

筆者らによる先行研究 [4] では，均衡概念の定義について定式化は行っていなかったが，これを Jackson *et. al* は，「ペア安定性 (pairwise stability)」と

して，以下のように定式化している．

pairwise stability

g^* が pairwise stable ならば，

(i) $\forall(ij) \in g$,

$$W_i(C,g) \leq W_i(C,g-(ij)) \text{ かつ}$$
$$W_j(C,g) \leq W_j(C,g-(ij)) \tag{23}$$

かつ

(ii) $\forall(ij) \notin g$,

$$W_i(C,g) > W_i(C,g+(ij)) \text{ ならば}$$
$$W_j(C,g) < W_j(C,g+(ij)) \tag{24}$$

これを T を用いて表すと，以下のようになる．

pairwise stability（T）

$T^* = \{t_i^* | i \in N\}$ が pairwise stable ならば，以下の条件を満たす．

(i) $\forall i,j \in N, j \in t_i^*, i \in t_j^*, t_i = t_i^* - j, t_j = t_j^* - i$,

$$W_i(C, g(T^*)) \leq W_i(C, g(t_i, t_j^*, T^{*-ij})) \text{ かつ}$$
$$W_j(C, g(T^*)) \leq W_j(C, g(t_i^*, t_j, T^{*-ij})) \tag{25}$$

かつ

(ii)a $\forall i,j \in N, j \notin t_i^*, i \notin t_j^*, t_i = t_i^* + j, t_j = t_j^* + i$,

$$W_i(C, g(T^*)) > W_i(C, g(t_i, t_j, T^{*-ij})) \text{ ならば}$$
$$W_j(C, g(T^*)) < W_j(C, g(t_i, t_j, T^{*-ij})) \tag{26}$$

かつ

(ii)b $\forall i,j \in N, j \notin t_i^*, i \in t_j^*, t_i = t_i^* + j$,

$$W_i(C, g(T^*)) < W_i(C, g(t_i, t_j^*, T^{*-ij})) \tag{27}$$

pairwise stability では，均衡解 T^* から 1 つの協力関係の変化に対する安定性のみしか考慮されていない．その結果，本研究で定義したルールにおいて，pairwise stability は，g^N（$= g(T^{g^N})$）を必ず均衡解とし，複数均衡になるときも，g^* に対する配分解は $W(C, g^N)$ に一致する [6]．

また，費用関数が劣加法的である場合，(28) 式が常に満たされる．

$$W_i(C,g) - W_i(C,g-(ij)) =$$
$$W_j(C,g) - W_j(C,g-(ij)) \leq 0$$
$$(\forall(ij) \in g \in \mathcal{G}) \tag{28}$$

すなわち，協力関係の形成は，当該 2 地域にとって配分費用増とはならないことが保証される．さらに，本研究で定義した費用関数・配分ルールの下では，pairwise stable となる協力グラフ g^* は，協力関係の維持により当該 2 地域にとって自らの配分費用の軽減が保証される．したがって，このような協力関係は自発的に形成されていく．g では，協力関係 (ij)（$\in g^*$）について，以下の式が満たされる．

$$W_i(C,g) \leq W_i(C,g-(ij)) \ (\forall(ij) \in g \in \mathcal{G})$$
$$W_j(C,g) \leq W_j(C,g-(ij)) \ (\forall(ij) \in g \in \mathcal{G}) \tag{29}$$

協力グラフがどのような状態にあっても，任意の 2 地域 i，j にとって協力関係が存在することが双方の地域にとって配分費用の減少となる．したがって，このような g^* は，自発的に形成されると解釈することができる．

次に，「弱安定性（weak stability）」について検討する．weak stability は，Bernheim *et. al* [9] による coalition-proof Nash equilibria を協力グラフに援用したものであり [7]，以下のような定義をとる．

weak stability

はじめに $|S| = 1$ なる $S \subset N$ について考える．$T^* = \{t_i^* | i \in N\}$ が以下の式を満たすとき，この T^* は S における CPNE である．

$$W_i(C, g(t_i^*, T^{*-i})) \leq W_i(C, g(t_i, T^{*-i}))$$
$$(\forall t_i \in \mathcal{T}_i, \forall i \in S) \tag{30}$$

次に，$|S| < k$ である全ての S について，CPNE が定まっているとして，$|S| = k$（$k = 2, \ldots, n-1$）なる $S \subset N$ について考える．$T^* = \{t_i^* | i \in N\}$ が以下の条件を満たすとき，この T^* は S における CPNE である．

(i) 全ての $R \subset S$ について，T^* が CPNE　(31)

かつ

(ii) 全ての $R \subset S$ について CPNE であり，かつ以下の条件を満たす $T = (T^S, T^{*-S})$（$T^S \in \mathcal{T}^S$）は存在しない．

$$W_i(C, g(T^S, T^{*-S})) < W_i(C, g(T^{*S}, T^{*-S}))$$
$$(\forall i \in N) \tag{32}$$

以上より，$k = 2, \ldots, n-1$ である全ての S について，CPNE が定まっているとする．このとき，N について $T^* = \{t_i^* | i \in N\}$ が以下の式を満たすとき，この T^* は N における CPNE であり，weakly stable となる．

(i) 全ての $S \subset N$ について，T^* が CPNE　(33)

かつ

(ii) 全ての $R \subset N$ についてCPNEであり，以下の条件を満たす $T(\in \mathcal{T})$ は存在しない．

$$W_i(C, g(T^S)) < W_i(C, g(T^*)) \ (\forall i \in N) \quad (34)$$

weakly stable な協力関係指向パターン T^* は，他の $N-i$ にとっての T^{-i} が T^{*-i} で固定されているとしたとき，主体 i にとって最も費用節約となる協力関係指向 t_i^* が得られる．全ての主体 i ($i \in N$) について，t_i ($\in T^*$) がこのような関係にあることが，weak stability の第1の条件である．さらに，$|S| \geq 2$ なる S について，T^{-S} が均衡解 T^{*-S} に固定されているとしても，S に属する主体 i にとっての費用節約行動である t_i^* は，T^{*-i} で固定されているとしたときの費用節約も同時に満たされなければならない．この意味において，主体 i は自己拘束的に (self-enforcingly) に t_i^* を形成すると解釈できる．

weak stability も，pairwise stability と同様に，g^N $(= g(T^{g^N}))$ を必ず均衡解とする．また均衡解が複数となるときも，g^* に対する配分解は $W(C, g^N)$ に一致する [7]．

[参考文献]

1) 岡田 憲夫：水資源開発事業の費用割り振り法に関する基礎的考察, 土木計画学研究・論文集, No.10, pp.199-206, 1992.
2) 佐々木 才朗：多目的ダムのコストアロケーションに関する研究, 東京大学博士論文, 1992.
3) 高野 浩一：ネットワーク型水資源施設整備の自発的形成のための費用配分ルールに関するゲーム理論的研究—流域下水道整備事業を対象として, 京都大学修士論文, 1998.
4) 榊原 弘之, 高野 浩一, 岡田 憲夫：ネットワーク型水資源開発共同事業の費用配分法に関するゲーム理論的考察, 土木計画学研究・論文集, No.14, pp.409-419, 1997.
5) Myerson,R.B. : Graphs and Cooperation in Games, Mathematics of Operations Research, Vol.2, No.3, pp.225-229, 1977.
6) Jackson,M.O. and Wolinsky,A. : A Strategic Model of Social and Economic Networks, J. Economic Theory **71**, pp.44-74, 1996.
7) Dutta,B. and Mutuswani,S. : Stable Networks, J. Economic Theory **76**, pp.322-344, 1997.
8) Shapley,L.S. : Cores of Convex Games, Int. J. Game Theory, Vol.1, pp.11-26, 1971.
9) Bernheim,B.D., Peleg,B. and Whinston,M.D. : Coalition-Proof Nash Equilibria I. Concepts, J. Economic Theory **42**, pp.1-12, 1987.
10) 日本下水道協会 編：流域下水道整備総合計画調査 指針と解説, 1997.

流域下水道整備事業の費用配分方法に関するゲーム論的考察

高野 浩一，榊原 弘之，岡田 憲夫，多々納 裕一

流域下水道整備事業は，水域環境の維持を目的とし，単一の都市・地域によるのではなく，複数の主体の参加により地域全体で相互連繋しながら整備を行う共同事業である．一方，近年の水域環境に対する「質」・「量」両面における安定性への強い社会的要請から，これらの事業の計画に当たっては，集中・分散機能のバランスが重視されてきている．この問題は，実はシステムの費用効率性のみを考慮する場合にも存在する．地域が主体的に共同化を行う状況では，効率的な流域下水道のネットワークが自律的に形成されることが要請される．本研究では，このような費用配分ルールについてゲーム理論を援用して検討を行う．

A Game Theoretic Approach to Cost Allocation Methods for the Development of a Basinwide Sewage System

By Koichi TAKANO, Hiroyuki SAKAKIBARA, Norio OKADA and Hirokazu TATANO

With a focus on basinwide sewage systems, this paper proposes a cost allocation scheme which guarantees an equilibrium reached by participating municipalities (players) who are both self-enforced and self-organized to form appropriate coalitions. Two critical properties of such systems are discussed, i.e., structures of both physical and societal networks. Physical networks include pipelines combined with treatment facilities built in municipalities. Societal networks (graphs) mean cooperative linkages among participating municipalities. It is pointed out that a reasonable cost allocation scheme, should properly reflect the manner in which participants attain an equilibrium in the dynamic evolution process of the two networks.