【土木計画学研究・論文集 No. 14 1997年9月】

鉄道通勤交通における出発時刻分布に関する研究[1]

DEPARTURE TIME DISTRIBUTION OF RAILWAY COMMUTING

小林潔司[2]・奥村誠[3]・永野光三[4]
Kiyoshi KOBAYASHI, Makoto OKUMUA and Mitsuzo NAGANO

1. はじめに

大都市圏域では、マイカー通勤が非常に困難であり、鉄道システムが通勤輸送サービスの主たる供給手段となっている。他に代替的通勤手段がない多くの主体にとって、通勤鉄道輸送が唯一の利用可能な手段となっている。通勤トリップは義務的な色彩を強く帯びており、通勤鉄道需要は非常に価格非弾力的であると考えることができる。鉄道各社はこのような環境の中で、通勤輸送サービスを沿線住民に地域独占的に供給している。

近年の鉄道各社による輸送力増強に伴い、通勤鉄道のラッシュ時の混雑度は幾分軽減化されてきたとはいえ、依然として混雑度は満足のいく水準ではない。施設整備による輸送力増強に限界があるところから、近年ではたとえば時差出勤、ピーク料金制度等の各種のソフトな施策を通じて通勤需要の発生時刻を平滑化することにより混雑度を緩和しようとする交通需要管理施策 (Transport Demand Management: TDM) が着目されている。

近年、需要管理政策の実験的な実施がなされ、混雑度の軽減効果を評価しようという研究も行なわれるようになった。しかし、政策の効果や実現の可能性を、以前から提案されている施策、例えば鉄道の運行スケジュールの改善などのいわゆる交通システム管理政策 (Transport System Management: TSM) との比較の上で分析することは行われていない。比較分析に当たっては、混雑度が家計の出発時刻選択行動に加えて、鉄道企業の時刻別輸送量の決定行動の影響を受けていることを明示的に考慮する必要があると考える。

本研究は鉄道通勤交通の需給メカニズムに関する部分均衡論的な分析枠組みを提供することを目的とする。その際、家計の出発時刻の選択行動と鉄道企業の時刻別輸送サービスの供給行動の相互作用をモデル化する。ついで、両者の自由な行動の結果実現する出発時刻の分布と社会的厚生水準を求める。さらに、TSM・TDM 施策による出発時刻分布の変化を求め、社会的厚生水準の増分を用いて政策の効果を評価する方法を提案する。

以下、**2.** では本研究の基本的な分析枠組みを説明する。**3.** では均衡モデルを定式化し、**4.** では社会的厚生を最大化する規範的モデルの定式化を行なう。**5.** では鉄道輸送力に限界がある場合の交通需要管理効果について考察する。**6.** では数値計算事例を説明する。

2. 本研究の位置づけ

(1) 従来の研究の概要

ハードな交通施設整備による交通問題の解決が費用と期間の面から困難であるという認識に立ち、1960年代後半から時差出勤をはじめとする通勤交通の出発時刻の分布が研究の対象とされるようになった。

初期の研究では、ピーク期間の分布を待ち行列を用いて分析するものが提案され[1)]、複数のリンクを持つ道路網への適用も進んだ[2)]。出発時刻の選択においては、旅行時間とスケジュール遅れ（到着希望時刻と実際の到着時刻の差）の間にトレードオフが存在する[3)]。当初、これらの影響を確定的に捉えたモデルが開発され[4)5)6)]、均衡解の存在性や一意性

---

[1] *KeyWords;* 財源・制度論, 公共交通運用, 交通管理, *TDM*

[2] 正会員　工博　京都大学教授　大学院工学研究科 (〒606-01 京都市左京区吉田本町 tel&fax:075-753-5071)
[3] 正会員　工博　広島大学助教授　工学部建設系 (〒739 東広島市鏡山 1-4-1 tel&fax:0824-24-7827)
[4] フェロー会員　中央復建コンサルタンツ (〒532 大阪市淀川区西宮原1丁目 8-29-35 tel:06-393-1135 fax:-1145)

の検討が進められたが、1980年代のロジットモデルの発展は、確率論的なモデルや経路選択との同時決定モデルの開発を促した。これらの多くは時間を離散的ないくつかの時間帯に分けて考えているが、連続時間上の最適性条件を最大制御理論を用いて求めるモデルも開発されている[7]。

これらの研究はいずれも隘路区間を有する単一もしくは複数の道路リンクを対象として出発時刻分布を理論的に解析したものであり、そこでは固定的なパフォーマンス関数を想定していた。しかし、鉄道輸送システムの場合、各出発時刻別の輸送力は一定ではなく、鉄道企業の最適化行動を通じて供給されるという特徴があり、これらの研究をそのまま適用することには無理がある。

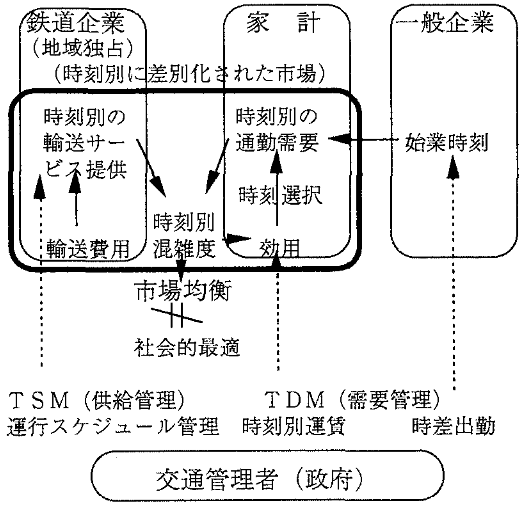
一方、通勤鉄道の時間帯別需要に関する研究も80年代の後半からなされつつある。利用者が直面する混雑度と所要時間、および乗り換え回数の間のトレードオフを考慮して利用者の便益を評価するために効用最大化モデルを用い、さらに各種のダイヤパターンのもたらす便益を利用者効用によって評価する試みがなされ[8)9)]、実用的な分析を行なうためのシステムの提案もなされている[10)]。しかしながらこれらの研究においても鉄道事業者の費用構造が取り扱われていない。

後述するように、通勤輸送サービス市場は時間的に差別化された市場を形成している。家計は出発時刻を選択することにより、どの市場で通勤サービスを購入するかを決定する。新都市経済学の分野においては空間的に差別化された市場を最大制御理論を用いて分析する方法が提案されており[11)]、本研究で扱う時間的に差別化された市場の分析に応用することが可能である。

(2)　鉄道通勤輸送問題の構造

鉄道による通勤輸送問題に関わる主体として、1）鉄道企業、2）家計、3）一般企業、4）交通管理者（政府）があげられる。その間の相互作用は図-1のように整理できる。本研究ではこのうち鉄道企業、家計の間の需給均衡と、それを補正する交通管理者の役割に着目する。

通勤輸送サービス市場では、異なった時刻における通勤需要に対して、通勤輸送サービスが提供される。各時刻における通勤需要と輸送サービスの関係により、通勤列車の混雑度が決定される。家計は出発時刻を選択することにより、どの市場でサービスを購入するかを決定する。このように通勤サービス市場は時間的に差別化された市場を形成している。鉄道企業は地域的に供給を独占しており、差別化されたすべての市場をコントロールしている。



図－1　鉄道通勤輸送問題の構造

都市内で数多くの家計が通勤鉄道を利用する。家計は一般企業が指定した始業時刻を念頭におき、鉄道企業が提供する輸送力に対して各自の効用を最大にするように出発時刻を選択する。一方、鉄道企業は家計の出発時刻選択行動を考慮に入れながら利潤を最大にするように輸送力を決定する。鉄道企業が決定する時刻別の輸送力はその時々の通勤列車の混雑度に影響を及ぼし、さらに家計の出発時刻にフィードバックの影響を及ぼす。

家計は自らの行動が通勤列車の混雑という外部不経済を発生させることを考慮せずに出発時刻を選択するため、家計と鉄道企業の自由な選択行動の結果として実現する市場均衡は社会全体にとって望ましいとは限らない。交通管理者（政府）の役割は交通施設整備などの物理的手段、あるいは金銭的、制度的な政策を通じて市場均衡の状態を社会的に望ましい方向に誘導することにある。

近年、交通施設整備が時間的・費用的に限界に

達してきたという認識から、このような金銭的、制度的な政策の必要性が指摘されている。一般的には、施設整備を伴わないソフトな施策により、交通需要パターンに影響を与えようとするものを一括して交通需要管理政策 (TDM) と呼んでいることが多いようである。

しかし政策の実行可能性や効果の評価を行なう上では、政府が最初にどの主体に影響を与えるかによって政策を再整理することが重要である。一般に需要管理と呼ばれている施策の中でも、時間帯ごとの運行頻度などをコントロールする政策は供給者である鉄道企業に働きかけるシステム管理 (TSM) 施策であり、時間帯別運賃は需要者に直接働きかけるという意味で、狭義の交通需要管理 (TDM) に相当する。さらに、一般企業の始業時刻の分散は交通システムの外側に働きかける点で上の2つとは性格が大きく異なる。つまり交通サービス市場の効率性のみで評価することはできず、交通システムの外部への影響とのトレードオフを考慮する必要がある。

本研究では、交通サービス市場の内部で評価が可能である TSM 施策、狭義の TDM 施策を取り上げ、通勤交通サービス市場に及ぼす影響を分析する。ここでは社会的厚生水準を用いて、これらの施策が理想的に導入された時の市場の効率化を計測し、施策の効果の理論的上限を考察したいと考える。

3. 市場均衡の定式化

(1) モデル化の前提

本研究では、大都市圏においてベッドタウンと都心を連結している1本の通勤鉄道を想定する。都心には勤務先である一般企業が集中していると考える。自家用車による通勤は考えない。通勤需要は固定されており、2地点の間で N(人) の個人が毎日通勤を繰り返していると考える。通勤鉄道はある鉄道企業1社のみで運行されており、通勤輸送サービスはこの企業により地域独占的に供給されている。鉄道企業は運賃規制のほか、以下のようなサービス規制を受けていると考える。すなわち鉄道企業は通勤輸送サービスに対する需要がある時間帯にはサービスの供給を義務づけられ、旅客の積み残しは許されていないと仮定する。鉄道企業は以上のようなサービス規制を順守する範囲で、各時刻別の輸送力を自由に決定できると考える。

一般企業の始業時刻 Sは先験的に決定されていると仮定する。また、遅刻は許されておらず、すべての個人は時刻 Sまでに勤務先に到着しなければならないと仮定する。すなわち、通勤時間が出発時刻に関わらずω(分) であるとすれば、各個人は遅くとも時刻 $S-\omega$までには自宅を出発しなければならない。通勤時間には不確実性がないと考える。

(2) 家計行動の定式化

いま、時刻 $S-\omega$を原点 ($t=0$) と考え実時間と逆向きに進む座標軸を導入する。すなわち、t が大きくなればより早い時刻を表す。時点 t に出発する個人の効用関数を次式のように定義する。

$$U(s(t)) - ct \tag{1}$$

ここに、$U(\cdot)$ は金銭表示された部分効用関数であり、

$$\frac{\partial U(s(t))}{\partial s(t)} < 0, \quad \frac{\partial^2 U(s(t))}{\partial s(t)^2} \leq 0 \tag{2}$$

を仮定し、$U(0)=0$ と規格化されている。$s(t)$ は時点 t に出発した時の列車の混雑度であり、物理的な限界から$\bar{s}$を越えない正数である。c(円/分) は出発時刻が早いことによるスケジュール費用である。

時点 t に通勤を開始する個人の数を単位時間当たりの人数を用いて $n(t)$(人/分) と表す。また時点 t に出発する個人に提供される輸送力を$\alpha(t)$ (人/分) と定義する。実際の列車運行計画を立案する際には輸送サービスを離散的に取り扱う必要があるが、本研究では通勤時間帯の市場の構造分析に焦点を絞る。議論を単純化するため、高密度で運行されている路線を想定し、輸送力を時間軸上の連続関数で近似する。

さらに、状態変数として時点 t までの累積通勤者数 $M(t)$ (人) を導入すれば、次式が成立する。

$$\dot{M}(t) = n(t) = s(t)\alpha(t) \tag{3}$$

ただし、$\dot{M}(t) = dM(t)/dt$ である。

いま、個人の出発時刻が $[0,T]$ の間に分布すると考えよう。ここに、Tは最も早く出発する個人の出発時刻であり、その値は後に定義する均衡状態において内生的に決定される。各時点に出発する個人の時間を通じた総和は Nに一致しなければならない。

したがって、次式が成立する。

$$M(0)=0 \tag{4a}$$

$$M(T)=N \tag{4b}$$

各個人は各自の効用を最大にするような出発時刻を選択する。均衡状態では、どの時刻に出発してももはや効用を大きくすることができないような状態に到達する。すなわち、均衡条件は次式で定義できる。

$$\begin{aligned} &U(s(t))-ct=U_0 \quad n(t)>0, \qquad t\in[0,T] \\ &U(s(t))-ct\le U_0 \quad n(t)=0, \qquad t\notin[0,T] \end{aligned} \tag{5}$$

この時、時刻 $[0,T]$ の区間で次式が成立する必要がある。

$$\frac{dU(s(t))}{dt}-c=0 \tag{6}$$

この式を展開することより、次の微分方程式を得る。

$$\dot{s}(t)=\Omega(s(t)) \tag{7}$$

ここで、$\dot{s}(t) = ds(t)/dt$ であり、$\Omega(s(t)) = c/\{dU(s(t))/ds(t)\}$ である。家計が最終的に獲得する均衡効用水準 U_0は、最早出発時刻 $t=T$における効用水準に一致する。鉄道企業は通勤需要が存在する限り輸送サービスの提供を義務づけられていることより次式が成立する。

$$\begin{aligned} &\alpha(t)>0, \quad t\in[0,T] \\ &\lim_{t\to T} s(t)=0 \end{aligned} \tag{8}$$

さらに、積み残しを認めないことにより、

$$0<s(t)\le\bar{s}, \quad t\in[0,T] \tag{9}$$

ここに、$\bar{s}$は混雑率の上限である。これらより、

$$U_0=-cT \tag{10}$$

したがって、時刻 $t=0$ における混雑度は

$$s(0)=U^{-1}(-cT)\le\bar{s} \tag{11}$$

となる。

(3) 鉄道企業の行動と市場均衡

鉄道企業は運賃規制を受けており、乗車時刻に関わらず一定の運賃が設定されていると仮定しよう。通勤客数が一定であることより、運賃収入は一定となるから、鉄道企業の行動は総費用最小化問題として定式化できる。さらに、鉄道企業の費用関数を

$$z=\int_0^T \zeta(\alpha(t))dt \tag{12}$$

と表す。ここに、$\zeta(\alpha(t))$(円／分) は時点 t に出発する輸送サービスの単位時間当たりの供給費用であり輸送力$\alpha(t)$ の関数である。ここに、費用関数は逓増性を有し、

$$\frac{\partial\zeta(\alpha(t))}{\partial\alpha(t)}>0, \quad \frac{\partial^2\zeta(\alpha(t))}{\partial\alpha(t)^2}>0 \tag{13}$$

を満足すると仮定する。輸送能力には限界があり次式が成立する。

$$0\le\alpha(t)\le\bar{\alpha} \tag{14}$$

鉄道企業の行動は制約式 (14) の下で、総費用を最小にするような時刻別の輸送力$\alpha(t)$ を決定する問題として定式化される。

この時、家計と鉄道企業の最適化行動によって実現する出発時刻別の輸送サービスの需給均衡は以下の最適化問題の解として表現できる。

$$\max_{\alpha(t)}\{-\int_0^T \zeta(\alpha(t))dt\} \tag{15a}$$

$$\text{subject to} \quad \dot{s}(t)=\Omega(s(t)) \tag{15b}$$

$$\dot{M}(t)=s(t)\alpha(t) \tag{15c}$$

$$s(0)=U^{-1}(-cT) \tag{15d}$$

$$M(0)=0, \tag{15e}$$

$$\lim_{t\to T} s(t)=0, \tag{15f}$$

$$M(T)=N, \tag{15g}$$

$$0<s(t)\le\bar{s} \tag{15h}$$

$$0\le\alpha(t)\le\bar{\alpha} \tag{15i}$$

式 (15d),(15e) は初期条件、式 (15f)(15g) は終端条件である。以上の問題は$\alpha(t)$ を操作変数、$s(t), M(t)$ を状態変数とする可変時間の最適制御問題となっている。

(4) 最適性の条件

出発時刻に関する均衡解は最適制御問題 (15a)-(15i) の最適解として与えられる。本節ではまず、鉄道企業の輸送能力に余裕が存在する ($\alpha^*(t)<\bar{\alpha}$が成立する) 場合を想定し議論をすすめる。輸送能力に限界のある場合は **5.** で議論する。またサービス規制を表す式 (15f) もひとまず無視するが、最適解を導出する過程で自動的に満足されることが示される。この問題の最適性の条件を導出するためにハミルトニアンを定義する。

$$H_1(t)=\lambda_1(t)\Omega(s(t))+\lambda_2(t)\alpha(t)s(t)-\zeta(\alpha(t))$$

(16)

ここで、$\lambda_1(t), \lambda_2(t)$ はそれぞれ制約条件 (15b),(15c) の随伴変数である。この時、ポントリャーギンの最大値原理より以下のような最適性の条件を得る[12)]。

$$\frac{d\lambda_1(t)}{dt} = -\frac{\partial H_1(t)}{\partial s(t)}$$
$$= -\lambda_1(t)\frac{\partial\Omega(s(t))}{\partial s(t)} - \lambda_2(t)\alpha(t) \quad (17a)$$

$$\frac{d\lambda_2(t)}{dt} = -\frac{\partial H_1(t)}{\partial M(t)} = 0 \quad (17b)$$

$$\frac{\partial H_1(t)}{\partial \alpha(t)} = 0 \quad (17c)$$

$$\lambda_2(T) = \mu \quad (17d)$$

$$H_1(T) = 0 \quad (17e)$$

及び、式 (15b)-(15e) である。μは終端条件 (15g) に対応する未定定数である。条件 (17e) は未知変数である終端 Tに関する条件である。本ケースの場合ハミルトニアン (16) が時刻 t が陽的に含んでいないためにハミルトニアンは最適軌道に沿って一定となる。つまり、$t \in [0, T]$ に対して恒等的に

$$H_1(t) = 0 \quad (18)$$

が成立する。式 (17b) と (17d) より任意の $t \in [0.T]$ に対して

$$\lambda_2(t) = \mu \quad (19)$$

が成立する。条件 (17c) より、次式を得る。

$$\frac{\partial H_1(t)}{\partial \alpha(t)} = \mu s(t) - \frac{\partial\zeta(\alpha(t))}{\partial\alpha(t)} = 0 \quad (20)$$

この条件は、市場均衡において輸送需要の潜在価格μで評価された限界収入が、輸送の限界費用に等しくなることを表している。

(5) 均衡解の特性

効用関数、費用関数として次のような弾力値一定の関数型を想定する。

$$U(s(t)) = -s(t)^\eta \quad (21)$$

$$\zeta(\alpha(t)) = \zeta_0\alpha(t)^\xi \quad (22)$$

ここで、η, ξはそれぞれ効用関数の弾力値、費用関数の弾力値であり、以下の議論ではそれぞれ定数であると仮定する。またζ_0は正の定数である。条件 (2),(13) から均衡解は一意となるが、そのために弾力値η, ξは、それぞれ$-1 > -\eta$, $\xi > 1$ を満足しなければならない。また$\theta = \xi - 1\ (> 0)$ とおく。

効用関数、費用関数の弾力性の一定性は厳しい仮定であるが、多くの実証分析で用いられてきた Cobb=Douglas 型効用関数、費用関数はこの条件を満足しており、それほど特殊な仮定ではない。この仮定を用いれば、均衡解を解析的に求めることができる。まず、条件 (20) に対して次式を得る。

$$s(t) = \frac{\zeta(\alpha(t))\cdot\xi}{\alpha(t)\mu} = \frac{\theta+1}{\mu}\zeta_0\alpha(t)^\theta \quad (23)$$

一方、上式を考慮すれば、ハミルトニアンの保存性の条件 (18) を次式のように書き換えることができる。

$$\lambda_1(t)\Omega(s(t)) + \theta\zeta(\alpha(t)) = 0 \quad (24)$$

式 (15b) に着目しながら、式 (24) の両辺を t で全微分すれば次式を得る。

$$\frac{d\lambda_1(t)}{dt} = -\frac{\theta}{\Omega}\frac{\partial\zeta}{\partial\alpha}\frac{d\alpha}{dt} + \frac{\theta\zeta}{\Omega}\frac{\partial\Omega}{\partial s} \quad (25)$$

一方、条件 (17a) より次式を得る。

$$\frac{d\lambda_1(t)}{dt} = \frac{\theta\zeta}{\Omega}\frac{\partial\Omega}{\partial s} - \mu\alpha(t) \quad (26)$$

式 (25) と式 (26) の右辺は等しくなければならない。このことと、仮定 (21),(22) と条件 (20) より次式を得る。

$$\frac{d\alpha(t)}{dt} = \frac{c\alpha(t)}{\eta\theta U(s(t))} = \frac{\alpha(t)}{\eta\theta(t-T)} \quad (27)$$

境界条件$\alpha(T) = 0$ の下で微分方程式を解くことにより、出発時刻別輸送力は

$$\alpha(t) = \alpha_0(T-t)^{\frac{1}{\eta\theta}} \quad (28)$$

と表され、効用関数と費用関数の弾力値$-\eta, \xi = \theta + 1$ によって規定されることがわかる。式 (23)(28) より、出発時刻別の混雑率は、

$$s(t) = \frac{\theta+1}{\mu}\zeta_0\alpha_0^\theta(T-t)^{\frac{1}{\eta}} \quad (29)$$

となる。未定定数α_0は微分方程式 (15c) を境界条件 (15g) の下で積分することにより求まる。境界条件 (15d) と均衡条件 (5) より、

$$\alpha_0 = c^{\frac{1}{\eta\theta}} \quad \left(\frac{\mu}{\zeta_0(1+\theta)}\right)^{\frac{1}{\theta}} \quad (30)$$

となる。これを (28) に代入し、$s(t)$ と乗じて積分すると、

$$\frac{\eta\theta(\theta+1)}{\mu(1+\theta+\eta\theta)}\zeta_0\alpha_0^{(\theta+1)}T^{\frac{1+\theta+\eta\theta}{\eta\theta}} = N \quad (31)$$

を得る。これより

$$T = (\eta\theta\psi)^{-\eta\theta\psi}N^{\eta\theta\psi}\left(\frac{\zeta_0(1+\theta)}{\mu}\right)^{\eta\psi}c^{-(1+\theta)\psi} \quad (32)$$

となり、最早通勤開始時刻 Tはμの減少関数となることがわかる。ただし、$\psi = 1/(1+\theta+\eta\theta)$ である。

鉄道企業の総輸送費用TCもμの減少関数となる。

$$TC = \int_0^T \zeta(\alpha(t)) = \frac{\mu N}{1+\theta} \tag{33}$$

式(29)より$s(t)$は$t=0$において最大値を取ることがわかる。総費用を最小化するにはμを$s(0) \leq \bar{s}$を満足する範囲でできるだけ小さくすればよい。すなわち、$s(0)=\bar{s}$が成立するような未定乗数をμ_1で定義すると、

$$\mu_1 = (1+\theta)\zeta_0 \left(\frac{Nc}{\eta\theta\psi}\right)^{\theta} (\bar{s})^{-\frac{1}{\psi}} \tag{34}$$

を得る。この時、輸送サービスの提供に関する制約条件(8)(9)は自動的に満足されることになる。

通勤需要が運賃に関して完全に非弾力的であるため、運賃を一律に変化させても家計と鉄道企業の間で厚生の移転が行われるだけであり、社会の厚生水準は一定にとどまる。ここで鉄道企業の利潤がゼロとなる水準に運賃が規制されると考えれば、社会的厚生水準は消費者余剰のみで表現できる。

最早出発時刻、総効用、総費用、及び社会的厚生水準は以下のように求めることができる。

$$T_1 = \frac{\bar{s}^{\eta}}{c} \tag{35}$$

$$TU_1 = -cNT_1 = \quad - \quad N\bar{s}^{\eta} \tag{36}$$

$$TC_1 = \frac{\mu_1}{1+\theta}N = \left(\frac{Nc}{\eta\theta\psi}\right)^{\theta} \bar{s}^{\frac{1}{\psi}}\zeta_o N \tag{37}$$

$$W_1 = - \quad N\bar{s}^{\eta} - \left(\frac{Nc}{\eta\theta\psi}\right)^{\theta} \bar{s}^{\frac{1}{\psi}}\zeta_o N \tag{38}$$

4. 規範的計画モデルの定式化

(1) 社会的厚生の最大化問題

鉄道企業は通勤輸送サービス市場を独占しており、時刻別輸送力を決定する際独占力を行使する。一方家計は出発時刻を決定する際に混雑という外部不経済の発生を考慮しない。このため両者の自由な行動によって実現する市場均衡は社会的に最適である保証はない。そこで、交通管理者が考える社会的に最適な状況を規範的に求める2つの問題を考えよう。すなわち、1）家計の自由な出発時刻の選択を許しながら、時刻別の輸送力の決定を鉄道企業に任せるのではなく、社会的な最適状態を実現するようにコントロールする場合（TSM 施策：計画モデル1）、2）鉄道企業のコントロールに加え、家計の行動パターンもコントロールする場合（TSM+TDM 施策：計画モデル2）である。目的関数はいずれも社会的厚生水準である。ここでも、鉄道企業の輸送力に余裕がある場合をとりあげる。輸送力に限界がある場合の議論は**5.**で行う。

(2) 鉄道企業のコントロール問題（計画モデル1）

前述の運賃規制、サービス規制のほかに、交通管理者が鉄道企業の時刻別輸送力も規制できると考える。すなわち、社会的厚生水準を最大化するような輸送力パターンを求めて、それを鉄道企業に実行させることができると仮定する。この場合、市場均衡条件より家計の総効用は$U_0 N = -NcT$と表わされることを配慮すれば、最適輸送パターンを求める計画問題は以下のように定式化できる。

$$\max_{\alpha(t)}\{-NcT - \int_0^T \zeta(\alpha(t))dt\} \tag{39a}$$

$$\text{subject to} \quad \dot{s}(t) = \Omega(s(t)) \tag{39b}$$

$$\dot{M} = s(t)\alpha(t) \tag{39c}$$

$$s(0) = U^{-1}(-cT) \tag{39d}$$

$$M(0) = 0 \tag{39e}$$

$$s(T) = 0, \tag{39f}$$

$$M(T) = N, \tag{39g}$$

この問題のハミルトニアンも式(16)と同一であり

$$H_2 = \lambda_1\Omega(s) + \lambda_2\alpha s - \zeta(\alpha) \tag{40}$$

と表される。この問題におけるハミルトニアンの保存条件は

$$H_2(t) = cN \tag{41}$$

であるが、全微分を取れば式(25)が得られる。その他の最適化条件は均衡モデルの場合と同一である。そのため、均衡モデルとまったく同一の連立方程式が得られ、輸送力、混雑率についても同様の式が得られる。ただし、未定乗数μの値は次の社会的厚生水準W_2を最大にするような値μ_2として定められる。

$$W_2 = -NcT(\mu_2) - \frac{\mu_2 N}{\xi} \tag{42}$$

ここに$T(\mu)$は式(32)のTをμの関数と見たものである。μに関する最適条件から、

$$\mu_2 = (1+\theta)(\eta\psi)^{\frac{1}{1+\eta}} \left(\frac{Nc}{\theta}\right)^{\frac{1}{\phi}} \zeta_o^{\frac{1}{\theta\phi}} \tag{43}$$

となる。ただし、$\phi = (1+\eta)(1+\theta)/(\eta\theta)$ である。このとき、最早出発時刻 T_2、総効用 TU_2、総費用 TC_2、及び社会的厚生水準 W_2は、

$$T_2 = (\eta\psi)^{-\frac{\eta}{1+\eta}} \left(\frac{N}{\theta}\right)^{\frac{1}{\phi}} c^{\left(\frac{1}{\phi}-1\right)} \zeta_0^{\frac{1}{\phi\theta}} \tag{44}$$

$$TU_2 = -(\eta\psi)^{-\frac{\eta}{1+\eta}} N^{\left(1+\frac{1}{\phi}\right)} \left(\frac{c}{\theta}\right)^{\frac{1}{\phi}} \zeta_0^{\frac{1}{\phi\theta}} \tag{45}$$

$$TC_2 = (\eta\psi)^{\frac{1}{1+\eta}} N^{\left(1+\frac{1}{\phi}\right)} \left(\frac{c}{\theta}\right)^{\frac{1}{\phi}} \zeta_0^{\frac{1}{\phi\theta}} \tag{46}$$

$$W_2 = -(\eta\psi)^{-\frac{\eta}{1+\eta}} (1+\eta\psi) N^{\left(1+\frac{1}{\phi}\right)} \left(\frac{c}{\theta}\right)^{\frac{1}{\phi}} \zeta_0^{\frac{1}{\phi\theta}} \tag{47}$$

ここで、$TC_2/TU_2 = -\eta\psi$と一定値になることがわかる。ここに、次の命題が成立する。

[命題1] 均衡モデルにおける最早出発時刻 T_1、家計の総効用 TU_1、企業の総輸送費用 TC_1、社会的厚生水準 W_1と計画モデル1における T_2, TU_2, TC_2, W_2の間に以下の関係が成立する。

$$T_1 \geq T_2$$
$$TU_1 \leq TU_2$$
$$TC_1 \leq TC_2$$
$$W_1 \leq W_2$$

家計の総効用と鉄道企業の総費用の間にはμの設定に関してトレードオフが存在している。鉄道企業の立場からすれば、早朝から運行を開始し各時刻の輸送力の水準を低く押さえて（μ, α_0を小さく設定して）費用を節約することが有利となる。このとき提供される輸送力が小さいために、家計はより早い時刻に自宅を出発する必要があり、効用水準は低くなる。

命題1はこのトレードオフを考慮することによって社会的厚生水準が改善されることを示している。

(3) システム最適化問題（計画モデル2）

家計、企業行動の双方がコントロールされる場合、計画問題は以下のように定式化される。

$$\max_{\alpha(t), s(t)} \left\{ \int_0^T s(t)\alpha(t)[U(s(t)) - ct] - \zeta(\alpha(t)) dt \right\} \tag{48}$$

$$\text{subject to} \quad \dot{M} = s(t)\alpha(t) \tag{49}$$

$$M(0) = 0 \tag{50}$$

$$M(T) = N \tag{51}$$

この問題のハミルトニアンを次式のように定義する。

$$H_3(t) = \lambda(t)\alpha(t)s(t) + \alpha(t)s(t)\{U(s(t)) - ct\} - \zeta(\alpha(t)) \tag{52}$$

ここで、$\lambda(t)$ は制約条件 (49) の随伴変数である。ポントリャーギンの最大値原理より以下のような最適性の条件を得る。

$$-\frac{d\lambda(t)}{dt} = 0 \tag{53a}$$

$$\frac{\partial H_3(t)}{\partial \alpha(t)} = s(t)\{U(s(t)) - ct + \mu\} - \frac{\partial \zeta(\alpha(t))}{\partial \alpha(t)} = 0 \tag{53b}$$

$$\frac{\partial H_3(t)}{\partial s(t)} = \alpha(t)\{U(s(t)) - ct + \mu\} + \alpha(t)s(t)\frac{\partial U(s(t))}{\partial s(t)} = 0 \tag{53c}$$

$$\lambda(T) = \mu \tag{53d}$$

$$H_3(T) = 0 \tag{53e}$$

及び、式 (49)-(51) である。条件 (53a),(53d) より恒等的に$\lambda(t) = \mu$が成立する。本計画問題の場合、ハミルトニアンに t が明示的に含まれるため、ハミルトニアンの保存条件は成立しない。式 (53b) は外部不経済を補正した限界効用が限界費用に等しいという条件を、(53e) は外部不経済を内部化した効用が時刻によらず一定という条件を表している。これらから終端時点において次式が成立する。

$$\alpha(T)s(T)\{U(s(T)) - cT + \mu\} - \xi\zeta(\alpha(T)) = 0$$
$$\alpha(T)s(T)\{U(s(T)) - cT + \mu\} - \zeta(\alpha(T)) = 0$$

両式がともに成立するためには$\zeta(\alpha(T)) = 0$ でなければならない。したがって、$\alpha(T) = 0, s(T) = 0$ が成立する。さらに、$U(0) = 0$ より $U(s(T)) = 0$ が成立する。一方、式 (53c) より $U(s(t)) = (ct - \mu)/(\eta + 1)$ を得る。$U(s(T)) = 0$ より、$\mu = cT$となる。したがって、次式を得る。

$$U(s(t)) = \frac{c(t-T)}{\eta+1} \tag{54}$$

これより出発時刻別の混雑率は、

$$s(t) = \left(\frac{c(T-t)}{\eta+1}\right)^{\frac{1}{\eta}} \tag{55}$$

となる。さらに、式 (53b) より次式を得る。

$$-\frac{\eta c(t-T)}{\eta+1} s(t) = \frac{\xi\zeta(\alpha(t))}{\alpha(t)} \tag{56}$$

これより時刻別の輸送力は、

$$\alpha(t)=\left(\frac{\eta}{(1+\theta)\zeta_0}\right)^{\frac{1}{\theta}}\left(\frac{c(T-t)}{1+\eta}\right)^{\frac{1+\eta}{\theta\eta}} \tag{57}$$

と表せる。これらを (49) に代入して積分し、境界条件 (50)(51) を適用すれば最早出発時刻 T_3は、

$$T_3=(1+\eta)\left(\frac{1+\theta}{\eta}\right)^{\frac{\eta}{1+\eta}}\left(\frac{N}{\theta}\right)^{\frac{1}{\phi}}c^{\left(\frac{1}{\phi}-1\right)}\zeta_0^{\frac{1}{\phi\theta}} \tag{58}$$

となり、総効用 TU_3、総費用 TC_3、及び社会的厚生水準 W_3は、

$$TU_3=-\eta\left(\frac{\eta}{1+\theta}\right)^{-\frac{\eta}{1+\eta}}N^{\frac{1}{\phi}}(N+N^{\frac{1}{1+\phi}}) \left(\frac{c}{\theta}\right)^{\frac{1}{\phi}}\zeta_0^{\frac{1}{\phi\theta}} \tag{59}$$

$$TC_3=\left(\frac{\eta}{1+\theta}\right)^{\frac{1}{1+\eta}}\frac{\phi}{1+\phi}N^{\left(1+\frac{1}{\phi}\right)}\left(\frac{c}{\theta}\right)^{\frac{1}{\phi}}\zeta_0^{\frac{1}{\phi\theta}} \tag{60}$$

$$W_3=TU_3-TC_3 \tag{61}$$

で与えられる。

計画モデル 1 と計画モデル 2 はいずれも社会的厚生水準を最大化するが、計画モデル 2 の$\alpha(t),s(t)$の許容領域は計画モデル 1 の許容領域を完全に含んでいる。ゆえに計画モデル 2 の解が劣ることはない。また、T_3/T_2,TC_3/TC_2とパラメータ値との関係を検討することにより、次の命題が成立する。

> **[命題 2]** 計画モデル 1 の最早出発時刻 T_2、総輸送費用 TC_2、社会的厚生水準 W_2と、計画モデル 2 の T_3,TC_3,W_3との間に以下の関係が成立する。
>
> $T_2\leq T_3$
>
> $TC_2\geq TC_3$
>
> $W_2\leq W_3$

ただし、TU_2と TU_3の大小関係はパラメータ値により変わりうる。

(4) 交通管理政策の効果

命題 1 から、パレート改善を行うためには、まず交通管理者が列車ダイヤ案を事前にチェックして、十分な密度の運行を行なうように規制することが必要である。この規制がもたらす社会的便益は W_2-W_1 で表わされる。

さらに、命題 2 から利用者の出発時刻をコントロールできれば、更なる改善が可能である。計画モデル 2 の解においては出発時刻ごとに期待される効用水準が異なる。その効用の差異をちょうどキャンセルするような時刻別運賃 $p(t)$ を導入しよう。

$$p(t)=\bar{p}+\frac{\eta c(T_3-t)}{\eta+1} \tag{62}$$

ただし、$\bar{p}$は基本料金であり、ゼロ利潤規制下では

$$\int_0^{T_3}p(t)N(t)=TC_3 \tag{63}$$

を満足する水準

$$\bar{p}=\frac{TC_3}{N} -\frac{\eta}{1+\phi}\left(\frac{\eta}{(1+\theta)\zeta_o}\right)^{\frac{1}{\theta}}\left(\frac{c}{1+\eta}\right)^{\phi}T^{\phi+1} \tag{64}$$

に定められる。このような時刻別運賃を導入すれば、利用者の自由な意思決定の結果として最善解を実現することが可能であり、W_3-W_2の便益を生み出すことができる。

実際には技術的制約により、時々刻々変化するような運賃を課することは不可能であり、有限個の時間帯別運賃等の次善の政策が導入されると考えられる。W_3-W_2は需要管理政策の効果の上限値を示しており、次善の政策の効果はその値を越えることはない。

5. 輸送力に物理的制約が存在する場合

(1) 輸送力の物理的制約

輸送力の増強の手段としては車両の大型化、車両の増結および運行頻度の引き上げが考えられるが、一定の限界を超えるとそれぞれ物理的な制約に直面することになる。特にホームの拡幅・延伸、車両基地の拡張、路線の複々線化などは新たな施設用地の確保を必要とし、その整備に莫大な投資と期間を要する。このような場合には輸送力に関する制約条件 (15i) を取り入れた求解が必要となる。

最適制御理論によれば、操作変数が一定の閉区間に制約されている場合には、最適解は制約を受けない期間の解曲線と制約上にある期間の解曲線とを接合したものとなることが知られており、その切り替え回数は有限回である[12)]。特に本問題では効用関数と費用関数が単調性を有するため、切り替えは 1 回である。そこで問題を 2 つの部分に分けて考察する。

ここで、記述の便宜上、これまでの議論とは異なる形で時間軸を定義する。すなわち、切り替えの時刻が $t=0$ に基準化されるように、時間軸をずら

す。制約$\alpha(t)=\bar{\alpha}$を受ける時間帯$[-\bar{T},0]$に出発する通勤者数を$\bar{N}$、制約を受けず$\alpha(t)<\bar{\alpha}$の時間帯$[0,\underline{T}]$に出発する通勤者を$\underline{N}$と定義する。この時、

$$\bar{N}+\underline{N}=N \tag{65}$$

$$\bar{N}=\bar{\alpha}\int_{-\bar{T}}^{0}s(t)dt \tag{66}$$

が成立する。また、切り替え時刻の安定性が保証されるためには、

$$\lim_{t\to 0+0}\alpha(t)=\bar{\alpha} \tag{67}$$

が成立する必要がある。

制約を受けない時間帯$t\in[0,\underline{T}]$についての解は、前節で取り扱った問題に他ならない。ただし条件式(67)を満足する必要がある。

(2) 制約つき均衡モデル

条件式(30),(67)より、

$$\underline{T}=\bar{\alpha}^{\eta\theta}c^{-1}\left(\frac{\zeta_0(1+\theta)}{\mu}\right)^{\eta} \tag{68}$$

通勤者の自由な行動を認める場合、効用は全時間帯$t\in[-\bar{T},\underline{T}]$にわたって一定である。これより時間帯別混雑率は全時間帯において、

$$s(t)=(c(\underline{T}-t))^{\frac{1}{\eta}} \tag{69}$$

となる。これを(66)に代入すれば、

$$\bar{N}=\frac{\eta}{1+\eta}\bar{\alpha}c^{\frac{1}{\eta}}\left((\underline{T}+\bar{T})^{\frac{1+\eta}{\eta}}-(\underline{T})^{\frac{1+\eta}{\eta}}\right) \tag{70}$$

鉄道企業の最適行動は、最遅出発時刻$-\bar{T}$における混雑率が物理的制約条件$s(t)\leq\bar{s}$を満足するという条件のもとで最大のμを設定することである。すなわち、

$$(\underline{T}+\bar{T})=c^{-1}\bar{s}^{\eta} \tag{71}$$

$$\mu=(1+\theta)\zeta_0\psi^{\frac{1}{1+\eta}}\bar{\alpha}^{\theta}\left(\bar{s}^{(1+\eta)}-\frac{(1+\eta)cN}{\eta\bar{\alpha}}\right)^{\frac{-1}{1+\eta}} \tag{72}$$

が得られる。鉄道企業の総輸送費用は、

$$TC_1(\bar{\alpha})=\frac{\mu(N-\bar{N})}{\theta+1}+\zeta_0\bar{\alpha}^{(1+\theta)}\bar{T} \tag{73}$$

で表わされる。一方、式(69)より直ちに総効用は、

$$TU_1(\bar{\alpha})=TU_1=-N\bar{s}^{\eta} \tag{74}$$

と与えられる。

(3) 制約つき計画モデル1

式(28)に式(30)(43)を代入し、(44)(67)を適用すると、

$$\bar{\alpha}=\left(\frac{Nc}{\theta\zeta_0}\right)^{\frac{1}{1+\theta}} \tag{75}$$

これを式(46)に代入し、制約を受ける時間帯の費用を加算すれば、鉄道企業の総輸送費用は、

$$TC_2(\bar{\alpha})=(\eta\psi)^{\frac{1}{1+\eta}}\bar{\alpha}^{(1+\theta+\frac{\eta\theta}{1+\eta})}\left(\frac{\theta}{c}\right)\zeta_0^{(1+\frac{\eta}{1+\eta})}+\zeta_0\bar{\alpha}^{(1+\theta)}\bar{T} \tag{76}$$

一方、式(44)より、

$$\underline{T}=\left(\frac{\zeta_0\bar{\alpha}^{\theta}}{\eta\psi}\right)^{\frac{\eta}{1+\eta}}c^{-1} \tag{77}$$

が得られる。この問題においても利用者の均衡条件が全域において成立するから、式(70)を用いると、$\bar{T}$を$\bar{\alpha}$の関数として求めることができる。この時の総効用は、

$$TU_2(\bar{\alpha})=-c(\underline{T}+\bar{T})N \tag{78}$$

で計算できる。

(4) 制約つき計画モデル2

鉄道企業と通勤者の双方をコントロールできる問題の場合にも、制約を受けない時間帯$t\in[0,\underline{T}]$は、4.3の解が適用できる。一方、制約を受ける時間帯については、以下の問題を考えることになる。

$$\max_{s(t)}\left\{\int_{-\bar{T}}^{0}\bar{\alpha}s(t)[U(s(t))-ct]-cN-\zeta(\bar{\alpha})dt\right\}+W_3(N-\bar{N}) \tag{79a}$$

$$\text{subject to}\quad \dot{M}=\bar{\alpha}s(t) \tag{79b}$$

$$M(-\bar{T})=0 \tag{79c}$$

$$M(0)=\bar{N} \tag{79d}$$

目的関数(79a)の被積分項の第1項は$t=0$を基準とした通勤者の効用、第2項は通勤者の効用の基準点を最遅出発時刻$t=-\bar{T}$に移動することの効果を、第3項は鉄道企業の輸送費用をそれぞれ表わしている。最後の項は$t\in[0,\underline{T}]$の時間帯の社会的厚生水準であり、式(61)のNに$N-\bar{N}$を代入したものである。この問題のハミルトニアンは、

$$H(t)=\lambda(t)\bar{\alpha}s(t)+\bar{\alpha}s(t)\{U(s(t))-ct\}-cN-\zeta(\bar{\alpha}) \tag{80}$$

となり、最大値原理より時刻別の混雑率は $[0,\underline{T}]$ の区間と同一の

$$s(t)=\left(\frac{c(\underline{T}-t)}{\eta+1}\right)^{\frac{1}{\eta}} \tag{81}$$

となる。制約条件 (67) を考慮すれば、

$$\underline{T}=\left(\frac{\eta+1}{c}\right)\left(\frac{(1+\theta)\bar{\alpha}^{\theta}\zeta_0}{\eta}\right)^{\frac{\eta}{1+\eta}} \tag{82}$$

$$\underline{N}=N-\bar{N}=\left(\frac{\theta\zeta_0}{c}\right)\bar{\alpha}^{(1+\theta)} \tag{83}$$

一方、式 (66)(65) より、

$$\bar{T}+\underline{T}=\left(\frac{(\eta+1)N}{\eta\bar{\alpha}}\left(\frac{\eta+1}{c}\right)^{\frac{1}{\eta}} +\frac{(\eta+1)\bar{\alpha}^{\theta}\zeta_0}{\eta c^{(1+\frac{1}{\eta})}}\{(1+\eta)^{\frac{1}{\eta}}(1+\theta)-(\eta+1)^{\frac{1}{\eta}}\theta\}\right)^{\frac{\eta}{1+\eta}} \tag{84}$$

以上を用いれば、鉄道企業の総輸送費用は、

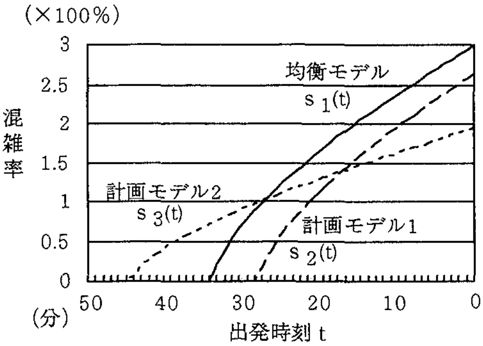
$$TC_3(\bar{\alpha})=\frac{\phi}{1+\phi}\left(\frac{\eta}{1+\theta}\right)^{\frac{1}{1+\eta}}\left(\frac{\theta}{c}\right) \bar{\alpha}^{(1+\theta+\frac{\eta\theta}{1+\eta})}\zeta_0^{(1+\frac{\eta}{1+\eta})}+\zeta_0\bar{\alpha}^{(1+\theta)}\bar{T} \tag{85}$$

で表わされ、通勤者の総効用は、

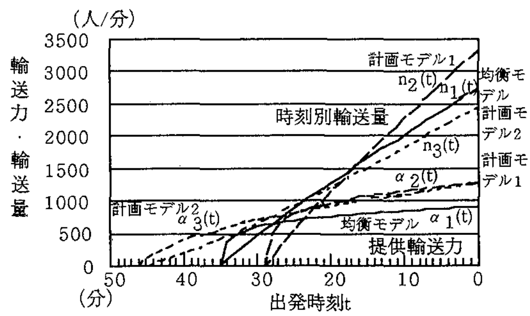
$$\begin{aligned}TU_3(\bar{\alpha})=&-\eta\left(\frac{\eta}{1+\theta}\right)^{-\frac{\eta}{1+\eta}}\\&(\underline{N}^{(1+\frac{1}{\phi})}+\underline{N}^{(\frac{1}{\phi}+\frac{1}{1+\phi})})\left(\frac{c}{\theta}\right)^{\frac{1}{\phi}}\zeta_0^{\frac{1}{\phi\theta}}\\&-\frac{\eta\bar{\alpha}}{2\eta+1}\left(\frac{c}{\eta+1}\right)^{\frac{1+\eta}{\eta}}\left((\underline{T}+\bar{T})^{(2+\frac{1}{\eta})}-\underline{T}^{(2+\frac{1}{\eta})}\right)\\&-cN\bar{T}+\frac{\eta^2\bar{\alpha}c}{(1+\eta)(1+2\eta)}\left(\frac{c}{\eta+1}\right)^{\frac{1}{\eta}}\\&\left(\underline{T}^{(\frac{2\eta+1}{\eta})}+(\underline{T}+\bar{T})^{\frac{1+\eta}{\eta}}\left((\frac{1+\eta}{\eta})\bar{T}-\underline{T}\right)\right)\end{aligned} \tag{86}$$

のように、$\bar{\alpha}$の関数として求めることができる。

以上の解析解は複雑な形をしており、相互の大小関係を式の比較により明らかにすることは困難である。しかし、制約つき均衡モデルと計画モデル 1 の許容領域は同一であるから、一方で最大化した目的関数の値が他方の問題での値を下回ることはない。また制約つき計画モデル 2 の許容領域はさらに広いため、社会的厚生水準が他の 2 つのモデルの値を下回ることはない。よって次の命題が成立する。



図－2　時刻別の混雑率の比較



図－3　時刻別の輸送力と輸送人員の比較

[命題 3] 制約つき均衡モデルの総輸送費用 $TC_1(\bar{\alpha})$、総効用 $TU_1(\bar{\alpha})$、社会的厚生水準 $W_1(\bar{\alpha})=TU_1(\bar{\alpha})-TC_1(\bar{\alpha})$ と、計画モデル 1 の $TC_2(\bar{\alpha}),TU_2(\bar{\alpha}),W_2(\bar{\alpha})$、計画モデル 2 の $TC_3(\bar{\alpha}),W_3(\bar{\alpha})$ の間に以下の関係が成立する。

$$TC_1(\bar{\alpha})\le TC_2(\bar{\alpha})$$
$$TU_1(\bar{\alpha})\le TU_2(\bar{\alpha})$$
$$TC_2(\bar{\alpha})\ge TC_3(\bar{\alpha})$$
$$W_1(\bar{\alpha})\le W_2(\bar{\alpha})\le W_3(\bar{\alpha})$$

6. 数値計算事例

(1) 輸送力の制約を受けない場合

過去の研究事例を参考にパラメータ値を $c=0.15$(×100 円／分), $N=50000$(人), $\eta=1.5$, $\xi=\theta+1=4$, $\zeta_0=10^{-9}$(×100 円／分), $\bar{s}=3$ と設定し、**3.**,**4.** で説明した 3 つのモデルの解析解に代入した。図-2 には時刻別の混雑率 $s(t)$ を、図-3 には時刻別輸送力$\alpha(t)$ と輸送量 $n(t)$ を比較している。

表－1　最早出発時刻、厚生水準の比較

	均衡モデル	計画モデル1	計画モデル2
最早出発時刻（分）	34.64	28.51	45.34
利用者総効用（千円）	-25981	-21382	-20416
総輸送費用（千円）	1251	3773	3518
社会的厚生水準（千円）	-27232	-25155	-23934
施策の効果（千円）		2077	1221
一人当り社会的厚生（円/人）	-545	-503	-479
一人当り施策の効果（円/人）		41.5	24.4

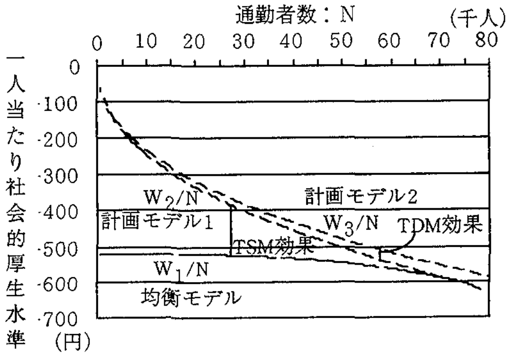
また表-1には3つの解の最早通勤時刻、総効用、総輸送費用、および社会的厚生水準の比較結果を示している。これより命題1・命題2が成立していることが確認できる。

(2)　輸送力の制約を受ける場合

輸送力の制約を受ける場合についても数値計算を行った。上の数値計算と同じパラメータ値を用い、輸送力の制約条件を $N = 50000$(人) を運ぶ際の最大輸送力 $\bar{\alpha} = 1257.4$(人/分) に固定し、さらに通勤者数 N を変化させて計算した。

$N \leq 50000$ の領域では輸送力は制約に至らないため、**3.**,**4.** で説明した制約条件なしのモデルで計算している。$N > 50000$ の領域での2つの計画モデル、$N > 69180$ の領域での均衡モデルは、**5.** で説明した輸送力の制約条件を考慮したモデルである。なお $N > 78405$ では通勤者の自由な行動を前提にすると混雑率が物理的制約に収まらない。つまり列車に乗るために駅での待ちが発生するような極端な状況が発生している。

図-4には一人当たりの社会的厚生水準の変化を示している。これよりどのモデルにおいても通勤者が多くなれば通勤にかかる社会的費用は増大し、通勤者一人当たりの厚生水準は減少する。また $W_3 \geq W_2 \geq W_1$ であり、命題3が成立していることがわかる。図-4のグラフ間の間隔は、鉄道企業を規制するTSMの1人当たりの効果：$(W_2 - W_1)/N$ と、需要をコントロールするTDMの1人当たりの効果：$(W_3 - W_2)/N$ を表している。これよりTSMの効果は通勤者の増加に伴い減少するのに対し、TDMの効果は増加していき、やがてTSMの効果を上回る。



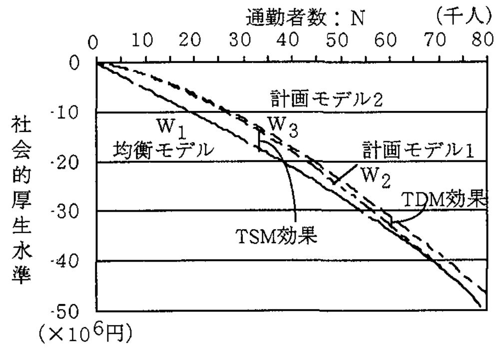
図－4　通勤者数の増加に伴う一人当たりの社会的厚生水準の変化

図-5は、社会的厚生水準の総量の変化を表している。総量で見ると、TSMの効果は通勤者が少ないうちは増加するが、鉄道企業の行動の自由度が減少してくるため頭打ちとなり、やがて減少に転ずる。

現在の各大都市圏の鉄道通勤がどの段階にあるのかは今後の実証分析にゆだねるが、東京都市圏では既にTSMの効果が限界に達し、TDMに頼る必要性の高い領域に到達していると考えられる。

7.　おわりに

本研究は通勤鉄道の輸送サービス市場の需給メカニズムを部分均衡論的に分析するための枠組みを提案し、市場均衡と社会的厚生の最適解を最適制御モデルを用いて導出した。その結果時間帯別の輸送力と通勤者の出発時刻の分布を誘導し、輸送力管理というTSM施策と、時刻別運賃というTDM施策の効果の上限値を理論的に明らかにした。



図－5　通勤者数に伴う社会的厚生水準の変化

さらに輸送力の増大に限界がある短期的な状況下において通勤者数が増加した場合、これらの施策の効果の変化傾向を分析した。その結果、TSM の効果は通勤者が少ないうちは増加するが、やがて減少に転ずる。一方 TDM の効果は当初は小さいが、通勤者数の増加とともに拡大し、やがて TSM の効果を上回ることが明らかとなった。

数値計算例で示したように、このモデルを用いて施策の効果を金銭的に評価することが可能であるが、その精度はパラメータ値の信頼性に依存している。今後は具体的な鉄道路線を対象にパラメータの同定を行うことによって、施策の効果を量的に明らかにしていきたい。また、一般企業の業務開始時刻決定問題を組み込んだモデルへの拡張を行いたいと考える。

参考文献

1) Vickrey,W.S.: Pricing as a tool in coordination of local transportation, Transportation Economics, National Bureau of Economic Research, 275-296, 1965.
2) Filipiak, J.: Unloading of congestion in deterministic queing networks, *Optional Control Applications and Methods,* Vol.2, 35-45, 1981.
3) 松井　寛: 交通需要の動学的分析の諸相と今後の展望、土木学会論文集 No.470/IV-20,47-56, 1993.
4) Hendrickson, C. and Kocur, G.: Schedule delay and departure time decisions in a deterministic model, *Transportation Science,* Vol.15, 62-77, 1981.
5) Henderson, J. V.: *Economic Theory and the Cities,* Academic Press, Chap.8,1977. (折下功訳: 経済理論と都市, 勁草書房,1987.)
6) Henderson, J. V.: The economics of staggered work hours, *Journal of Urban Economics,* Vol.9, pp.349-364, 1981.
7) de Palma,A., Ben-Akiva,M., Lefevre,C. and Litinas,N.: Stochastic model of peak period traffic congestion, *Transportation Science,* Vol.17, 430-453, 1983.
8) 家田仁・赤松隆・高木淳・畠中秀人:利用者均衡配分法による通勤列車運行計画の利用者便益評価、土木計画学研究・論文集、No.6,177-184,1988.
9) 古川敦・高木淳・家田仁:列車ダイヤパターンと利用者便益との関連性に関する分析、土木計画学研究・論文集、No.7,131-138,1989.
10) 城石典明・梶岡俊彦・家田仁・島村祐司・永井邦彦: 列車運行計画評価システムによる通勤線区列車ダイヤ改善の事例研究、土木学会論文集 No.530/IV-30,109-116, 1996.
11) Fujita, M. :*Urban Economic Theory,* Cambridge Univ. Press, Chap.3, 50-96, 1989.
12) 加藤寛一郎: 工学的最適制御、東京大学出版会, 1988.

鉄道通勤交通における出発時刻分布に関する研究

小林潔司・奥村誠・永野光三

本研究では出発時刻によって差別化された輸送サービスを地域独占的に供給する鉄道企業を考える。通勤者は効用を最大化するような出発時刻を選択する。このような相互作用の結果実現する市場均衡を最適制御問題により記述できることを示す。さらに、社会的最適化を達成しうる輸送サービスと出発時間の時間分布を求める問題を定式化する。その上で、市場均衡を望ましい方向へ誘導するための交通管理政策の効果について論じる。

DEPARTURE TIME DISTRIBUTION OF RAILWAY COMMUTING

Kiyoshi KOBAYASHI, Makoto OKUMUA and Mitsuzo NAGANO

This paper formulates an optimal control problem to describe a partial equilibrium of railway commuting service market differenciated with departure time. A railway company monopolistically controls the train schedule, while commuters choose their departure time considering the trade-off between congestion rate and schedule cost.

This paper shows that the equilibrium is not socially optimal, then proposes altenative control problems maximizing social welfare via TSM (supply side control) and TDM (demand side control). Theoretical upper limit of the effect of these policies are shown.